Есеп шығару үлгілері

1-мысал. $9Q$ және $-Q$ нүктелік зарядтар бір бірінен $l = 50$ см қашықтықта бекітілген. Үшінші заряд осы екі заряд арқылы өтетін түзу бойымен ғана орын ауыстыра алады. Q_1 зарядтың тепе-теңдікте бола алатын қалпын (орнын) анықтау керек. Q_1 зарядтың қандай таңбасы кезінде тепе-теңдік орнықты болады?

Шығарылуы. Q_1 заряд тепе-теңдікте болу үшін оған әсер ететін күштердің геометриялық қосындысы нөлге тең болу керек. Бұл дегеніміз зарядқа екі күш әсер етіп, олардың модулдері бір біріне тең, ал бағыттары қарама қарсы болу керек дегенді білдіреді. I, II, III учаскелердің қайсысында осы шарттың орындалатындығын қарастырайық (10-сурет). Нақтылық үшін Q_1 зарядты оң деп алайық.

I учаскеде (10,а-сурет) Q_1 зарядқа қарама қарсы бағытталған екі күш әсер етеді: $\mathbf{F}_1$ және $\mathbf{F}_2$. $9Q$ заряд тарапынан әсер ететін $\mathbf{F}_1$ күш осы учаскенің кезкелген нүктесінде $-Q$ заряд тарапынан әсер ететін $\mathbf{F}_2$ күштен үлкен болады, себебі үлкен $9Q$ заряд әрқашанда Q_1 зарядқа кіші Q_1 зарядқа қарағанда жақынырақ орналасқан. Сондықтан I учаскеде тепе теңдік мүмкін емес.

II учаскеде (10,б-сурет) және күштердің екеуі де бір бағытта, зарядқа қарай бағытталған. Демек, бұл учаскеде де тепе-теңдік мүмкін емес.

III учаскеде (10,в-сурет) $\mathbf{F}_1$ және $\mathbf{F}_2$ күштер қарама қарсы бағытталған, бірақ бұл жерде I учаскемен салыстырғанда кіші заряд үлкен зарядқа қарағанда Q_1 зарядқа жақынырақ орналасқан Бұл дегеніміз, түзудің бойында $\mathbf{F}_1$ және $\mathbf{F}_2$ күштер модулдері жағынан бірдей болатын нүктені табуға болады дегенді білдіреді, яғни

$$F_1 = F_2. \quad (1)$$

Кіші және үлкен зарядтардан Q_1 зарядқа дейінгі қашықтық x және $x + l$ болсын делік. (1) теңдікте F_1 және F_2 күштерді Кулон заңы бойынша анықтасақ, онда $9QQ_1 / (x + l)^2 = QQ_1 / x^2$ немесе $x + l = \pm 3x$ болады, осыдан

$$x_1 = +l/2, \; x_2 = -l/4.$$

x_2 түбір физикалық шартқа сәйкес келмейді, себебі бұл нүктеде $\mathbf{F}_1$ және $\mathbf{F}_2$ күштердің модулдері тең болғанымен, олар бір бағытта бағытталған.

2-мысал. Нүктелік үш $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл зарядтар тең қабырғалы үшбұрыштың төбелерінде орналасқан. Осы зарядтар жүйесі тепе-теңдікте болу үшін үшбұрыштың центріне қандай Q_4 зарядты орналастыру керек?

Шығарылуы. Үшбұрыштың төбелерінде орналасқан барлық үш зарядтар да бірдей жағдайларда. Сондықтан осы үш зарядтың біреуі, мысалға, Q_1 заряд тепе-теңдікте болу үшін үшбұрыштың центріне қандай зарядты орналастыру қажет екендігін анықтасақ жеткілікті. Q_1 заряд тепе-теңдікте болу үшін оған әсер ететін күштердің векторлық қосындысы нөлге тең болса жеткілікті (11-сурет):

$$\mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4 = \mathbf{F} + \mathbf{F}_4 = 0, \quad (1)$$

мұндағы $\mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4$ – Q_2, Q_3, Q_4 зарядтардың тарапынан сәйкес түрде Q_1 зарядқа әсер ететін күштер; $\mathbf{F}$ – $\mathbf{F}_2$ және $\mathbf{F}_3$ күштердің тең әсерлісі. $\mathbf{F}$ және $\mathbf{F}_4$ күштер қарама қарсы бағытталғандықтан, (1) векторлық теңдікті скаляр теңдікпен алмастыруға болады: $F - F_4 = 0$, осыдан $F_4 = F$. Соңғы

теңдікте F күшті F_2 және F_3 күштермен алмастырып және $F_3 = F_2$ екендігін ескерсек, онда

$$F_4 = F_2\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

Кулон заңын қолданып, әрі $Q_1 = Q_2 = Q_3$ екендігін ескеріп,

$$\frac{Q_1 Q_4}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)},$$

деп табамыз, осыдан

$$Q_4 = \frac{Q_1 r_1^2}{r^2}\sqrt{2(1+\cos\alpha)}. \quad (2)$$

Тең қабырғалы үшбұрыштағы геометриялық салулардан мыналарға келеміз:

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos(\alpha/2)} = \frac{r}{2\cos 30^0} = \frac{r}{\sqrt{3}},\ \cos\alpha = \cos 60^0 = 1/2.$$

Осыны ескерсек, (2) формуладан:

$$Q_4 = Q_1/\sqrt{3};\ Q_4 = 5{,}77\cdot 10^{-10}\ \text{Кл} = 577\ \text{пКл}.$$

Зарядтар жүйесі тепе-теңдігі орнықсыз болады.

3-мысал. Ұзындығы $l = 20$ см жіңішке шыбықта электр заряды біркелкі таралған. Шыбықтың осінің созындысында оның жуық шетінен $a = 10$ см қашықтықта $Q_1 = 40$ нКл нүктелік заряд орналасқан, ол шыбықпен $F = 6$ мкН күшпен өзара әрекеттеседі. Шыбықтағы зарядтың τ сызықтық тығыздығын анықтау керек.

Шығарылуы. Бұл жерде тікелей Кулон заңын қолдана алмаймыз, себебі шыбықтағы заряд нүктелік емес. Шыбықтың заряды $dQ = \tau\, dr$ болатын кішкене dr учаскесін бөліп аламыз (12-сурет). Міне осы зарядты нүктелік деп қарастыра аламыз. Сонда Кулон заңы бойынша

$$dF = \frac{Q_1\tau\, dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Осы өрнекті a -дан $a+l$-ға дейін интегралдап,

$$F = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1\tau}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{Q_1\tau l}{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)}$$

деп табамыз, осыдан

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l};\ \tau = 2{,}5\cdot 10^{-9}\ \text{Кл/м} = 2{,}5\ \text{нКл/м}.$$

4-мысал. $Q_1 = 1$ нКл және $Q_2 = -2$ нКл болатын екі нүктелік зарядтар бір бірінен $d = 10$ см қашықтықта ауада орналасқан. Q_1 зарядтан $r_1 = 9$ см және Q_2 зарядтан $r_2 = 7$ см қашықтықтағы A нүктеде осы зарядтардың тудыратын өрісінің E кернеулігін және φ потенциалын анықату керек.

Шығарылуы. Суперпозиция принципі бойынша қарастырылып отырған нүктедегі екі зарядтың тудыратын электр өрісінің $\mathbf{E}$ кернеуін әрбір зарядтың осы нүктеде тудыратын өрістерінің $\mathbf{E}_1$ және $\mathbf{E}_2$ кернеуліктерінің геометриялық қосындысы түрінде анықтайміз: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$. Q_1 және Q_2 зарядтардың ауада ($\varepsilon = 1$) тудыратын өрістерінің керенуліктері

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2};\ (1)$$

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}.\ (2)$$

$\mathbf{E_1}$ вектор күш сызығы бойымен Q_1 зарядтан сыртқа қарай бағытталған, себебі заряд оң, ал $\mathbf{E}_2$ вектор күш сызығы бойымен Q_2 зарядқа қарай бағытталған, себебі заряд теріс (13-сурет).

$\mathbf{E}$ векторының модулын косинустар теоремасы бойынша анықтайтмыз:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha}, \quad (3)$$

мұндағы $\mathbf{E}_1$ және $\mathbf{E}_2$ векторлардың арасындағы α бұрышының косинусын қабырғалары r_1, r_2, d болатын үшбұрыштан $\cos\alpha = \dfrac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2}$ деп табамыз: $\cos\alpha = -0{,}238$.

Табылған мәндерді орындарына қоямыз:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^2} + \frac{Q_2^2}{r_2^2} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2r_2^2}\cos\alpha}. \quad (4)$$

Суперпозиция принципі бойынша, іздеп отырған потенциал:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (5)$$

Вакуумдегі зарядтың өзінен r қашықтықта тудыратын электр өрісінің потенциалы

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \quad (6)$$

Біздің жағдайымызда (5) және (6) формулалар бойынша

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2},$$

немесе

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

есептеулер жүргізсек:

$E = 3{,}58$ кВ/м;

$\varphi = -157$ В.

5-мысал. Жұқа сақинаның бойымен $Q = 40$ нКл заряд $\tau = 50$ нКл/м сызықтық тығыздықпен біркелкі таралған. Сақинаның осінде оның центрінен жарты радиусқа тең қашықтықта орналасқан A нүктеде осы зарядтың тудыратын электр өрісінің $\mathbf{E}$ кернеулігін анықтау керек.

Шығарылуы. xOy координат жазықтығын сақинаның жазықтығымен, ал Oz осін сақинаның осімен біріктіреміз (14-сурет). Сақинадан ұзындығы dl кішкене учаскені бөліп аламыз. Осы учаскедегі $dQ = \tau\, dl$ зарядты нүктелік деп алуға болатындықтан, осы зарядтың тудыратын электр өрісінің $d\mathbf{E}$ кернеулігін

$$dE = \frac{\tau\, dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$$

түрінде жазуға болады, мұндағы $\mathbf{r}$ – dl элементтен A нүктеге қарай бағытталған радиус-вектор.

$d\mathbf{E}$ векторды екі құраушыға жіктейміз: сақинаның жазықтығына перпендикуляр (Oz осімен бағыттас) $d\mathbf{E}_1$ және сақинаның жазықтығына (xOy жазықтығына) параллель $d\mathbf{E}_2$, яғни

$$\mathbf{E} = d\mathbf{E}_1 + d\mathbf{E}_2.$$

Электр өрісінің A нүктесіндегі $\mathbf{E}$ кернеулігін интегралдау арқылы табамыз:

$$\mathbf{E} = \int_L d\mathbf{E}_1 + \int_L d\mathbf{E}_2,$$

мұнда интегралдау зарядталған сақинаның барлық элементтері бойынша жүргізіледі. Сақинаның центріне қатысты симметриялы орналасқан зарядтардың dQ және dQ' жұбы үшін ($dQ = dQ'$) $d\mathbf{E}_2$ және $d\mathbf{E}'_2$ векторлар A нүктеде модулдері бойынша бір біріне тең және бағыттары қарама қарсы: $d\mathbf{E}_2 = -\,d\mathbf{E}'_2$. Сондықтан векторлық қосынды (интеграл) $\int_L d\mathbf{E}_2 = 0$. $d\mathbf{E}_1$ құраушылары сақинаның барлық элементтері үшін Oz осімен (бірлік векторы $\mathbf{k}$ болатын) бірдей бағытталған, яғни $d\mathbf{E}_1 = \mathbf{k}dE_1$. Сонда

$$\mathbf{E} = \mathbf{k}\int_L dE_1.$$

$$dE = \frac{\tau\, dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2},\ r = \sqrt{R^2 + (R/2)^2} = \sqrt{5}R/2;$$

$$\cos\alpha = = (R/2)/r = 1/\sqrt{5}$$

екендктерін ескерсек, онда

$$dE_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\tau}{5R^2\sqrt{5}}dl = \frac{\tau\, dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Сонымен

$$\mathbf{E} = \mathbf{k}\int_0^{2\pi R}\frac{\tau\, dl}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 R^2} = \mathbf{k}\frac{2\tau}{5\sqrt{5}\,\varepsilon_0 R}.$$

$Q = 2\pi R\tau$ қатынасынан сақинаның радиусын анықтаймыз: $R = Q/(2\pi\tau)$. Сонда

$$\mathbf{E} = \mathbf{k}\frac{2\tau\, 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\,\varepsilon_0 Q} = \mathbf{k}\frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\,\varepsilon_0 Q}.$$

Кернеуліктің модулы

$$E = |\mathbf{E}| = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\,\varepsilon_0 Q};\ E = 7{,}92\ \text{кВ/м}.$$

6-мысал. Радиустары $R_1 = 6$ см және $R_2 = 10$ см болатын екі концентрлік өткізгіш сфералардың зарядтары сәйкес түрде $Q_1 = 1$ нКл және $Q_2 = -0{,}5$ нКл. Сфераның центрінен $r_1 = 5$ см, $r_2 = 9$ см, $r_3 = 15$ см қашықтықтардағы нүктелердегі өрістің E кернеулігін анықтау керек. $E(r)$ графигін тұрғызу керек.

Шығарылуы. Өрістің кернелігін анықтау керек нүктелер үш аумақта орналасқан (15-сурет): I ($r_1 < R_1$) аумақ, II ($R_1 < r_2 < R_2$) аумақ және III ($r_3 > R_2$) аумақ.

1. I аумақтағы E_1 кернеулікті анықтау үшін радиусы r_1 болатын S_1 сфералық бет жүргіземіз де, Остроградский-Гаусс теоремасын пайдаланамыз:

$$\oint_{S_1} E_n dS = 0$$

(беттің ішіндегі қосынды заряд нөлге тең). Симметриялық тұрғыдан алғанда $E_n = E_1 = \text{const}$. Демек, $E_1\oint_{S_1} dS = 0$ және E_1 (I аумақтың ішіндегі өрістің кернеулігі) $r_1 < R_1$ шартын қанағаттандыратын барлық нүктелерде нөлге тең болады.

2. II аумақта радиусы r_2 сфералық бет жүргіземіз. Бұл жағдайда ($\varepsilon = 1$, вакуум)

$$\oint_{S_2} E_n dS = Q_1 / \varepsilon_0,$$

(беттің ішінде тек Q_1 заряд қана бар).

$E_n = E = \text{const}$ болатындықтан, E мәнін интегралдың сыртына шығаруға болады:

$$E \oint_{S_2} dS = Q_1 / \varepsilon_0, \text{ немесе } ES_2 = Q_1 / \varepsilon_0.$$

II аумақ үшін E кернеулікті E_2 деп белгілеп,

$$E_2 = Q_1 / (\varepsilon_0 S_2)$$

деп аламыз, мұндағы $S_2 = 4\pi r_2^2$ – беттің ауданы. Сонда:

$$E_2 = \frac{Q_1}{4\pi \varepsilon_0 r_2^2}. (1)$$

3. III аумақта сфералық бет r_3 радиуспен жүргізіледі. III аумақтағы E кернеулікті E_3 деп белгілеп, осы кезде бет екі сфераны да қамтитындықтан, қорытқы зарядтың $Q_1 + Q_2$ болатындығын ескереміз. Сонда

$$E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi \varepsilon_0 r_3^2}.$$

$Q_2 < 0$ екендігін ескеріп, бұл өрнекті

$$E_3 = \frac{Q_1 - |Q_2|}{4\pi \varepsilon_0 r_3^2}$$

түрінде жазуға болады. Есептеулер жүргізсек:

$E_2 = 1{,}11$ кВ/м;

$E_3 = 200$ В/м.

$E(r)$ графигін салайық. I аумақта ($r_1 < R_1$) $E = 0$. II аумақта ($R_1 \le r < R_2$) $E(r)$ шамасы $1/r^2$ заңы бойынша өзгереді. $r = R_1$ нүктеде кернеулік $E_2(R_1) = Q_1 / (4\pi \varepsilon_0 R_1^2) = 2{,}5$ кВ/м. $r = R_2$ нүктеде ($r \to R_2$ сол жағынан ұмтылады) $E_2(R_2) = Q_1 / (4\pi \varepsilon_0 R_2^2) = 0{,}9$ кВ/м. III аумақта ($r > R_2$) $E_3(r)$ шамасы $1/r^2$ заңы бойынша өзгереді, әрі $r = R_2$ нүктеде ($r \to R_2$ оң жағынан) $E_3(R_2) = (Q_1 - |Q_2|) / (4\pi \varepsilon_0 R_2^2) = 0{,}45$ кВ/м. Сонымен $E(r)$ функция $r = R_1$ және $r = R_2$ нүктелерде үзіледі екен.

$E(r)$ тәуелділігінің графигі 16-суретте көрсетілген.

7-мысал. $Q = 25$ нКл нүктелік заряд радиусы $R = 1$ см, $\sigma = 0{,}2$ нКл/см^2 беттік тығыздықпен біркелкі зарядталған шексіз ұзын цилиндрдің өрісінде орналасқан. Егер заряд цилиндрдің осінен $r = 10$ см қашықтықта орналасса, зарядқа әсер ететін $\mathbf{F}$ күшті анықтау керек.

Шығарылуы. Өрістегі нүктелік Q зарядқа әсер етеін F күш

$$F = QE (1)$$

формлуамен анықталады, мұндағы E – өрістің кернеулігі.

Шексіз ұзын зарядталған цилиндрдің өрісінің кернеулігі

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad (2)$$

мұндағы τ – зарядтың сызықтық тығыздығы.

τ сызықтық тығыздықты σ беттік тығыздық арқылы өрнектейміз. Бұл үшін цилиндрдің ұзындығы l элементін бөліп алып, ондағы Q зарядты екі түрлі тәсілмен анықтаймыз: $Q = \sigma S = \sigma 2\pi Rl$, $Q = \tau l$. Осы теңдіктердің оң жақтарын теңестіріп, $\tau = 2\pi R\sigma$ деп табамыз. Осының нәтижесінде (2) формула $E = R\sigma / \varepsilon_0 r$ түріне келеді де, ал бұдан (1) мына түрге келеді:

$$F = \frac{Q\sigma R}{\varepsilon_0 r}; \quad F = 565 \text{ мКл}.$$

$\mathbf{F}$ күш $\mathbf{E}$ өріспен бағыттас, цилиндрдің бетіне перпендикуляр бағытталған.

8-мысал. Шеңбердің доғасы тәрізді иілген жіңішке жіпте заряд $\tau = 10$ нКл/м сызықтық тығыздықпен біркелкі таралған. Зарядтың осындай таралуының доғаның қисықтық центрімен бірдей түсетін нүктеде тудыратын өрісінің $\mathbf{E}$ кернеулігі мен φ потенциалын анықтау керек. Доғаның l ұзындығы шеңбердің 1/3 ұзындығындай және 15 см болады.

