

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

# ХАБАРЛАРЫ

---

---

# ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

**СЕРИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ**

**6 (280)**

**НОЯБРЬ–ДЕКАБРЬ 2011 г.**

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА

ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД

АЛМАТЫ  
НАН РК  
ҒЫЛЫМ

Бас редактор  
ҚР ҰҒА академигі  
**Б. Т. Жұмағұлов**

Редакция алқасы:

физика-математика ғылымдарының докторы **Н. М. Темірбеков** (бас редактордың орынбасары), ҚР ҰҒА-ның академиктері **М. М. Әбділдин, Ф. Б. Байымбетов, Т. Ш. Калменов, Н. Қ. Блиев, В. И. Дробжев, Қ. Ә. Қасымов, Б. Н. Мұқашев, М. Ө. Өтелбаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Қ. Қ. Қадыржанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Н. Т. Данаев**, физика-математика ғылымдарының докторы **Т. С. Рамазанов**, физика-математика ғылымдарының докторы **Ө. Ө. Өмірбаев**, химия ғылымдарының докторы **Н. Е. Коробова** (жауапты хатшы)

Главный редактор  
академик НАН РК  
**Б. Т. Жумагулов**

Редакционная коллегия:

доктор физико-математических наук **Н. М. Темірбеков** (заместитель главного редактора), академики НАН РК **М. М. Абдильдин, Ф. Б. Баимбетов, Т. Ш. Кальменов, Н. К. Блиев, В. И. Дробжев, К. А. Касымов, Б. Н. Мукашев, М. О. Отелбаев**, доктор физико-математических наук **К. К. Кадыржанов**, доктор физико-математических наук **Н. Т. Данаев**, доктор физико-математических наук **Т. С. Рамазанов**, доктор физико-математических наук **У. У. Умирбаев**, доктор химических наук **Н. Е. Коробова** (ответственный секретарь)

Editor-in-chief  
academician of the NAS of the RK  
**B. T. Zhumagulov**

Editorial staff:

doctor of physical and mathematical sciences **N.M. Temirbekov** (deputy editor-in-chief), academicians of the NAS of the RK **M. M. Abdildin, Ph. B. Baimbetov, T. Sh. Kalmenov, N. K. Bliiev, V. I. Drobzhev, K. A. Kasymov, B. N. Mukashev, M. O. Otelbaev**, doctor of physical and mathematical sciences **K. K. Kadirzhanov**, doctor of physical and mathematical sciences **N. T. Danaev**, doctor of physical and mathematical sciences **T. S. Ramazanov**, doctor of physical and mathematical sciences **U. U. Umirbaev**, doctor of chemical sciences **N. E. Korobova** (secretary)

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая» I ISSN 1991-346X

Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)

Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан №5543-Ж, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.

Тираж: 300 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 218–220, тел.: 261-06-33, 272-13-19, 272-13-18.

Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

УДК 517.95.958

А. В. АЛЕКСЕЕВА

## (2+1)-МЕРНОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ A5 И ЕГО СОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ

Институт математики МОН РК КН, г. Алматы

Построено (2+1)-мерное нелинейное уравнение A5, найдены его 1-, 2- и n-солитонные решения методом Хироты.

Хорошо изучены одномерные солитонные уравнения, такие как нелинейное уравнение Шрёдингера, уравнение sin-Гордона и классическое уравнение Кортевега-де Фриза [1-3]. Все они являются универсальными математическими моделями, так как описывают многие физические задачи о нелинейных волнах. Теория многомерных эволюционных уравнений в последнее время является предметом интенсивных исследований. В 1970 году было получено уравнение Кадомцева-Петвиашвили [4]:

$$(u_{xxx} + 3uu_x + u_x + u_t)_x - u_{yy} = 0,$$

где  $u = u(x, y, t)$  – достаточно гладкая функция, для слабо нелинейных длинных волн в диспергирующих средах. В 1984 году было предложено уравнение Веселова-Новикова [5]:

$$u_t = (uV)_z + (u\bar{V})_z + u_{zzz} + u_{\bar{z}\bar{z}\bar{z}},$$

где  $V_z = -3u_z$ ,  $z = x + iy$ ,  $u = u(z, t)$  – достаточно гладкая функция, как двумерное интегрируемое расширение уравнения Кортевега-де Фриза. Эти уравнения можно назвать универсальными, поскольку они так же описывают многие задачи о нелинейных волнах, возникающие в разных физических ситуациях. Такой подход позволяет находить новые многомерные эволюционные уравнения, учитывая специфику и свойства солитонных уравнений. Таким образом, Л. П. Нижник предложил пространственную двумеризацию модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза ([6], с. 188):

$$u_t = u_{xxx} + u_{yyy} + (vu)_y + (wu)_x - \frac{1}{2}(v_y + w_x)u,$$

где  $v_x = 3(u^2)_y$ ,  $w_y = 3(u^2)_x$ ,  $u = u(x, y, t)$  – достаточно гладкая функция. Это уравнение было найдено исходя из возможности существования для него пары Лакса, которая, в свою очередь, позволяет решить это уравнение методом обратной задачи рассеяния. В работе представлено (2+1)-мерное нелинейное интегро-дифференциальное уравнение в частных производных A5, и найдены его солитонные решения.

Ниже под  $\ln \varphi$  будем понимать функцию

$$\ln \varphi = \ln |\varphi| + i \arg \varphi, \quad -\pi < \arg \varphi < \pi.$$

Следовательно, область значения функции  $\varphi$  представляет собой один лист римановой поверхности.

Для вывода пространственно двумерных нелинейных уравнений мы воспользуемся свойствами солитонных уравнений. Солитонные уравнения имеют билинейную форму, которая позволяет построить их N-солитонные решения, используя метод Хироты.

Рассмотрим комплексную пространственно двумерную билинейную форму Н1:

$$(D_x D_t + D_x^2 D_y^2)(\varphi \cdot \varphi) = 0, \quad (1)$$

где  $\varphi \neq 0$ ,  $\varphi = \varphi(x, y, t)$  – достаточно гладкая комплекснозначная функция,

$$D_x D_t (\varphi \cdot \varphi) = 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t), \quad (2)$$

$$D_x^2 D_y^2 (\varphi \cdot \varphi) = 2(\varphi_{xxyy} \varphi - 2\varphi_{xxy} \varphi_y + \varphi_{xx} \varphi_{yy} - 2\varphi_{xyy} \varphi_x + 2\varphi_{xy}^2). \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в уравнение (1), умножим обе части полученного равенства на  $\varphi^{-2}$ , получим

$$2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2} + 2(\varphi_{xxyy} \varphi - 2\varphi_{xxy} \varphi_y + \varphi_{xx} \varphi_{yy} - 2\varphi_{xyy} \varphi_x + 2\varphi_{xy}^2) \varphi^{-2} = 0,$$

или

$$\begin{aligned} & 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2} + 2(\varphi_{xxyy} \varphi - 2\varphi_{xxy} \varphi_y + \varphi_{xx} \varphi_{yy} - 2\varphi_{xyy} \varphi_x - 2\varphi_{xy}^2) \varphi^{-2} + \\ & + 2\varphi^{-3} (2\varphi_{xx} \varphi_y^2 + 8\varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} + 2\varphi_x^2 \varphi_{yy}) - 12\varphi_x^2 \varphi_y^2 \varphi^{-4} + 8(\varphi_{xy}^2 \varphi^{-2} - 2\varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} \varphi^{-3} + \varphi_x^2 \varphi_y^2 \varphi^{-4}) + \\ & + 4(\varphi_{xx} \varphi_{yy} \varphi^{-2} + \varphi_x^2 \varphi_y^2 \varphi^{-4} - \varphi_{xx} \varphi_y^2 \varphi^{-3} - \varphi_x^2 \varphi_{yy} \varphi^{-3}) = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, имеем

$$2\partial_x \partial_t (\ln \varphi) + 2\partial_x^2 \partial_y^2 (\ln \varphi) + 8(\partial_x \partial_y (\ln \varphi))^2 + 4\partial_x^2 (\ln \varphi) \partial_y^2 (\ln \varphi) = 0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} & 2\partial_x \partial_t (\ln \varphi) = 2(\varphi_{xt} \varphi - \varphi_x \varphi_t) \varphi^{-2}, \\ & 2\partial_x^2 \partial_y^2 (\ln \varphi) = 2(\varphi_{xxyy} \varphi - 2\varphi_{xxy} \varphi_y + \varphi_{xx} \varphi_{yy} - 2\varphi_{xyy} \varphi_x - 2\varphi_{xy}^2) \varphi^{-2} + \\ & + 2\varphi^{-3} (2\varphi_{xx} \varphi_y^2 + 8\varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} + 2\varphi_x^2 \varphi_{yy}) - 12\varphi_x^2 \varphi_y^2 \varphi^{-4}, \\ & 8(\partial_x \partial_y (\ln \varphi))^2 = 8(\varphi_{xy}^2 \varphi^{-2} - 2\varphi_x \varphi_y \varphi_{xy} \varphi^{-3} + \varphi_x^2 \varphi_y^2 \varphi^{-4}), \\ & 4\partial_x^2 (\ln \varphi) \partial_y^2 (\ln \varphi) = 4(\varphi_{xx} \varphi_{yy} \varphi^{-2} + \varphi_x^2 \varphi_y^2 \varphi^{-4} - \varphi_{xx} \varphi_y^2 \varphi^{-3} - \varphi_x^2 \varphi_{yy} \varphi^{-3}). \end{aligned}$$

Продифференцируем обе части равенства (4)  $k-1$  по переменной  $x$  и  $l$  раз по переменной  $y$ . После некоторых преобразований получим

$$\begin{aligned} & \partial_t [2\partial_x^k \partial_y^l (\ln \varphi)] + \partial_x \partial_y^2 [2\partial_x^k \partial_y^l (\ln \varphi)] + \\ & + \partial_x^k \partial_y^l [8\partial_x^{-1} (\partial_x \partial_y (\ln \varphi))^2] + \partial_x^k \partial_y^l [4\partial_x^{-1} (\partial_x^2 (\ln \varphi) \partial_y^2 (\ln \varphi))] = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Введем обозначение

$$\psi = 2\partial_x^k \partial_y^l (\ln \varphi),$$

где  $k+l=2$ ,  $k, l = \overline{0, 2}$ ,  $\psi = \psi(x, y, t)$  – достаточно гладкая комплекснозначная функция. Тогда уравнение (5) примет вид

$$\partial_t \psi + \partial_x \partial_y^2 \psi + \partial_x^k \partial_y^l \Phi = 0, \quad (6)$$

где

$$\Phi_x = 8(\partial_x \partial_y (\ln \varphi))^2 + 4\partial_x^2 (\ln \varphi) \partial_y^2 (\ln \varphi).$$

Уравнение (6) представляет собой общий вид пространственно двумерного солитонного уравнения, порожденного билинейной формой Н1(1). Отметим, что уравнение (6) является так же комплексным пространственно двумерным обобщением классического уравнения Кортевега-де Фриза

$$u_t + u_{xxx} + 3uu_x = 0, \quad (7)$$

где  $u = u(x, t)$  – достаточно гладкая действительная функция.

В качестве примера приведем следующий результат.

**Определение.** Комплексное нелинейное интегро-дифференциальное уравнение в частных производных вида

$$\psi_t + \psi_{xyy} + 2(U^2)_x + (\psi V)_x = 0,$$

где  $V_{xx} = \psi_{yy}$ ,  $U_x = \psi_y$ ,  $\psi = \psi(x, y, t)$  – достаточно гладкая комплекснозначная функция, назовем уравнением A5.

**Теорема 1.** Пусть  $\psi = 2(\ln \varphi)_{xx}$  – частное решение уравнения A5, где  $\varphi \neq 0$ ,  $\varphi = \varphi(x, y, t)$ ,  $\psi = \psi(x, y, t)$  – достаточно гладкие комплекснозначные функции. Тогда уравнение A5 можно представить в виде формы Н1. И наоборот, форме Н1 соответствует уравнение A5.

**Доказательство. Необходимость.** Пусть  $\psi = 2(\ln \varphi)_{xx}$  – частное решение уравнения A5, где  $\varphi \neq 0$ ,  $\varphi = \varphi(x, y, t)$ ,  $\psi = \psi(x, y, t)$  – достаточно гладкие комплекснозначные функции. Подставим значение функции  $\psi$  в уравнение A5, получим

$$V = 2(\ln \varphi)_{yy} + c_4(y, t)x + c_5(y, t), \quad U = 2(\ln \varphi)_{xy} + c_6(y, t).$$

Возьмем

$$c_4(y, t) = c_5(y, t) = c_6(y, t) = 0.$$

Тогда

$$2(\ln \varphi)_{xxt} + 2(\ln \varphi)_{xxyy} + 8\left(\left((\ln \varphi)_{xy}\right)_x\right)^2 + 4\left((\ln \varphi)_{xx}(\ln \varphi)_{yy}\right)_x = 0.$$

Проинтегрируем обе части равенства по переменной  $x$  при условии  $c_7(y, t) = 0$ , получим уравнение

$$2(\ln \varphi)_{xt} + 2(\ln \varphi)_{xxyy} + 8\left((\ln \varphi)_{xy}\right)^2 + 4(\ln \varphi)_{xx}(\ln \varphi)_{yy} = 0, \quad (8)$$

где

$$2(\ln \varphi)_{xt} = 2(\varphi_{xt}\varphi - \varphi_x\varphi_t)\varphi^{-2}, \quad (9)$$

$$2(\ln \varphi)_{xxyy} = 2\left(\varphi_{xxyy}\varphi - 2\varphi_{xyy}\varphi_y + \varphi_{xx}\varphi_{yy} - 2\varphi_{xyy}\varphi_x - 2\varphi_{xy}^2\right)\varphi^{-2} + \\ + 2\varphi^{-3}\left(2\varphi_{xx}\varphi_y^2 + 8\varphi_x\varphi_y\varphi_{xy} + 2\varphi_x^2\varphi_{yy}\right) - 12\varphi_x^2\varphi_y^2\varphi^{-4}, \quad (10)$$

$$8\left((\ln \varphi)_{xy}\right)^2 = 8\left(\varphi_{xy}^2\varphi^{-2} - 2\varphi_x\varphi_y\varphi_{xy}\varphi^{-3} + \varphi_x^2\varphi_y^2\varphi^{-4}\right), \quad (11)$$

$$4(\ln \varphi)_{xx}(\ln \varphi)_{yy} = 4\left(\varphi_{xx}\varphi_{yy}\varphi^{-2} + \varphi_x^2\varphi_y^2\varphi^{-4} - \varphi_{xx}\varphi_y^2\varphi^{-3} - \varphi_x^2\varphi_{yy}\varphi^{-3}\right). \quad (12)$$

Подставим (9)-(12) в уравнение (8) и умножим обе части равенства на  $\varphi^2$ , получим равенство

$$2(\varphi_{xt}\varphi - \varphi_x\varphi_t) + 2\left(\varphi_{xxyy}\varphi - 2\varphi_{xyy}\varphi_y + \varphi_{xx}\varphi_{yy} - 2\varphi_{xyy}\varphi_x + 2\varphi_{xy}^2\right) = 0.$$

Откуда имеем

$$(D_x D_t + D_x^2 D_y^2)(\varphi \cdot \varphi) = 0,$$

где  $\varphi \neq 0$ ,  $\varphi = \varphi(x, y, t)$  – достаточно гладкая комплекснозначная функция,

$$D_x D_t (\varphi \cdot \varphi) = 2(\varphi_{xt}\varphi - \varphi_x\varphi_t),$$

$$D_x^2 D_y^2 (\varphi \cdot \varphi) = 2\left(\varphi_{xxyy}\varphi - 2\varphi_{xyy}\varphi_y + \varphi_{xx}\varphi_{yy} - 2\varphi_{xyy}\varphi_x + 2\varphi_{xy}^2\right).$$

Что и требовалось показать.

*Достаточность.* Рассмотрим комплексную пространственно двумерную билинейную форму Н1. Следуя вышеуказанному методу, выводим уравнение (8). Продифференцируем обе части равенства (8) по переменной  $y$  и введем обозначение  $\psi = 2(\ln \varphi)_{xx}$ . Тогда уравнение (8) примет вид

$$\psi_t + \psi_{xyy} + 2(U^2)_x + (\psi V)_x = 0,$$

где  $V_{xx} = \psi_{yy}$ ,  $U_x = \psi_y$ ,  $\psi = \psi(x, y, t)$  – достаточно гладкая комплекснозначная функция. Теорема 1 доказана полностью.

**Теорема 2.** Уравнение А5 является комплексным пространственно двумерным обобщением классического уравнения Кортевега-де Фриза (7).

**Доказательство.** Для доказательства теоремы 2 достаточно показать, что существует такое преобразование

$$x = a_{11}x' + a_{12}y', \quad y = a_{21}x' + a_{22}y', \quad t = t', \quad (14)$$

которое переводит уравнение А5 в уравнение (7). Действительно, найдем частные производные функций

$$\begin{aligned} \psi &= \psi(x, y, t), \quad U = U(x, y, t), \quad V = V(x, y, t), \\ W &= W(x, y, t), \quad Q = Q(x, y, t), \quad F = F(x, y, t) \end{aligned}$$

и возьмем

$$\begin{aligned} \psi &= v(x', t'), \quad U = U^*(x', t'), \quad V = V^*(x', t'), \\ W &= W^*(x', t'), \quad Q = Q^*(x', t'), \quad F = F^*(x', t') \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} v &= v(x', t'), \quad U^* = U^*(x', t'), \quad V^* = V^*(x', t'), \\ W^* &= W^*(x', t'), \quad Q^* = Q^*(x', t'), \quad F^* = F^*(x', t') \end{aligned}$$

– достаточно гладкие действительные функции, т.е.

$$v_{y'} = U_{y'}^* = V_{y'}^* = W_{y'}^* = Q_{y'}^* = F_{y'}^* = 0.$$

Тогда

$$\psi_t = v_{t'}, \quad \psi_{xyy} = \frac{a_{12}^2 a_{22}}{|A|^3} v_{x'x'x'}, \quad 2(V^2)_x = \frac{a_{12}^2}{|A|a_{22}} 4vv_{x'}, \quad (\psi W_x)_x = \frac{a_{12}^2}{|A|a_{22}} 2vv_{x'}.$$

Подставим частные производные в уравнение А5, получим

$$v_{t'} + \frac{a_{12}^2 a_{22}}{|A|^3} v_{x'x'x'} + \frac{a_{12}^2}{|A|a_{22}} 6vv_{x'} = 0. \quad (14)$$

Сопоставляя уравнение (14) с уравнением (7), приходим к выводу

$$v = u, \quad \frac{a_{12}^2 a_{22}}{|A|^3} = \frac{a_{12}^2}{|A|a_{22}} = 1.$$

Откуда имеем

$$v = u, \quad a_{12} = \frac{a_{11} a_{22}}{a_{21} - 1} = 1.$$

Следовательно, при условии

$$a_{21} + a_{11} = 1, \quad a_{22} + a_{12} = 0,$$

или

$$a_{11} - a_{21} = 1, \quad a_{22} - a_{12} = 0,$$

уравнение (14) совпадает с уравнением (7). Теорема 2 доказана.

Используя метод Хироты, находим решения билинейной формы Н1.

**Теорема 3.** Пусть  $\mu^*$  пробегает по всем наборам  $\mu_j = 0,1; j = \overline{1, N}$ ,

$$\eta_j = \alpha_j x + \beta_j y - \alpha_j \beta_j^2 t + \eta_j^{(0)}, \quad j = \overline{1, N},$$

$$e^{A_{ij}} = \frac{\alpha_i - \alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j} \cdot \frac{(\beta_i - \beta_j)(\alpha_i \beta_j + \alpha_j \beta_i) + \beta_i \beta_j (\alpha_i - \alpha_j)}{(\beta_i + \beta_j)(\alpha_i \beta_j + \alpha_j \beta_i) + \beta_i \beta_j (\alpha_i + \alpha_j)}, \quad \alpha_i \neq \alpha_j, \quad i \neq j, \quad i, j = \overline{1, N}.$$

Тогда функция

$$\varphi_N = \sum_{\mu^*=0,1} \exp \left( \sum_{i=1}^N \mu_i \eta_i + \sum_{1 \leq i < j}^N \mu_i \mu_j A_{ij} \right)$$

является решением уравнения Н1 (1).

Теорема 3 была доказана нами ранее. В силу теоремы 3 получаем 1-солитонное решение (2+1)-мерного уравнения А5:

$$\psi(x, y, t) = 2(\ln \varphi)_{xx}, \quad \varphi(x, y, t) = 1 + e^{\alpha x + \beta y - \alpha \beta^2 t + \eta_0};$$

2-солитонное решение (2+1)-мерного уравнения А5:

$$\begin{aligned} \psi(x, y, t) &= 2(\ln \varphi)_{xx}, \quad \varphi(x, y, t) = 1 + e^{\eta_1} + e^{\eta_2} + e^{\eta_1 + \eta_2 + A_{12}}, \\ \eta_j &= \alpha_j x + \beta_j y - \alpha_j \beta_j^2 t + \eta_j^{(0)}, \quad j = \overline{1, 2}, \\ e^{A_{12}} &= \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot \frac{(\beta_1 - \beta_2)(\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1) + \beta_1 \beta_2 (\alpha_1 - \alpha_2)}{(\beta_1 + \beta_2)(\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1) + \beta_1 \beta_2 (\alpha_1 + \alpha_2)}, \quad \alpha_1 \neq \alpha_2; \end{aligned}$$

и n-солитонное решение (2+1)-мерного уравнения А5:

$$\psi(x, y, t) = 2(\ln \varphi)_{xx}, \quad \varphi_N = \sum_{\mu^*=0,1} \exp \left( \sum_{i=1}^N \mu_i \eta_i + \sum_{1 \leq i < j}^N \mu_i \mu_j A_{ij} \right),$$

где  $\mu^*$  пробегает по всем наборам  $\mu_j = 0,1; j = \overline{1, N}$ ,

$$\begin{aligned} \eta_j &= \alpha_j x + \beta_j y - \alpha_j \beta_j^2 t + \eta_j^{(0)}, \quad j = \overline{1, N}, \\ e^{A_{ij}} &= \frac{\alpha_i - \alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j} \cdot \frac{(\beta_i - \beta_j)(\alpha_i \beta_j + \alpha_j \beta_i) + \beta_i \beta_j (\alpha_i - \alpha_j)}{(\beta_i + \beta_j)(\alpha_i \beta_j + \alpha_j \beta_i) + \beta_i \beta_j (\alpha_i + \alpha_j)}, \\ \alpha_i &\neq \alpha_j, \quad i \neq j, \quad i, j = \overline{1, N}. \end{aligned}$$

Таким образом, мы представили (2+1)-мерное нелинейное интегро-дифференциальное уравнение А5, которое является обобщением уравнения Кортевега-де Фриза (7). Мы показали связь уравнения А5 с (2+1)-мерной билинейной формой Н1. Используя полученные ранее результаты для билинейной формы Н1, мы нашли 1-, 2- и n-солитонные решения уравнения А5.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. – М., 1987. – 477 с.
- 2 Тахтаджан Л.А., Фаддеев Л.Д. Гамильтонов подход в теории солитонов. – М., 1986. – 527 с.
- 3 Теория солитонов. Метод обратной задачи / Под ред. С. П. Новикова. – М., 1980. – 319 с.
- 4 Кадомцев Б.Б., Петвиашвили В.И. Об устойчивости уединенных волн в среде со слабой дисперсией // ДАН СССР. – 1970. – Т. 192. – С. 753-756.
- 5 Веселов А.П., Новиков С.П. Конечнозначные двумерные потенциальные операторы Шрёдингера. Явные формулы и эволюционные уравнения // ДАН СССР. – 1984. – Т. 279. – С. 20.
- 6 Нижник Л.П. Обратные задачи рассеяния для гиперболических уравнений. – Киев, 1991. – 232 с.

*А. В. Алексеева*

(2+1)-ӨЛШЕМДІ БЕЙСЫЗЫҚТЫ ИНТЕГРАЛ-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬДЫ А5 ТЕНДЕУІ  
ЖӘНЕ ОНЫҢ СОЛИТОНДЫ ШЕШІМДЕРІ

(2+1)-өлшемді бейсызықты А5 тендеуі құрылған, оның Хирота әдісімен 1-, 2- және n-солитонды шешімі табылған.

*A. V. Alekseyeva*

(2+1)-DIMENSIONAL NONLINEAR INTEGRAL-DIFFERENTIAL EQUATION A5  
AND ITS SOLITON SOLUTIONS

The (2+1)-dimensional nonlinear equation A5 is constructed, its 1-, 2- and n-soliton solutions are obtained using of the Hirota's method.

Б. Д. ДЮЗБЕНБЕТОВ, Б. ЖАКАШБАЕВ

## ПРИНЦИП МАКСИМУМА ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ ОПЕРАТОРОВ СО СДВИГАМИ ПЕРЕМЕННЫХ В МЛАДШИХ ЧЛЕНАХ

Казахский государственный женский педагогический университет, г. Алматы

В некоторой ограниченной области  $Q \in R^n$  с кусочно-гладкой границей  $\partial Q$  рассматривается эллиптическое дифференциально-разностное уравнение

$$-\Delta u(x) + Ru(x) = 0, \quad (1)$$

где  $R : (\bar{Q} \cup \bar{Q}) \rightarrow (\bar{Q})$  разностный оператор, определенный по формуле

$$Ru(x) = b_0 u(x) + \sum_{R \in M} b_R u(x) + h$$

с вещественными коэффициентами, удовлетворяющими условию  $b_0 > \sum_{R \in M} |b_R|$ , здесь  $M$  - конечное множество  $\bar{n}$ -мерных векторов целочисленными координатами  $0 \notin M$ .

Краевые условия задаются на множестве

$$\bar{Q} = \left[ \bigcup_{R \in M} (Q + h)/Q \right] \cup \partial Q \quad (2)$$

$$u(x) = \varphi(x)$$

Функция  $\varphi(x) \in Q$  предполагается вещественнозначной.

Дается следующее определение классического решения:

Функцию  $u(x) \in C^2(Q) \cap C(\bar{Q} \cup \bar{Q})$  будем называть классическим решением (1)-(2), если  $u(x)$  удовлетворяет уравнению (1) для любого  $x \in Q$  и удовлетворяет краевому условию (2). Тогда будет справедлива следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $u(x)$  классическое решение задачи (1)-(2) и  $x_0$  – точка глобального максимума модуля, т.е.  $|u(x_0)| \geq |u(x)|$ ,  $x \in (Q \cup \bar{Q})$ , тогда  $x_0 \in \bar{Q}$ .

Здесь существенно, что краевые условия задаются не только на границе рассматриваемой области  $Q \in R^n$ , а на некотором замкнутом множестве, к этой области прилегающем. Кроме того, для рассматриваемого класса задач принцип максимума формулируется в несколько ослабленной формулировке, т.е. в смысле максимума модуля. Обоснованность введенных в формулировке теоремы ограничений иллюстрируется на контрпримерах, построенных для одномерного и двумерного случаев.

Было доказано, что даже при сколь угодно малом возмущении дифференциального оператора, тем не менее, действует принцип максимума в локальной формулировке для эллиптических дифференциальных уравнений.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Скубачевский А.Л. Неклассические краевые задачи // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2007. – Т. 26. – С. 3-132.
- 2 Шапошников С.В. О неединственности решений эллиптических уравнений для вероятностных мер // Доклады РАН. – 2008. – Т. 420, № 3. – С. 320-323.
- 3 Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980, 1993; Физмат. лит., 2002, 2008.

*Б. Д. Дүзбенбетов, Б. Жақашбаев*

АЙНЫМАЛЫ КІШІ МҮШЕЛЕРДЕГІ ЖЫЛЖЫМАЛЫ  
ЭЛЛИПСТІК ДИФФЕРЕНЦИАЛЬДЫҚ-АЙЫРЫМДЫ ОПЕРАТОРЛАР ҮШІН  
МАКСИМУМ ҰСТАНЫМЫ

Эллипстік дифференциальдық теңдеулердің шешімі бар және ол шешімнің жалғыз екендігі көрсетілген.

*B. D. Dyuzbenbetov, B. Zhakashbayev*

PRINCIPLE OF THE MAXIMUM  
FOR ELLIPTIC DIFFERENTIAL-DIFFERENCE OPERATORS  
WITH SHIFTS OF VARIABLES IN YOUNGER MEMBERS

Ellipsis differential the equation is shown the uniqueness of it.

|

Б. ЖАКАШБАЕВ, Б. Д. ДЮЗБЕНБЕТОВ

## НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Казахский государственный женский педагогический университет, г. Алматы

Рассмотрим линейное гиперболическое уравнение

$$L(u) = u_{xy} = a(x, y) \cdot u_x + b(x, y) \cdot u_y + c(x, y) \cdot u = 0 \quad (1)$$

в характеристическом треугольнике

$$D = \{x, y \in R : 0 < x < y\}, \quad a(x, y), b(x, y), c(x, y) \in C(D).$$

Если  $L^*(V) = V_{xy} - (aV)_x - (bV)_y + cV$  – дифференциальный оператор, формально сопряженный с оператором  $L(u)$ , то для любых функций  $u(x, y)$  и  $v(x, y) \in C(D)$ ,  $u_{ay}, v_{ay}, u_{yx}, v_{yx} \in C(D)$  справедливо тождество Грина в этой области [1].

$$2[vL(u) - uL^*(v)] = (vu_y - uv_y - 2cv)_x - (uv_x - vu_x - 2buv)_y.$$

Из этого тождества следует, что если  $L(u) \equiv 0$  в области  $D$ , то

$$(vu_x - uv_x + 2buv)_y = (uv_y - vu_y - 2auv)_x$$

в  $D$ . Для  $P(x, y) = vu_x - uv_y - 2buv$ ,  $Q(x, y) = uv_y - vu_y - 2auv$  в области  $D$  выполнены условия известного признака полного дифференциала в односвязной области  $D[L]$ . Поэтому выражение  $(vu_x - uv_x - 2buv)dx + (uv_y - vu_y - 2auv)dy$  является полным дифференциалом в области  $D$ , т.е. существует функция  $u^*(x, y)$  такая, что

$$du^* = (vu_x - uv_x - 2buv)dx + (uv_y - vu_y - 2auv)dy.$$

Исходя из формулы первого дифференциала функции двух переменных, последнее дифференциальное равенство можно записать в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} u_x^* = vu_x - uv_x + 2buv \\ u_y^* = vu_y - uv_y - 2auv \end{cases} \quad (2)$$

Если  $M_0(x_0, y_0)$  – некоторая фиксированная, а  $M(x, y)$  – переменная точки области  $D$ , то функция  $u^*(x, y)$  восстанавливается (с точностью до произвольного постоянного слагаемого) по своему полному дифференциалу по формуле

$$u^*(x, y) = u^*(x_0, y_0) + \int_{M_0}^M (vu_s - uv_s - 2buv)ds + (uv_t - vu_t - 2auv)dyt, \quad (3)$$

где  $s$  и  $t$  – переменные интегрирования, а криволинейный интеграл не зависит от формы дуги интегрирования  $M_0M$  [2]. Функция  $u^*(x, y)$  названа нами потенциалом сопряженной пары  $u(x, y)$  и  $v(x, y)$  [3].

$u^*(x, y)$  является решением гиперболического уравнения в области  $D$ , причем при  $a_y = b_x$  это уравнение имеет вид:

$$a_{xy}^* + \left( a - \frac{v_y}{v} \right) u_x^* + \left( a - \frac{v_y}{v} b \right) u_y^* = 0 \quad (4)$$

Выбирая частные решения  $v(x, y)$  сопряженного уравнения  $L^*(v) = 0$ , получим класс уравнений вида (4) и если  $u(x, y)$  – общее решение исходного уравнения (1), то формула (3) определяет общее решение каждого уравнения класса (4).

Такой подход позволяет находить решения начальных и краевых задач уравнений (4), зная решения соответствующих задач для уравнения (1).

Исходя из соотношений (2), можно сформулировать начальные или граничные условия для уравнений (4).

Потенциалы сопряженных пар рассматривались нами и для вырождающихся гиперболических уравнений, например, для уравнений Эйлера-Пуассона-Дарбу

$$u(x, y) + \frac{\beta}{y-x} u_x - \frac{\alpha}{y-x} u_y = 0, \quad (5)$$

коэффициенты которого сингулярны на границе  $y = x$  области  $D$ .  $\alpha, \beta$  – вещественные параметры [1]. Потенциал  $u^*(x, y)$  этого уравнения определяется системой уравнений:

$$\begin{cases} u_x^* = \frac{2\alpha}{\alpha + \beta} (y-x)^{\alpha+\beta} u_x \\ u_y^* = -\frac{2\alpha}{\alpha + \beta} (y-x)^{\alpha+\beta} u_y \end{cases}$$

или криволинейным интегралом

$$u^*(x, y) = u^*(0,0) + \int_{(0,0)}^{(x,y)} \frac{2\beta}{\alpha + \beta} (t-s)^{\alpha+\beta} \cdot u_s ds - \int_{(0,0)}^{(x,y)} \frac{2\beta}{\alpha + \beta} (t-s)^{\alpha+\beta} \cdot u_t dt \quad (6)$$

(для значений параметров  $\alpha, \beta$ , при которых интеграл сходится). Так как  $u^*(x, y)$  в области  $D$  вновь является решением уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу с параметрами  $(-\alpha)$  и  $(-\beta)$ , т.е.

$$u^*(x, y) + \frac{(-\alpha)}{y-x} u_x^* - \frac{(-\beta)}{y-x} u_y^* = 0,$$

то  $u^*(x, y)$  является продолжением решения уравнения (5) для отрицательных значений параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , а формула (6) – интегральным представлением этого продолжения.

Вопрос об исследовании потенциалов сопряженных пар для интегральных представлений решений гиперболических уравнений и продолжения решения уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу по параметрам рассмотрен в [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения математической физики. – М., 1964.
- 2 Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. – Т. 1, 2. – М.: Высшая школа, 197.
- 3 Корн Г., Корню Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1973.

*Б. Жақашбаев, Б. Д. Дүзбенбетов*

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ТЕОРИЯСЫНЫҢ КЕЙБІР МӘСЕЛЕЛЕРІ

Гиперболалық дифференциальдық тендеулердің жалғыз ғана шешімі бар екендігі дәлелденген.

*B. Zhakashbayev, B. D. Dyuzbenbetov*

SOME QUESTIONS OF THE THEORY OF THE DIFFERENTIAL EQUATIONS

Hyperbole differential the equation proved the uniqueness of the solution.

*M. A. IVANOV<sup>1</sup>, M. DINEYKHAN<sup>2</sup>, G. G. SAIDULLAEVA<sup>2</sup>, N. KHABYL<sup>2</sup>*

**ELECTROMAGNETIC DECAY OF THE TETRAQUARK STATE  $X(3872)$   
IN A RELATIVISTIC CONSTITUENT QUARK MODEL  
WITH INFRARED CONFINEMENT**

<sup>1</sup>Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics,  
Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia,  
<sup>2</sup>Al-Farabi Kazak National University, 480012 Almaty, Kazakhstan

*We further explore the consequences of treating the  $X(3872)$  meson as a tetraquark bound state by analyzing its one-photon decay  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  in the framework of our approach developed in previous papers which incorporates quark confinement in an effective way. To introduce electromagnetism we gauge a nonlocal effective Lagrangian describing the interaction of the  $X(3872)$  meson with its four constituent quarks by using the P-exponential path-independent formalism. We calculate the matrix element of the transition  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  and prove its gauge invariance. We evaluate the  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  decay width and the longitudinal transverse composition of the  $J/\psi$  in this decay. For a reasonable value of the size parameter of the  $X(3872)$  meson we and find consistency with the available experimental data.*

**1 Introduction.** This paper is a direct continuation of our previous work [1] where we have analyzed the strong decays of the charmonium-like state  $X(3872)$  in the framework of our relativistic constituent quark model which includes infrared confinement in an effective way [2]. In our approach the  $X(3872)$  meson is interpreted as a tetraquark state with the quantum numbers  $J^{PC} = 1^{++}$  as in [3]. In this paper we analyze the one-photon decay  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  in the same tetraquark picture. The electromagnetic interaction is incorporated into our relativistic nonlocal effective Lagrangian in a gauge invariant way using the P-exponential path-independent formalism. Then, we calculate the matrix element and width of the  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  decay.