Шығарылуы. Координаттар өсін координаттар басы доғаның қисықтық центрімен бірдей түсіп, ал Oy осі доғаның ұштарына қатысты симметриялы болатындай етіп таңдаймыз (17-сурет). Жіптен dl ұзындық элементін бөліп аламыз. Осы бөліп алынған учаскедегі $dQ = \tau dl$ зарядты нүктелік деп қарастыруға болады.

Электр өрісінің O нүктедегі кернеулігін анықтаймыз. Ол үшін әуелі dQ зарядтың O нүктеде тудыратын өрісінің $d\mathbf{E}$ кернеулігін табамыз:

$$d\mathbf{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\mathbf{r}}{r},$$

мұндағы $\mathbf{r}$ – dl элементтен кернеулігі есептелетін нүктеге бағытталған радиус-вектор.

$d\mathbf{E}$ векторды координаттар остеріндегі dE_x және dE_y проекциялары арқылы өрнектейміз:

$$d\mathbf{E} = \mathbf{i}dE_x + \mathbf{j}dE_y,$$

мұндағы $\mathbf{i}$ және $\mathbf{j}$ –бірлік векторлар (орттар).

$\mathbf{E}$ кернеулікті интегралдау арқылы табамыз

$$\mathbf{E} = \int_l d\mathbf{E} = \mathbf{i}\int_l dE_x + \mathbf{j}\int_l dE_y.$$

Интегралдау доғаның l ұзындығы бойымен жүргізіледі. Симметрияның арқасында $\int_l dE_x = 0$. Сонда

$$\mathbf{E} = \mathbf{j}\int_l dE_y, \quad (1)$$

мұндағы $dE_y = dE\cos\vartheta = \tau dl\cos\vartheta / 4\pi\varepsilon_0 R^2$.

$r = R = \text{const}, dl = Rd\vartheta$ болатындықтан

$$dE_y = \frac{\tau Rd\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\vartheta = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\vartheta d\vartheta.$$

dE_y өрнегін (1)-ге қойып, доғаның Oy осіне симметриялы орналасқанын ескеріп, интегралдау шектерін 0-ден $\pi/3$-ке дейін етіп аламыз да, нәтижесін екі еселейміз:

$$\mathbf{E} = \mathbf{j}\frac{2\tau}{4\pi\varepsilon_0 \mathrm{R}}\int_0^{\pi/3}\cos\vartheta\,\mathrm{d}\vartheta = \mathbf{j}\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \mathrm{R}}\sqrt{3}/2.$$

R радиусты жіптің l ұзындығы арқылы өрнектеп ($3\mathrm{l} = 2\pi\mathrm{R}$),

$$\mathbf{E} = \mathbf{j}\frac{\tau}{6\varepsilon_0 \mathrm{l}}\sqrt{3} \quad (2)$$

деп табамыз. Осы формуладан көріп отырғанымыздай, өріс кернеулігінің бағыты $\mathrm{O}y$ осімен бірдей түседі.

Енді электр өрісінің O нүктедегі φ потенциалын табамыз. Әуелі $\mathrm{d}Q$ нүктелік зарядтың O нүктедегі потенциалын табамыз:

$$\mathrm{d}\varphi = \tau\,\mathrm{dl}/4\pi\varepsilon_0\mathrm{r}.$$

r қашықтықты R радиуспен алмастырып, интегралдауды жүргіземіз:

$$\varphi\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0\mathrm{R}}\int_0^{\mathrm{l}}\mathrm{dl} = \frac{\tau\mathrm{l}}{4\pi\varepsilon_0\mathrm{R}}.$$

$\mathrm{l} = 2\pi\mathrm{R}/3$ болатындықтан

$$\varphi = \tau/6\varepsilon_0. \quad (3)$$

(2) және (3) формулалар бойынша есептеулер жүргізсек:

$\mathrm{E} = 2{,}18$ кВ/м; $\varphi = 188$ В.

9-мысал. Ұзындығы l жіңішке шыбықта заряд $\tau = 10$ нКл/м сызықтық тығыздықпен таралған. Таралған зарядтың шыбықтың осінің созындысында оның жуық шетінен l қашықтықта орналасқан нүктеде тудыратын өрісінің φ потенциалын анықтау керек.

Шығарылуы. Шыбықтың ұзындығы dx элементін бөліп аламыз. Осы $\mathrm{d}Q = \tau\,\mathrm{dx}$ нүктелік зарядтың қарастырылып отырған A нүктеде тудыратын өрісінің $\mathrm{d}\varphi$ потенциалы (18-сурет):

$$\mathrm{d}\varphi = \frac{\mathrm{d}Q}{4\pi\varepsilon_0\mathrm{x}} = \frac{\tau\,\mathrm{dx}}{4\pi\varepsilon_0\mathrm{x}}.$$

Шыбықтың A нүктеде тудыратын өрісінің φ потенциалын интегралдау арқылы табамыз:

$$\varphi = \int_0^{2\mathrm{l}}\frac{\tau\,\mathrm{dx}}{4\pi\varepsilon_0\mathrm{x}} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\mathrm{l}}\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{x}} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\ln\mathrm{x}\Big|_{\mathrm{l}}^{2\mathrm{l}} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2;\ \varphi = 62{,}4\ \text{В}.$$

10-мысал. Жазық конденсатордың пластиналарында $Q = 10$ нКл зарядтан бар. Коненсатордың әрбір пластинасының ауданы 100 см^2, диэлектрик – ауа. Пластиналардың бір біріне қандай F күшпен тартылатындығын анықтау керек. Пластиналардың арасындағы өрісті біртекті деп санау керек.

Шығарылуы. Конденсатордың бір пластинасының заряды екінші пластинасының зарядының тудыратын кернеулігі E өрісінде болады. Демек, бірінші зарядқа (19-сурет)

$$\mathrm{F} = \mathrm{QE} \quad (1)$$

күш әсер етеді.

$$\mathrm{E} = \sigma/\varepsilon_0 = \mathrm{Q}/\varepsilon_0\mathrm{S}$$

болатындықтан, мұндағы σ – пластинаның зарядының беттік тығыздығы, (1) формула

$$\mathrm{F} = \mathrm{Q}^2/\varepsilon_0\mathrm{S}$$

түріне келеді. Осыдан:

$\mathrm{F} = 565$ мкН.

11-мысал. Электр өрісін $\tau = 20$ нКл/м сызықтық тығыздықпен біркелкі зарядталған радиусы $R = 1$ см ұзын цилиндр тудырады. Осы өрістің цилиндрдің ортасына келетін жерде, цилиндрдің бетінен $a_1 = 0{,}50$ см және $a_2 = 2$ см қашықтықта орналасқан екі нүктесінің потенциалдар айырымын анықтау керек.

Шығарылуы. Бұл жерде өрістің кернеулігі мен потенциалдардың өзгерісінің арасындағы байланысты пайдаланамыз: $\mathbf{F} = -\operatorname{grad}\varphi$. Өрістің өстік симметриясы бар, олай болса,

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}, \text{ немесе } d\varphi = -Edr$$

деп жазуға болады. Осы өрнекті интегралдап, цилиндр осінен r_1 және r_2 қашықтықтарда орналасқан екі нүктенің потенциалдар айырымын табамыз:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr \quad (1)$$

Цилиндр өте ұзын және өрісті оның орта тұсы үшін қарастырып отырғандықтан, бұл жерде шексіз ұзын цилиндрдің тудыратын өрісінің кернеулігі формуласын пайдалануға болады:

$$E = \tau / (2\pi\varepsilon_0 r).$$

Осы мәнін (1) теңдеуге қоямыз, сонда:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1},$$

немесе

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{r_2}{r_1}. \quad (2)$$

Есептің шарты бойынша $r_1 = R + a_1;\ r_2 = R + a_2$. Осыларды ескеріп, мынаған келеміз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 250 \text{ В}.$$

12-мысал. Электр өрісін бір бірінен $a = 0{,}1$ м қашықтықта орналасқан $Q_1 = 4$ мкКл және $Q_2 = -2$ мкКл зарядтар тудырады. $Q = 50$ нКл зарядты 1 нүктеден 2 нүктеге орын ауыстырту бойынша өріс күштерінің атқарған жұмысын анықтау керек (20-сурет).

Шығарылуы. Өріс күштерінің $A_{1,2}$ жұмысын анықтау үшін

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

қатынасын пайдаланамыз.

Эектр өрістерінің суперпозиция принципін пайдаланып, өрістің 1 және 2 нүктелері үшін және потенциалдарды анықтаймыз:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a/2} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a/2} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\varepsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 a}.$$

Сонда:

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[Q_1\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + Q_2\right];\ A_{1,2} = 14{,}3 \text{ мДж}.$$

13-мысал. Жылдамдығы 10^6 м/с болатын электронның жылдамдығын $n = 2$ есе арттыру үшін ол электр өрісінде потенциалдардың қандай U үдеткіш айырымын өтуі тиіс?

Шығарылуы. Потенциалдардың U үдеткіш айырымын электростатикалық өрістің A жұмысын есептеп шығару арқылы табуға болады:

$$A = eU. \quad (1)$$

Бұл жерде электростатикалық өріс күштерінің жұмысы электронның кинетикалық энергиясының өзгерісіне тең болады:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

мұндағы T_1 және T_2 – электронның үдеткіш өрісті өткенге дейінгі және одан кейінгі кинетикалық энергиялары; m – электронның массасы; v_1 және v_2 – оның бастапқы және ақырғы жылдамдықтары.

(1) және (2) теңдіктердің оң жақтарын теңестіріп,

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

деп табамыз, мұндағы $n = v_2 / v_1$.

Осыдан:

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}; \quad U = 8{,}53 \text{ В}.$$

14-мысал. Біркелкі зарядталған (υ 50 нКл/м) шексіз ұзын түзу цилиндрдің бетінен α-бөлшек ұшып шығады ($v_0 = 0$). α–бөлшектің цилиндрдің бетінен $8R$ қашықтықтағы 2 нүктедегі T_2 кинетикалық энергиясын (кэВ-термен) анықтау керек (21-сурет).

Шығарылуы. Электростатикалық өріс күштері консервативтік, сондықтан энергияның сақталу заңын пайдаланамыз: $E_1 = E_2$, мұндағы E_1 және E_2 α–бөлшектің 1 және 2 нүктелердегі толық энергиялары. Бізде $T_1 = 0$, сондықтан $U_1 = T_2 + U_2$, осыдан $T_2 = U_1 - U_2 = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$ (Q – α-бөлшектің заряды; φ_1 және φ_2 – 1 және 2 нүктелердің потенциалдары).

10-мысалдың шешімін пайдаланып,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln 9$$

деп жазамыз, осыдан:

$$T_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln 9; \quad T_2 = 3{,}96 \text{ кэВ}.$$

15-мысал. Сыйымдылығы $C_1 = 3$ мкФ конденсатор U_1=40 В потенциалдар айырымына дейін зарядталған. Тоқ көзінен ағытқаннан кейін конденсаторды сыйымдылығы $C_2 = 5$ мкФ болатын екінші зарядталмаған конденсаторға параллель қосады. Екінші конденсаторды қосар мезетте пайда болатын ұшқынға қандай W' энергия шығын болады?

Шығарылуы. Ұшқын шығаруға кеткен энергия

$$W' = W_1 - W_2, \quad (1)$$

мұндағы W_1 – бірінші конденсатордың оған екінші конденсаторды қосқанға дейінгі энергиясы; W_2 – екі конденсатордан түзілген батареяның энергиясы.

Зарядталған конденсатордың энергиясы

$$W = \tfrac{1}{2} CU^2, \quad (2)$$

мұндағы C – конденсатордың немесе конденсаторлар батареясының сыйымдылығы.

(1) формуладағы W_1 және W_2 энергияларды (2) бойынша өрнектеп және параллель қосылған конденсаторлардың сыйымдылығының жеке конденсаторлардың сыйымдылықтарының қосындысына тең екендігін ескеріп,

$$W' = \tfrac{1}{2} C_1 U_1^2 - \tfrac{1}{2} (C_1 + C_2) U_2^2 \quad (3)$$

деп табамыз, мұндағы U_2 – конденсаторлар батареясының қышқыштарындағы потенциалдар айырымы.

Екінші конденсаторды қосқаннан кейін зарядтың өзгеріссіз қалғанын ескеріп, U_2 потенциалдар айырымын былай табамыз:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

U_2 мәнін (3)-ке қойып, былай деп табамыз

$$W' = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2 (C_1 + C_2)^2},$$

немесе

$$W' = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2; \; W' = 1{,}5 \text{ мДж}.$$

16-мысал. Кедергісі $R =$ 100 Ом потенциометр ЭҚК-і $\mathcal{E} = 150$ В және ішкі кедергісі $R_i = 50$ Ом батареяға қосылған. 1) Кедергісі $R_V = 500$ Ом, потенциометрдің қышқыштарының біріне және потенциометрдің қақ ортасына қойылған жылжымалы контактке қосылған вольтметрдің көрсетуін; 2) вольтметрді ағытқан кезде, потенциометрдің сол нүктелерінің потенциалдар айырымын анықтау керек.

Шығарылуы. 1. A және B нүктелеріне қосылған (22-сурет) вольтметрдің көрсетуін

$$U_1 = I_1 R_1$$

формула бойынша анықтаймыз, мұндағы R_1 – өзара параллель қосылған вольтметр мен потенциометрдің жартысының кедергісі; I_1 – осы қосылыстың тармақтарындағы тоқтардың қосынды тоқ күші (ол – тізбектің тармақталмаған бөлігіндегі тоқ күшіне тең).

I_1 тоқ күшін толық тізбек үшін Ом заңы бойынша табамыз:

$$I_1 = \mathcal{E} / (R_e + R_i), \quad (1)$$

мұндағы R_e – сыртқы тізбектің кедергісі. Бұл кедергі екі кедергінің қосындысына тең:

$$R_e = R/2 + R_1. \quad (2)$$

R_1 кедергіні өткізгіштерді параллель қосу формуласы бойынша табамыз:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R/2}, \text{, осыдан}$$

$$R_1 = \frac{R R_V}{R + 2R_V}.$$

(1)-ге (2) бойынша R_e мәнін қойып,

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R/2 + + R_1 + R_i}$$

деп табамыз. Есептеулер жүргізсек:

$R_1 = 45{,}5$ Ом;

$I_1 = 1{,}03$ А;

$U_1 = 46{,}9$ В.

2. A және B нүктелерінің арасындағы потенциалдар айырымы ағытылған вольтметр кезінде I_2 ток күші мен потенциометрдің жартсының кедергісіне көбейтіндісіне тең болады:

$$U_2 = I_2 \cdot R/2, \quad (3)$$

мұндағы I_2 – вольтметр ағытылған кездегі тізбектегі ток күші. Оны

$$I_2 = \mathcal{E}/(R + R_i)$$

формула бойынша анықтаймыз.

I_2 мәнін (3)-ке қойып,

$$U_2 = \mathcal{E}/(R + R_i) \cdot R/2.$$

деп табамыз. Есептеулер жүргіземіз:

$U_2 = 50$ В.

17-мысал. Кедергісі $R = 20$ Ом өткізгіште ток күші $\Delta t = 2$ с уақыт ішінде сызықтық заң бойынша $I_0 = 0$ мәнінен $I = 6$ А мәніне дейін артады (23-сурет). Осы өткізгіште бірінші секунд ішінде бөлініп шыққан Q_1 жылуды және екінші секунд ішінде бөлініп шыққан Q_2 жылуды, сонымен қатар Q_2 / Q_1 қатынасын да анықтау керек.

Шығарылуы. Джоуль-Ленц заңы $Q = I^2Rt$ түрінде тек тұрақты ток үшін ғана орындалады ($I = \text{const}$). Егер өткізгіштегі ток күші өзгеріп отыратын болса, онда бұл заң тек шексіз аз уақыт интервалы үшін ғана орындалады және оны мына түрде жазуға болады:

$$dQ = I^2Rdt \quad (1)$$

Мұнда I ток күші уақыттың қандай да бір функциясы болып табылады. Біздің жағдайымызда

$$I = kt, \quad (2)$$

мұндағы k – ток күшінің өзгеріс жылдамдығын сипаттайтын пропорционалдық коэффициенті болып табылады:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = 3 \text{ А/с}.$$

(2)-ні ескерсек, (1) формула мына түрге келеді:

$$dQ = k^2Rt^2dt. \quad (3)$$

Шектік Δt уақыт интервалында бөлініп шыққан жылу мөлшерін анықтау үшін (3) өрнекті t_1-ден t_2-ге дейін интегралдау керек:

$$Q = k^2R\int_{t_1}^{t_2} t^2dt = \frac{1}{3}k^2R(t_2^3 - t_1^3).$$

Жүргізілген есептеулер көрсеткендей:

$Q_1 = 60$ Дж;

$Q_2 = 420$ Дж.

Демек,

$Q_2 / Q_1 = 420/60 = 7$,

яғни екінші секундте бірінші секундке қарағанда 7 есе артық жылу бөлініп шығады екен.

18-мысал 4.1. Ұзындығы $l = 80$ см түзу өткізгіш кесіндісі бойымен $I = 50$ А ток жүріп жатыр. Осы тоқтың өткізгіш кесіндісінің ұштарынан бірдей аралықта және оның ортасынан $r_0 = 30$ см қашықтықта орналасқан A нүктедегі өрістің магнит индукциясын анықтау керек.

Шығарылуы. Есепті шығару үшін Био-Савар-Лаплас (БСЛ) заңын және магнит өрістерінің суперпозициясын пайдаланамыз. БСЛ заңы $Id\mathbf{l}$ ток элементінің A нүктеде тудыратын $d\mathbf{B}$ магнит индукциясын анықтауға мүмкіндік береді. A нүктеде $d\mathbf{B}$ вектор сызба жазықтығынан әрі қарай бағытталған. Суперпозиция принципі $\mathbf{B}$ магнит индукциясы векторын анықтауға мүмкіндік береді:

$$\mathbf{B} = \int_l d\mathbf{B}, \quad (1)$$

мұндағы l таңбасы интегралдаудың өткізгіштің толық ұзындығы бойынша жүргізілетіндігін білдіреді.