We begin by collecting the experimental data relevant for our purposes. The  $X(3872)$  state discovered by the Belle Collaboration in the decay  $B^\pm \rightarrow K^\pm X(3872)$ ,  $X(3872) \rightarrow J/\psi \pi^+ \pi^-$  is now well established [4]. The  $X(3872)$  decays into  $\pi^+ \pi^- J/\psi$  and has a mass of  $m_X = 3872.0 \pm 0.6(stat) \pm 0.5(syst)$  very close to the  $M^{D^0} + M^{D^{*0}} = 3871.81 \pm 0.25$  mass threshold [5]. Its width was found to be less than 2.3 MeV at 90% confidence level. The state was confirmed in B - decay by the BARAR experiment [6] and in  $p\bar{p}$  production by the Tevatron experiments CDF [7] and DØ [8]. The Belle collaboration has reported [9] evidence for the decay modes  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  :

$$B(B \rightarrow XK)B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (1.8 \pm 0.6(stat) \pm 0.1(syst)) \times 10^{-6},$$

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} = 0.14 \pm 0.05. \quad (1)$$

These observations imply strong isospin violation because the three-pion decay proceeds via an intermediate  $\omega$  - meson with isospin 0 where as the two-pion decay proceeds via the intermediate  $\rho$  - meson with isospin 1. It is evident that the two-pion decay via the intermediate  $\rho$  - meson is very difficult to explain by using an interpretation of the  $X(3872)$  as a simple  $c\bar{c}$  charmonium state with isospin 0.

In an analysis of  $B^+ \rightarrow J/\psi\gamma K^+$  decays, the BABAR collaboration [10] found evidence for the radiative decay  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  with a statistical significance of  $3.4\sigma$ . They reported the following values for the product of  $3.4\sigma$  branching fractions

$$B(B^+ \rightarrow XK^+)B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) = (3.3 \pm 1.0(stat) \pm 0.3(syst)) \times 10^{-6}. \quad (2)$$

All available experimental data up to 2007 were analyzed in [11]. The authors found that [11]:

$$\begin{aligned} B(B^+ \rightarrow XK^+) &= 1.30_{-0.34}^{+0.20} \times 10^{-4}, \\ \frac{\Gamma(X \rightarrow \gamma + J/\psi)}{\Gamma(X \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi)} &= 0.22 \pm 0.06. \end{aligned} \quad (3)$$

The BABAR collaboration found evidence for the decays  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  and  $X \rightarrow \gamma + \psi(2S)$  in their data samp of the decays  $B \rightarrow c\bar{c}\gamma K$  decays. The measured products of branching fractions are [12]:

$$\begin{aligned} B(B^\pm \rightarrow XK^\pm)B(X \rightarrow \gamma + J/\psi) &= (2.8 \pm 0.8(stat) \pm 0.1(syst)) \times 10^{-6}, \\ B(B^\pm \rightarrow XK^\pm)B(X \rightarrow \gamma + \psi(2S)) &= (9.5 \pm 2.7(stat) \pm 0.6(syst)) \times 10^{-6}. \end{aligned} \quad (4)$$

There have been many theoretical attempts to unravel the structure of the  $X(3872)$  and its decays. Many of the theoretical predictions for the decay  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  published up to now are very model dependent. We mention some of them in turn. All possible  $1D$  and  $2P$   $c\bar{c}$  assignments for the  $X(3872)$  were considered in [13]. The authors obtained  $E1$  radiative widths for decays into charmonium  $c\bar{c}$  states as well as for some strong decays taking the experimental mass as input. The conclusion was that many of the possible  $J^{PC}$  assignments can be eliminated due to the smallness of the observed total width. The suggestion was that radiative transitions could be used to test the remaining  $J^{PC}$  assignments. Some tests of the hypothesis that the  $X(3872)$  is a weakly bound  $D^0\bar{D}^{*0}$  molecule state were suggested in [14]. It was proposed that measuring the  $3\pi J/\psi, \gamma J/\psi, \gamma\psi', \bar{K}K^*$  and  $\pi\rho$  decay modes of the  $X$  will serve as a definitive diagnostic tool to confirm or to rule out the molecule hypothesis. QCD sum rules were used in [15] to calculate the width of the radiative decay of the meson  $X(3872)$ , which was assumed to be a mixture between charmonium and exotic molecular  $[c\bar{q}][q\bar{c}]$  states with  $J^{PC} = 1^{++}$ .

**2 Theoretical framework.** The effective interaction Lagrangians describing the coupling of the charmonium-like meson such as the  $X(3872)$  to four quarks, and the coupling of the charmonium  $J/\psi$  state to its two constituent quarks are written in the form, (see Ref. [1]),

$$L_{\text{int}} = g_X X_{q\bar{q}}(x) J_{Xq}^\mu(x) + g_{J/\psi} J/\psi_\mu(x) J_{J/\psi}^\mu(x), \quad (q = u, d). \quad (5)$$

The nonlocal interpolating quark currents teak

$$\begin{aligned} J_{Xq}^\mu(x) &= \int dx_1 \dots \int dx_4 \delta\left(x - \sum_{i=1}^4 \omega_i x_i\right) \Phi_X\left(\sum_{i<j} (x_i - x_j)^2\right) \times \\ &\frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{dec} \left\{ [q_a(x_4) C \gamma^5 c_b(x_1)] [\bar{q}_d(x_3) \gamma^\mu C^5 \bar{c}_e(x_2)] + (\gamma^5 \leftrightarrow \gamma^\mu) \right\}, \\ J_{J/\psi}^\mu &= \int dy_1 \int dy_2 \delta\left(y - \frac{1}{2}(y_1 + y_2)\right) \Phi_{J/\psi}\left((y_1 - y_2)^2\right) \bar{F}_a(y_1) \gamma^\mu c_a(y_2). \end{aligned} \quad (6)$$

where  $\omega_1 = \omega_2 = m_c / 2(m_q + m_c) \equiv \omega_c / 2$ ,  $\omega_3 = \omega_4 = m_q / 2(m_q + m_c) \equiv \omega_q / 2$ . The matrix  $C = \gamma^0 \gamma^2$  is related to the charge conjugation matrix. We follow [3] and take the tetraquark state to be a linear superposition of the and  $X_d$  states according to

$$\begin{aligned} X_l &\equiv X_{low} = X_u \cos \theta + X_d \sin \theta, \\ X_h &\equiv X_{high} = -X_u \sin \theta + X_d \cos \theta, \end{aligned} \quad (7)$$

The coupling constant  $g_X$  in Eq.(5) is determined by the compositeness condition  $Z_H = 0$ . The compositeness condition requires that the renormalization constant  $Z_H = 0$  of the elementary meson  $X$  is set to zero, i.e.

$$Z_H = 1 - \Sigma'_H(m_H^2) = 0, \quad (8)$$

where  $\Sigma'_H(m_H^2)$  is the derivative of the mass operator. One has

$$\Sigma'_H(m_H^2) = g_H^2 \Pi'_H(m_H^2) = g_H^2 \left. \frac{d\Pi_H(p^2)}{dp^2} \right|_{p^2=m_H^2} \quad (9)$$

and where  $m_H$  is the meson mass. At this point we take the mesons to be spinless for the sake of simplicity. The generalization to mesons with arbitrary spin is straightforward. The gauge invariant interaction with the electromagnetic field is introduced in two stages. The free Lagrangian of quarks and hadrons is gauged in the standard manner by using minimal substitution:

$$\partial^\mu q \rightarrow (\partial^\mu - ie_q A^\mu)q, \quad \partial^\mu \bar{q} \rightarrow (\partial^\mu - ie_q A^\mu)\bar{q}, \quad (10)$$

where  $e_q$  is the quark's charge ( $e_u = \frac{2}{3}e$ ,  $e_d = -\frac{1}{3}e$ , etc.). Minimal substitution gives us the first piece of the electromagnetic interaction Lagrangian

$$L_{Int}^{em(1)} = \sum_q e_q A_\mu(x) J_q^\mu(x), \quad J_q^\mu(x) = \bar{q}(x) \gamma^\mu q(x). \quad (11)$$

The second term of the electromagnetic interaction Lagrangian  $L_{Int}^{em(2)}$  arises when one expands the gauge exponential in powers of  $A_\mu$  up to the order of perturbation theory that one is considering. Expanding the Lagrangian up to the first order in  $A^\mu$  one obtains

$$\begin{aligned} L_{Int}^{em(2)}(x) &= g_H X_{q\mu}(x) \cdot J_{X_q-em}^\mu(x) + g_{J/\psi} J/\psi_\mu(x) \cdot J_{J/\psi_q-em}^\mu(x), \quad (q = u, d). \\ J_{X_q-em}^\mu &= \int d\bar{\rho} \Phi_X(\bar{\rho}^2) J_{4q}^\mu(x_1, \dots, x_4) \{ ie_q [I_x^{x_3} - I_x^{x_4}] + ie_c [I_x^{x_2} - I_x^{x_1}] \}, \\ J_{J/\psi_q-em}^\mu &= \int d\rho \Phi_{J/\psi}(\rho^2) J_{2q}^\mu(x_1, x_2) ie_c [I_x^{x_2} - I_x^{x_1}]. \end{aligned} \quad (12)$$

For example, expanding the Lagrangian Eq. (10) up to the first order in  $A^\mu$  one obtains

$$\begin{aligned} J_{X_q-em}^\mu(x) &= \prod_{i=1}^4 \int d^4 x_i \int d^4 y J_{4q}^\mu(x_1, \dots, x_4) A_\rho(y) E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y), \\ E_X^\rho(x; x_1, \dots, x_4, y) &= \prod_{i=1}^4 \int \frac{d^4 p_i}{(2\pi)} \int \frac{d^4 r}{(2\pi)} e^{-ip_1(x-x_1)+ip_2(x-x_2)+ip_3(x-x_3)-ip_4(x-x_4)-ir(x-y)} \tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_X^\rho(p_1, \dots, p_4, r) &= \int_0^1 \sum_{j=1}^3 \left\{ e_c \left[ -\tilde{\Phi}_X(-z_{1j}) \not{y}_{1j}^\rho + \tilde{\Phi}_X(-z_{2j}) \not{y}_{2j}^\rho \right] + e_q \left[ -\tilde{\Phi}_X(-z_{4j}) \not{y}_{4j}^\rho + \tilde{\Phi}_X(-z_{3j}) \not{y}_{3j}^\rho \right] \right\} \\ J_{J/\psi-em}^\mu(y) &= \int d^4 y_1 \int d^4 y_2 \int d^4 z J_{2q}^\mu(y_1, y_2) A_\rho(z) E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z), \\ E_{J/\psi}^\rho(y; y_1, y_2, z) &= \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(y_1-y) + ip_2(y_2-y) + iq(z-y)} \tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q), \\ \tilde{E}_{J/\psi}^\rho(p_1, p_2, q) &= e_c \int_0^1 d\tau \left\{ -\tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_-) \not{y}_-^\rho - \tilde{\Phi}'_{J/\psi}(-z_+) \not{y}_+^\rho \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

For calculational convenience we will choose a simple Gaussian form for the vertex function  $\tilde{\Phi}_X(-\Omega^2)$ . The minus sign in the argument of the Gaussian function is chosen to emphasize that we are working in Minkowski space. One has

$$\tilde{\Phi}_X(-\Omega^2) = \exp(\Omega^2 / \Lambda_X^2), \quad (15)$$

where the parameter  $\Lambda_X$  characterizes the size of the  $X$ -meson. Since  $\Omega^2$  turns into  $-\Omega^2$  in Euclidean space the form (15) has the appropriate fall-off behavior in the Euclidean region. We emphasize that any choice for  $\tilde{\Phi}_X$  is appropriate as long as it falls off sufficiently fast in the ultraviolet region of Euclidean space to render the corresponding Feynman diagrams ultraviolet finite. As mentioned before we shall choose a Gaussian form for  $\tilde{\Phi}_X$  in our numerical calculation for calculational convenience. The matrix element of the decay  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  can be calculated from the Feynman diagrams shown.

$$M(X_q(p) \rightarrow J/\psi(q_1) + \gamma(q_2)) = i(2\pi)^4 \delta(p - q_1 - q_2) \varepsilon_\mu^X \varepsilon_\nu^{J/\psi} \varepsilon_\rho^\gamma T^{\mu\nu\rho}(q_1, q_2), \quad (16)$$

**3 Numerical analysis.** Using the calculated matrix elements for the decay  $X \rightarrow J/\psi + \rho(\omega)$  one can evaluate the decay widths  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$ . We employ the narrow width approximation for this purpose. The adjustable parameters of our model are the constituent quark masses  $m_q$ , the scale parameter  $\Lambda$  characterizing the infrared confinement and the size parameters  $\Lambda_X$ . They were determined by using a least square fit to a number of physical observables, see [2]. We correct an error of Ref. [1] in the normalization condition of the  $X$  meson, which led to  $a \leq 30\%$  underestimate of the strong decay widths. Both decay widths become smaller as the size parameter increases. Note that the radiative decay width for  $X_h = -X_u \sin \theta + X_d \cos \theta$  is almost an order of magnitude smaller than that for  $X_l = -X_u \cos \theta + X_d \sin \theta$ . If one takes  $\Lambda \in (3,4) \text{ GeV}$  with the central value  $\Lambda_X \in 3,5 \text{ GeV}$  then our prediction for the ratio of widths reads

$$\frac{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X_l \rightarrow J/\psi + 2\pi)} \Big|_{\text{theor}} = 0.15 \pm 0.03. \quad (17)$$

which fits very well the experimental data from the BELLE collaboration [9] written down in their Eq. 18

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow J/\psi + \gamma)}{\Gamma(X \rightarrow J/\psi + 2\pi)} = \begin{cases} 0.14 \pm 0.05 & \text{BELLE (9)} \\ 0.22 \pm 0.06 & \text{BARAR (11)} \end{cases} \quad (18)$$

REFERENCES

- 1 Dubnicka S., Dubnickova A.Z., Ivanov M.A., Körner J.G. Quark model description of the tetraquark state  $X(3872)$  in a relativistic constituent quark model with infrared confinement // Phys. Rev. – 2010. – D81, 114007.
- 2 Branz T., Faessler A., Gutsche T., Ivanov M.A., Körner J.G., Lyubovitskij V.E. // Phys. Rev. – 2010. – D 81, 034010.
- 3 Maiani L., Piccinini F., Polosa A.D., Riquer V. // Phys. Rev. – 2005. – D 71, 014028, [arXiv:hep-ph/0412098].
- 4 Choi S.K. et al. [Belle Collaboration] // Phys. Rev. Lett. – 2003. – 91, 262001.
- 5 Amsler C. et al. [Particle Data Group] // Phys. Lett. – 2008. – B 667, 1.
- 6 Aubert B. et al. [BABAR Collaboration] // Phys. Rev. Lett. – 2004. – 93, 041801.
- 7 Acosta D.E. et al. [CDF Collaboration] // Phys. Rev. Lett. – 2004. – 93, 072001.
- 8 Abazov V.M. et al. [D0 Collaboration] // Phys. Rev. Lett. – 2004. – 93, 162002.
- 9 Abe K. et al. [Belle Collaboration] // [hep-ex/0505037].
- 10 Aubert B. et al. [BABAR Collaboration] // Phys. Rev. – 2006. – D74, 071101 [hep-ex/0607050].
- 11 Klempt E., Zaitsev A. // Phys. Rept. – 2007. – 454, 1 [arXiv:0708.4016 [hep-ph]].
- 12 Aubert B. et al. [BABAR Collaboration] // Phys. Rev. Lett. 2009. 102, 132001 [arXiv:0809.0042 [hep-ex]].
- 13 Barnes T., Godfrey S. // Phys. Rev. – 2004. – D 69, 054008 [arXiv:hep-ph/0311162].
- 14 Swanson E.S. // Phys. Lett. – 2004. – B 598, 197 [arXiv:hep-ph/0406080].
- 15 Nielsen M., Zanetti C.M. // Phys. Rev. – 2010. – D82, 116002 [arXiv:1006.0467 [hep-ph]].

*М. А. Иванов, М. Динейхан, Г. Г. Сайдуллаева, Н. Хабыл*

РЕЛЯТИВИСТИК КОНСТИТУЕНТТИК  
КВАРКТИК ҮЛГІДЕ  $X(3872)$  ТӨРТКВАРКТИК КҮЙДІҢ ИНФРАҚЫЗЫЛ  
КОНФАЙНМЕНТПЕН ЭЛЕКТРОМАГНИТТИК ЫДЫРАУЫ

Біздің алдыңғы жұмыстарымыздағыдай  $X(3872)$  мезонды төрткваркті байланысқан күй ретінде зерттей отырып, біздің тәсілдің аумағында оны бірфотонды ыдырау  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  ретінде талдаймыз, ол кварктерді ұстап қалудың тиімді тәсілі. Электромагнитизмді енгізу үшін, төрткварктан тұратын мезонның әсерлесуін көрсету үшін біз локалды емес тиімді Лагранжиан функциясын өлшейміз. Біз  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  ыдырауының матрицалық элементін есептеп, калибрлік инварианттылығын дәлелдейміз.  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  ыдыраудың енін және осы ыдыраудың құрамындағы  $J/\psi$  мезонды бағалаймыз.  $X(3872)$  мезонның біркелкі параметрін эксперименттегі мәндерден аламыз.

*М. А. Иванов, М. Динейхан, Г. Г. Сайдуллаева, Н. Хабыл*

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ РАСПАД ЧЕТЫРЕХКВАРКОВОГО СОСТОЯНИЯ  $X(3872)$   
В РЕЛЯТИВИСТКОЙ КОНСТИТУЕНТНОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ  
С ИНФРАКРАСНЫМ КОНФАЙНМЕНТОМ

Мы изучаем, рассматривая последствия  $X(3872)$  мезона, как четырехкварковое связанное состояние, анализируя его как однофотонный распад  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  в рамках нашего подхода, разработанного в предыдущих работах, который включает удержание кварков в эффективном способом. Чтобы ввести электромагнетизм, мы измеряем нелокальную эффективную функцию Лагранжиана, описывающую взаимодействие мезона с его четырьмя составляющими кварками. Мы вычисляем матричный элемент  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  перехода и доказываем его калибровочный инвариантность. Мы оцениваем ширину  $X \rightarrow \gamma + J/\psi$  распада и продольный поперечный состав  $J/\psi$  в этом распаде. Для разумного значения размерного параметра мезона  $X(3872)$  мы и берем данные, имеющиеся с эксперимента.

O.Yu. PRIKHODKO, A. P. RYAGUZOV, S. YA. MAKSIMOVA, N. Zh. ALMASOV

## ELECTRONIC PROPERTIES OF ARSENIC CONTAINING ChVS AMORPHOUS FILMS WITH MODIFIED STRUCTURE

Department of Physics, Al-Farabi Kazak National University, Almaty

*The atomic and local structure, as well as the electronic properties of  $As_2Se_3$ ,  $As_2S_3$  and  $As_{40}Se_{30}S_{30}$  amorphous films, prepared by the methods of thermal vacuum evaporation and RF sputtering have been studied. It was established that the films fabricated by different methods have differences in structure and electronic parameters. The essential differences in photoconductivity and transport phenomena are observed, too. Thereby the results show the structure modification of arsenic containing ChVS amorphous films electronic properties.*

**Key words:** arsenic containing ChVS, thermal evaporation, ion plasma sputtering, structure, electronic properties.

**1. Introduction.** It is well known that electron energy spectrum and electronic properties of chalcogenide vitreous semiconductors (ChVS) are determined by their local atomic structure and intrinsic structure defects [1-4]. Consequently, one can obtain ChVS films with different electronic properties by changing these structure parameters (structure modification). One of the ways to solve this problem is the fabrication of the films using various technological conditions.

In this work the results of comparative complex investigation of structure, electrical, optical, photoelectrical and transport properties as well as photostructural changes in  $As_2Se_3$ ,  $As_2S_3$  and  $As_{40}Se_{30}S_{30}$  amorphous films, prepared by the methods of thermal vacuum evaporation (TE films) and RF sputtering (RF films) are described.

**2. Experimental.** Fabrication of ChVS films by evaporation was carried out in a vacuum of  $10^{-5}$  Torr on substrates kept at a room temperature. For films fabricated by sputtering of a bulk ChVS target of the initial composition, the process was carried out in argon atmosphere at a frequency of 13.56 MHz. The fabrication parameters were selected so as to produce amorphous films with composition corresponding to that of the starting ChVS and having the maximum possible carrier drift mobility. The latter parameter is known to be one of the most structure-sensitive for semiconductor materials [1-4]. The thickness of the obtained films was varied from 0.07 to 12  $\mu\text{m}$ .

To stabilize the structure and properties of as prepared films, the samples were annealed at temperatures close to glass transition temperature  $T_g$  for 30 min. Energy-dispersion analyses on «Quanta 200i» scanning electron microscope indicated that the films composition differs from that of starting material by less than 3%. The amorphicity of the films was monitored using x-ray diffraction analysis and transmission electron microscopy.

The atomic structure of the amorphous films (short- and medium range order in the atomic arrangement) was studied by X-ray diffraction analysis ( $\lambda = 1.5418 \text{ \AA}$ ). The local structure of the films was analyzed by means of Raman spectroscopy. The Raman spectra were recorded on a Perkin-Elmer Spectrum GX Raman FTIR spectrometer using light of DPY Nd:YAG laser with a wavelength 1.064  $\mu\text{m}$ . The measurement error was  $\pm 1 \text{ cm}^{-1}$ .

The temperature dependence of the films conductivity  $\sigma$  was measured in the temperature range from 300 K to  $T_g$ . The optical gap  $E_g$  of the films was found from spectral characteristics of absorption according to Tauc relation  $(\alpha h\nu)^{1/2} \sim (h\nu - E_g)$  (where  $h\nu$  is the photon energy) [1, 3], at absorption coefficient  $\alpha$  corresponding to the fundamental absorption edge. The errors in the parameters, which are determined by scatter from sample to sample, constitute half an order of magnitude for  $\sigma$ ,  $\pm 0.02 \text{ eV}$  for activation energy conductivity  $E_{\sigma}$ , and  $\pm 0.01 \text{ eV}$  for  $E_g$ .

Charge carrier transport was studied at a room temperature using time-of-flight technique [3, 5], with carriers injected into a sample by a 10 ns pulse of strongly absorbed light ( $\lambda = 0.337 \mu\text{m}$ ). More detail description of abovementioned techniques is given in [6].

**3. Results and discussion.** The structure study shows, that the films of all researched arsenic containing ChVS obtained using different methods have the differences in atomic structure parameters. It should be noted that the difference in the short-range order structural parameters is far from being as significant as the difference in the medium range order parameter  $L$ . The latter parameter was estimated using the Scherrer formula [7] from the first sharp diffraction peak (FSDP) in the curves of x-ray diffraction. The results of calculations are presented in Table 1.

Table 1. Parameter of medium-range order in TE and RF  $As_2Se_3$ ,  $As_2S_3$  and  $As_{40}Se_{30}S_{30}$  amorphous films

Composition Films	$As_2Se_3$	$As_2S_3$	$As_{40}Se_{30}S_{30}$
	TE RF	TE RF	TE RF
$L$ (Å)	22 12	21 17	24 15

(The measurement error  $L$  was  $\pm 1$  Å).

The shorter dimension of the medium-range order region for RF films indicates that the disorder in these films takes place at the medium range order level. Besides, the photostructural changes in RF films of arsenic containing compositions are less obvious. It follows that the structure of these films is more rigid than that of TE films.

It was found that the Raman spectra of investigated arsenic containing TE films and corresponding glass ChVS have much in common. On contrary, the spectra of TE and RF films have significant differences. Fig. 1 shows, as example, the Raman spectra of TE and RF  $As_2Se_3$  amorphous films [8].

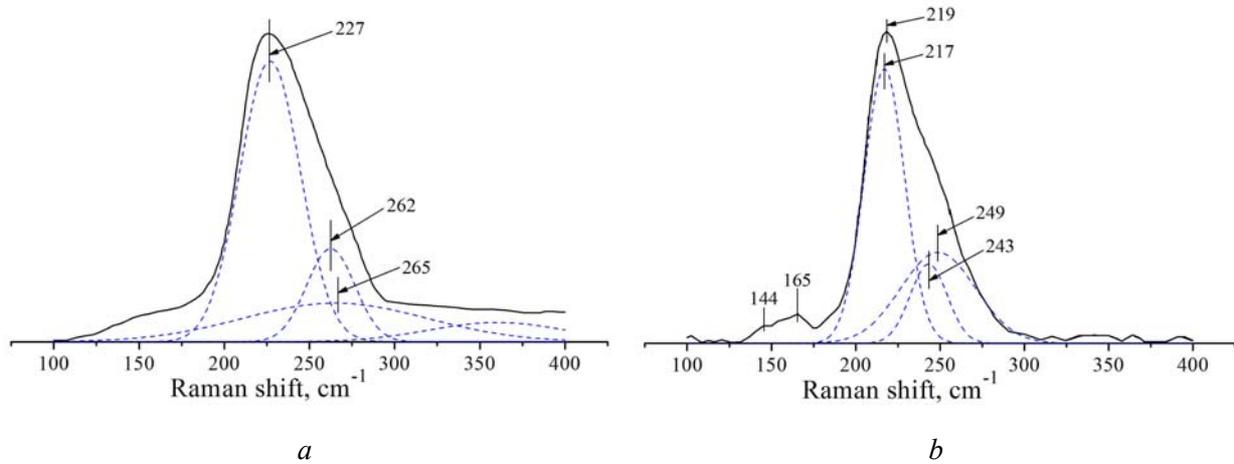


Fig. 1. Raman spectra of a- $As_2Se_3$  films: (a) TE and (b) RF films

It can be seen that the maximum of the main peak in RF films spectrum is shifted to long wavelength region of spectrum with respect to that of TE films. This suggests that the structural units characterizing the short range order in the TE and RF films are different.

The results we obtained in studying the electrical and optical properties of amorphous TE and RF arsenic containing ChVS films were used to determine the following parameters of the films: conductivity  $\sigma$  at  $T= 300$  K; activation energy of conductivity,  $E_\sigma$  and optical band gap  $E_g$  (Table 2).

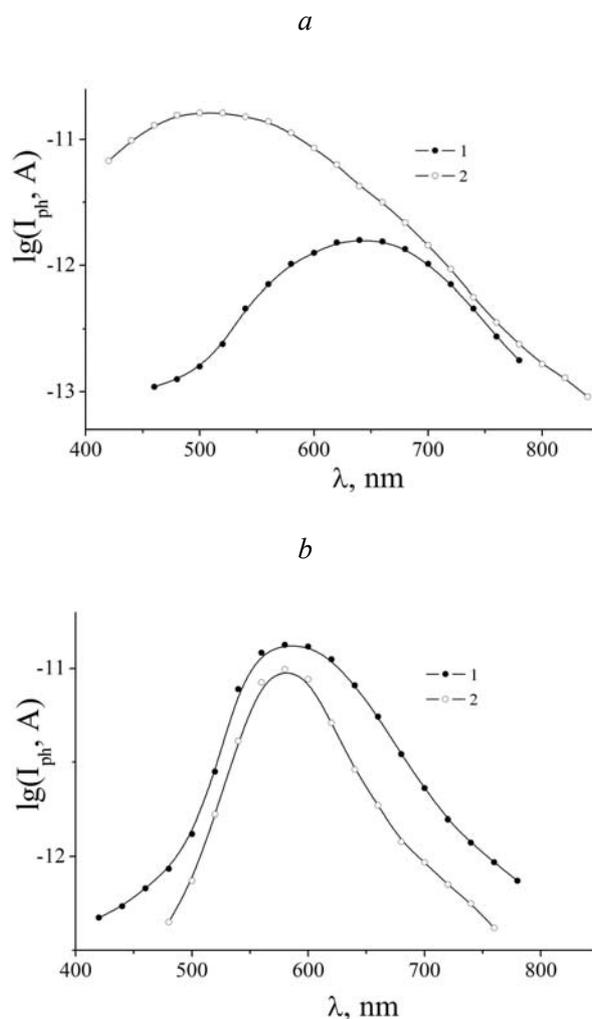
One can see from the Table that the parameters of the TE and RF films are different. The RF films are characterized by lower conductivity, higher conductivity activation energy and narrower optical band gap.

These differences between the TE and RF films parameters are explained by the greater antiparallel fluctuations of allowed energy bands edges in RF films [1].

Table 2. Electronic parameters of amorphous TE and RF arsenic containing ChVS films

Composition Films	As <sub>2</sub> Se <sub>3</sub>	As <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	As <sub>40</sub> Se <sub>30</sub> S <sub>30</sub>
	TE RF	TE RF	TE RF
$\sigma$ ( $\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ )	$9 \times 10^{-13}$ $7 \times 10^{-14}$	$2 \times 10^{-16}$ $6 \times 10^{-19}$	$1 \times 10^{-15}$ $6 \times 10^{-16}$
$E_{\sigma}$ (eV)	0.91 1.04	1.06 1.12	0.96 1.02
$E_g$ (eV)	1.78 1.76	2.38 2.28	2.08 1.89

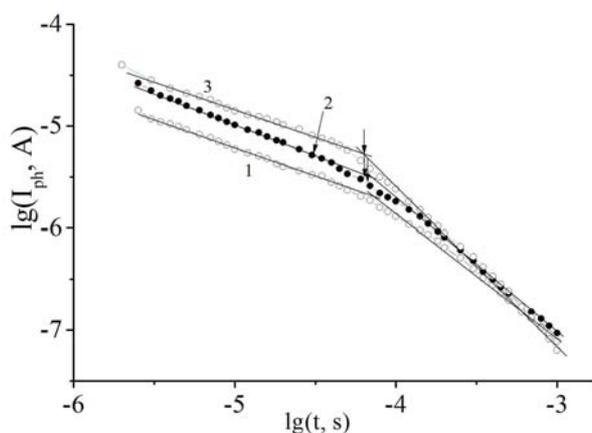
The spectral dependence of photoconductivity of the amorphous TE and RF films was measured in longitudinal regime at electric field strength ranging from  $10^2$  to  $10^5$  V/cm [9]. The “sandwich” structure samples were studied. It was found that the dependence for the TE and RF films have significant difference in short wavelength region (Fig. 2).



**Fig. 2.** Spectral dependence of photocurrent in TE (*a*) and RF (*b*) a-As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> films measured in longitudinal photoconductivity regime:  
1 – positive and 2 – negative voltage polarity on illuminated electrode

It is seen from Fig. 2, that in TE films the photorectification takes place. On the contrary, the spectral characteristics of RF films don't depend on the voltage polarity on illuminated electrode that is the evidence in favour of bipolar photoconductivity in these films.

Significant differences can be seen in the results of charge carrier drift mobility studying for TE and RF films of arsenic containing ChVS films (Fig. 3).



**Fig. 3.** Transient hole (1, 2) and electron (3) photocurrents in a-As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> TE (2) and RF (1, 3) films:  $E = 10^5$  V/cm,  $T = 300$  K

The mobile charge carrier in TE films are the holes only, but in RF films both electrons and holes are mobile [9], that is the bipolar charge carrier transport occur.

The results of our photoconductivity and charge carrier drift mobility study are indicative of considerable rearrangement in localized electron states controlling electron transport in RF films.

**4. Conclusion.** Amorphous ChVS films of As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>, As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> and As<sub>40</sub>Se<sub>30</sub>S<sub>30</sub> compositions prepared by ion plasma sputtering have metastable structure differ from that of TE films, i.e. RF films of low coordinated arsenic containing ChVS have a modified structure. It leads to important change of their electronic properties due to a difference in the spectra of localized and extended electronic states in these films, controlling the electron transport.

#### REFERENCES

- 1 Mott N.F., Davis E.A. Electron Processes in Non-Crystalline Materials. – Oxford, 1979. – P. 660.
- 2 Brodsky M.H. Amorphous Semiconductors. – Berlin, 1979. – P. 419.
- 3 Tsendin K.D. Electronic Phenomena in Chalcogenide Glassy Semiconductors. – St. Peterburg, 1996. – P. 486.
- 4 Aivazov A.A. Disordered Semiconductors. – Moscow, 1995. – P. 352.
- 5 Spear W.E. // J. Non-Cryst. Solids. – 1969. – 1 – 197.
- 6 Sarsembinov Sh.Sh., Prikhodko O.Yu., Ryaguzov A.P., Maksimova S.Ya., Ushanov V. Zh. // Semicondu. Sci. Technol. – 2004. – 19. – 787.
- 7 De Neufville J.P., Moss S.C., Ovshinsky S.R. // J. Non-Cryst. Solids. – 1973. – 13. – 191.
- 8 Sarsembinov Sh.Sh., Prikhodko O.Yu., Ryaguzov A.P., Maksimova S.Ya., Ushanov V.H. // J. Non-Cryst. Solids. – 2007. – 353. – 2057.
- 9 Sarsembinov Sh.Sh., Prikhodko O.Yu., Maltekbassov M.G., Maksimova S.Ya., Ryaguzov A.P., Deawha Soh // Proc. Int. Conf. on Advanced Sci. and Technol. (ICAST-98). – June 12-16 (Myong Ji, Korea). – 1998. – P. 133.

*О. Ю. Приходько, А. П. Рязузов, С. Я. Максимова, Н. Ж. Алмасов*

#### ҚҰРАМЫНДА МЫШЬЯК БАР ХШЖ АМОΡФТЫ ҚАБЫРШАҚТАРДЫҢ ЭЛЕКТРОНДЫҚ ҚАСИЕТТЕРІН ҚҰРЫЛЫМДЫҚ ТҮРЛЕНДІРУ

Жоғары жиілікті және термиялық буландыру әдістерімен алынған As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>, As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> және As<sub>40</sub>Se<sub>30</sub>S<sub>30</sub> аморфты қабыршақтарының электрондық қасиеттері мен атомдық және локалдық құрылымы зерттелген. Әртүрлі әдістермен алынған қабыршақтардың электрондық және құрылымдық параметрлерінің

айырмашылығы бар екендігі анықталған. Фотоөткізгіштігі және заряд тасымалдау құбылыстарында елеулі айырмашылықтары анықталған. Осылайша нәтижелер құрамында мышьяк бар ХШЖ аморфты кабыршақтардың электрондық қасиеттерін құрылымдық түрлену мүмкіндігін көрсетеді.

**Түйін сөздері:** құрамында мышьяк бар ХШЖ, термиялық буландыру, ионды плазмалық тозаңдату, құрылым, электрондық қасиеттері.