БСЛ заңын векторлық түрде

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3}[\mathbf{l}\mathbf{r}]$$

деп жазамыз, мұндағы $d\mathbf{B}$ – I тоғы бар өткізгіштің ұзындығы dl элементінің радиус-векторы $\mathbf{r}$ болатын нүктеде тудыратын өрісінің магнит индукциясы; μ_0 – магниттік тұрақты; μ – өткізгіш тұрған ортаның магнит өтімділігі (біздің жағдайымызда ауа, $\mu = 1$). Тоқтың барлық элементтерінің тудыратын $d\mathbf{B}$ векторлары бірдей бағытталған (32-сурет), сондықтан (1) өрнекті скаляр түрде жазуға болады:

$$B = \int_l dB,$$

мұндағы

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sin\alpha}{r^2}dl.$$

Скаляр түрдегі БСЛ заңындағы α дегеніміз $Id\mathbf{l}$ ток элементі мен $\mathbf{r}$ радиус-вектордың арасындағы бұрыш. Сонымен

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_l \frac{\sin\alpha}{r^2}dl. \quad (2)$$

Өткізгіштің элементінің dl ұзындығын $d\alpha$ бұрыш арқылы $dl = rd\alpha / \sin\alpha$ деп анықтап (32-сурет), интеграл астындағы өрнекті $\frac{\sin\alpha}{r^2}dl = \frac{\sin\alpha}{r^2}\cdot\frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{d\alpha}{r}$ түріне келтіреміз. Сонымен қатар $r = r_0 / \sin\alpha$; демек

$$\frac{d\alpha}{r} = \frac{\sin\alpha}{r_0}d\alpha.$$

Сонымен (2) өрнекті

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha$$

түрінде жазып, оны интегралдасақ, онда

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2), \quad (3)$$

мұндағы α_1 және α_2 – интегралдау шектері

F нүктесі кесіндіге қатысты симметриялы орналасқан кезде $\cos\alpha_2 = -\cos\alpha_1$, осыдан келіп

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos\alpha_1. \quad (4)$$

32-суреттен көріп отырғанымыздай,

$$\cos\alpha_1 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + r_0^2}} = \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}.$$

$\cos\alpha_1$ өрнегін (4)-ке қоямыз:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \frac{l}{\sqrt{4r_0^2 + l^2}}. \quad (5)$$

Есептеулерді жүргізсек:

$B = 26{,}7$ мкТл.

Түзу тоқ тудыратын магнит өрісінің магнит индукциясының $\mathbf{B}$ векторының бағыты оң бұранда ережесімен арықталады (33-сурет).

19-мысал. Бір бағытта $I = 60$ А электр тоғы өтіп жатқан екі шексіз ұзын параллель D және C өткізгіштер бір-бірінен $d = 10$ см қашықтықта орналасқан. Өткізгіштердің, олардың біреуінен $r_1 = 5$ см, ал екіншісінен $r_2 = 12$ см қашықтықта орналасқан A нүктеде тудыратын өрісінің $\mathbf{B}$ магнит индукциясын анықтау керек (34-сурет).

Шығарылуы. A нүктедегі $\mathbf{B}$ магнит индукциясын анықтау үшін магнит өрістерінің суперпозиция принципін пайдаланамыз. Бұл үшін тоғы бар әрбір өткізгіштің тудратын өрісінің $\mathbf{B}_1$ және $\mathbf{B}_2$ магнит индукцияларының бағытын анықтаймыз да, оларды векторлық түрде қосамыз:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2.$$

$\mathbf{B}$ вектордың модулын косинустар теоремасы бойынша анықтаймыз:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}, \quad (1)$$

мұндағы α – $\mathbf{B}_1$ және $\mathbf{B}_2$ векторларының арасындағы бұрыш.

B_1 және B_2 магнит индукциялары сәйкес түрде:

$$B_1 = \mu_0 I/(2\pi r_1); B_2 = \mu_0 I/(2\pi r_2)$$

B_1 және B_2 мәндерін (1)-ге қоямыз:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}. \quad (2)$$

Енді $\cos\alpha$ мәнін анықтаймыз. Бұл жерде де косинустар теоремасы бойынша

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha,$$

мұндағы d – өткізгіштердің ара қашықтығы. Осыдан:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}; \cos\alpha = \frac{23}{40}.$$

Сан мәндерін қойсақ:

$B = 308$ мкТл.

20-мысал. Радиусы $R = 10$ см өткізгіш жіңішке сақинаның бойымен $I = 80$ А тоқ өтіп жатыр. Сақинаның барлық нүктелерінен бірдей $r = 20$ см қашықтықтағы нүктедегі магнит индукциясын анықтау керек.

Шығарылуы. БСЛ заңы бойынша

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\mathbf{l}\,\mathbf{r}]}{r^2},$$

мұндағы $d\mathbf{B}$ – $Id\mathbf{l}$ тоқ элементінің радиус-векторы $\mathbf{r}$ болатын нүктеде тудыратын өрісінің магнит индукциясы.

Сақинаның $d\mathbf{l}$ элементін бөліп алып, одан A нүктесіне $\mathbf{r}$ радиус-вектор жүргіземіз (35-сурет). $d\mathbf{B}$ векторды бұранда ережесі бойынша бағыттаймыз.

Суперпозиция принципі бойынша A нүктедегі магнит индукциясы

$$\mathbf{B} = \int_l d\mathbf{B}$$

болып анықталады, мұнда интегралдау сақинаның барлық dl элементтері бойынша жүргізіледі.

$d\mathbf{B}$ векторды екі құраушыға жіктейміз: сақина жазықтығына перпендикуляр $d\mathbf{B}_\perp$ және сақинаның жазықтығына параллель $dB_{||}$:

$$d\mathbf{B} = d\mathbf{B}_\perp + d\mathbf{B}_{||}.$$

Сонда

$$\mathbf{B} = \int_l d\mathbf{B}_\perp + \int_l d\mathbf{B}_{||}.$$

Симметриялық тұрғыдан $\int_l d\mathbf{B}_{||} = 0$, ал түрліше dl элементтердің $d\mathbf{B}_\perp$ векторлары бірдей бағытталған, сондықтан векторлық интегралдауды скалярлық интегралдаумен алмастырамыз:

$$B = \int_l dB_\perp,$$

мұндағы $dB_\perp = dB\,cos\beta$ және $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$ (себебі $d\mathbf{l}$ элементі $\mathbf{r}$ векторға перпендикуляр, сондықтан $sin\alpha = 1$). Сонымен

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^2}cos\beta\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I cos\beta R}{2r^2}.$$

$cos\beta = R/r$ деп алсақ (35-сурет), онда

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3};$$

$B = 62{,}8$ мкТл.

$\mathbf{B}$ вектор бұранда ережесі бойынша сақинаның осі бойымен бағытталған (35-сурет).

21-мысал. $I = 50$ А тоғы бар ұзын өткізгіш $\alpha = 2\pi/3$ бұрышпен иілген. A нүктедегі магнит индукциясын анықтау керек (36-сурет). Нүктеге дейінгі қашықтық $d = 5$ см.

Шығарылуы. Иілген ұзын өткізгішті O нүктеде шеттері қосылған екі ұзын өткізгіштер деп қарастыруға болады (37-сурет). Магнит өрістерінің суперпозиция принципі бойынша A нүктедегі $\mathbf{B}$ магнит индукциясын ұзын өткізгіштің 1 және 2 кесінділері тудырған магнит өрістерінің $\mathbf{B}_1$ және $\mathbf{B}_2$ индукция векторларының геометриялық (векторлық) қосындысы деп, яғни $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ деп қарастыруға болады. $\mathbf{B}_2$ магнит индукциясы нөлге тең болады, бұл БСЛ заңынан шығады, ол бойынша өткізгіштің осінде жатқан нүктелерде $d\mathbf{B} = 0$ болады ($[d\mathbf{l}\,\mathbf{r}] = 0$).

B_1 магнит индукциясын 1-мысалдағы (3) қатынасты пайдаланып табамыз:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(cos\alpha_1 - cos\alpha_2),$$

мұндағы r_0 – 1 өткізгіштен A нүктесіне дейінгі ең қысқа қашықтық (37-сурет).

Біздің жағдайымызда $\alpha_1 \to 0$ (өткізгіш ұзын), $\alpha_2 = \alpha = 2\pi/3$ ($cos\alpha_2 = cos(\pi/3) = -1/2$). Ал $r_0 = d\,sin(\pi - \alpha) = d\,sin(\pi/3) = d\sqrt{3}/2$. Сонда магнит индукциясы

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d\sqrt{3}/2}(+1/2) = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d};\ B = B_1 = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi d}.$$

$B = 34{,}6$ мкТл.

$\mathbf{B}$ вектордың бағыты оң бұранда ережесімен анықталады.

22-мысал. Екі шексіз ұзын өткізгіштер бір бірімен тік бұрыш жасай айқасқан (38-сурет). Өткізгіштер бойымен $I_1 = 80$ А және $I_2 = 60$ А тоқ жүріп жатыр. Өткізгіштердің ара қашықтығы $D = 10$ см. Екі өткізгіштен де бірдей қашықтықта орналасқан A нүктедегі $\mathbf{B}$ магнит индукциясын анықтау керек.

Шығарылуы. Іздеп отырған магнит индукциясы суперпозиция принципі бойынша анықталады: $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$, мұндағы $\mathbf{B}_1$ – I_1 тоқтың, ал $\mathbf{B}_2$ – I_2 тоқтың A нүктеде тудырған өрістерінің магнит индукциялары. $\mathbf{B}_1$ және $\mathbf{B}_2$ векторлар өзара перпендикуляр (39-сурет). Демек,

$$B = |\mathbf{B}| = \sqrt{B_1^2 + B_2^2},$$

мұндағы

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_0},\ B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_0}.$$

Біздің жағдаййымызда $r_0 = d/2$. Сонымен:

$$B = \frac{\mu_0}{\pi d}\sqrt{I_1^2 + I_2^2};$$

$B = 400$ мкТл.

23-мысал. Шексіз ұзын өткізгіш 40-суретте көрсетілгендей түрде иілген. Доғаның радиусы $R = 10$ см. Осы өткізгіш бойымен өтіп жатқан $I = 80$ А тоқтың O нүктеде тудыратын өрісінің $\mathbf{B}$ магнит индукциясын анықтау керек.

Шығарылуы. Суперпозиция принципін қолданамыз: $\mathbf{B} = \sum \mathbf{B}_1$. Біздің жағдайымызда өткізгішті үш бөлікке бөлуге болады (41-сурет): шексіздікке кетіп жатқан екі түзу өткізгіштер (1 және 3) және радиусы R жарты шеңбер доғасы (2). Сонда

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3,$$

мұндағы $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ және $\mathbf{B}_3$ – өткізгіштің сәйкес уаскелеріндегі тоқтардың O нүктесінде тудыратын магнит индукциялары.

O нүкте 1 өткізгіштің осінде жататындықтан, $\mathbf{B}_1 = 0$, сонда

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3.$$

$\mathbf{B}_2$ және $\mathbf{B}_3$ векторлар оң бұранда ережесі бойынша сызба жазықтығына перпендикуляр, бізден әрі қарай бағытталғандықтан, векторлық қосындыны скаляр қосындымен алмастыруға болады:

$$B = B_2 + B_3.$$

B_2 магнит индукциясы дөңгелек тоқтың (жартысының) центріндегі магнит индукциясына тең:

$$B_2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I}{2R}.$$

B_3 үшін 1-мысалдағы (3) қатынасты пайдаланамыз:

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

Біздің жағдайда $r_0 = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ ($\cos\alpha_1 = 0$), $\alpha_2 \to \pi$ ($\cos\alpha_2 = -1$). Сонда

$$\mathbf{B}_3 = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi \mathrm{R}}.$$

Осы табылған нәтижелерді пайдаланып,

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}_2 + \mathrm{B}_3 = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\mathrm{R}} + \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi \mathrm{R}} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{4\pi \mathrm{R}}\left(\pi + 1\right)$$

деп адамыз. Демек:

$\mathrm{B} = 331$ мкТл.

24-мысал. Ұзындығы $\mathrm{l} = 2{,}5$м, бір-бірінен $\mathrm{d} = 20$ см қашықтықта орналасқан екі түзу параллель өткізгіштердің бойымен бірдей $\mathrm{I} = 1$ кА тоқтар өтіп жатыр. Тоқтардың өзара әрекеттесу күшін есептеп шығару керек.

Шығарылуы. Тоғы бар өткізгіштер өздері тудыратын магнит өрістерінің көмегімен өзара әрекеттеседі. Әрбір тоқтың тудырған магнит өрісі екінші өткізгішке әсер етеді.

Тоқтар бір бағытта өтіп жатсын. I_1 тоқ екінші I_2 тоғы бар өткізгіштің тұрған жерінде магнит өрісін тудырады.

Магнит индукциясы сызығын (42-суреттегі үзік-үзік сызықтар) екінші өткізгіш арқылы жүргізіп, оған жанама бойымен $\mathbf{B}_1$ магнит индукциясы векторын салайық. B_1 магнит индукциясының модулы

$$\mathrm{B}_1 = \frac{\mu_0 \mathrm{I}}{2\pi \mathrm{d}} \quad (1)$$

қатынасымен анықталады. Ампер заңы бойынша I_2 тоғы бар екінші өткізгіштің ұзындығы dl болатын әрбір элементіне магнит өрісінде

$$\mathrm{dF} = \mathrm{I}_2 \mathrm{B}_1 \mathrm{dl}\, sin\left(\mathrm{d}\hat{\mathbf{l}}\mathbf{B}\right)$$

күш әсер етеді. $\mathbf{dl} \perp \mathbf{B}_1$ болатындықтан $sin\left(\mathrm{d}\hat{\mathbf{l}}\mathbf{B}\right) = 1$, сонда

$$\mathrm{dF} = \mathrm{I}_2 \mathrm{B}_1 \mathrm{dl}.$$

Осы өрнекке (1)-ге сәйкес B_1 мәнін қойып,

$$\mathrm{dF} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_1 \mathrm{I}_2}{2\pi \mathrm{d}} \mathrm{dl}$$

деп табамыз.

Тоғы бар өткізгіштердің F өзара әрекеттесу күшін интегралдау арқылы табамыз:

$$\mathrm{F} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_1 \mathrm{I}_2}{2\pi \mathrm{d}} \int_0^{\mathrm{l}} \mathrm{dl} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_1 \mathrm{I}_2}{2\pi \mathrm{d}} \mathrm{l}.$$

$\mathrm{I}_1 = \mathrm{I}_2 = \mathrm{I}$ екендігін ескерсек, онда:

$$\mathrm{F} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}^2}{2\pi \mathrm{d}} \mathrm{l};$$

$\mathrm{F} = 2{,}5$ Н.

$\mathbf{F}$ күш $\mathrm{d}\mathbf{F}$ күшпен бірдей бағытталған (42-сурет) және сол қол ережесімен анықталады.

25-мысал. $\mathrm{U} = 600$ В үдеткіш потенциалдар айырымын өткен протон индукциясы $\mathrm{B} = 0{,}3$ Тл болатын біртекті магнит өрісіне ұшып кіреді де, шеңбер бойымен қозғала бастайды. Шеңбердің R радиусын анықтау керек.

Шығарылуы. Зарядталған бөлшектің біртекті магнит өрісіндегі қозғалысы шеңбер бойымен өту үшін ол өріске күш сызықтарына перпендикуляр ену керек:

$\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$. Лоренц күші $\mathbf{v}$ векторға перпендикуляр болатындықтан, ол бөлшекке $\mathbf{a}_n$ нормал үдеу береді.

Ньютонның екінші заңы бойынша

$$\mathbf{F}_Л = m\mathbf{a}_n \quad (1)$$

мұндағы m – протонның массасы.

43-суретте протонның траекториясы сызба жазықтығында орналасқан және $\mathbf{v}$ жылдамдықтың бағыты (қалауымызша) берілген. Лоренц күшін $\mathbf{v}$ векторға перпендикуляр шеңбердің центріне қарай бағыттаймыз ($\mathbf{a}_n$ және $\mathbf{F}_Л$ векторлар бірдей бағытталған). Сол қол ережесі бойынша магнит күш сызықтарының ($\mathbf{B}$ вектордың) бағытын анықтаймыз.

(1) өрнекті скаляр түрде жазамыз (радиусқа проекциясы түрінде):

$$F_Л = ma_n \quad (2)$$

Скаляр түрде Лоренц күші $F_Л = QvB\sin\alpha$. Біздің жағдайымызда $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ және $\sin\alpha = 1$, сонда $F_Л = QvB$. Нормал үдеу $a_n = v^2 / R$ болатындықтан, (2) өрнекті

$$QvB = v^2 / R$$

деп жаза аламыз. Осыдан шеңбердің радиусы:

$$R = mv / (QB),$$

mv дегеніміз протонның импульсы, олай болса

$$R = p / (QB), \quad (3)$$

Протонның импульсын табу үшін электр өрісінің күштерінің жұмысы мен протонның кинетикалық энергиясының өзгерісі арасындағы байланысты пайдаланамыз, яғни $A = \Delta T$, немесе

$$Q(\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1,$$

мұндағы $\varphi_1 - \varphi_2$ – үдеткіш потенциалдар айырымы (U кернеу); T_1 және T_2 – протонның бастапқы және ақырғы кинетикалық энергиялары. Протонның бастапқы кинетикалық энергиясын ескермей ($T_1 \approx 0$), T_2 кинетикалық энергияны p импульс арқылы өрнектеп,

$$QU = p^2 / 2m$$

деп табамыз. Осы өрнектен табылған $p = \sqrt{2mU}$ импульсты (3) формулаға қойып, шеңбердің радиусын табамыз:

$$R = \frac{\sqrt{2mQU}}{Q} = \frac{1}{B}\sqrt{2mU / Q}; \quad (4)$$

$R = 11{,}8$ мм.

26-мысал. Электрон біртекті магнит өрісіне ($B = 0{,}2$ Тл) ұшып кіріп, радиусы $R = 5$ см шеңбер бойымен қозғала бастады. Эквиваленттік дөңгелек тоқтың p_m магниттік моментін анықтау керек (44-сурет).

Шығарылуы. Электронның шеңбер бойымен қозғалысы дөңгелек тоққа эквивалентті, ол бұл жерде тоқ

$$I_{экв} = \frac{|e|}{T}$$

болып анықталады, мұндағы e – электронның заряды; T – оның айналу периоды. Айналу периодын $T = v / (2\pi R)$ деп анықтауға болады. Сонда

$$I_{экв} = |e|v / (\pi R), \quad (1)$$

Анықтама бойынша тоғы бар контурдың магнит моменті

$$p_m = I_{экв} S, \quad (2)$$

мұндағы S – электрон сызатын шеңбермен шектелген аудан ($S = \pi R^2$). Соңғы екі өрнектерден:

$$p_m = \frac{1}{2}|e|vR. \quad (3)$$

Электронның белгісіз v жылдамдығын $R = mv/QB$ өрнектен табамыз (8-мысалды қара.), онда $Q = |e|$ деп алмастырамыз. Сонда:

$$p_m = \frac{|e|^2 BR^2}{2m};$$

$$p_m = 7{,}03 \text{ пА.м}^2.$$

27-мысал. Электрон біртекті магнит өрісінде ($B = 10$ мТл) радиусы $R = 1$ см және қадамы $H = 6$ см болатын бұранда сызықтың бойымен қозғалады. Электронның T айналу периодын және v жылдамдығын анықтау керек.

Шығарылуы. Электрон біртекті магнит өрісіне оның индукция сызықтарына қандай да бір ($\alpha \neq \pi/2$) бұрыш жасап кірсе, онда ол бұранда сызық бойымен қозғалады. Электронның жылдамдығын 45-суретте көрсетілгендей, екі құраушыға жіктейміз: $\mathbf{B}$ векторға параллель ($\mathbf{v}_{||}$) және оған перпендикуляр ($\mathbf{v}_{\perp}$). $\mathbf{v}_{||}$ жылдамдық магнит өрісінде өзгермейді және электронның күш сызықтары бойымен қозғалысын қамтамасыз етеді. $\mathbf{v}_{\perp}$ жылдамдық Лоренц күшінің арқасында тек бағыты жағынан ғана өзгеріп отыратын болады ($\mathbf{F}_Л \perp \mathbf{v}_{\perp}$) (егер $\mathbf{v}_{||} = 0$ болса, онда электрон магнит күш сызықтарына перпендикуляр жазықтықта шеңбер бойымен қозғалған болар еді). Сонымен электрон бірмезгілде екі қозғалысқа қатысатын болады: $\mathbf{v}_{||}$ жылдамдықпен бірқалыпты орын ауыстыру және $\mathbf{v}_{\perp}$ жылдамдықпен шеңбер бойымен бірқалыпты қозғалыс.

Электронның айналу периоды

$$T = 2\pi R / v_{\perp}. \quad (1)$$

$R/v_{\perp}$ қатынасын табамыз. Лоренц күші электронға $a_n = v_{\perp}^2/R$ нормал үдеу береді және Ньютонның екінші заңы бойынша

$$F_Л = ma_n$$

немесе

$$|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2/R, \quad (2)$$

мұндағы $v_{\perp} == v\sin\alpha$. (1) және (2) формулалардан:

$$T = 2\pi\frac{m}{|e|B};$$

$$T = 3{,}57 \text{ нс}.$$

Жылдамдықтың v модулы

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{||}^2}.$$

(2) формуладан жылдамдықтың $v_{\perp}$ құраушысын табамыз:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Электрон айналу периодына тең уақыт ішінде күш сызықтары бойымен бұранда сызықтың қадамына тең қашықтық өтеді, яғни $h = Tv_{||}$, осыдан

$$v_{||} = h/T = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Сонда жылдамдықтың модулы:

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{||}^2} = \frac{|e|B}{m}\sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}\ ;\ v = 2{,}46 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

28-есеп. Альфа-бөлшек $U = 104$ В үдеткіш потенциалдар айырымын өтіп, тік бұрыш жасап айқасқан электр ($E = 10$ кВ/м) және магнит ($B = 0{,}1$ Тл) өрісіне келіп түседі. Егер бөлшек екі өріске де перпендикуляр қозғала отырып, түзусызықты қозғалатын болса, альфа-бөлшектің зарядының оның массасына қатынасын анықтау керек.

Шығарылуы. Альфа-бөлшектің Q зарядының оның m массасына қатынасын табу үшін электр өрісі күштерінің жұмысы мен бөлшектің кинетикалық энергиясының өзгерісінің арасындағы байланысты пайдаланамыз:

$$QU = mv^2 / 2.$$

Осыдан

$$Q / m = v^2 / (2U).(1)$$

Альфа-бөлшектің жылдамдығын былай анықтаймыз. Айқасқан электр және магнит өрістерінде қозғалатын зарядталған бөлшекке екі күш әсер етеді:

1) $\mathbf{v}$ жылдамдыққа және $\mathbf{B}$ магнит индукциясы векторына перпендикуляр $\mathbf{F}_{Л} = Q[\mathbf{vB}]$ Лоренц күші;

2) электростатикалық өрістің $\mathbf{E}$ кернеулігімен бірдей бағытталған ($Q > 0$) $\mathbf{F}_K = Q\mathbf{E}$ кулондық күш. 46-суретте $\mathbf{B}$ магнит индукциясы векторын Oz осі бойымен, $\mathbf{v}$ жылдамдықты Ox осінің оң бағытында бағыттаймыз, сонда $\mathbf{F}_{Л}$ және $\mathbf{F}_K$ суретте көрсетілгендей бағытталатын болады.

Егер күштердің геометриялық қосындысы нөлге тең болса, яғни $F_{Л} = F_k$, онда альфа-бөлшек ауытқымайды. Oy осіне проекциясынан (мұнда $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ және $\sin\alpha = 1$ екендігі ескерілген)

$$QE - QvB = 0$$

деп аламыз, осыдан:

$$v = E / B.$$

Осыны апарып, (1)-ге қойсақ, онда:

$$\frac{Q}{m} = E^2 / (2UB^2);$$

$$\frac{Q}{m} = 48{,}1 \text{ Мкл/кг}.$$

29-мысал. $N = 10^3$ орамдары бар қысқа катушка өзінің жазықтығында жатқан және біртекті магнит өрісінің ($B = 0{,}04$ Тл) күш сызықтарына перпендикуляр болатын AB осіне қатысты $n = 10\ с^{-1}$ жиілікпен бірқалыпты айналады. Катушканың жазықтығы өріс сызықтарымен $\alpha = 60^0$ бұрыш жасайтын уақыт мезеттері үшін индукцияның ЭҚК-інің лездік мәндерін анықтау керек. Катушканың ауданы $S = 100\ см^2$.

Шығарылуы. Электромагниттік индукция заңы бойынша

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}.(1)$$

Ағын ілінісу $\Psi = N\Phi$, мұндағы N дегеніміз катушканың Φ магнит ағыны тесіп өтетін орамдар саны. Сонда:

$$\mathcal{E}_i = -N\frac{d\Phi}{dt}.\ (2)$$

Катушка айналған кезде оны тесіп өтетін Φ магнит ағыны $\Phi = \mathrm{BS}\cos\omega\,\mathrm{t}$ заңы бойынша өзгереді, мұндағы ω – катушканың бұрыштық жылдамдығы. Олай болса, (2) формулаға Φ мәнін қойып, уақыт бойынша дифференциалдап, ЭҚК-інің лездік мәнін табамыз:

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = \mathrm{NBS}\omega\sin\omega\,\mathrm{t}.$$

$\omega = 2\pi\,\mathrm{n}$ қатынасын және $\omega\,\mathrm{t} = \pi/2 - \alpha$ екендігін ескеріп (47-сурет) (мұнда $\sin(\pi/2 - \alpha) = \cos\alpha$ екендігі ескерілген),

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = 2\pi\,\mathrm{nNBS}\cos\alpha$$

деп табамыз. Есептеулер жүргізсек:

$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = 25{,}1$ В.

30-мысал. Кедергісі $\mathrm{R} = 10$ мОм сымнан жасалған қабырғасы $\mathrm{a} = 10$ см болатын квадрат рамка біртекті магнит өрісінде ($\mathrm{B} = 40$ мТл) орналасқан. Рамканың жазықтығының нормалы магнит индукциясы сызықтарымен $\alpha = 30^0$ бұрыш жасайды. Егер магнит өрісін ағытатын болса, рамка арқылы өтетін Q зарядты анықтау керек.

Шығарылуы. Магнит өрісін ағытқан кезде мағнит ағыны өзгереді. Осының нәтижесінде рамкада индукцияның ЭҚК-і пайда болады:

$$\mathcal{E}_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}}.$$

Пайда болған индукцияның ЭҚК-і индукциялық тоқ тудырып, оның лездік мәнін толық тізбек үшін $\mathrm{I}_{\mathrm{i}} = \mathcal{E}_{\mathrm{i}}/\mathrm{R}$ Ом заңын пайдалана отырып, анықтауға болады, мұндағы R – рамканың кедерігісі. Сонда

$$\mathrm{I}_{\mathrm{i}}\mathrm{R} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}}.$$

Индукциялық тоқтың лездік мәні $\mathrm{I}_{\mathrm{i}} = \mathrm{dQ}/\mathrm{dt}$ болатындықтан, оны мына түрде жазуға болады:

$$\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{dt}}\mathrm{R} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{dt}},$$

осыдан

$$\mathrm{dQ} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{R}}. \quad (1)$$

(1) теңдеуді интегралдаймыз

$$\int_0^{\mathrm{Q}} \mathrm{dQ} = -\frac{1}{\mathrm{R}}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \mathrm{d}\Phi, \text{ немесе } \mathrm{Q} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\mathrm{R}}.$$

Магнит өрісін ағытқан кезде $\Phi_2 = 0$, сонда соңғы теңдік

$$\mathrm{Q} = \Phi_1/\mathrm{R}. \quad (2)$$

Φ_1 магнит ағынын табамыз. Анықтама бойынша

$$\Phi_1 = \mathrm{BS}\cos\alpha,$$

S – рамканың ауданы ($\mathrm{S} = \mathrm{a}^2$), демек

$$\Phi_1 = \mathrm{Ba}^2\cos\alpha. \quad (3)$$

(3)-ті (2)-ге қойып,

$$\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{Ba}^2}{\mathrm{R}}\cos\alpha; \quad \mathrm{Q} = 8{,}67 \text{ мКл}$$

деп табамыз.

31-мысал. Бойымен $\mathrm{I} = 100$ А тоқ өтіп жатқан қабырғасы $\mathrm{a} = 10$ см жазық квадрат контур біртекті магнит өрісінде ($\mathrm{B} = 1$ Тл) еркін орналасады. Контурды

оның қарсы қабырғаларының ортасы арқылы өтетін оске қатысты 1) $\varphi_1 = 90^0$; 2) $\varphi_2 = 3^0$ бұрышқа бұрған кезде, сыртқы күштердің атқаратын A жұмысын анықтау керек. Контурдың бұрылуы кезінде ондағы тоқты тұрақты етіп ұстап отырады.

Шығарылуы. Тоғы бар контурға магнит өрісінде күш моменті әсер етеді (48-сурет):

$$M = p_m B \sin\varphi, (1)$$

мұндағы p_m – контурдың магнит моменті; B – магнит индукциясы; φ – $\mathbf{p}_m$ вектор (нормал бойымен контурға бағытталған) мен $\mathbf{B}$ вектордың арасындағы бұрыш.

Есептің шарты бойынша, бастапқы мезетте контур магнит өрісінде еркін орналасқан, демек, бұл мезетте күш моменті нөлге тең ($M = 0$), олай болса, $\varphi = 0$, яғни $\mathbf{p}_m$, $\mathbf{B}$ векторлар бірдей бағытталған. Егер сыртқы күштер контурды тепе-теңдік қалпынан шығаратын болса, онда пайда болатын күш моменті контурды бастапқы қалпына қайтаруға тырысады. Міне осы моментке қарсы сыртқы күштер жұмыс атқаратын болады. Күш моменті айнымалы болатындықтан (φ бұрышқа тәуелді), жұмысты есептеу үшін оның дифференциалдық түрдегі өрнегін пайдаланамыз: $dA = Md\varphi$. (1) формуланы ескеріп,

$$dA = IBa^2 \sin\varphi\, d\varphi$$

деп аламыз. Интегралдағаннан кейін жұмыс өрнегін табамыз:

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi\, d\varphi. (2)$$

$\varphi_1 = 90^0$ кезінде:

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin\varphi\, d\varphi = IBa^2 \left| -\cos\varphi \right|_0^{\pi/2} = IBa^2; (3)$$

$A_1 = 1$ Дж.

$\varphi_2 = 3^0$ кезінде: бұл жағдайда бұрыш азғантай болғандықтан, $\sin\varphi \approx \varphi$ деп аламыз:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi\, d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. (4)$$

φ_2 бұрышты радиандармен (0,0523) өрнектейміз.

$A_2 = 1{,}37$ мДж.

32-мысал. Өзегі магниттелмейтін материалдан жасалған соленоидқа $N = 1200$ сым орамда бір біріне тығыздалып оратылған. Тоқ күші $I = 4$ А кезінде магнит ағыны $\Phi = 6$ мкВб. Соленоидтың L индуктивтігін және оның магнит өрісінің W энергиясын анықтау керек.

Шығарылуы. Белгілі формулларды пайдаланатын болсақ:

$$\Psi = LI. (1)$$

$$\Psi = N\Phi. (2)$$

Осылардан соленоидтың индуктивтігін табамыз:

$$L = N\Phi / I. (3)$$

Соленоидтың магнит өрісінің энергиясы:

$$W = \frac{1}{2} LI^2.$$

(3) өрнекті пайдалансақ:

$$W = \frac{1}{2} N\Phi I. \text{ (4)}$$

Сан мәндерін қойсақ:

$L = 1{,}8$ мГн;

$W = 14{,}4$ мДж.

Есеп шығару үлгілері

І-топ

1. Сутегі атомы ядросы мен эдектронның арасындағы F тартылыс күшін табу керек. Сутегі атомының радиусы $0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м; ядроның заряды модулі жағынан электрон зарядына тең, ал таңбасы электрон зарядының таңбасына қарама-қарсы.

Шығарылуы.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = \left| |q_1| = |q_2|,\ k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\ Ф/м \right| =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{6 \cdot 10^{-38}}{0{,}25 \cdot 10^{-20}} = 92{,}3\ нН.$$

2. Бір-бірінен ауада ($\varepsilon = 1$) $r_1 = 20$ см қашықтықта орналасқан екі нүктелік заряд бір-бірімен қайсы-бір күшпен өзара әрекеттеседі. Майдың ішінде де осы зарядтар дәл осындай күшпен өзара әрекеттесу үшін, оларды қандай r_2 қашықтықта орналастыру керек?

Шығарылуы. Зарядтар ауада орналасқан кезде $F_1 = k\frac{q_1 q_2}{r_1^2}$; зарядтар майда орналасқан кезде $F_2 = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r_1^2}$. Есептің шарты бойынша $F_1 = F_2$;

$$k\frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r_2^2};\ r_2 = r_1/\sqrt{\varepsilon} = 20/\sqrt{5} = 8{,}94 \text{ см}.$$

3. Екі нүктелік зарядтардың F өзара әрекеттесу күшінің олардың r ара қашықтығына тәуелділігінің графигін $2 \le r \le 10\ см$ аралығында әрбір 2 см сайын ала отырып, салу керек. Зарядтар $q_1 = 20$ нКд және $q_2 = 30$ нКл.

Шығарылуы. Кулон заңына сүйене отырып,

$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} = 9 \cdot 10^9 . \frac{6 \cdot 10^{-16}}{r^2} = \frac{54 \cdot 10^{-7}}{r^2} = \frac{C}{r^2}$ деп табамыз. Міне осы функцияның графигін тұрғызу керек.

9.4. Екі протонның арасындағы гравитациялық өзара тартылыс күші олардың электростатикалық тебілу күшінен қанша есе аз? Протонның заряды моддулі бойынша электрон зарядына тең, ал таңбасы бойынша қарама-қарсы.

Шығарылуы.

$$F_e = k\frac{e^2}{r^2};\ F_g = G\frac{m^2}{r^2};\ n = F_e/F_g = ke^2/Gm^{2\prime} =$$

$$= 9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-38}/6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 67 \cdot 10^{-54} = 1{,}25 \cdot 10^{36}\ есе.$$

9.5. Протон натрий атомының ядросына $6 \cdot 10^{-14}$ м қашықтыққа дейін жақын келді деп есептеп, натрий атомы ядросы мен оны атқылаған протонның арасындағы F электростатикалық өзара тебілу күшін табу керек. Натрий ядросының заряды протонның зарядынан 11 есе артық. Натрий атомының электрондық қабатының әсерін ескермеу керек.

Шығарылуы.

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9\cdot 10^9 \frac{11\cdot (6)\cdot 10^{-38}}{36\cdot 10^{-28}} 0{,}7\,H.$$

9.6. Әрбіреуінің массасы $m = 0{,}2$ кг болатын бірдей зарядталған екі металл шар бір-бірінен қайсы-бір қашықтықта орналасқан. Егер осы қашықтықта олардың электростатикалық өзара әрекеттесу энергиясы W_e олардың W_g гравитациялық өзара әрекеттесу энергиясынан миллион есе артық болса, шариктердің q зарядын табу керек.

Шығарылуы. Шариктердің электростатикалық өзара әрекеттесу энергиясы мен гравмтациялық өзара әрекеттесу энергиясы

$$W_e = k\frac{q^2}{r};\ W_g = G\frac{m^2}{r}.$$

Есептің шартының математикалық өрнегінен шариктердің q зарядын табамыз:

$$W_e = k\frac{q^2}{r};\ W_g = G\frac{m^2}{r}.\ W_e = 10^6 W_g;\ k\frac{q^2}{r} = 10^6 G\frac{m^2}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = m\cdot 10^3\sqrt{G/k} = 17\,нКл.$$

9.7. Заряды q және массасы m екі бөлшектің электростатикалық әзараәрекеттесу энергиясы W_e олардың W_g гравитациялық өзара әрекеттесу энергиясынан қанша есе артық болады? Есепті а) электрондар; б) протондар үшін шығару керек.

Шығарылуы. 9.6.-есепте көргеніміздей

$$W_e = k\frac{q^2}{r};\ W_g = G\frac{m^2}{r}.\ W_e = nW_g;\ k\frac{q^2}{r} = nG\frac{m^2}{r};\ n = \frac{kq^2}{Gm^2};$$

$$а)\ n = \frac{kq^2}{Gm^2} = \frac{9\cdot 10^9\cdot (6)\cdot 10^{-38}}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}} = 4{,}17\cdot 10^{42};$$

$$б)\ n = \frac{9\cdot 10^9\cdot (6)\cdot 10^{-38}}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}} = 1{,}24\cdot 10^{36}.$$

9.8. Екі нүктелік зарядтардың W_e электростатикалық өзара әрекеттесу энергиясының олардың r ара қашықтығына тәуелділігінің графигін $2 \le r \le 10$ *см* аралығында әрбір 2 см сайын ала отырып, салу керек. Зарядтар $q_1 = 1$ нКл және $q_2 = 3$ нКл; $\varepsilon = 1.$ Графикті а) аттас зарядтар; б) қарсы таңбалы зарядтар үшін салу керек.

Шығарылуы. Аттас зарядтар үшін

а) $W_e = k\frac{q_1 q_2}{r} = 9\cdot 10^9\cdot\frac{3\cdot 10^{-18}}{r} = \frac{27\cdot 10^{-9}}{r}$ *Дж*;

б) Қарсы таңбалы зарядтар үшін

$$W_e = k\frac{q_1 q_2}{r} = -9\cdot 10^9\cdot\frac{3\cdot 10^{-18}}{r} = -\frac{27\cdot 10^{-9}}{r}\ Дж.$$

Графиктер 32-суретте келтірілген.