*О. Ю. Приходько, А. П. Рягузов, С. Я. Максимова, Н. Ж. Алмасов*

#### СТРУКТУРНАЯ МОДИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СВОЙСТВ В МЫШЬЯКОСОДЕРЖАЩИХ АМОРФНЫХ ПЛЕНОК ХСП

Исследованы атомная и локальная структура, а также электронные свойства аморфных пленок  $As_2Se_3$ ,  $As_2S_3$  и  $As_{40}Se_{30}S_{30}$ , полученных методами термического испарения в вакууме и ВЧ распыления. Установлено, что пленки, приготовленные разными методами, имеют различия в структурных и электронных параметрах. Существенные различия также установлены в фотопроводимости и явлениях транспорта носителей. Таким образом, результаты показывают возможность структурной модификации электронных свойств аморфных пленок мышьякосодержащих ХСП.

**Ключевые слова:** мышьякосодержащие ХСП, термическое испарение, ионное плазменное распыление, структура, электронные свойства.

Н. Н. ЖУМАБЕКОВА<sup>1</sup>, В. Н. ЖУМАБЕКОВА<sup>2</sup>, Г. К. ТУРЛЫБЕКОВА<sup>1</sup>

## ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАЗЦА ДЛЯ ФАЗОВОГО АНАЛИЗА

<sup>1</sup>Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева,

<sup>2</sup>Казахский национальный университет им. аль-Фараби

Рассматривается рентгенофазный, кристаллооптический и рентгеноспектральный микроанализ шлаков, имеющие аморфные фазы.

Как известно, рентгеноспектральный микроанализ, рентгенофазовый и кристаллооптический анализы являются часто применяемыми методами исследования фазового состава образца.

В основе рентгенографического анализа лежит явление дифракции рентгеновских лучей кристаллами. Известно, что веществу в любом агрегатном состоянии свойственна та или иная степень упорядоченности. Наибольшей упорядоченностью обладают твердые кристаллические тела: они характеризуются периодическим повторением в пространстве некоторой элементарной ячейки, узлами которой являются атомы ионов или молекул [1]. Расстояния между узлами в элементарной ячейке (межатомные расстояния) составляют несколько ангстрем, т.е. имеют тот же порядок, что и длины волн рентгеновских лучей. Благодаря этому замечательному совпадению, при взаимодействии рентгеновских лучей с твердым телом возникает интерференция, а поскольку в кристалле атомы располагаются регулярно, возникает четкая дифракционная картина. Таким образом, кристаллы могут служить дифракционной решеткой для рентгеновских лучей. По виду дифракционной картины можно дать характеристику кристаллу.

Но наши образцы не всегда являются кристаллизованными. К примеру, рассмотрим образец шлака (рис. 1).

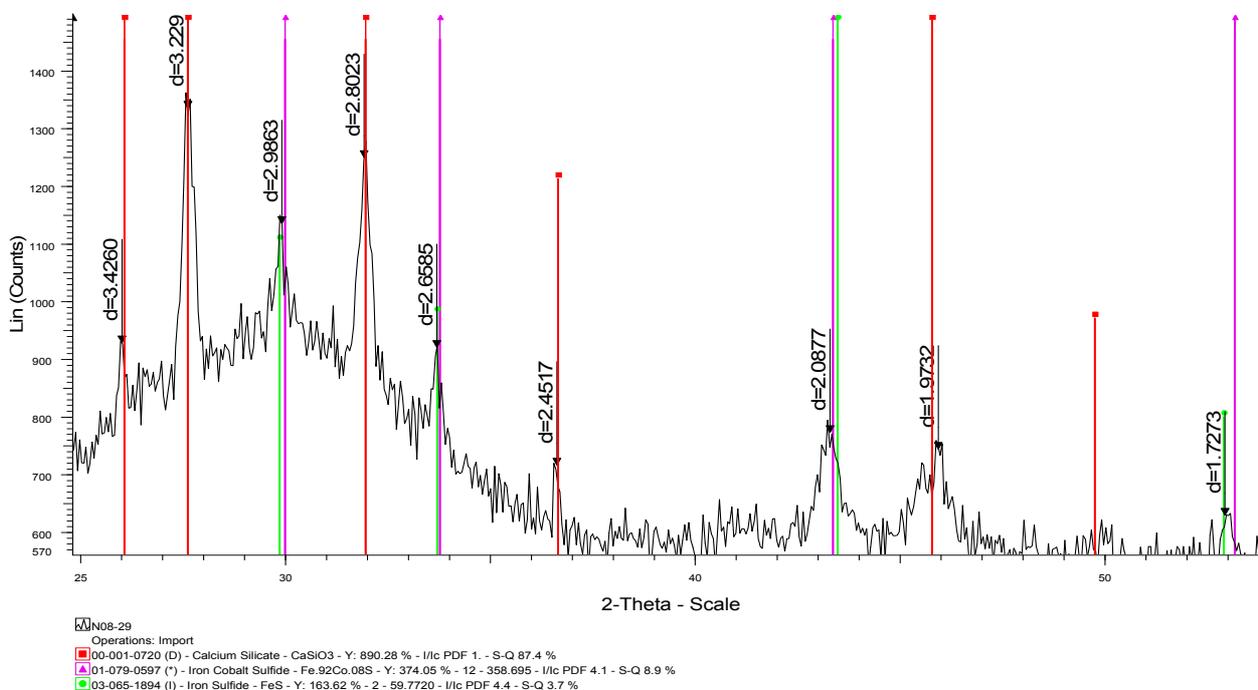


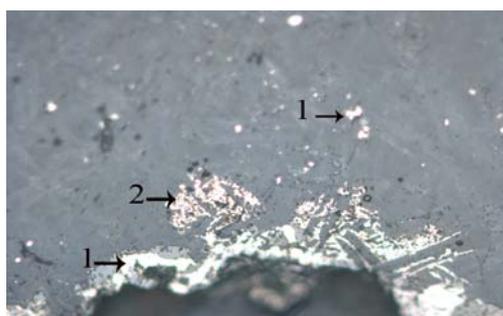
Рис. 1. Дифракционная картина образца

Дифракционная картина была получена на дифрактометре D8 Advance с использованием программного обеспечения для обработки результатов и поиска EVA evolution. Условия съемки: излучения  $\alpha$ -Cu, напряжение и ток 40кВ/40мА, щели перед трубкой и детектором 0,1. По результатам рентгенофазового анализа образец состоит из основной фазы  $\text{CaSiO}_3$  (Calcium Silicate) имеется также фазы  $\text{Fe}_{0.92}\text{Co}_{0.08}\text{S}$  (Iron Cobalt Sulfide) и  $\text{FeS}$  (Iron Sulfide), кроме того имеется некристаллизованная рентгеноаморфная фаза.

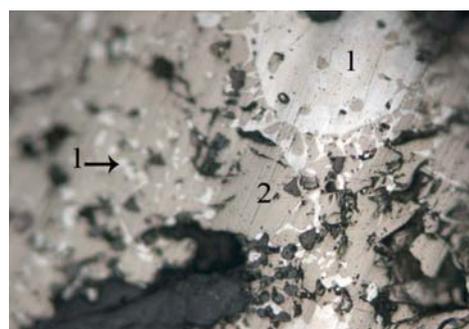
Как мы знаем, рентгеноаморфная фаза обозначает, что фаза не имеет кристаллическую структуру и что методом рентгенографического анализа невозможно определить ее состав [2]. Для того, чтобы определить состав рентгеноаморфного образца, мы провели анализ методами микроанализа и рентгеноспектрального микроанализа.

Кристаллооптика-это микроскопический метод, который, являясь ведущим методом исследования минералов и горных пород, применяется на всех стадиях геологоразведочных работ и в научных исследованиях [3].

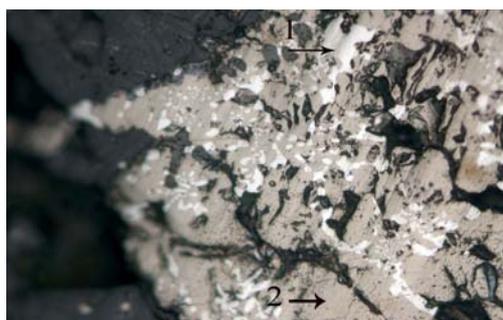
Микроскопическая диагностика основана на изучении оптических свойств минералов, проявляющихся при прохождении света через тонкие (0,03 мм) препараты – петрографические шлифы. Наибольшее значение при этом имеют свойства, связанные с явлениями преломления света в кристаллах. Для исследования оптических свойств применяется специальный петрографический микроскоп, снабженный приспособлениями для работы в проходящем поляризованном свете, а также вращающимся предметным столиком с лимбом [4]. В нашем случае были исследованы в проходящем свете под микроскопом МИН – 8 при увеличении  $320\times$  и в отраженном свете под инвертированным микроскопом фирмы Leica при увеличении  $300\times$  и  $500\times$  (рис. 2).



2а



2б



2с

1 – металлическое железо, 2 – троилит

**Рис. 2.** Микрофотографии:

а – свет отраженный, увеличение  $300\times$ ,  
б – свет отраженный, увеличение  $500\times$ ,  
в – проходящий свет, увеличение  $320\times$

Результаты микроанализов в проходящем свете показали следующие фазы:

1. Стекло бесцветное с показателем преломления  $N \sim 1,617$ .
2. Незначительное количество силиката, который кристаллизуется в выше указанном стекле. Кристаллизация очень тонкая, поэтому можно только предположить, что данный силикат является параволластонитом  $\text{CaSiO}_3$ . Определены только показатели преломления -  $N_p \sim 1,614$ ,  $N_G \sim 1,654$ .
3. Ольдгамит  $\text{CaS}$  – бесцветный, изотропный с  $N \sim 2,1$ .
4. Фаза черного цвета, не прозрачная, отнесена к органике.
5. Единичные зерна гематита  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ .

В отраженном свете в полированном шлифе определены:

6. Троилит FeS – очень крупное образование, в центральной части которого наблюдается большое количество крупных и мелких включений металлического железа.

7. Металлическое железо Fe – мелкие и крупные корольки белого цвета с высокой отражательной способностью, имеющие магнитные свойства.

Для получения полной картинки состава образца, он был исследован методом рентгено-спектрального микроанализа. Рентгеноспектральный микроанализ проводился на электронно-зондовом микроанализаторе (JXA-733 «Superprobe» фирма JEOL) с использованием энерго-дисперсионного спектрометра INCA (фирма Oxford, Instruments Англия). Определение среднего состава проб осуществлялось из трех параллельных измерений в каждой наблюдаемой фазе [5].

Из полученных результатов рентгеноспектрального микроанализа можно увидеть, что элементы в образце распределяются неравномерно. К примеру, As не был обнаружен в исследовании определенных областей (рис. 3, 4). На рисунке 5 ее количество составило 17,21%.

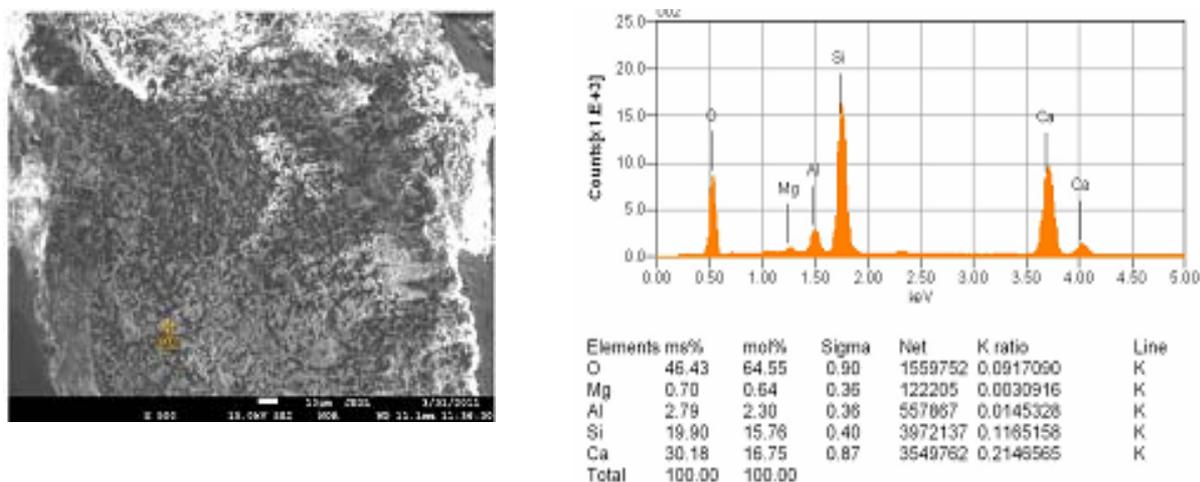


Рис. 3. Микрофотография и элементный анализ образца с увеличением 500<sup>x</sup>, область исследования 10 μm

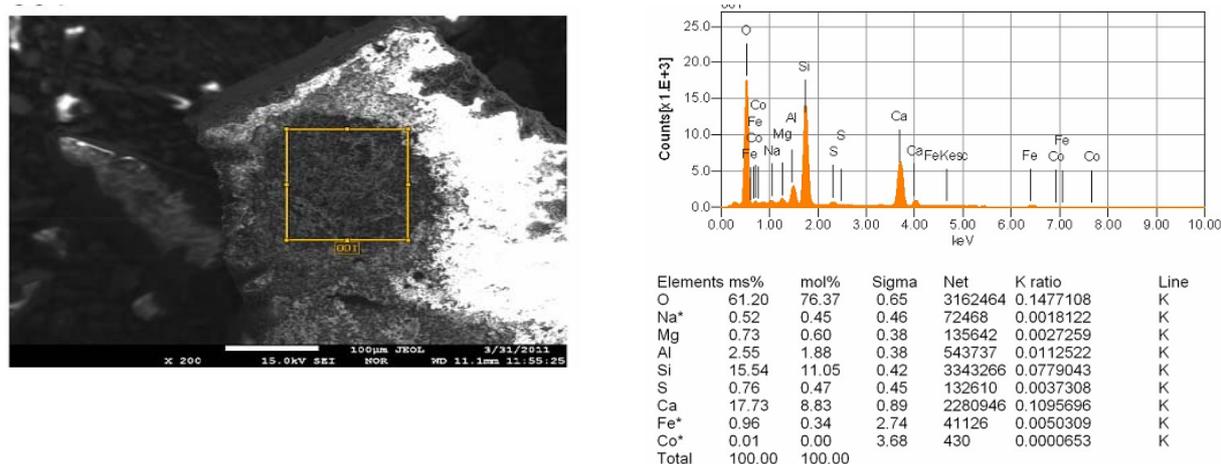


Рис. 4. Микрофотография и элементный анализ образца с увеличением 200<sup>x</sup>, область исследования 100 μm

При исследовании Co – такая же ситуация. По микроанализу (рис. 5) можно увидеть Co, но при спектральном анализе не обнаруживается.

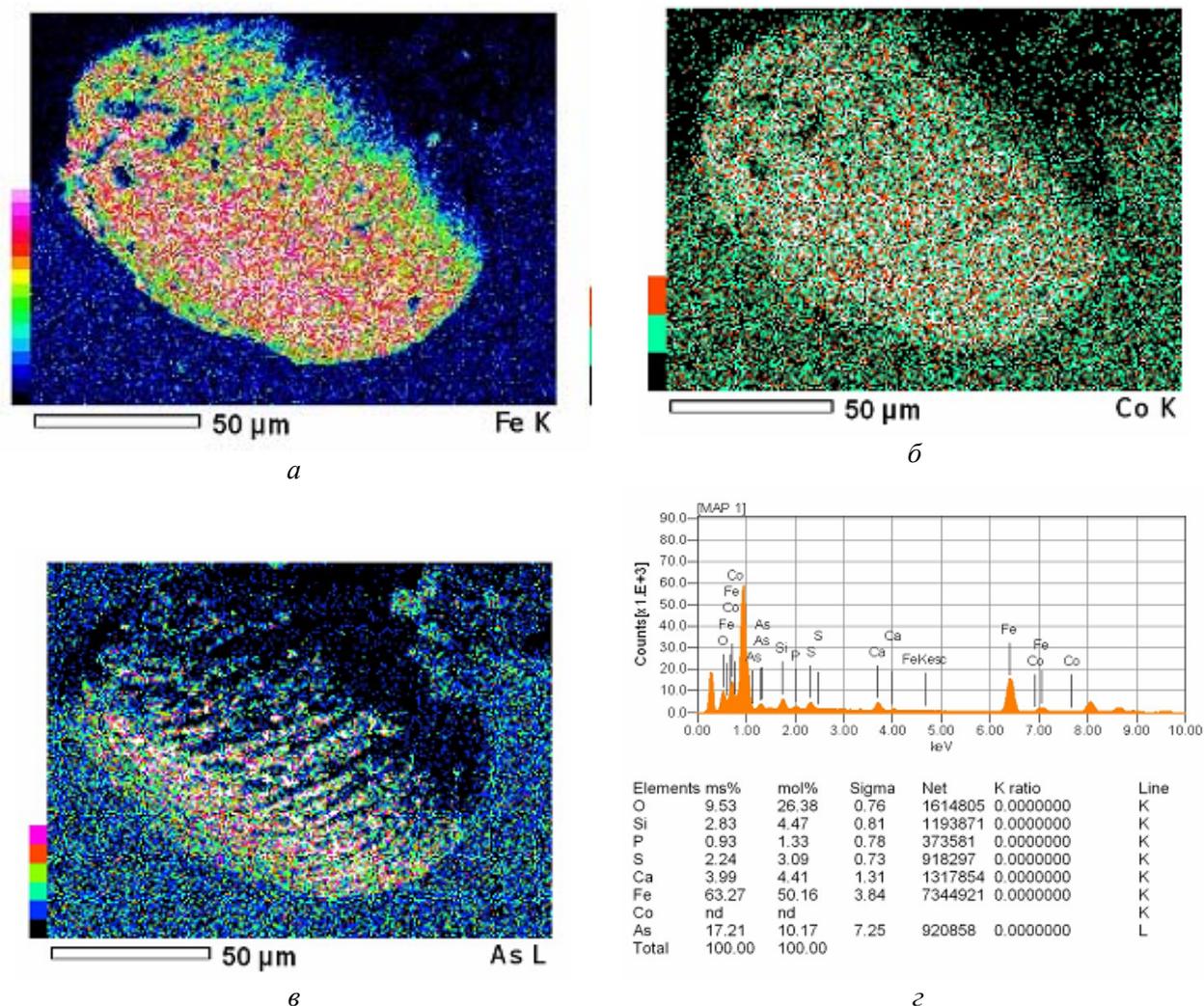


Рис. 5. Микрофотография, содержание:  
 а – Fe, б – Co и в – As и элементный анализ образца с увеличением  $750\times$ , область исследования  $50\ \mu\text{m}$

Из полученных выше результатов анализа можно увидеть, что каждый метод определяет элементы в определенных областях, и их результаты немного отличаются друг от друга. Такое расхождение считается допустимым, поскольку область и глубина взаимодействия пучка с образцом разные. Если результаты рентгеноспектрального микроанализа посчитать и перевести в фазовое количество, то мы получим довольно понятную формулу. Можно предположить, что рентгеноаморфная фаза, которую мы получили при рентгенографическом анализе, содержит Al, Si, As, O.

По результатам исследования можно сделать вывод, что для более точного анализа фазового состава образца необходимо применить не менее 3 методов анализа.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Алешина Л.А., Шиврин О.Н. Физика и применение рентгеновских лучей. Учебное пособие. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2001. – 116 с.
- 2 Ковба Л.М., Трунов В.К. Рентгенофазовый анализ. – М.: Изд-во МГУ, 1976.
- 3 Копченова Е.В. Минералогический анализ шлихов. – Госгеолиздат, 1951. – 214 с.
- 4 Вайнштейн Б.К., Фридкин В.М., Инденбом В.Л. Структура кристаллов. – Т. 2. – М.: Наука, 1979. – 360 с.
- 5 Гоулдстейн Дж., Ньюбери Д., Эчлин П., Джой Д., Фиори Ч., Лифшин Ф. Растровая электронная микроскопия и рентгеновский микроанализ / Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 303 с.

*Н. Н. Жұмабекова, В. Н. Жұмабекова, Г. К. Тұрлыбекова*

ФАЗАЛЫҚ ТАЛДАУ ҮШІН ҮЛГІНІ ФИЗИКАЛЫҚ ЗЕРТТЕУ ӘДІСТЕРІ

Аморфты фазаға ие шлактарды рентгенофазалық, кристалдық оптикалық және рентгеноспектралдық микро-талдау қарастырылады.

*N. N. Zhumabekova, V. N. Zhumabekova, G. K. Turlibekova*

PHYSICAL METHODS FOR STUDYING A MODEL FOR PHASE ANALYSIS

This article discusses methods of X-ray diffraction, optical and X-ray crystallographic microanalysis of slag with the amorphous phase.

УДК 530.145.6

Н. Ж. ТАКИБАЕВ, А. Т. САРСЕМБАЕВА

## СОЛНЕЧНЫЕ ВСПЫШКИ, ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫЕ В 2011 Г.

Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

*В работе был проведен теоретический анализ мощных солнечных вспышек, зарегистрированных в 2011 году. Солнечная вспышка – это уникальный по мощности процесс выделения энергии в атмосфере Солнца. Благодаря наблюдениям Солнца мы узнаем много подробностей и о вспышках, и о выбросах и даже понимаем основные физические принципы, благодаря которым эти явления становятся возможными.*

**Введение.** Солнце – одна из звезд, поэтому позволяет исследовать его, гораздо подробнее других звезд [1].

Солнечные вспышки – наиболее мощные, нестационарные взрывообразные проявления солнечной активности. Вспышки, так или иначе, охватывают все слои солнечной атмосферы: фотосферу, хромосферу и корону Солнца. Продолжительность импульсной фазы солнечных вспышек обычно не превышает нескольких минут, а количество энергии, высвобождаемой за это время, может достигать миллиарды мегатонн в тротиловом эквиваленте [10]. Самые сильные вспышки видны даже в белом свете. Впервые подобное явление было зарегистрировано 1 сентября 1859 г. Р. Кэррингтоном и Ходжсоном. Чаще всего вспышки наблюдаются в красной водородной линии  $H\alpha$  (см. рис. 1), а также в рентгеновском диапазоне и в виде всплесков радиоизлучения [5].

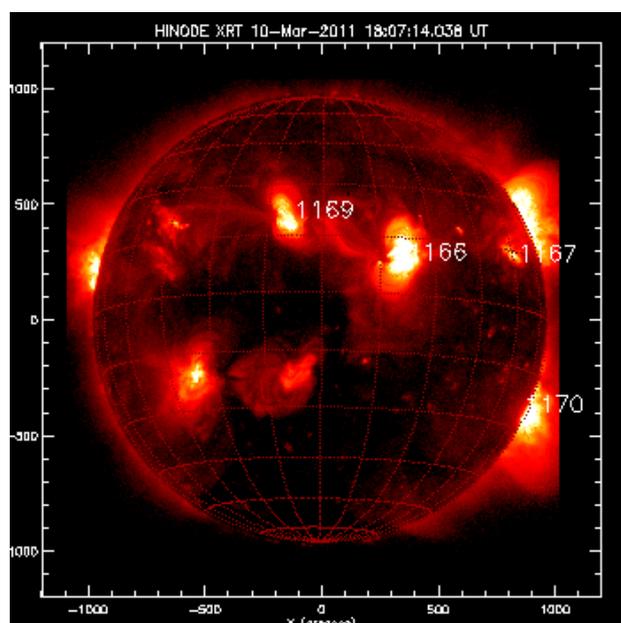


Рис. 1. Солнечные вспышки (SOHO)

Наблюдения в красной водородной линии  $H\alpha$  показывает, что в начале вспышки один из ярких узелков структуры хромосферы внезапно разгорается. Часто, менее чем за минуту, сильное излучение распространяется вдоль длинного жгута или заливает целую область, протяженностью в десятки тысяч километров [2].

Вспышки на Солнце известны уже более 100 лет. Около 60 лет природу солнечных вспышек изучали путем анализа их спектров только в видимой области спектра. С середины прошлого столетия стали возможными внеатмосферные наблюдения вспышек в широком диапазоне длин

волн, начиная от ультрафиолетового и вплоть до жесткого гамма-излучения с энергией фотонов несколько ГэВ ( $1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ}$ ).

Модели возникновения и развития солнечной вспышки, которая адекватно описывает причины ее возникновения и происходящие в ней процессы, до сих пор не существует [6].

Солнечная вспышка возникает как следствие быстрого выделения энергии в некоторой области солнечной атмосферы. В настоящее время считается, что эта энергия накапливается и хранится в форме магнитной энергии токовых систем, образующихся в солнечной атмосфере в результате конвективного переноса плазмы [8]. Первичное энерговыделение, являющееся началом вспышки, связано с разрывом токовых систем в результате токовых неустойчивостей или воздействия соседних систем, например, при вторжении нового потока вещества, несущего магнитное поле в уже развитую плазменно-магнитную конфигурацию [7]. Разрыв / взаимодействие токовых систем приводит к нагреву, движениям плазмы в магнитных структурах и возникновению сильных электрических полей. Часть магнитной энергии конвертируется в энергию ускоренных этими полями частиц – электронов, протонов и более тяжелых ядер.

**Вспышки на Солнце.** В 28 января на Солнце была зарегистрирована первая крупная вспышка 2011 года, относящаяся к рентгеновскому классу М 1.3 по принятой в физике Солнца классификации. Всего в шкале солнечных вспышек различается 5 классов: А, В, С, М и Х, каждый последующий из которых превосходит предыдущий по мощности в 10-100 раз. Событие, более точно оцениваемое как М1.3, произошло глубокой ночью по московскому времени и наблюдалось на протяжении около 20 минут с максимумом в 04:03 мск [3].

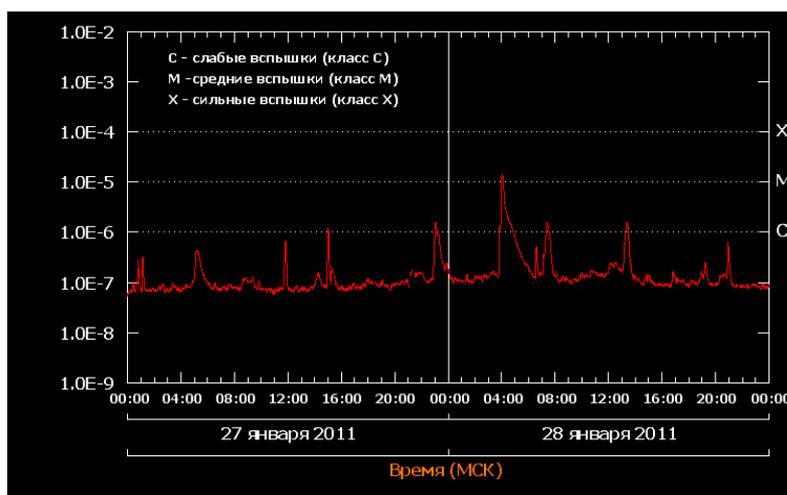
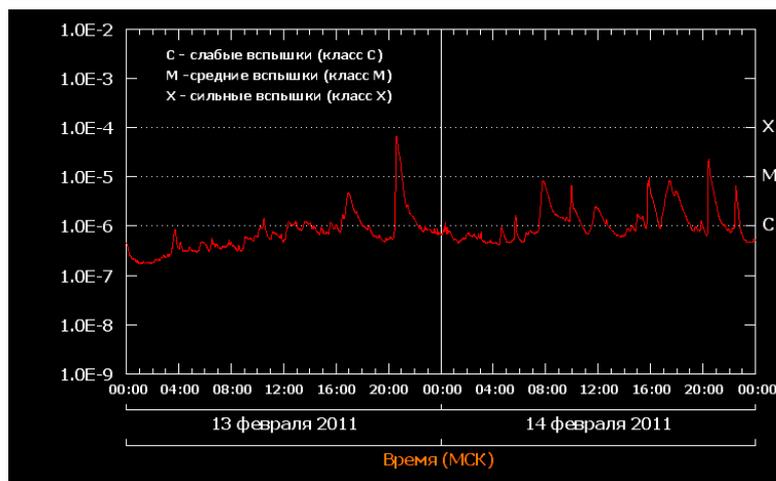


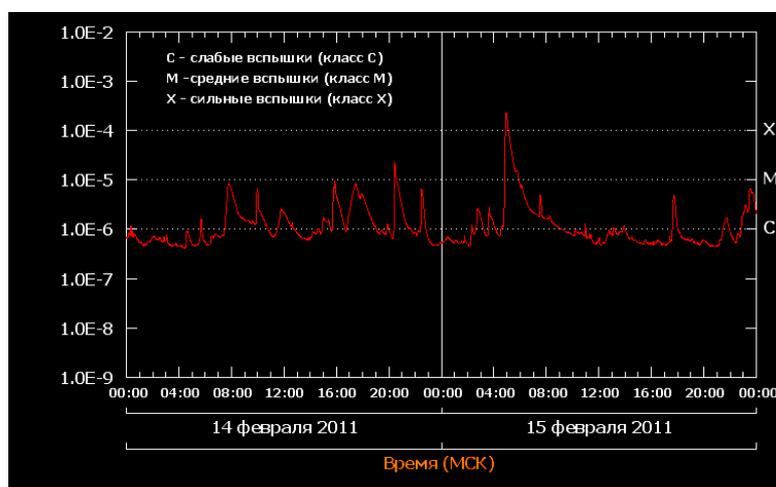
Рис. 2. Рентгеновское излучение Солнца с 27 января 2011 года по 28 января 2011 года по данным спутника GOES-15

13 февраля вечером по московскому времени на Солнце произошло крупное событие – самая большая за последние 12 месяцев солнечная вспышка уровня М6.6. Событие имело импульсный взрывной профиль с очень быстрой, десятиминутной, фазой роста – с 20:28 до 20:38 мск. По данным спутниковой системы мониторинга космической погоды GOES (США), поток рентгеновского излучения на околоземной орбите в максимуме вспышки вырос приблизительно в 200 раз, после чего держался повышенным в течение примерно 2 часов [3].



**Рис. 3.** Рентгеновское излучение Солнца с 13 февраля 2011 года по 14 февраля 2011 года по данным спутника GOES-15

15 февраля в 5 ч утра по московскому времени была зарегистрирована первая в новом цикле вспышка высшего рентгеновского класса X 2.2. Событие произошло в активной области 1158, находящейся в южном полушарии Солнца и хорошо видимой, в том числе и с Земли, по очень крупной группе пятен. Произшедшая вспышка находилась почти точно по центру солнечного диска, напротив Земли, и сопровождалась крупным выбросом плазмы, наблюдавшимся сразу несколькими космическими инструментами, так что геомагнитные последствия от вспышки почти неизбежны [3].



**Рис. 4.** Рентгеновское излучение Солнца с 14 февраля 2011 года по 15 февраля 2011 года по данным спутника GOES-15

На Солнце 10 марта, около 2 часов ночи по московскому времени, после перерыва почти в месяц произошла вторая в новом 24-м цикле солнечной активности вспышка высшего балла X. Точный балл события составил X1.5. Мощность нового события примерно на 1/3 уступает рекордной вспышке от 15 февраля 2011 года, имевшей балл X2.2. Вспышка стала результатом крупнейшего в этом цикле всплеска активности [3].

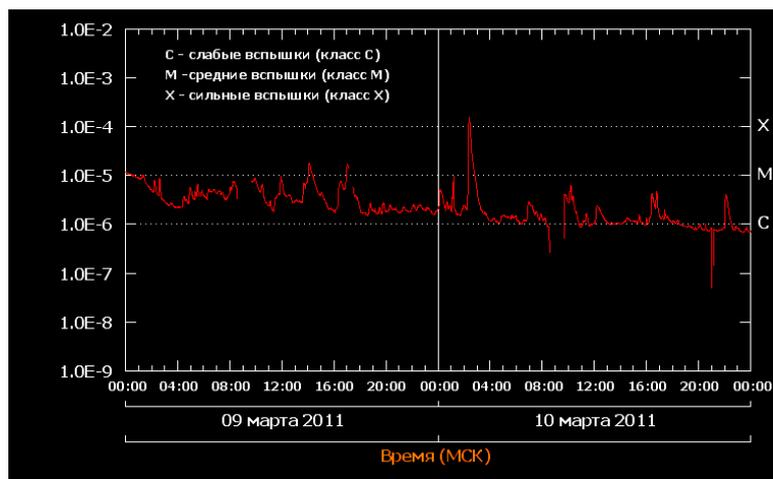


Рис. 5. Рентгеновское излучение Солнца с 9 марта 2011 года по 10 марта 2011 года по данным спутника GOES-15

7 июня утром (в районе 1-4 ч по UTC или 4-7 ч по московскому времени) произошел достаточно сильный выброс солнечного вещества в космос, усилился солнечный ветер и рентгеновское излучение Солнца. Мощный взрыв на Солнце вызвал целую лавину излучения. Солнечная вспышка оценена как M-2 (средняя) и ее максимум наблюдался в 05:41 по мировому времени [3].

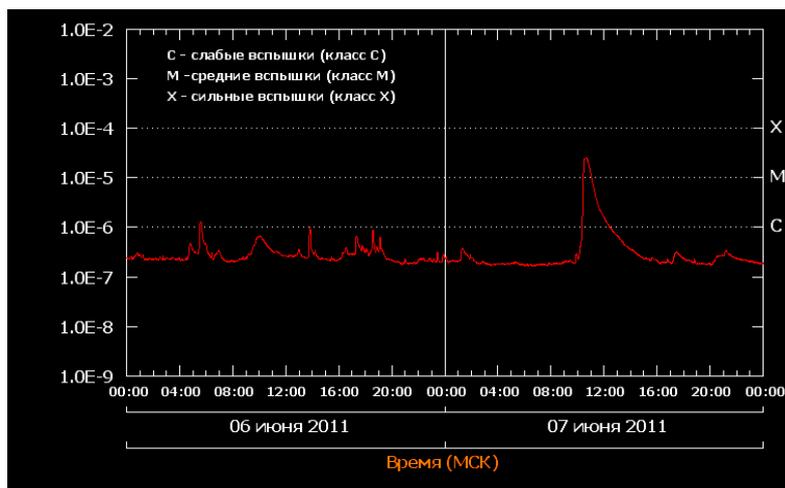


Рис. 6. Рентгеновское излучение Солнца с 6 июня 2011 года по 7 июня 2011 года по данным спутника GOES-15

В ночь с восьмого августа и до полудня 9 августа на относительно спокойном фоне в северном полушарии Солнца неожиданно произошло сразу четыре крупных взрыва. Все они были зарегистрированы в одной и той же активной области, получившей номер 1263 в каталоге американской службы NOAA. Первая из вспышек, балла M3.5 (это 4 уровень мощности по 5-балльной вспышечной шкале), произошла около 10 часов вечера по московскому времени 8 августа. Примерно через 5 часов в той же области была зарегистрирована вторая "двойная" вспышка балла C, максимумы которой пришлось на 02:09 и 03:22 по Москве. Далее после примерно такого же пятичасового перерыва здесь же было зарегистрировано третье событие: вспышка балла M2.5 с максимумом в 07:54 MCK, и наконец, почти ровно в полдень по Москве в этой же области Солнца произошел крупнейший взрыв в текущем солнечном цикле: солнечная вспышка уровня X6.9, продолжавшаяся около 20 минут с 11:48 до 12:08 по московскому времени [3].