9.9. $q_1 = 8$ нКл және $q_2 = -6$ нКл нүктелік зарядтардың қақ ортасында жатқан нүктеде электр өрісінің E кернеулігін табу керек. Зарядтардың ара қашықтығы $r = 10$ см; $\varepsilon = 1.$

Шығарылуы. Зарядтар қарама-қарсы таңбалы болатындықтан, екі зарядтың ортасындағы нүктеде заряд өрістерінің кернеуліктері бірдей бағытта болады: оң зарядтың өріс кернеулік векторы зарядтан сыртқа қарай, ал теріс зарядтың өрісінің кернеулік векторы зарядтың өзіне қарай бағытталған. Суперпозиция принципіне сай,қорытқы өріс $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ және ол теріс зарядқа қарай бағыттлған

$$E = E_1 + E_2 = \frac{kq_1}{(r/2)} + \frac{kq_2}{(r/2)} = 50{,}4\ \text{кВ/м}.$$

9.10. Әрбір төбесінде $q = 2{,}33$ нКл заряды бар квалраттың центріне q_0 теріс заряд орналастырылған. Егер әрбір зарядқа әсер ететін күш $F = 0$ болатын болса, осы зарядты табу керек.

Шығарылуы. Квадраттың төбесіндегі әрбір q зарядқа қалған үш зарядтар тарапынан әсер ететін күштердің қорытқысы дәл осы зарядқа квадраттың центрінде орналасқан q_0 теріс заряд тарапынан әсер түсірілетін күшке тең болады. Демек:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \frac{kq^2}{a^2}\sqrt{2};\ F_R = F + F_3 = \frac{kq^2}{a^2}\sqrt{2} + \frac{kq^2}{2a^2} = \frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right);$$

$$F_R - F_0 = 0;\ \frac{kq^2}{a^2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) - \frac{kqq_0}{a^2/2} = 0;\ q_0 = \frac{q}{2}\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) = 2{,}23\,нКл;$$

$$q_0 = -2{,}23\ нКл.$$

9.11. Дұрыс алтыбұрыштың төбелерінде үш оң заряд және үш теріс заряд орналасқан. Осы зарядтардың түрліше орналасулары кезінде алтыбұрыштың центрінде электр өрісінің E кернеулігін табу керек. Әрбір заряд $q = 1{,}5$ нКл; алтыбұрыштың қабырғасы $a = 3$ см.

Шығарылуы. Алтыбұрыштың кезкелген төбесінен оның центріне дейінгі қашықтық алтыбұрыштың қабырғасының ұзындығына тең, сондықтан кезкелген төбедегі зарядтардың центрде тудыратын өрістерінің кернеуліктерінің шамалары бірдей болады: $E_i = k\frac{q}{a^2}$. Осының арқасында зарядтардың түрліше комбинациялар жасап орналасулары кезіндемынандай мәндерге келеміз:

а) $E = 0$ (–,+,–,+,–,+);

б) $E = 60\ кВ/м$ (–,–,–,+,+,+);

в) $E = 30\ кВ/м$ (+,–,–,+,+,–).

9.12. Алдыңғы есепті алтыбұрыштың төбелерінде орналасқан барлық зарядтардың оң болатын жағдайында шығару керек.

Шығарылуы. Барлық зарядтардың алтыбұрыштың центрінде тудыратын өрістері бірдей және қос-қос болып, бір-бірлеріне қарсы бағытталған, сондықтан центрдегі қорытқы өріс нөлге тең болады (өздеріңіз есептеулер арқылы көз жеткізіңіздер).

9.13. $q_1 = 7{,}5$ нКл және $q_2 = -14{,}7$ нКл болатын екі нүктелік заряд $r = 5$ см қашықтықта орналасқан. Оң зарядтан $a = 3$ см және теріс зарядтан $b = 4$ см қашықтықта орналасқан нүктеде электр өрісінің E кернеулігін табу керек.

Шығарылуы. $5^2 = 4^2 + 3^2$ екендігінен зарядтардың ара қашықтығының тік бұрышты үшбұрыштың гипотенузасына тең екендігін көреміз. Осыдан

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{k^2\frac{q_1^2}{a^4} + k^2\frac{q_2^2}{b^4}} = k\sqrt{\frac{q_1^2}{a^4} + \frac{q_2^2}{b^4}} = 112\ \text{кВ/м}.$$

9.14. Радиустары және массалары бірдей екі шарик ұзындықтары бірдей жіптерге беттері жанасатындай түрде ілінген. Шариктерге $q_0 = 0{,}4$ мкКл зарядты бергеннен кейін, олар бір-бірінен тебіліп, $2\alpha = 60^0$ бұрышқа ажырап кетеді. Егер шариктің центрінен іліну нүктесіне дейінгі қашықтық $l = 20$ см болса, әрбір шариктің m массасын табу керек.

Шығарылуы. Әрбір шарикке екі күш әсер етеді (33-сурет): ауырлық күші mg және электростатикалық тебілу күші F_e. Бұл күштердің тең әсерлісі F. Бірақ,

$$F_e = mgtg\alpha = kq^2/\varepsilon r^2,\ r/2 = l\sin\alpha,$$

мұндағы $q = q_0/2$ – әрбір шариктегі заряд, g – еркін түсу үдеуі; осыдан

$$m = \frac{F_e}{gtg\alpha} = \frac{kq^2}{\varepsilon 4l^2 g\sin^2\alpha\ tg\alpha} = 15{,}6\ \text{г}.$$

9.15. Радиустары және массалары бірдей екі шарик ұзындықтары бірдей жіптерге беттері жанасатындай түрде ілінген. Жіптің керілу күші $T = 98$ мН болу үшін шариктерге қандай q заряд беру керек? Шариктің центрінен іліну нүктесіне дейінгі қашықтық $l = 10$ см; әрбір шариктің массасы $m = 5$ г.

Шығарылуы. Алдыңғы есептегі тең әсерлі күш шама жағынан жіптің керілу күшіне тең (95-сурет), олай болса

$$F^2 \Rightarrow T^2 = m^2 g^2 + F_e^2 \Rightarrow T^2 = m^2 g^2 + \frac{k^2 q^4}{\varepsilon^2 r^4};\ q = r\sqrt{\frac{\varepsilon^2}{r^2}\left(T^2 - m^2 g^2\right)};$$

$r/2 = l\sin\alpha;\ q = 1{,}1\ мкКл.$

9.16. Егер 9.14-есептегі шариктерді керосинге батырған кезде жіптердің ажырау бұрышы $2\alpha_k = 54^0$ болса, шариктердің материалының ρ тығыздығын табу керек. .

Шығарылуы. Ауадағы шарик үшін 9.14-есепте

$$mg = \frac{kq^2}{4l^2\sin^2\alpha\, tg\alpha} \quad (1)$$

теңдеуін алғанбыз (ауа үшін $\varepsilon = 1$).

Шариктерді керосинге батырғанда әрбір шарикке Архимедтің итеріп шығарғыш күші F_{Apx} әсер ете бастайды. Сонда керосинге батырылған шарик үшін

$$mg - F_{Apx} = \frac{kq^2}{\varepsilon_k 4l^2\sin^2\alpha_k tg\alpha_k}, \quad (2)$$

мұндағы

$$mg - F_{Apx} = \left(\rho - \rho_k\right)Vg, \quad (3)$$

мұнда ρ – шарик материалының тығыздығы, ρ_k – керосиннің тығыздығы, V – шардың көлемі, g – еркін түсу үдеуі. (1) – (3)- терден

$$\frac{mg - F_{Apx}}{mg} = \frac{\rho - \rho_k}{\rho} = \frac{\sin^2\alpha\, tg\alpha}{\varepsilon_k\sin^2\alpha_k tg\alpha_k};$$

$$\rho = \rho_k\frac{\sin^2\alpha\, tg\alpha}{\varepsilon_k\sin^2\alpha_k tg\alpha_k - \sin^2\alpha\, tg\alpha} = 2{,}55\cdot 10^3\ кг.м^3.$$

9.17. Радиустары және массалары бірдей зарядталған екі шарик ұзындығы бірдей жіпке ілініп, тығыздығы ρ және диэлектрлік өтімділігі ε сұйық диэлектрикке батырылған. Жіптердің ауадағы және диэлектриктегі ажырау бұрыштары бірдей болу үшін, шарик материалының ρ_0 тығыздығы қандай болу керек?

Шығарылуы. Алдыңғы есептің шығарылуынан көргеніміздей

$$\frac{mg - F_{Apx}}{mg} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} = \frac{\sin^2\alpha\, tg\alpha}{\varepsilon_k\sin^2\alpha_k tg\alpha_k} = \frac{1}{\varepsilon};\ \rho_0 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\rho.$$

9.18. 34-суретте AA – $\sigma = 40$ мкКл/м^2 беттік зарядпен зарядталған шексіз жазықтық және B – жазықтықпен аттас $q = 1$ нКл зарядпен зарядталған массасы $m = 1$ г шарик. Шарик ілулі тұрған жіп жазықтықпен қандай α бұрыш жасайды?

Шығарылуы. Шарикке әсер ететін mg ауырлық күшінің $mgtg\alpha$ құраушысы шарикке түсірілген электростатикалық $F = qE = q\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$ күшімен теңесіп тұр. Осыдан:

$$mgtg\alpha = q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} \Rightarrow tg\alpha = q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon mg};\ \alpha = arctg\left(q\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon mg}\right) = 13^0.$$

9.19. 16-суретте AA – зарядталған шексіз жазықтық және B – жазықтықпен аттас $q = 667$ пКл зарядпен зарядталған массасы $m = 0{,}4$ мг шарик. Шарик ілулі тұрған жіптің керілу күші $T = 0{,}49$ мН. Жазықтықтағы зарядтың σ тығыздығын табу керек.
Шығарылуы. Жіптің керілу күші ауырлық күші мен кулондық тебілу күшінің тең әсерлісі болып табылады (95-сурет), сондықтан

$$T^2 = F_e^2 + (mg)^2 \Rightarrow F_e = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \sqrt{T^2 - (mg)^2};$$

$$\sigma = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon}{q}\sqrt{T^2 - (mg)^2} = 7{,}8\ мкКл/м^2.$$

9.20. Егер $q = 2$ СГС$_q = \frac{2}{3}\cdot 10^{-9}\ Кл$ заряд а) $\lambda = 0{,}2$ мкКл/м сызықтқ тығыздықпен зарядталған жіптен $r = 2$ см қашықтықта; б) $\sigma = 20$ мкКл/м^2 беттік тығыздықпен зарядталған жазықтықтың өрісінде; в) радиусы $R = 2$ см және $\sigma = 20$ мкКл/м^2 беттік тығыздықпен зарядталған шардың бетінен $r = 2$ см қашықтықта орналасқан болса, зарядқа әсер ететін F күшті табу керек. Ортаның диэлектрлік өтімділігі $\varepsilon = 6$.
Шығарылуы.

а) $F = qE = q\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = 20\ мкН$; б) $F = qE = q\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = 26\ \ мкН$;

в) $F = qE = qE = q\dfrac{kq'}{r^2} = \left|q' = \sigma S = \sigma\cdot 4\pi R^2\right| = q\dfrac{k\sigma\cdot 4\pi R^2}{r^2} = 62{,}8$ мкН.

9.21. Өрісті а) $q = 33{,}3$ нКл нүктелік заряд; б) $\lambda = 1{,}67$ мкКл сызықтық тығыздықпен зарядталған шексіз ұзын жіп; в) $\sigma = 25$ мкКл/м^2 беттік тығыздықпен зарядталған шексіз жазықтық тудыратын болса, бір графикте электр өрісінің E кернеулігінің r қашықтыққа тәуелділік қисықтарын $1 \le r \le 5$ см интервалында әрбір 1 см сайын тұрғызу керек.

Шығарылуы. а) $E = \dfrac{kq}{r^2} = \dfrac{0{,}3}{r^2}$; б) $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = \dfrac{3\cdot 10^4}{r}$;

в) $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = const.$

9.22. Бір валентті ионнан $r = 0{,}2$ нм қашықтықта электр өрісінің E кернеулігін табу керек. Ионның зарядын нүктелік деп есептеу керек.
Шығарылуы. Ион бір валентті, демек оның заряды элементар зарядқа тең, сондықтан

$$E = \frac{kq}{r^2} = \frac{k\cdot e}{r^2} = \frac{9\cdot 10^9\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{0{,}04\cdot 10^{-24}} = 36\cdot 10^9 = 36\ ГВ/м.$$

9.23. Зарядталған шексіз жазықтықтың өрісі осы өрісте орналасқан шексіз ұзын зарядталған жіптің бірлік ұзындығына қандай F_l күшпен әсер етеді? Жіптің зарядының сызықтық тығыздығы $\lambda = 3$ мкКл/м және жазықтықтағы зарядтың беттік тығыздығы $\sigma = 20$ мкКл/м^2.
Шығарылуы.

$$F_l = \lambda\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = 3{,}4\ \text{Н/м}.$$

9.24. Бір-бірінен $r_1 = 2$ см қашықтықта орналасқан, бірдей $\lambda = 3$ мкКл/м сызықтық тығыздықпен аттас зарядталған бірдей шексіз ұзын жіптер бірлік ұзындықтарын қандай

F_l күшпен тебеді? Осы жіптерді $r_2 = 1$ см қашықтыққа дейін жақындату үшін олардың бірлік ұзындығына қандй A_l жұмыс атқару керек?

Шығарылуы. Бір жіп екінші жіптің тұрған жерінде $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1}$ өріс тудырады, олай болса жіптің бірлік ұзындығына әсер ететін тебу күші

$$F_l = \lambda\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} = 8{,}1\ Н;$$

$$dA_l = F_l dr = \int_{r_1}^{r_2}\frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}dr = \frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right) = 0{,}112\ Дж/м.$$

9.25. Біртекті зарядталған екі ұзын жіптер бір-бірінен $r = 10$ см қашықтықта орналасқан. Жіптердегі зарядтың сызықтық тығыздығы $\lambda_1 = \lambda_2 = 10$ мкКл/м. Әрбір жіптен $a = 10$ см қашықтықта орналасқан нүктедегі қорытқы өрістің $\mathbf{E}$ кернеулігінің модулін және бағытын табу керек.

Шығарылуы. Жіптердің арасындағы қашықтық пен жіптерден қарастырылып отырған нүктеге дейінгі қашықтықтар өзара тең болғандықтан, олар тең қабырғалы .үшбұрыштың қабырғалары болыа табылады, сондықтан әр жіп тудыратын өрістердің кернеулік векторлары бір-бірімен бұрыш жасайды. Олай болса, қорытқы кернеулік векторының модулі

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 60^0} = |E_1 = E_2| = E_1\sqrt{3} =$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}\sqrt{3} = 3{,}12\ МВ/м.$$

Қорытқы кернеулік векторының бағыты екі жіп ораласқан жазықтыққа перпендикуляр.

9.26. Аттас зарядталған шексіз созылған екі жазықтық бірлік ауданына келетін қандай F_S күшпен тебіледі? Жазықтықтардағы зарядтың беттік тығыздығы $\sigma = 0{,}3$ мК/м^2.

Шығарылуы. Анықтама бойынша

$$F_S = \sigma\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = 5{,}1 кН/м^2.$$

9.27. Радиусы $R = 0{,}5$ см болатын мыс шар майға түсірілген. Майдың тығыздығы $\rho_м = 0{,}8\cdot 10^3$ кг/м^3. Егер шар майдағы біртекті өрісте қалықтап жүрсе, шардың q зарядын табу керек. Электр өрісі вертикаль жоғары бағытталған және оның кернеулігі $E = 3{,}6$ МВ/м.

Шығарылуы. Мыс шардың майдағы қалпы электрлік күш пен Архимедтің көтергіш күшінің қосындысының шардың салмағына теңдігін білдіреді:

$$mg = qE + F_{Арх};\ q = \frac{1}{E}(mg - F_{Арх}) = \frac{4\pi R^3 g}{3E}(\rho - \rho_м) = 11\ нКл.$$

9.28. Горизонталь орналасқан жазық конденсаторда сынаптың зарядталған тамшысы электр өрісінің $E = 60$ кВ/м кернеулігі кезінде тепе-теңдікте болады. Тамшының заряды $q = 2{,}4\cdot 10^{-9}$ СГС$_q$. Тамшының R радиусын табу керек.

Шығарылуы. Тамшының тепе-теңдігі оған түсірілген күштердің тең әсерлісінің нөлге тең екендігін көрсетеді:

$$mg = qE + F_{Арх};\ qE = (mg - F_{Арх}) = \frac{4\pi R^3 g}{3}(\rho - \rho_м);$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3qE}{4\pi\ g(\rho - \rho_a)}} = |\rho >> \rho_a| = \sqrt[3]{\frac{3qE}{4\pi\ g\rho}} = 0{,}44 мкм.$$

Мұнда ауаның тығыздығының сынаптың тығыздығымен салыстырғанда ескерімсіз аз екендігін ескердік.

9.29. Ұзындығы шектелген зарядталған жіп тудыратын электр өрісінің шектік жағдайларда а) шексіз ұзын зарядталған жіптің; б) нүктелік зарядтың өрісіне айналатындығын көрсету керек.

Шығарылуы. Берілгені

$$E = \frac{\lambda \sin\alpha}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}. (1)$$

Сызбадан

$$\sin\alpha = \frac{l/2}{\sqrt{a^2 + (l/2)^2}} (2)$$

болатындығын көруге болады, мұндағы l – жіптің ұзындығы, a – қарастырылып отырған нүктеден жіпке дейінгі қашықтық. (2)-ні (1)-ге қойып,

$$E = \frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a\sqrt{a^2 + (l/2)^2}}. (3)$$

деп табамыз.

а) Егер $a << 1$, онда $\sqrt{a^2 + (l/2)^2} \approx l/2$. Бұл жағдайда (3) формуладан $E = \lambda / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon a.$ – зарядталған шексіз ұзын жіптің өрісінің кернеулігі;

б) егер $a >> 1$, онда $\sqrt{a^2 + (l/2)^2} \approx a$. Бұл жағдайда $\lambda l = q$ болатындықтан, (3) формуладан $E = q / 4\pi\varepsilon_0\varepsilon a.$ – нүктелік зарядтың өрісінің кернеулігі.

9.30. Зарядталған жіптің ұзындығы $l = 25$ см. Жіптің ортасына жүргізілген нормаль бойындағы қандай шектік a қашықтық кезінде электр өрісін шексіз ұзын зарядталған жіптің өрісі деп қарастыруға болады? Осындай ұйғарым кезіндегі жіберілетін қателік $\delta = 0{,}05$-тен аспау керек. Н ұ с қ а у. Жіберілетін қателік $\delta = (E_2 - E_1)/E_2$, мұндағы E_2 – шексіз ұзын жіптің электр өрісінің кернеулігі, E_1 – ұзынщығы шектеулі жіптің өрісінің кернеулігі.

Шығарылуы. Зарядталған шексіз ұзын жіптің өрісінің кернеулігі

$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a};$$

ұзындығы шектеулі зарядталған жіптің өрісінің кернеулігі

$$E_2 = \frac{\lambda \sin\alpha}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a} = \left| \sin\alpha = \frac{l/2}{\sqrt{a^2 + (l/2)^2}} \right| = \frac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a\sqrt{a^2 + (l/2)^2}}.$$

Қателікті табатын болсақ

$$\delta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = 1 - \frac{l}{2\sqrt{a^2 + l^2/4}} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{(a/l)^2 + 1/4}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{4(a/l)^2 + 1}};$$

$$\delta = 1 - \frac{1}{\sqrt{4(a/l)^2 + 1}}; \frac{a}{l} = \frac{\sqrt{1 - (1-\delta)^2}}{2(1-\delta)} = \left| \delta^2 \approx 1 \right| \approx \frac{1}{1-\delta}\sqrt{\frac{\delta}{2}}.$$

$\delta = 0{,}05$ және $l = 0{,}25$ м кезінде шектік қашықтық $a = 4{,}18$ см.

9.31. Шексіз ұзын зарядталған жіптен $a = 5$ см қашықтықта орналасқан A нүктеде электр өрісінің кернеулігі $E = 150$ кВ/м. Егер A нүктесі жіптің ортасына нормалда орналаса, жіптің қандай l шектік ұзындығы кезінде кернеуліктің табылған нәтижесі 2%-ке дейінгі дәлдікпен дұрыс болады? Егер жіптің ұзындығы $l = 20$ см болса, A нүктеде өрістің E кернеулігі қандай болады? Ұзындығы шектеулі жіптегі зарядтың сызықтық тығыздығын шексіз ұзын жіптегі зарядтың сызықтық тығыздығымен бірдей деп алу керек. Жіптегі зарядтың сызықтық тығыздығын табу керек.

Шығарылуы. Алдыңғы есептің шығарылуынан білетініміздей,

$$\frac{a}{l}=\frac{1}{1-\delta}\sqrt{\frac{\delta}{2}};\ \frac{5}{l}=\frac{1}{1-0{,}02}\sqrt{\frac{0.02}{2}};\ l=0{,}51 \text{ м};$$

$$\delta=1-\frac{1}{\sqrt{4(a/l)^2+1}}=1-\frac{1}{\sqrt{4(5/20)^2+1}}=0{,}1;$$

$$0{,}1=\frac{E_1-E_2}{E_1};\ E_2=0{,}9E_1=135 \text{ кВ};$$

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a};\ 150\cdot10^3=\frac{\lambda}{2\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-2}5\cdot10^{-2}};\ \lambda=0{,}41 \text{ мкКл/м}.$$

9.32. Радиусы $R=10$ см сымнан жасалған сақинаның теріс заряды $q=-5$ нКл. Сақинаның өсінде сақинаның центрінен 0, 5, 8, 10 және 15 см болатын L қашықтықтарда орналасқан нүктелердегі электр өрісінің E кернеулігін табу керек. $E=f(L)$ графигін салу керек. Сақинаның центрінен қандай қашықтықта электр өрісінің E кернеулігінің мәні максималь болады?

Шығарылуы. Сақинаның dl элементін аламыз (81-сурет). Бұл элементтің заряды dq. Осы элементтің A нүктеде тудыратын электр өрісінің кернеулігі $dE=dq/4\pi\ {}_0\varepsilon\ x^2$. Ол сақинаның dl элементін A нүктесімен байланыстыратын x сызығының бойымен бағытталған. Тұтас сақинаның тудыратын электр өрісінің кернеулігін табу үшін барлық элементтердің $d\mathbf{E}$ өрістерін векторлық түрде қосу керек. $d\mathbf{E}$ векторын dE_λ және dE_n құраушыларға жіктеуге болады. Диаметралды қарама-қарсы орналасқан әрбір екі элементтің өрісінің dE_n құраушылары өзара қысқарып кетеді, сонда

$$E=\int dE_\lambda.$$

Ал

$$dE_\lambda=dE\cos\alpha=dE\frac{L}{x}=\frac{Ldq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\ x^2}.$$

Бұдан

$$E=\frac{L}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\ x^3}\int dq=\frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\ x^3}.$$

Бірақ $x=\sqrt{R^2+L^2}$ және ақыры

$$E=\frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\ (R^2+L^2)^{3/2}}. \quad (1)$$

Бұл электр өрісінің сақинаның өсіндегі кернеулігі.

Егер $L>>R$ болса, онда $e=q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon\ L^2$, яғни алыс қашықтықтарда зарядталған сақинаны нүктелік заряд деп қарастыруға болады. (1)-ге сан мәндерін қойып, мәндері 0; 1,60; 1,71; 1,60 және 1,15 кВ/м болатын E кернеуліктерді аламыз.

x және L шамаларды α бұрыш арқылы өрнектейміз. $R=x\sin\alpha$ болады; енді (1) формула

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}\cos\alpha\sin^2\alpha$$

түріне келеді. E кернеуліктің максималь мәнін табу үшін $dE/d\alpha$ туындысын табамыз және оны нөлге теңестіреміз:

$$\frac{dE}{d\alpha}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}(\cos^2\alpha\,2\sin\alpha-\sin^3\alpha)=0, \text{ немесе } tg^2\alpha=2.$$

Сонда эдектр өрісінің кернеулігінің максималь мәні сақинаның центрінен $L = R/tg\alpha = R/\sqrt{2} = 7{,}1\ см$ қашықтықта орналасқан A нүктесінде болады.

9.33. Зарядталған сақинанаың өсіндегі электр өрісі кернеулігінің максимал мәні сақина центрінен L қашықтықта. Сақинаның центрінен $0{,}5L$ қашықтықтағы нүктеде электр өрісінің кернеулігі кернеуліктің максималь мәнінен неше есе аз болады?

Шығарылуы. 9.32-есептің шығарылуынан сақинаның өсіндегі эдектр өрісі кернеулігінің максималь мәнінің сақина центрінен $L = R/tg\alpha = R/\sqrt{2}$ қашықтықта орналасқан нүктеде болатындығын білеміз. Сонда

$$E_{\max} = \frac{qR/\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\left(R^2 - R^2/2\right)^{3/2}} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2};$$

$$E_L = \left|L \Rightarrow 0{,}5L = 0{,}5R/\sqrt{2} = R/2^{3/2}\right| = \frac{qR/2^{3/2}}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\left(R^2 - R^2/2^3\right)^{3/2}}$$

$$\frac{E_{\max}}{E_L} = 1{,}3\ есе.$$

9.34. Зарядталған дискі тудыратын электр өрісінің шектік жағдайларда а) шексіз жазықтықтың; б) нүктелік зарядтың электр өрісіне айналатындығын көрсету керек.

Шығарылуы. Радиусы R зарядталған дискінің өрісінің оның центріне тұрғызылған перпендикулярдағы одан a қашықтықта орналасқан нүктедегі кернеулігі

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right).$$

а) Егер $a << R$ болса, онда R/a өте үлкен және $1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (R/a)^2}} \approx 1$. Бұл жағдайда $E = \sigma/2\varepsilon_0\varepsilon$, яғни дискіге жуық қашықтықтарда жатқан нүктелер үшін дискіні шексіз созылыңқы жазықтық деп алуға болады.

б) Егер $a >> R$, онда R/a азғантай және $\sqrt{1 + (R/a)^2} \approx 1 - \frac{R^2}{2a^2}$. Бұл жағдайда $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{R^2}{2a^2}$. $\sigma = q/\pi R^2$ болатындықтан, $E = q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2$, яғни дискіден алыс жатқаан нүктелер үшін дискің өрісі нүктелік зарядиың өрісіне ұқсайды екен.

9.35. Зарядталған дискінің радиусы $R = 25$ см. Дискіден оның центріне нормаль бойымен қандай шектік a қашықтықта электр өрісін шексіз созылыңқы жазықтықтың өрісі деп қарастыруға болады? Мұндай келісім жағдайында қателік $\delta = 0{,}05$-тен аспау керек. Н ұ с қ а у. Жіберілетін қателік $\delta = (E_2 - E_1)/E_2$, мұндағы E_2 – шексіз созылыңқы жазықтықтың өрісінің кернеулігі, E_1 – дискінің өрісінің кернеулігі.

Шығарылуы.

$$\delta = \frac{\sigma/2\varepsilon_0\varepsilon - \sigma/2\varepsilon_0\varepsilon \cdot \left(1 - a/\sqrt{R^2 + a^2}\right)}{\sigma/2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{(R/a)^2 + 1}};$$

$$\frac{a}{R} = \frac{\delta}{\sqrt{1 - \delta^2}} \approx \delta;\ \delta = 0{,}05:\ R = 0{,}25\,м;\ a = 1{,}2\ см.$$

9.36. Зарядталған дискінің центріне нормаль бойынша $a = 5$ см қашықтықта орналасқан A нүктеде электр өрісінің E кернеулігін табу керек. Дискінің қандай

шектік R радиусы кезінде A нүктедегі өрістің кернеулігі шексіз созылыңқы жазықтықтың өрісінің кернеулігінен айырмашылығы 2%-тен аспайды? Егер дискінің радиусы $R = 10a$ болатын болса, A нүктеде өрістің E кернеулігі қандай болады? Осы нүктеде табылған кернеулік шексіз созылыңқы жазықтықтың өрісінің кернеулігінен неше есе кем болады?

Шығарылуы. A нүктедегі өріс кернеулігі

$$E_A = \sigma / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon\left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right) = \left|a = 0{,}05\ м\right|.$$

Өткен есептің шығарылуынан

$$\frac{a}{R} = \frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}} \approx \delta;\ \delta = 0{,}02;\ \ a = 5\ см.\ R = 2{,}5\ \text{м}.$$

$$E_A = \sigma / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon\left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right) = \frac{9}{10}\sigma / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon = 113\,кВ/м.$$

$$\eta = \frac{E_\infty}{E_A} = \frac{10}{9} = 1{,}1\ \text{есе}.$$

9.37. Бірдей беттік тығыздықпен әр аттас зарядталған параллель екі диск бір бірінен $d = 1$ см қашықтықта орналасқан. Дискілердің центрлерінің арасындағы өрістің жазық конднсатордың өрісінен айырмашылығы 5%-тен аспайтындай болу үшін, дискілердің шектік R радиусы қандай болу керек? Осы нүктелер үшін өріс кернеулігін $R/d = 10$ кезіндегі жазық конденсатордың өрісінің кернеулігіне тең деп алу арқылы қандай δ қателік жібереміз?

Шығарылуы. 9.35-есептің шығарылуынан

$$\frac{d}{R} \approx \delta \Rightarrow R = \frac{d}{\delta} = 0{,}2\ м;\ \frac{d}{R} = 0{,}1; \delta = 0{,}1 = 10\%.$$

9.38. $q = 1$ нКл оң заряды бар массасы $m = 40$ мг шарик $v = 10$ см/с жылдамдықпен қозғалады. Шарик нүктелік оң $q_0 = 1{,}33$ нКл зарядқа қандй r қашықтыққа дейін жақындап келе алады?

Шығарылуы. Қлзғалыстағы шариктің кинетикалық энергиясы оң зарядтың тарапынан болатын тебілудің потенициалдық энергиясына тең болғанға дейін қозғала алады, осыдан:

$$\frac{mv^2}{2} = k\frac{qq_0}{\varepsilon\, r};\ \Rightarrow r = \frac{2kqq_0}{\varepsilon\, mv^2} = 6\ \text{см}.$$

9.39. Бір-біріне қарама-қарсы $v_0 = 10^6$ м/с салыстырмалы жылдамдықпен қозғалып келе жатқан екі электрон бір-біріне қандай r қашықтыққа дейін жақындай алады?

Шығарылуы. $\frac{mv^2}{2} = k\frac{e^2}{\varepsilon\, r};\ \Rightarrow r = \frac{2ke^2}{\varepsilon\, mv^2} = 5{,}1\cdot 10^{-10}$ м.

9.40. Протон (сутегі атомының ядросы) $v = 7{,}7\cdot 10^6$ м/с жылдамдықпен қозғалады. Ол алюминий атомының ядросына қандай ең кіші r қашықтыққа дейін жақындап келе алады? Алюминий ядросының заряды $q = Ze$, мұндағы Z – атомның Менделеев кестесіндегі реттік нөмірі және e – протонның заряды, ол модулі бойынша электронның зарядына тең. Протонды және алюминий атомының ядросын нүктелік зарядтар деп қарастыру керек. Алюминий атомының электрондық қабықшасының әсерін ескермеу керек.

Шығарылуы.

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kZe^2}{r};\Rightarrow r = \frac{2kZe^2}{m_p v^2} = \left|Z = 13;\ m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}\,кг\right| = 6{,}1\cdot 10^{-14}\ \text{м}.$$

9.41. Тыныштықтағы натрий ядросын α-бөлшектермен атқылағанда олардың арасындағы тебілу күші $F = 140$ Н мәніне жеткен. α–бөшек натрий атомының ядросына қандай минималь r қашықтыққа дейін жақындағын? α–бөшектің жылдамдығы қандай? Натрий атомының электрондық қабықшасының әсерін ескермеу керек.

Шығарылуы.

$$F = k\frac{Ze\cdot 2e}{r^2} \Rightarrow r = e\sqrt{\frac{2Zk}{F}} \approx 6\cdot 10^{-15}\,м;$$

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} = k\frac{Ze\cdot 2e}{r} \Rightarrow v = 2e\sqrt{\frac{kZ}{m_a r}} = 1{,}6\cdot 10^7\,м/с.$$

9.42. Зарядтары $q_1 = 6{,}66$ нКл және $q_2 = 13{,}33$ нКл екі шарик бір-бірінен $r_1 = 40$ см қашықтықта орналасқан. Оларды $r_2 = 25$ см қашықтыққа дейін жақындату үшін қандай A жұмыс атқару керек?

Шығарылуы.

$$dA = dU = -Edr;\ A = -\int_{r_1}^{r_2} k\frac{q_1 q_2}{r^2}dr = kq_1q_2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right) = 1{,}2 \text{ мкДж.}$$

9.43. $q = 40$ нКл заряды бар радиусы $R = 1$ см шар майға батырылған. Шар бетінен 1, 2, 3, 4 және 5 см болатын L қашықтықтарда орналасқан өріс нүктелері үшін $U = f(L)$ тәуелділік графигін салу керек.

Шығарылуы. $U = k\dfrac{q}{\varepsilon(L+R)} = \dfrac{const}{L+R};\ const = kq/\varepsilon = 72.$

9.44. Радиусы $R = 1$ см болатын зарядталған шардың центрінен $r = 10$ см қашықтықтағы нүктедегі өрістің φ потенциалын табу керек. Есепті а) шардағы зарядтың $\sigma = 0{,}1$ мкКл/м^2 беттік тығыздығы берілген; б) шардың $\varphi_0 = 300$ В потенциалы берілген жағдайлары үшін шығару керек.

Шығарылуы. Зарядталған шардың центрінен кезкелген қашықтықтағы өрістің потенциалы

$$\varphi = \frac{kq}{r};\ а)\ q = \sigma\cdot 4\pi R^2;\ б)\ \varphi_0 = \frac{kq}{R} \Rightarrow q = \frac{\varphi_0 R}{k};\ а) 11{,}3\ В;\ б) 30\,В.$$

9.45. $q = 20$ нКл нүктелік зарядты шексіздіктен радиусы $R = 1$ см және зарядының беттік тығыздығы $\sigma = 10$ мкКл/м^2 болатын шардың бетінен $r = 1$ см қашықтықта орналасқан нүктеге алып өткенде қандай A жұмыс атқарылады?

Шығарылуы. $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = q\varphi_1 = \left|\varphi(\infty) = 0;\ \varphi_1 = k\dfrac{4\pi R^2\sigma}{r}\right| = 113$ мкДж.

9.46. Массасы $m = 1$ г және заряды $q = 10$ нКл шарик потенциалы $\varphi_1 = 600$ В болатын *1* нүктеден потенциалы $\varphi_2 = 0$ болатын *2* нүктеге орын ауыстырады. Егер оның **2** нүктедегі жылдамдығы $v_2 = 20$ см/с-ке жетсе, оның *1* нүктедегі жылдамдығын табу керек.

Шығарылуы. Бөлшектің кинетикалық энергиясының өзгерісі оның потенциалдық энергиясының өзгерісіне, немесе атқарылған жұмысқа тең, сондықтан

$$\frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) = q(\varphi_1 - \varphi_2);\ \Rightarrow v_1^2 = v_2^2 - \frac{2q}{m};\ v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2q}{m}} = 16{,}7 \text{ см/с.}$$

9.47. 1, 5, 10, 100, 1000 В потенциалдар айырымынөткен электронның v жылдамдығын табу керек.

Шығарылуы. $mv^2/2 = q\Delta\varphi;\ v = \sqrt{\dfrac{2q\Delta\varphi}{m}}.$

$v = 5{,}93\cdot10^5;\ 1{,}33\cdot10^6;\ 1{,}87\cdot10^6;\ 5{,}93\cdot10^6;\ 1{,}87\cdot10^7\ \ м/с.$

9.48. Радиоактивтік ыдырау кезінде полоний атомының ядросынан $1{,}6\cdot10^7$ м/с жылдамдықпен α-бөлшек ұшып шығады. α–бөлшектің W_k кинетикалық энергиясын және тыныштықтағы α-бөлшекті осындай жылдамдыққа дейін үдетуге болатын өрістің U потенциалдар айырымын табу керек.

Шығарылуы. $W_k = \dfrac{m_\alpha v^2}{2} = 8{,}5\cdot10^{-13}\ Дж;\ W_k = 2eU;\ U = 2{,}56$ МВ.

9.49. Шексіз ұзын зарядталған жіптен $r_1 = 4$ см қашықтықта $q = 0{,}66$ нКл нүктелік заряд орналасқан. Өрістің әсерінен заряд жіпке $r_2 = 2$ см қашықтыққа дейін жақындайды; осы кезд $A = 50$ эрг жұмыс атқарылады. Жіптегі зарядтың λ сызықтық тығыздығын табу керек.