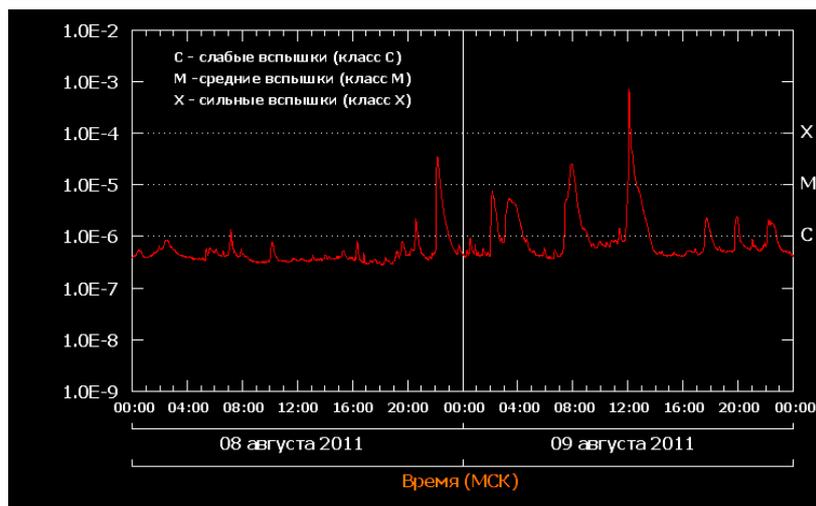


Рис. 7. Рентгеновское излучение Солнца с 8 августа 2011 года по 9 августа 2011 года по данным спутника GOES-15

В ночь с 7 на 8 сентября на Солнце произошла вспышка балла X1.8.

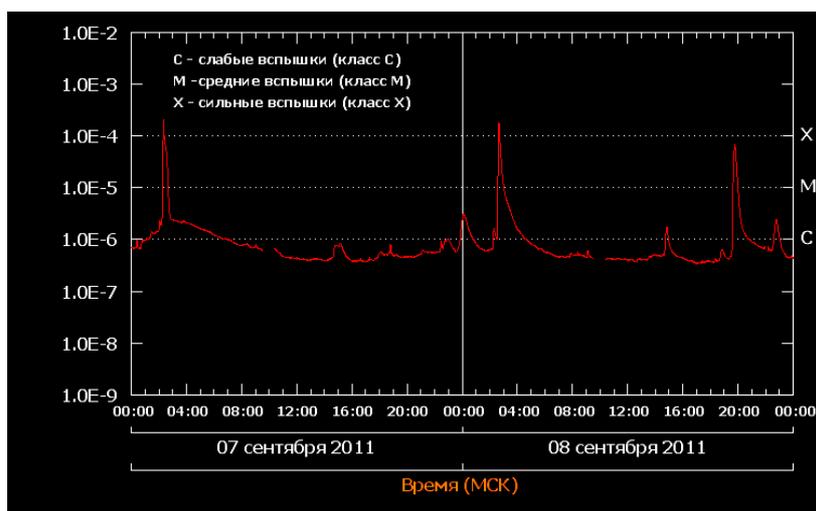


Рис. 8. Рентгеновское излучение Солнца с 7 сентября 2011 года по 8 сентября 2011 года по данным спутника GOES-15

22 сентября 2011 года около 15 часов по московскому времени на Солнце зарегистрирован один из крупнейших (а с большой вероятностью, и самый крупный) выброс плазмы за последние несколько лет. Событие было зарегистрировано целой сетью космических обсерваторий: телескопами на борту американской обсерватории SDO, зарегистрировавшими начало выброса, коронографами LASCO на борту европейской станции SOHO, а также обеими спутниками STEREO (США), находящимися сейчас на гигантском расстоянии в сотни миллионов километров от нашей планеты и, благодаря этому, наблюдающими Солнце не прямо, а сбоку под углами около 90 градусов [3].

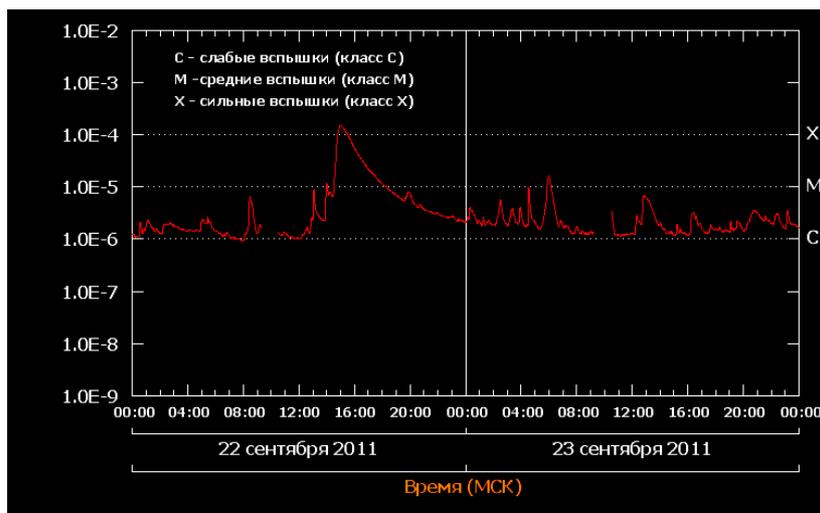


Рис. 9. Рентгеновское излучение Солнца с 22 сентября 2011 года по 23 сентября 2011 года по данным спутника GOES-15

На Солнце зарегистрирована вторая за 3 дня вспышка высшего класса X по пятибалльной вспышечной шкале. Как и первое событие от 22 сентября 2011 года, вспышка произошла в области с номером 1302 по каталогу американской службы NOAA [3].

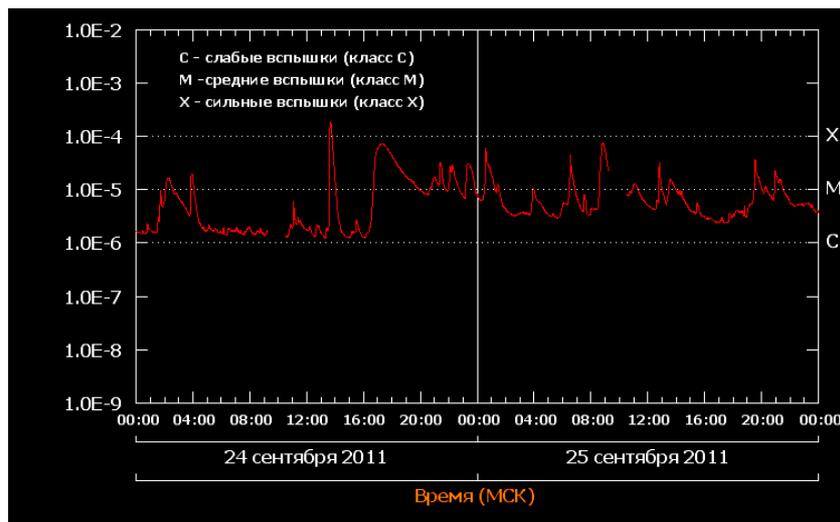


Рис. 10. Рентгеновское излучение Солнца с 24 сентября 2011 года по 25 сентября 2011 года по данным спутника GOES-15

В ночь с 3-го на 4-ое ноября (по московскому времени) зарегистрирована мощная солнечная вспышка, сопровождающаяся рентгеновским всплеском класса X 2 и инъекцией потоков энергичных протонов в межпланетное пространство. В околоземном пространстве это отозвалось поглощением радиоволн в высоких широтах и на освещенной стороне атмосферы Земли [3].

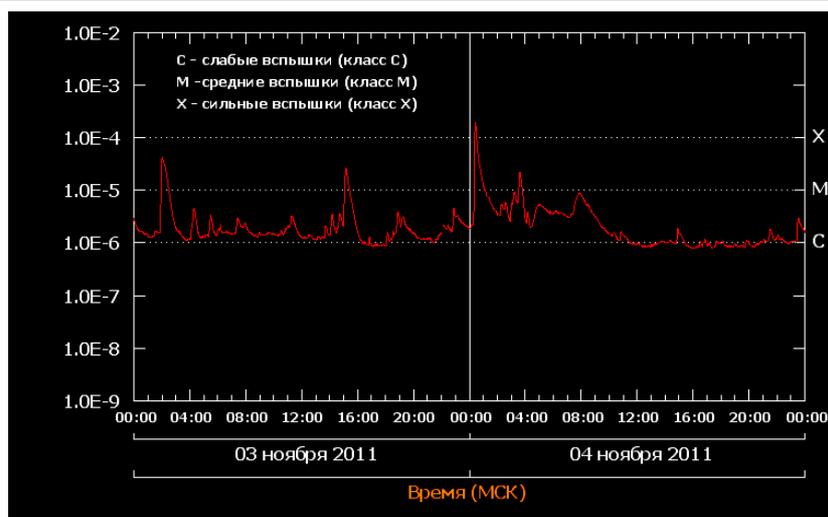


Рис. 11. Рентгеновское излучение Солнца с 3 ноября 2011 года по 4 ноября 2011 года по данным спутника GOES-15

**Заключение.** Выбросы вещества из солнечной атмосферы – одно из наиболее впечатляющих явлений, которое можно наблюдать на ближайшей к нам звезде. Если во время солнечных вспышек до Земли доходят прежде всего мощные потоки излучения, а также потоки ускоренных частиц, которые бомбардируют атмосферу Земли, ионизуя ее верхние слои и вызывая полярные сияния, то во время выбросов в космос выбрасываются целые облака раскаленной солнечной плазмы, диаметр которых достигает десятков миллионов километров, а скорость порой превышает тысячу километров в секунду [9]. Самым опасным считается класс X, особенно когда скорость движения плазмы, выброшенной из короны светила, превышает 1,6 млн км/ч, а масса достигает 10 млрд т. Удар такого облака о магнитосферу и атмосферу нашей планеты способен вывести ее из равновесия на несколько суток, в течение которых магнитное поле Земли испытывает резкие колебания, нарушается прохождение телевизионных сигналов и сигналов спутниковой навигации, возникают дополнительные токи в электросетях, способные вывести из строя целые контуры в энергетической системе Земли [4].

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Einar Tandberg-Hanssen, A. Gordon Emslie. The physics of solar flares // Cambridge University Press, 2009.
- 2 Asai A., Hiroyuki T., Kiyohara J., Takaaki Y., Satoshi M. // The Astrophysical Journal. – – 2007. – **661**. – P. 1234-1241.
- 3 [www.thesis.lebedev.ru](http://www.thesis.lebedev.ru)
- 4 <http://www.spacephys.ru>
- 5 Pekunlu R. // Tr. J. of Physics. – 23 (1999). – 415-423.
- 6 Carmichael H. The physics of solar flares. – 451-456.
- 7 Hirayama T. // Solar Physics. – **34** (1974). – 323-338.
- 8 Kopp R.A., Pneuman G.W. // Solar Physics. – **50** (1976). – 85-98.
- 9 Harik K.S., White M.L. // Solar Physics. – **23** (1972) 146-154.
- 10 Aller L.H. Astrophysics. The Atmospheres of the Sun and Stars, second edition. – Ronald Press, 1963.

*Н. Ж. Тәкібаев, А. Т. Сәрсембаева*

#### 2011 ЖЫЛЫ ТІРКЕЛГЕН КҮН ЖАРҚЫЛДАРЫ

Жұмыста 2011 жылы тіркелген қуатты күн жарқылдарына теориялық талдау жүргізілді. Күн жарқылы – Күн атмосферасында қуаты бойынша бірден бір энергия шығару үрдісі. Күн бақылауларының арқасында біз жарпқыл мен шығарындылар жайлы мәліметтерден хабардар боламыз және де осы құбылыстар мүмкін болатын негізгі физикалық қағидаттарды түсінеміз.

*N. Zh. Takibayev, A. T. Sarsembaeva*

#### SOLAR FLARES REGISTERED IN 2011

In this paper carrying out theoretical analysis of the powerful solar flares registered in 2011. A solar flare – a unique capacity to process energy release in the solar atmosphere. Through observations of the Sun, we learn many details about flares and emissions, and we can understand the basic physical principles by which these phenomena are possible.

УДК 53.06:535.215, 535.8, 621.472

В. С. АНТОЩЕНКО, Ю. В. ФРАНЦЕВ, И. Х. ЖАРЕКЕШЕВ,  
О. А. ЛАВРИЩЕВ, Е. В. АНТОЩЕНКО

## АВТОНОМНЫЕ ИСТОЧНИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И ТЕПЛОВОЙ ЭНЕГРИИ НА ОСНОВЕ ОРИГИНАЛЬНЫХ ТЕПЛО-ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

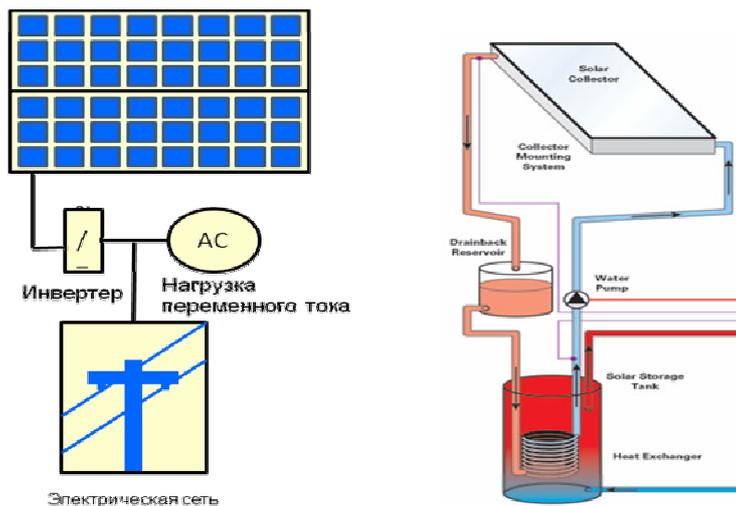
*Представлены основные этапы разработки нового типа преобразователя солнечной энергии- комбинированного монолитного тепло-фотоэлектрического модуля. Рассмотрена работа такого преобразователя в условиях концентрированного облучения. Полученные экспериментальные результаты свидетельствуют о возможности эффективного преобразования более чем десятикратных потоков солнечной радиации при использовании - в качестве базовых - промышленных солнечных элементов типоразмера 125 мм. Продемонстрирован прототип тепло-фотоэлектрической концентраторной установки с двухосевой системой слежения с пиковой мощностью 45 Вт при восьмикратной оптической концентрации.*

**1. Введение.** Гелиоэнергетика все чаще сталкивается с проблемой развития наиболее экономичных и эффективных преобразователей солнечной энергии. Одним из решений создания возобновляемых источников может являться использование гибридных систем. Фотовольтаические тепловые гибридные солнечные коллекторы, известные в литературе как системы hybrid-PV/T или PVT [1, 2], представляют собой системы, которые конвертируют солнечную радиацию в тепловую и электрическую энергию одновременно. В этих системах фотоэлектрический элемент (или модуль, состоящий из множества фотоэлектрических элементов), который преобразует электромагнитное излучение (фотоны) в электрический ток, комбинируется с обычным солнечным тепловым коллектором, размещаемым снизу и захватывающим оставшуюся энергию. В таких конструкциях фотоэлектрический и тепловой элементы пространственно разделены и используются самостоятельно.

Известно, что эффективность преобразования фотоэлектрических элементов падает с ростом температуры в основном вследствие отрицательного температурного коэффициента напряжения холостого хода. Логично, что можно создать монолитную систему с низким тепловым сопротивлением, в которой тепло забирается от фотоэлектрических элементов, например, рабочей жидкостью, предупреждая их перегрев, и, тем самым, сохраняя высокую эффективность преобразования. Кроме того, передвигаясь далее по замкнутому контуру, жидкий теплоноситель покидает фотоэлектрический элемент с более высокой температурой и передает приобретенную тепловую энергию в теплообменник для ее дальнейшего использования во втором контуре.

Охладившись в теплообменнике, теплоноситель возвращается к фотоэлектрическому элементу, имея более низкую температуру, и замыкает цикл Карно. Тем самым, источник помимо электрической энергии производит еще и тепловую энергию за счет прямого инфракрасного излучения. Несмотря на то, что КПД цикла Карно достаточно низок, тем не менее, доля выработки тепловой энергии по отношению к электрической после преобразования солнечной энергии автономным источником составляет до 80%.

**2. Гибридная концепция.** Концентраторные системы (CPVT или PV/T-концентраторы) имеют явное преимущество перед неконцентраторными системами, которое проявляется в том, что в них значительно снижается количество необходимых фотоэлектрических элементов, которых зачастую являются сравнительно более дорогостоящими, чем другие компоненты системы. Основными трудностями в разработке концентраторных источников являются обеспечение надежного охлаждения фотоэлементов [3, 4] и оснащение долговременной механической системой слежения за Солнцем, трекером [5-7].

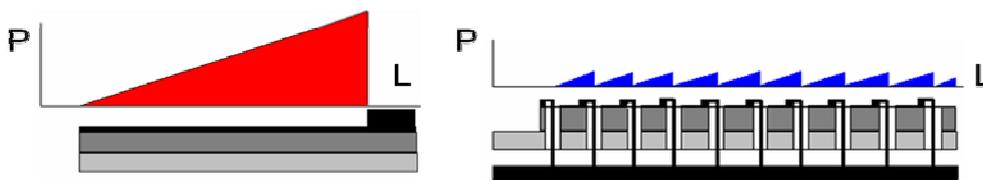


**Рис. 1.** Гибридный автономный источник на основе совмещения фотоэлектрического преобразователя (слева) и солнечного теплового коллектора (справа)

Фотовольтаический модуль (см. рис. 1 слева) и солнечный коллектор (см. рис. 1 справа), используемые обычно как самостоятельные преобразователи солнечной энергии, в нашем источнике объединены в одном устройстве, обеспечивая суммарный энергетический выход.

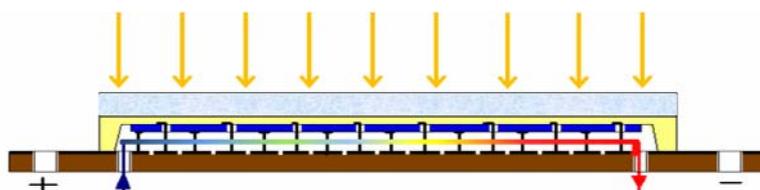
Применение концентрированного света дополнительно повышает эффективность работы совмещенной тепло-фотоэлектрической системы за счет снижения тепловых потерь от фронтальной поверхности модуля благодаря ее малым размерам. Экономический выигрыш от использования гибридных концентраторных систем состоит в том, что большая часть дорогостоящих полупроводниковых солнечных элементов замещается более дешевыми конструкционными элементами тепло-фотоэлектрической системы, такими как рама и закрепленным на ней ансамблем плоских зеркал.