Шығарылуы. $dA = qdU$ болады, бірақ $du = -Edr = \lambda\ dr/2\varepsilon_0\ \varepsilon r$ және

$$A = -\int_{r_1}^{r_2}\frac{q\lambda\,dr}{2\pi\varepsilon_0\,\varepsilon r} = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0\,\varepsilon}\ln\frac{r_1}{r_2},\ \text{осыдан}\ \lambda = \frac{2\pi\varepsilon_0\,\varepsilon\,A}{q\ln(r_1/r_2)} = 0{,}6\ \text{мкКл/м}.$$

9.50. Элктр өрісін шексіз ұзын оң зарядталған жіп тудырады. Осы өрістің әсерінен жіптен $r_1 = 1$ см қашықтықтағы нүктеден $r_2 = 4$ см болатын нүктеге дейін қозғалғанда α-бөлшек өзінің жылдамдығын $v_1 = 2\cdot10^5$ м/с жылдамдықтан $3\cdot10^3$ м/с жылдамдыққа дейін өзгертеді. Жіптегі зарядтың λ сызықтық тығыздығын табу керек.

Шығарылуы.

$$A = \frac{m_a}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{q_a\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1};\ \lambda = \frac{2\pi\varepsilon_0\,\varepsilon}{q_a\ln(r_1/r_2)}\frac{m_a}{2}(v_2^2 - v_1^2) = 3{,}7\ \text{мкКд/м}.$$

9.51. Элктр өрісін шексіз ұзын $\lambda = 0{,}2$ мкКл/м сызықтық тығыздықпен оң зарядталған жіп тудырады. Жіпке $r_1 = 1$ см қышықтықтан $r_2 = 0{,}5$ см қашықтыққа дейін жақындаған электрон өрістің әсерінен қандай v жылдамдық алады?

Шығарылуы. Алдыңғы есептен көргеніміздей

$$\frac{m_e}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \frac{e\lambda}{2\pi\,\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1} \Rightarrow v_1 = 0;$$

$$v = \sqrt{\frac{e\lambda}{\pi\,\varepsilon_0\varepsilon\ m_e}\ln\frac{r_2}{r_1}} = 2{,}97\cdot10^7\ м/с.$$

9.52. Зарядталған шексіз созылыңқы жазықтықтың маңында $q = 0{,}66$ нКл нүктелік заряд орналасқан. Заряд өрістің кернеулік сызығының бойымен $\Delta r = 2$ см қашықтыққа орын ауыстырады; осы кезде $A = 50$ эрг жұмыс атқарылады.Жазықтықтағы зарядтың σ беттік тығыздығын табу керек.

Шығарылуы.

$$A = F\Delta r = qE\Delta r = q\cdot\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\Delta r;\ \sigma = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon\,A}{q\Delta r} = 6{,}6\ \text{мкКл/м}^2.$$

9.53. Жазық конденсатордың пластиналарының арасындағы потенциалдар айырымы $U = 90$ В. Әрбір пластинаның ауданы $S = 60$ см^2, оның заряды $q = 1$ нкКл. Палстиналар бір-бірінен қандай d қашықтықта орналасқан?

Шығарылуы. Жазық конденсатор үшін

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d};\ q = CU = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}U \Rightarrow d = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{q}U = 4{,}8\ \text{мм}.$$

9.54. Жазық конденсаторды өте дәл таразы есебінде пайдалануға болады. Горизонталь орналасқан пластиналарының ара қашықтығы $d = 3{,}84$ мм жазық конденсаторда заряды $q = 1{,}44 \cdot 10^{-9}$ СГС$_q$ болатын зарядталған бөлшек бар. Бөлшек тепе-теңдікте болу үшін конденсатордың астарларының арасына $U = 40$ В потенциалдар айырымын түсіру керек болды. Бөлшектің m массасын табу керек.

Шығарылуы. Бөлшекке түсірілген электрлік күш пен бөлшектің салмағы өзара тең. Осыдан (1 СГС$_q = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Кл)

$$qE = mg;\ E = U/d;\ qU/d = mg;\ m = qU/dg = 5{,}1 \cdot 10^{-18}\ кг.$$

9.55. Горизонталь орналасқан пластиналарының ара қашықтығы $d = 1$ см жазық конденсаторда массасы $m = 5 \cdot 19^{-11}$ г зарядталған май тамшысы бар. Эдектр өрісі жоқ кезде ауаның кедергісінің әсерінен тамшы қайсы-бір тұрақты жылдамдықпен түседі. Егер конденсатордың пластиналарына $U = 600$ В потенциалдар айырымы түсірілсе, онда тамшы екі есе баяу түсе бастайды. Тамшының зарядын табу керек.

Шығарылуы. Электр өрісі жоқ кезде

$$mg = 6\pi\eta r v_1. (1)$$

Өріс болатын болса

$$mg - Eq = 6\pi\eta r v_2. (2)$$

(1) және (2) –лерден $mg - Eq = \frac{v_2}{v_1} mg$ деп табамыз, немесе

$$q = \frac{mg}{E}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{mgd}{U}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = 4{,}1 \cdot 10^{-18}\ \text{Кл}.$$

9.56. Екі вертикаль пластинклардың арасында олардың әрбіреуінен бірдей қашықтықта тозаң түсіп келеді. Ауаның кедергісінің әсерінен тозаң тұрақты $v_1 = 2$ см/с жылдамдықпен түседі. $U = 3$ кВ потенцилдар айырымын бергеннен кейін тозаң қанша уақыттан соң пластиналардың біреуіне жетеді? Пластинкаға жеткенге дейін тозаң вериткаль бойынша қандай l қашықтықты ұшып өтеді? Пластиналардың ара қашықтығы $d = 2$ см, тозаңының массасы $m = 2 \cdot 10^{-9}$ г, оның заряды $6{,}5 \cdot 10^{-17}$ Кл.

Шығарылуы. Электр өрісі жоқ кезде

$$mg = 6\pi\eta r v_1 (1)$$

Өріс бар кезде тозаңға горизонталь бағытталған $F = qE$ күш әсер етеді. Осы күштің әсерінен тозаң үдеу алады, бірақ ауаның кедергісінің арқасында ол горизонталь бағытта да қайсы бір тұрақты v_2 жылдамдықпен қозғала бастайды, әрі

$$qE = 6\pi\eta r v_2. (2)$$

v_1 және v_2 жылдамдықтардың тең әсерлісі горизонтқа α бұрышпен бағытталған, әрі $tg\alpha = v_2/v_1 = qE/mg$. $v_2/v_1 = 0{,}5d/l$ екендігі де анық, осыдан $l = 0{,}5 v_1 d/v_2 = 0{,}5 mgd/qE = 2$ см. Одан әрі $v_2 = v_1 d/2l = 1$ см/с. Іздеп отырған уақытты $v_2 = v_1 d/2l$ немесе $t = t = l/v_1$ деп аламыз. Осылардың біреуіне сан мәндерін қойып, $t = 1c$ деп табамыз.

9.57. Өткен есепті ауаның кедергісі жоқ болатын жағдай үшін шығару керек (вакуумдық конденсатор).

Шығарылуы. Ауаның кедергісі жоқ жағдайда қозғалыстың екі түрімен істес боламыз: вертикаль бағыттағы еркін түсу және горизонталь бағыттағы электр өрісіндегі үдемелі қозғалыс. Электр өрісіндегі қозғалыс үшін

$$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow \frac{d}{2} = \frac{at^2}{2} = \left| ma = qE = q\frac{U}{d} \Rightarrow a = \frac{qU}{md} \right|; t = \sqrt{\frac{d}{a}} =$$

$$= d\sqrt{\frac{m}{qU}};\ t = 64\,мс.$$

Тозаң пластиналардың біреуіне жетем дегенше, вертикаль бойымен $t = 64\,мс$ уақыт түседі, осы кезде оның жүріп өткен жолы $l = \frac{gt^2}{2} = 2$ см.

9.58. Пластиналарының арасы $d = 1$ см болатын горизонталь орналасқан жазық конденсаторда зарядталған май тамшысы бар. Электр өрісі жоқ кезде май тамшысы тұрақты $v_1 = 0{,}11$ мм/с жылдамдықпен түседі. Егер пластиналарға $U = 150$ В потенциалдар айырымын берсе, тамшы $v_2 = 0{,}43$ мм/с жлдамдықпен түсе бастайды. Тамшының r радиусын және оның q зарядын табу керек. Ауаның динамикалық тұтқырлығы $\eta = 1{,}82 \cdot 10^{-5}$ Па.с; майдың тығыздығы өзін қоршааған ауаның тығыздығынан $\Delta\rho = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3 шамасына артық.

Шығарылуы. Тамшының электр өрісі жоқ кездегі және потенциалдар айырымы түсірілгеннен кейінгі қозғалыс теңдеулерінен

1) $E = 0;\ mg = 6\pi\eta r v_1 + F_A; \frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho - \rho_a) = 6\pi\eta r v_1; r = 1 \cdot 10^{-6}$ м.

$E = U/d;\ mg + qE = 6\pi\eta r v_2 + F_A;\ qE = 6\pi\eta r v_2 - (mg - F_A);$

2) $q = \frac{d}{U}\left(6\pi\eta r v_2 - \frac{4}{3}\pi r^3 g\Delta\rho\right) = 7{,}3 \cdot 10^{-18}\,Кл.$

9.59. Бір-бірінен $d = 1$ см қашықтықта орналасқан екі вертикаль пластинкалардың арасында массасы $m = 0{,}1$ г зарядталан бузина шарик жіпке ілулі тұр. Пластиналарға $U = 1$ кВ потенциалдар айырымын түсіргеннен кейін шаригі бар жіп $\alpha = 10^0$ бұрышқа ауытқиды. Шариктің q зарядын табу керек.

Шығарылуы. Ауытқыу бұрышының тангенсі

$$tg\alpha = \frac{qE}{mg} = \frac{qU}{dmg} \Rightarrow q = \frac{dmg\,tg\alpha}{U} = 1{,}73 \cdot 10^{-9} = 1{,}73 \text{ нКл.}$$

9.60. Заряды $q = 222$ пКл болатын сабын көпіршігі горизонталь орналасқан жазық конденсатордың өрісінде тепе-теңдікте тұр. Егер көпіршіктің массасы $m = 0{,}01$ г және пластинкалардың арасы $d = 5$ см болса, пластиналар арасындағы U потенциалдар айырымын табу керек.

Шығарылуы.

Көпіршік үшін тепе-теңдік шартынан

$$mg = qE \Rightarrow mg = q\frac{U}{d} \Rightarrow U = \frac{mgd}{q} = 22\,kB.$$

9.61. Жазық конденсатордың пластиналарының ара қашықтығы 4 см. Теріс пластинадан электрон, ал оң пластинадан протон бір мезгілде қозғала бастайды. Протон мен электрон оң пластинадан қандай қашықтықта кездеседі?

Шығарылуы. Протон мен электронның кездескенге дейін жүріп өткен жолдарынан

$$m_p a_p = eE;\ m_e a_e = eE \Rightarrow \frac{m_p}{m_e} = \frac{a_e}{a_p} = \frac{l'}{l};\ l' = l\frac{m_p}{m_e};\ d = l + l' =$$

$$= l + l\frac{m_p}{m_e};\ l = \frac{dm_e}{m_p + m_e} = 2{,}2\ мкм.$$

Мұнда біз қозғалыс уақыттарының бірдей екендігін және екі бөлшекке түсірілген электр өрісі тарапынан күштердің модулдері бойынша тең болатындығын ескердік.

9.62. Жазық конденсатордың пластиналарының арасы $d = 1$ см. Пластиналардың бірінен бір мезгілде протон және α-бөлшек қозғала бастайды. Протон бір пластинадан екінші пластинаға жеткен кезде, α-бөлшек қандай l жол жүреді?

Шығарылуы.

$$d = \frac{a_p t^2}{2} : m_p a_p = eE;\ t^2 = \frac{2d}{a_p} = \frac{2dm_p}{eE};\ l = \frac{a_\alpha t^2}{2};\ m_\alpha a_\alpha = 2Ee;$$

$$l = \frac{eE}{m_\alpha}\frac{2dm_p}{eE} = \frac{2dm_p}{m_\alpha} = \left|m_\alpha = 4m_p\right| = \frac{d}{2} = 0{,}5\ см.$$

9.63. Электрон жазық конднсаторда бір пластинадан екінші пластинаға дейін жетіп, $v = 10^6$ м/с жылдамдыққа ие болады. Пластиналардың ара қашықтығы $d = 5{,}3$ м. Пластиналар арасындағы U потенциалдар айырымын, конденсатор ішіндегі электр өрісінің E кернеулігін және пластиналардағы зарядтың σ беттік тығыздығын табу керек.

Шығарылуы.

$$\frac{m_e v^2}{2} = eU;\ U = \frac{m_e v^2}{2e} = 2{,}8\ В;\ E = \frac{U}{d} = 536\ В/м;$$

$$\sigma = \varepsilon_0 E = 4{,}75\ нКл/м^2.$$

9.64. Электр өрісін бір-бірінен $d = 2$ см қашықтықта орналасқан екі параллель пластиналар тудырады. Пластиналарға $U = 120$ В потенциалдар айырымы түсірілген. Кернеулік сызықтарының бойымен $\Delta r = 3$ мм қашықтықты өткен электрон өрістің әсерінен қандай v жылдамдық алады?

Шығарылуы. Электронды күш сызықтарының бойымен орын ауыстыру кезіндe өріс күштеріне қарсы атқарылған жұмыс электронның кинетикалық энергиясының өзгерісіне тең болады

$$\frac{mv^2}{2} = eE\Delta r = e\frac{U}{d}\Delta r;\ v = \sqrt{e\frac{2U}{md}\Delta r} = 2{,}53\cdot 10^6\ \text{м/с}.$$

9.65. Электрон біректі электр өрісінде $a = 10^{12}$ м/с^2 үдеу алады. Электр өрісінің E кернеулігін, электронның 1 мкс қозғалысы кезінде алатын v жылдамдығын, осы уақыт аралығында электр күштерінің атқаратын A жұмысын және осы арада электронның жүріп өтетін U потенциалдар айырымын табу керек.

Шығарылуы.

$$ma = eE;\ E = \frac{ma}{e} = 5{,}7\ В/м;\ v = at = 10^6\ м/с;\ A = \frac{mv^2}{2} = 4{,}55\cdot 10^{-19}\ Дж;$$

$$A = eU;\ U = \frac{A}{e} = 2{,}84\ В.$$

9.66. Электрон жазық конденсатордың бір пластинасынан екіншісіне қарай ұшып өтеді. Пластиналардың арасындағы потенциалдар айырымы $U = 3$ кВ; пластиналардың ара қашықтығы $d = 5$ мм. Электронға әсер ететін F күшті, электронның a үдеуін, электронның екінші пластинаға жеткен кездегі v жылдамдығын, пластиналардағы зарядтың σ беттік тығыздығын табу керек.

Шығарылуы.

$$F = eE = e\frac{U}{d} = 9{,}6\cdot 10^{-14} H;\ a = \frac{F}{m} = 1{,}05\cdot 10^{17}\ м/с^2;\ v^2 = 2ad;$$

$$v = \sqrt{2ad} = 3{,}24\cdot 10^7\ м/с;\ E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 \frac{U}{d} = 5{,}3\ мкКл/м^2.$$

9.67. Электрон қайсы-бір бастапқы жылдамдықпен горизонталь орналасқан жазық конденсаторға оның астарларына параллель, олардан бірдей қашықтықта ұшып кіреді. Пластиналар арасындағы потенциалдар айырымы 300 В; пластиналардың ара қашықтығы 4 см. конденсатордың ұзындығы $l = 10$ см. Электрон кондесатордан ұшып шықпас үшін оның шектік бастапқы v_0 жылдамдығы қандай болу керек? Бұл есепті α-бөлшек үшін де шығару керек.

Шығарылуы. Электрон конденсатордың электр өрісінде бір астардан екінші астарға бағытталған $a = \frac{eE}{m_e}$ үдеу алады және сонымен қатар өрістің күш сызықтарына перпендикуляр бағытта бірқалыпты v_0 жылдамдықпен $T = \frac{l}{V_0}$ уақыт бойы қозғалады. Осы кезде ол y осі бойында (пластинадан пластинаға қарай) $\Delta y = \frac{d}{2} = \frac{at^2}{2}$ шамасына ығысады. Осылардан:

$$\frac{d}{2} = \frac{eE}{2m_e}\frac{l^2}{v_0^2} \Rightarrow v_0 = \frac{l}{d}\sqrt{\frac{eU}{m_e}} = 3{,}64\cdot 10^7\ м/с.$$

$\alpha-$бөлшек үшін: $v_0 = \frac{l}{d}\sqrt{\frac{2eU}{m_\alpha}} = 6\cdot 10^5\ м/с.$

9.68. Қвйсы-бір жылдамдықпен ұшып келе жатқан электрон горизонталь орналасқан жазық конденсаторға оның астарларына параллель және олардан бірдей қашықтықта ұшып кіреді. Конденстаордағы өрістің кернеулігі $E = 100$ В/м; пластиналардың ара қашықтыыығы $d = 4$ см. Электрон ұшып кіргеннен кейін қанша t уақыттан кейін пластиналардың біреуіне барып тиеді? Егер электрон $U = 60$ В потенциалдар айырымына дейін үдетілген болса, ол конденсатордың басынан қандай s қашықтықта пластинаға келіп тиеді?

Шығарылуы. Электрон $d/2$ қашықтықты $t = \sqrt{2\cdot d/2/a}$ уақытта өтеді, мұндағы a - электронның өрісте алған үдеуі, оны $ma = eE$ қозғалыс теңдеуінен табамыз, сонда $t = \sqrt{\frac{dm}{eE}} = 47{,}7$ нс.

Потенциалдар айырымына дейін үдетілген электронның жылдамдығы:

$\frac{mv^2}{2} = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. .Электрон осындай жылдамдықпен конденсаторға ұшып кіреді де, пластиналардың біреуіне тием дегенше $s = vt = \sqrt{\frac{2eU}{m}}t = 22$ см жол жүреді.

9.69. Электрон горизонталь орналасқан жазық конденсаторға оның астарларына параллель $v_0 = 9\cdot 10^6$ м/с жылдамдықпен ұшып кіреді. Астарлар арасындағы потенциалдар айырымы $U = 100$ В; пластиналар арасы $d = 1$ см. Электронның конденсатордағы қозғалысы басталғаннан $t = 10$ нс уақыт өткеннен оның a толық, a_n нормаль және a_τ тангенциал үдеуін табу керек

Шығарылуы. Электронның толық үдеуін оның қозғалыс теңдеуінен табамыз:

$$ma = eE = e\frac{U}{d} \Rightarrow a = \frac{eU}{md} = 17{,}6 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2.$$

Өрістің әсерінен электронның жылдамдығының v_y құраушысы да пайда болады: $v_y = v_{0y} + at = at.$ Сонда конденсаторға кірген электронның толық жылдамдығы $v = \sqrt{v_0^2 + (at)^2}$. Осыдан

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{at \cdot a}{\sqrt{v_0^2 + a^2 t^2}} = 15{,}67 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2.$$

Толық үдеудің $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ өрнегінен нормаль үдеуді табамыз:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = 8{,}01 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2.$$

70. Протон мен α-бөлшек бірдей жылдамдықпен қозғала отырып, жазық конденсаторға оның астарларына параллель ұшып кіреді. Протонның конденсатордың өрісіндегі ауытқуы α-бөлшектің аутқуынан неше есе артық болады?