**3. Исследовательская компонента.** Научно-исследовательская часть связана с разработкой новой конструкции концентраторного тепло-фотовольтаического модуля, обеспечивающей наиболее низкие потери электрической мощности на последовательном сопротивлении, эффективное охлаждение и устранение потерь отводимой тепловой энергии. На рис. 2 показано распределение электрических потерь мощности для обычной (слева) и предлагаемой нами конструкции распределенных контактов (справа). Видно, что благодаря наличию распределенного электрического контакта суммарные потери мощности, равные соответствующим площадям под треугольниками, резко снижаются.



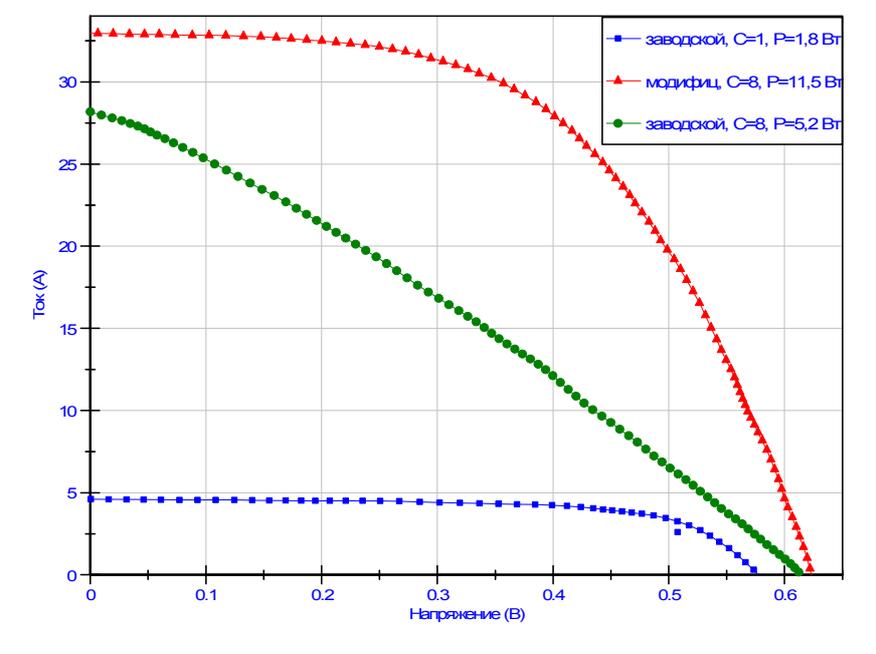
**Рис. 2.** Распределение потерь мощности  $P$  как функция расстояния до контакта вдоль поверхности солнечного элемента. Слева – без распределения контактов, справа – с распределенными контактами.

На рис. 3 схематично изображен поперечный разрез конструкции тепло-фотоэлектрического модуля с фронтальными и тыльными контактами, распределенными по всей площади солнечного элемента. Наличие в конструкции зазора между токосъемной пластиной и солнечным элементом позволяет жидкостному теплоносителю непосредственно омывать солнечный элемент и, таким образом, осуществлять эффективный теплоотвод. Эта оригинальное конструктивное решение было запатентовано в работе [8].



**Рис. 3.** Схема тепло-фотоэлектрического модуля с распределенной тыльно-контактной структурой. Жидкостный теплоноситель входит в зазор слева снизу с низкой температурой и выходит справа снизу с высокой температурой

Чтобы проверить высокую эффективность фотоэлектрического модуля нами были измерены различные рабочие режимы при температуре 25С. На рис. 4 приведены экспериментальные вольтамперные характеристики нашего тепло-фотоэлектрического устройства при разных уровнях облучения. Кривые справа показывают, что если при однократном облучении его вольтамперная характеристика совпадает с таковой для обычного элемента (нижняя кривая), то при восьмикратной концентрации он генерирует мощность на 60% больше, чем традиционный солнечный элемент. Эта разница в мощности  $\Delta P$  соответствует площади между верхней и средней кривой.



**Рис. 4.** Зависимость электрического тока от напряжения при двух кратностях солнечной интенсивности  $C=1$  и  $C=8$ . Верхняя кривая соответствует нашему концентраторному гибриду при  $C=8$

Следует отметить, что при такой высокой интенсивности обычный элемент перегревается и выходит из строя уже через несколько секунд тестирования (средняя кривая), в то время как тепло-фотоэлектрический преобразователь сохраняет свои параметры в течение всего периода испытаний (верхняя кривая).

На рис. 5 представлено семейство вольтамперных характеристик для трехэлементной концентраторной батареи при различных уровнях облучения от  $C=1$  до  $C=11$  крат. Видно, что с ростом интенсивности светового потока  $C$  наблюдается слабая нелинейность.

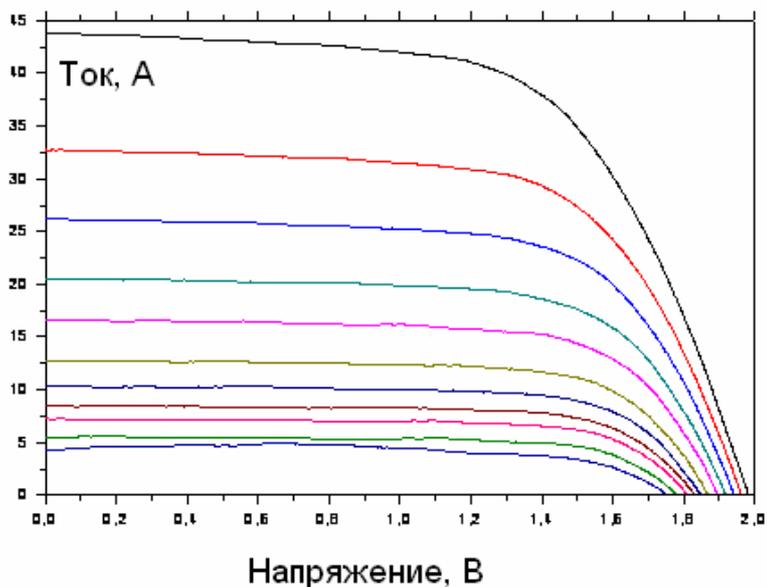


Рис. 5. Зависимость электрического тока от напряжения при различной кратности солнечной интенсивности от  $C=1$  до  $C=11$  снизу вверх

**4. Автономный тепло-фотоэлектрический преобразователь.** На основе разработанных и экспериментально проверенных усовершенствований конструкции эффективного охлаждения и отвода тепла был создан образец-прототип тепло-фотоэлектрической системы с пиковой мощностью 45 Вт с тремя солнечными модулями на основе кремния. Опытная установка автономного источника электрической и тепловой энергии на основе оригинальных тепло-фотоэлектрических солнечных модулей изображена на рис. 6. В систему входит трекерная установка слежения за солнцем, потребляемая мощность которой минимизирована за счет оптимальных решений программного управления изменения угла от времени. Электрическая мощность этой установки при стандартных условиях составляет приблизительно 45 Вт, а тепловая мощность – около 250 Вт.



Рис. 6. Опытный образец-прототип тепло-фотоэлектрической системы с пиковой мощностью 45 Вт с тремя модулями. Справа показан вид модулей с лицевой и тыльной стороны

Концентратор представляет собой аналог линзы Френеля. Каждая пара из двенадцати зеркал имеет определенный угол наклона к плоскости рамы концентратора. С его помощью солнечный свет, отражаясь от ансамбля зеркал, фокусируется на лицевой поверхности тепло-фотоэлектрической батареи в пятно прямоугольной формы размером 135x440 мм с восьмикратной

интенсивностью. Фотоэлектрическая панель с помощью двух штанг жестко закреплена к раме. Использование плоских зеркал прямоугольной формы достигается высокая однородность светового пятна на фронтальной стороне фотоэлектрического модуля.

Поминутный режим слежения за положением Солнца обеспечивает фокусировку излучения на модуле в процессе работы установки при минимальном потреблении энергии аккумулятора (менее 1% от вырабатываемой энергии). Угловое положение рамы управляется трекером, двухосевое вращение которого программируется точной ориентацией на траекторию движения Солнца в течении светового дня. По истечению светового дня трекер возвращает концентратор на стартовую угловую позицию. С началом следующего светового дня цикл вращения трекера повторяется.

**5. Технологическая аспект.** Инженерная компонента производства включает в себя отработку более чем двадцати отдельных технологических и сборочных операций при создании тепло-фотоэлектрического модуля. Основными операциями являются:

- а) изготовление токосъемной платы с контактными дорожками,
- б) фотолитография токосъемной шины,
- в) формирование набора контактных столбиков,
- г) электрохимическое осаждение контактных пятчиков на тыльную сторону солнечных батарей,
- д) монтаж солнечных батарей на токосъемную плату,
- е) ламинирование герметическим компаундом и
- ж) изготовление узла циркуляции охлаждающей жидкости.

На рис. 6 справа изображены фотографии фронтальной и тыльной поверхности фотоэлектрической батареи, состоящей из трех модулей, изготовленных в результате вышеуказанных технологических операций.

Интересно отметить также, что многие концентраторные системы, изготовленные за рубежом, основаны на параболической форме зеркального коллектора, изготовление которого предполагает достаточно трудоемкую технологию [6]. В нашем случае геометрия основной монтажной рамы коллектора и системы зеркал является плоскостной, что значительно упрощает процесс их изготовления. Немаловажным преимуществом предлагаемой планарной конструкции представляется то обстоятельство, что система легко разбираема, может складываться, не занимая больших площадей, и также без затруднений транспортироваться. Указанный аспект логистики мобильных преобразователей малой и средней мощности особенно важен с экономической точки зрения для удаленных или локально разбросанных потребителей.

Себестоимость одного ватта пиковой мощности предлагаемого в работе совмещенного преобразователя составляет 2-3 \$US, в то время как для преобразователей, изготовленных за рубежом и впоследствии реализуемых на отечественном рынке, она достигает 5-6 \$US и более. Почти двукратное снижение удельной цены выступает явным преимуществом автономных комбинированных систем и свидетельствует о конкурентоспособности предлагаемого нами преобразователя на местных рынках. В дальнейшем планируется создать и опробовать в естественных погодных условиях тепло- фотоэлектрическую систему мощностью 160 Вт и выше.

Важным фактором при производстве солнечных тепло-фотоэлектрических концентраторных батарей является оснащение и последовательность операций на производственной линии. Планируемое производство должно состоять из пяти участков: химической обработки и фотолитографии, вакуумного напыления, сборочного участка, участка тестирования и участка механической обработки. Кроме того, должно быть предусмотрено также специальное помещение, предназначенное для складирования готовой продукции.

**6. Заключение и выводы.** Концентраторные источники солнечной энергии на основе комбинирования теплых коллекторов и фотоэлектрических модулей в единую систему обладают большим потенциалом и могут занять существенную долю на рынке альтернативной энергетики [9, 10]. В Казахстане они занимают даже лидирующую позицию, так как отраслями энергетики республики не производятся конечные фотоэлектрические системы, готовые к прямому использованию. Большинство реализуемых на отечественном рынке солнечных преобразователей импортировано либо целиком, либо по компонентам.

Предлагаемый в настоящей работе источник тепла и электричества основан на оригинальной конструкции теплофотоэлектрических солнечных батарей. По сравнению с обычными стационарными плоскостными батареями, на ее производство требуется значительно меньше денежных

затрат на единицу пиковой мощности. Более того, с экологической точки зрения производство и работа автономных источников более безвредны из-за меньшего влияния на окружающую среду.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Sonneveld, P.J., Swinkels B., van Tuijl A.J., et al. Performance of a concentrated photovoltaic energy system with static linear Fresnel lenses // *Solar Energy*. – 2011. – V. 85. – P. 432-442.
- 2 Segal A, Epstein M, Yogeve A Hybrid concentrated photovoltaic and thermal power conversion at different spectral bands // *Solar Energy*. – 2004. – V. 76. – P. 591-601.
- 3 Mittelman G., Kribus A., Dayan A. Solar cooling with concentrating photovoltaic/thermal (CPVT) systems // *Energy Convers Manage.* – 2007. – V. 48. – P. 2481-2490.
- 4 Kribus A., Kaftori D., Mittelman D., Hirshfeld F., Flitsanov A., Dayan A. A miniature concentrating photovoltaic and thermal system // *Energy Convers Manage.* – 2006. – V. 47. – P. 3582-3590.
- 5 Zondag H.A., van Helden W.G.J., Elswijk M.J., Bakker M. PV-Thermal collector development – an overview of the lessons learnt / In: Hoffmann W., Bal J.L., Ossenbrink H., Palz W., Helm P. / Editors. 19th EPSEC. – Paris, 2004. – 214 p.
- 6 Zondag H.A., de Vries D.W., van Helden W.G.J., van Zolingen R.J.C., van Steenhoven A.A., The yield of different combined PV-thermal collector designs // *Solar Energy*. – 2003. – V. 74. – P. 253-269.
- 7 A. Tiwari A., Sodha M.S. Performance evaluation of solar PV/T system: an experimental validation // *Solar Energy*. – 2006. – V. 80. – P. 751-759.
- 8 Антощенко В.С., Лаврищев О.А. Способ формирования контактного рисунка // Инновационный патент РК №20593 приор.12.11.2007.
- 9 Sarhaddi F, Farahat S, Ajam H, Behzadmehr A. Energetic optimization of a solar photovoltaic thermal (PV/T) air collector // *Int. Jour. Energy Res.* – 2010. – P. 343-348.
- 10 Huang B.J., Lin T.H., Hung W.C., Sun F.S. Performance evaluation of solar photovoltaic/thermal systems // *Solar Energy*. – 2001. – V. 70. – P. 443-448.

*В. С. Антощенко, Ю. В. Францев, И. Х. Жарекешев,  
О. А. Лаврищев, Е. В. Антощенко*

#### ОҢТАЙЛЫ ЖЫЛЫЛЫҚ-ФОТОЭЛЕКТРЛІК КҮН КӨЗІ БАТАРЕЯЛАРЫНА НЕГІЗДЕЛГЕН ЭЛЕКТРЛІК ЖӘНЕ ЖЫЛЫЛЫҚ ЭНЕРГИЯСЫНЫҢ АВТОНОМДЫ КӨЗДЕРІ

Мақалада күн көзі энергиясын өзгертудің жаңа үлгісі – құрастырылған монолиттік жылылық-фото-электрлік модульді жасап шығарудың негізгі кезеңдері зерделенген. Мұндай өзгертудің шоғырланған сәулеге түсіру жағдайындағы жұмысы қарастырылған. Эксперименталды зерттеудің қорытындылары күн радиациясы тасқынын 125мм көлеміндегі базалық өнеркәсіптік күн көзі элементтерін пайдаланғанда он есе және одан да жоғары тиімділікпен өзгертуге болатынын көрсетті. Сегізеселік оптикалық шоғырландыру жағдайында екібілікті байқау жүйесі бар, қуаттылығы 45 Вт жылылық-фотоэлектрлік концентраторлық қондырғының үлгісі бейнеленген.

*V. S. Antoshenko, Yu. V. Francev, I. Kh. Zharekeshev,  
O. A. Lavrishev, E. V. Antoshenko*

#### AUTONOMOUS SOURCES OF ELECTRIC AND HEAT ENERGY ON ORIGINAL THERMAL PHOTOELECTRIC SOLAR BATTARIES

The main stages for development of a new type of solar energy converter – a combined monolith thermo-photoelectric module are presented in the paper. Working regimes of this converter under conditions of the concentrated are considered. Obtained experimental results manifest themselves a possibility of effective conversion of more than tenfold flows of solar radiation by using - as the base – industrial solar elements of linear size of 125mm. A prototype of the thermo-photoelectric concentrator set-up with the sun-tracking system of double axes rotation with 45W peak power at the eight-fold optical concentration is demonstrated.

**Key words:** solar energy conversion, photovoltaic engineering, solar elements, thermal collectors, photoelectric modules.

## СОДЕРЖАНИЕ

**Математика**

<i>Алексеева А.В.</i> (2+1)-мерное нелинейное интегро-дифференциальное уравнение А5 и его солитонные решения....	3
<i>Дюзбенбетов Б.Д., Жакашбаев Б.</i> Принцип максимума для эллиптических дифференциально-разностных операторов со сдвигами переменных в младших членах.....	9
<i>Жакашбаев Б., Дюзбенбетов Б.Д.</i> Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений.....	11

**Физика**

<i>Иванов М., Минал Д., Сайдуллаева Г., Хабыл Н.</i> Электромагнитный распад четырехкваркового состояния X(3872) в релятивистской конститuentной кварковой модели с инфракрасным конфайнментом.....	13
<i>Приходько О.Ю., Рязузов А.П., Максимова С.Я., Алмасов Н.Ж.</i> Структурная модификация электронных свойств мышьякосодержащих аморфных пленок ХСП.....	19
<i>Жумабекова Н.Н., Жумабекова В.Н., Турлыбекова Г.К.</i> Физические методы исследования образца для фазового анализа.....	24
<i>Такибаев Н.Ж., Сарсембаева А.Т.</i> Солнечные вспышки, зарегистрированные в 2011 г. ....	29
<i>Антощенко В.С., Францев Ю.В., Жаркешев И.Х., Лаврищев О.А., Антощенко Е.В.</i> Автономные источники электрической и тепловой энергии на основе оригинальных тепло-фотоэлектрических солнечных батарей.....	37

Редактор *М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина*  
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 20.12.2011.  
Формат 60x881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.  
2,75 п.л. Тираж 300. Заказ 6.