Шығарылуы. Екі бөлшектің ауытқу бұрыштарының тангенстерінің қатынасын алатын болсақ, онда

$$h_p = \frac{a_p t^2}{2}; h_\alpha = \frac{a_\alpha t^2}{2}; \frac{h_p}{h_\alpha} = \frac{a_2}{a_1} = |ma = qE| = (eE/4m)/(E/m) = 2 \text{ есе.}$$

9.71. Бірдей потенциалдар айырымымен үдетілген протон мен α–бөлшек жазық конденсаторға оның пластиналарына параллель ұшып кіреді. Өрістің протонды ауытқытуы α-бөлшектің ауытқуынан қанша есе артық болады?

Шығарылуы. Вертикаль бойынша ауытқуларды екі бөлшек те горизонталь бағытта бірдей қашықтықтарды өткен кезде салыстырамыз:

$$l_p = v_p t_p;\ l_\alpha = v_\alpha t_\alpha; v_p t_p = v_\alpha t_\alpha;\ v = \sqrt{\frac{2qU}{m}};$$

$$v_p / v_\alpha = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}} / \sqrt{\frac{4eU}{4m_p}} = \sqrt{2};\ t_\alpha / t_p = \sqrt{2} \Rightarrow t_\alpha^2 / t_p^2 = 2;$$

$$h_p = \frac{a_p t_p^2}{2} = \frac{eEt_p^2}{2m_p};\ h_\alpha = \frac{2eEt_\alpha^2}{2 \cdot 4m_p};\ h_p / h_\alpha = \frac{eEt_p^2}{eEt_\alpha^2}\frac{4m_p}{2m_p} = 1.$$

Бірдей.

9.72. Электрон горизонталь орналасқан жазық конденсаторға оның пластиналарына параллель $v_0 = 10^7$ м/с жылдамдықпен ұшып кіреді. Конденсатордағы өрістің кернеулігі $E = 10$ кВ/м; конденсатордың ұзындығы $l = 5$ см. Электронның конденсатордан ұшып шығар кездегі жылдамдығының модулін және бағытын табу керек.

Шығарылуы. Электрон коненсаторды горизонталь бағытта тұрақты $v_0 = 10^7$ м/с жылдамдықпен $t = l / v_0$ уақытта ұшып өтеді. Осы уақытта ол электр өрісі күштерінің әсерінен вертикаль бағытталған $v_b = at = \frac{eE}{m}\frac{l}{v_0}$ жылдамдық алады. Сонда жылдамдықтың модулі

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_b^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{eE}{m}\frac{l}{v_0}\right)^2} = 1{,}33 \cdot 10^7 \text{ м/с,}$$

ал бағыты горизонтпен

$$arctg\frac{\frac{eE}{m}\frac{l}{v_0}}{v_0}\approx 41^0 20'$$

бұрыш жасайды.

73. $U_0=300$ В потенциалдар айырымымен үдетілген электрондар шоғы горизонталь орналасқан зарядталмаған жазық конденсатор арқылы оның пластиналарына параллель өткенде конденсатордың шетінен $x=12$ см қашықтықтағы жыпылықтайтын экранда жарқыраған дақ береді. Конденсатор зарядталған кезде дақ экранда $y=3$ см қашықтыққа ығысады. Пластиналардың ара қашықтығы $d=1{,}4$ см; конденстордың ұзындығы $l=6$ см. Конденсатордың пластиналарына түсірілген U потенциалдар айырымын табуу керек.

Шығарылуы. Электрондар шоғы конденсатор ішінде жылдамдықпен бірқалыпты түзу сызықты қозғалыста және конденсатордың электр өрісі әсерінен вертикаль бағытталған бірқалыпты үдемелі қозғалыста болады да, конденсаторды $t_1=l/v_0$ уақытта ұшып өтеді. Осы кезде электрондар шоғының вертикаль бағыттағы конденсатор ішінде ығысуы

$$y_1=\frac{at_1^2}{2}=\left|ma=eE\right|=\frac{eEl^2}{2mv_0^2}=\frac{eUl^2}{2mdv_0^2}.$$

Электрондар шоғы конденсатордан шығып, экранға жеткенше $t_2=\frac{x}{v_0}$ уақыт өтеді. Осы аралықтағы электрондар шоғының вертиикаль бағыттағы ығысуы

$$y_2=v_y t_2=at_1\cdot t_2=\frac{eU}{md}\frac{l}{v_0}\frac{x}{v_0}..$$

Ақыры

$$y=y_1+y_2=\frac{eUl}{mdv_0^2}\left(\frac{l}{2}+x\right)=\left|mv_0^2/2==eU_0;1/v_0^2=m/2eU_0\right|=$$

$$=\frac{eUl}{mdv_0^2}\left(\frac{l}{2}+x\right)\frac{m}{2eU_0};\ U=\frac{2dU_0 y}{l(x+l/2)}=28\,B.$$

74. Өткізгіштегі I ток уақыт бойынша $I=4+2t$ теңдеуі бойынша өзгереді, мұндағы L – амперлермен және t – секундтермен берілген. Өткізгіштің көлденең қимасы арқылы $t_1=2$ с-тен $t_2=6$ с уақыт аралығында қандай q электр мөлшері өтеді? Қандай I_0 тұрақты ток кезінде өткізгіштің көлденең қимасы арқылы дәл осындай уақыт аралығында дәл осындай электр мөлшері өтеді?

Шығарылуы.

$$I=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=Idt\Rightarrow q=\int_{t_1}^{t_2}Idt=\int_{t_1}^{t_2}(4+2t)dt=(4t+t^2)\Big|_2^6=48\ \text{Кд};$$

$$I_0=\frac{q}{\Delta t}=\frac{48}{4}=12A.$$

75. Лампалы реостат кедергісі $r=350$ Ом болатын паралель қосылған 5 электр лампыларынан тұрады. Реостаттың а) барлық лампылар жанып тұрған; б) бір, екі, үш, төрт лапылар ағытылған кездегі R кедергісін табу керек.

Шығарылуы. Лампыдар параллель қосылаған, сондықтан а) $R=\frac{r}{5}=70$ Ом; б)

$$R=\frac{r}{4}=\frac{350}{4}=87{,}5\,Ом;R=\frac{r}{3}=116{,}7\,Ом;\ R=\frac{r}{2}=175\,Ом;R=350\ \text{Ом}.$$

76. Кедергісі $R = 40$ Ом пешті алу үшін диаметрі $d = 1$ мм болатын нихром сымды радиусы $a = 2{,}5$ см фарфор цилиндрге қанша рет орау керек?

Шығарылуы. $R = \rho \dfrac{l}{S} = \rho \dfrac{2\pi a \cdot N}{\pi d^2/4} \Rightarrow N = \dfrac{Rd^2}{8\rho a} = 200.$

10.4. Мыс сым катушканың кедергісі $R = 10{,}8$ Ом. Мыс сымның массасы $m = 3{,}41$ кг. Катушкаға l ұзындығы және d диаметрі қандай сым оралған?

Шығарылуы. Есептің берілгендері бойынша: $R = \rho_e \dfrac{l}{S};$

$m = \rho V = \rho \cdot Sl \Rightarrow S = \dfrac{m}{\rho l}.$ Осылардан: $R = \rho_e l \cdot \dfrac{\rho\, l}{m} = \rho_e \rho \dfrac{l^2}{m};$

$l = \sqrt{\dfrac{mR}{\rho_e \rho}} = 500\ м;\ S = \pi d^2/4 = m/\rho l;\ d = \sqrt{\dfrac{4m}{\pi \rho l}} = 1\,\text{мм}.$

10.5. Егер диаметрі $d = 1$ см темір шыбықтың массасы $m = 1$ кг болса, оның R кедергісін табу керек.

Шығарылуы.

$R = \rho_e \dfrac{l}{S};\ m = \rho Sl \Rightarrow l = m/\rho S;\ R = \dfrac{\rho_e}{\rho}\dfrac{m}{S^2} = \dfrac{\rho_e}{\rho}\dfrac{16m}{\pi^2 d^4} = 1{,}8$ мОм.

10.6. Мыс және алюминий сымдардың ұзындығы бірдей l және кедергісі де бірдей R. Мыс сым алюминий сымнан неше есе ауыр?

Шығарылуы. Есептің шарты бойынша $\rho_{e1} \dfrac{l}{S_1} = \rho_2 \dfrac{l}{S_2};\ \dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{S_1}{S_2}.$ Олай болса, $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\rho_{m1}}{\rho_{m2}} \cdot \dfrac{S_1}{S_2} \cdot \dfrac{l}{l} = \dfrac{\rho_{m1}}{\rho_{m2}} \cdot \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\rho_{m1}}{\rho_{m2}} \cdot \dfrac{\rho_{e1}}{\rho_{e2}} = 2{,}22$ есе.

10.7. Электр лампысының вольфрам қылының $t_1 = 20\ ^0C$ температура кезіндегі кедергісі $R_1 = 35{,}8$ Ом. Егер кернеуі $U = 120$ В желіге қосқан кезде қыл бойымен $I = 0{,}33$ А ток өтіп жатса, лампының қылының t_2 температурасы қандай? Вольфрамның кедергісінің температурлық коэффициенті $\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3} K^{-1}$.

Шығарылуы

$R_2 = R_0 (+\alpha\, t_2) = \dfrac{U}{I};\ R_1 = R_0 (+\alpha t_1) \Rightarrow R_0 = \dfrac{R_1}{1+\alpha t_1};$

.

$1+\alpha\, t_2 = \dfrac{R_1}{1+\alpha t_1}\dfrac{U}{I};\ t_2 = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dfrac{R_1}{1+\alpha t_1}\dfrac{U}{I} - 1\right) = 2200\ ^0C.$

10.8. Темір сымнан жасалған реостат, амперметр және генератор тізбектей қосылған. $t_0 = 0\ ^0C$ температура кезінде реостаттың кедергісі $R_0 = 120$ Ом, амперметрдің кедергісі $R_{A0} = 20$ Ом. Амперметр $I_0 = 22$ мА тоқты көрсетеді. Егер реостат $\Delta T = 50$ К-ге қызса, амперметр қандай I тоқты көрсетеді? Темір кедергісінің температуралық коэффициенті $\alpha = 6 \cdot 10^{-3} K^{-1}$. **Е с к е р т у.** Осы жерде және бұдан әрі егер есеп шартында көрсетілмесе, амперметрдің R_A кедергісін және генератордың r ішкі кедергісін ескермеуге болады.

Шығарылуы.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_{0A}} = \frac{\mathcal{E}}{R_0 (1 + \alpha \Delta T) + R_{0A}};\ \mathcal{E} = I_0 (R_0 + R_{0A});$$

$$I = \frac{I_0 (R_0 + R_{0A})}{R_0 (1 + \alpha \Delta T) + R_{0A}} = 17{,}5\ мА.$$

10.9. Катушканың мыс сымнан жасалған оралымының $t_1 = 14^0 C$ температура кезіндегі кедергісі $R_1 = 10$ Ом. Тоқ жібергеннен кейін оралымның кедергісі $R_2 = 12{,}2$ Ом болады. Оралым қандай t_2 температураға дейін қыздырылған? Мыс кедергісінің температуралық коэффициенті $\alpha = 4{,}15 \cdot 10^{-3} K^{-1}$.

Шығарылуы.

$$R_2 = R_0 (1 + \alpha t_2) \Rightarrow t_2 = \frac{R_2 - R_0}{\alpha R_0};\ R_1 = R_0 (1 + \alpha t_1);\ R_0 = R_1 / (1 + \alpha t_1) =$$

$$= 9{,}4\ Ом;\ t_2 = \frac{R_2 - 9{,}4}{\alpha \cdot 9{,}4} = 70\ ^0 C.$$

10.10. $I = 2$ А тоқ өтіп жатқан ұзындығы $l = 500$ м және диаметрі $d = 2$ мм мыс сымның бойындағы потенциалдың U түсуін табу керек.

Шығарылуы. $U = IR = I \cdot \rho \frac{4l}{\pi d^2} = 5{,}4\ B.$

10.11. Егер амперметр $I_1 = 3$ А тоқ көрсететін болса, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом және $R_3 = 4$ Ом кедергілердегі U кернеу түсуін табу керек. R_2 және R_3 кедергілердегі I_2 және I_3 тоқтарды табу керек (37-сурет).

Шығарылуы.

$$U = IR;\ U_1 = I_1 R_1 = 12\ B;\ I_2 R_2 = I_3 R_3 \Rightarrow \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{4}{2} = 2;\ I_1 = I_2 + I_3;$$

$$I_2 = 2\ A;\ I_3 = 1\ A;\ U_2 = 4\ B;\ U_3 = 4.$$

10.12. ЭҚК-і $\mathcal{E} = 1{,}1$ В және ішкі кедергісі $r = 1$ Ом элемент $R = 9$ Ом кедергімен тұйықталған. Тізбектегі I тоқты, сыртқы тізбекте потенциалдың U түсуін және элементтің ішінде потенциалдың U_i түсуін табу керек. Элемент қандай η ПӘК-пен жұмыс істейді?

Шығарылуы. Тоқ $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = 0{,}11\ A;$ сыртқы кедергіде потенциалдың түсуі $U = IR = 0{,}99\ B;$ ішкі кедергіде потенциалдың түсуі $U_i = Ir = 0{,}11 B;$ элементтің ПӘК-і $\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} \cdot 100\% = 0{,}9.$

10.13. Алдыңғы есеп тізбегі үшін сыртқы тізбектегі U потенциал тгүсуінің R сыртқы кедергіге тәуелділігі графигін сызу керек. R кедергіні $0 \le R \le 10$ Ом аралығында әрбір 2 Ом сайын алып отыру керек.

Шығарылуы. $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \Rightarrow IR = U = \frac{\mathcal{E}}{R + r} R = \frac{1{,}1}{R + 1} R.$ 38-суреттегі қисық сыртқы тізбекте U потенциадың R сыртқы кедергіге тәуелділігінің сипатын береді. Қисық асимптоталық түрде $U = \mathcal{E} = 1{,}1$ В түзуіне жақындайды.

10.14. ЭҚК-і $\mathcal{E}=2$ В болатын элементтің ішкі кедергісі $r=0{,}5$ Ом. Потнциалдың элемент ішіндегі U_i түсуін тізбектегі $I=0{,}25$ А тоқ үшін табу керек. Осы кезде тізбектің сыртқы R кедергісі қандай болады?

Шығарылуы.

$$I=\frac{\mathcal{E}}{R+r}\Rightarrow \mathcal{E}=IR+Ir\Rightarrow 2=0{,}25R+0{,}25\cdot 0{,}5;\ U_i=0{,}125\,B;$$

$$R=\frac{2-0{,}125}{0{,}25}=7{,}5\ Ом.$$

10.15. ЭҚК-і $\mathcal{E}=1{,}6$ В элементтің ішкі кедергісі $r=0{,}5$ Ом. Эдементтің тізбектегі тоқ $I=2{,}4$ А болатын кездегі η ПӘК-ін табу керек.

Шығарылуы. $\eta=\frac{U}{\mathcal{E}}=\left|\mathcal{E}=IR+Ir;U=\mathcal{E}-Ir\right|=\frac{0{,}4}{1{,}6}=0{,}25.$

10.16. Элементтің ЭҚК-і $\mathcal{E}=6$ В. $R=1{,}1$ Ом сыртқы кедергі кезінде тізбектегі тоқ $I=3$ А. Потенциалдың элементің ішіндегі U_i түсуін және элементтің r ішкі кедергісін табу керек.

Шығарылуы. $U_i=\varepsilon-IR=2{,}7\ B;\ r=2{,}7/3=0{,}9$ Ом.

10.17. Егер элементтің r ішкі кедергісі R сыртқы кедергіден n есе аз болса, онда оның шығымдарындағы U кернеу оның $\mathcal{E}$ ЭҚК-інің қандай үлесіндей болады? Есепті а) 0,1; б) 1, в) 10 болатын кездерде шығару керек.

Шығарылуы.

$$\eta=\frac{U}{\mathcal{E}}=\frac{IR}{I(R+r)}=\frac{R/r}{1+R/r}=\frac{n}{n+1};\ а)\ 9{,}1\%;\ б)\ 50\%;\ в)\ 91\%.$$

10.18. Элемент, кедергі және амперметр тізбектей қосылған. Элементтің ЭҚК-і $\mathcal{E}=2$ В және ішкі кедергісі $r=0{,}4$ Ом. Амперметр $I=1$ А тоқты көрсетеді. Элементтің η ПӘК-і қандай?

Шығарылуы. $\eta=\frac{U}{\mathcal{E}}=\frac{\mathcal{E}-Ir}{\mathcal{E}}=\frac{1{,}6}{2}=0{,}8.$

10.19. ЭҚК-і $\mathcal{E}=2$ В және ішкі кедергісі $r=0{,}3$ Ом болатын бірдей екі элемент бар. Егер сыртқы кедергі а) $R=0{,}2$ Ом; б) $R=16$ Ом болатын болса, осы элементтерді үлкен тоқ алу үшін өзара қалай қосу керек (тізбектей немесе параллель)?

Шығарыуы. Элементтерді тізбектей қосқанда $I_1=2\mathcal{E}/(2r+R)$, параллель қосқанда $I_2=\mathcal{E}/(0{,}5r+R)$.

а) $I_1=5$ А, $I_2=5{,}7$ А; б) $I_1=0{,}24$ А, $I_2=0{,}124$ А. Сонымен, сыртқы кедергі азғантай болған кезде, элементтерді параллель, ал сыртқы кедергі үлкен болған кезде – тізбектей қосқан тиімді.

10.20. Вольтметрдің R_V кедергісін шексіз үлкен деп санап, кедергіні амперметрдің және вольтметрдің көрсетулері бойынша анықтайды (39-сурет). Егер вольтметрдің шын кедергісі R_V болса, табылған кедергінің салыстырмалы $\Delta R/R$ қателігін табу керек. Есепті $R_V=1000$ Ом және а) $R=10$ Ом; б) $R=100$ Ом; в) $R=1000$ Ом кедергілер үшін шығару керек.

Шығарылуы. $R_V\to\infty$ болса, онда $I_V=0$ және $R_x=\frac{U}{I}$. Ал вольтметрдің кедергісі болса, онда $R_x'=\frac{U}{I-I_V}$, $I_V=\frac{U}{R_V}$. Сонымен $\Delta R_x=R_x'-R_x\Rightarrow$

$\frac{\Delta R_x}{R'_x}=1-\frac{R_x}{R'_x}=1-\frac{U/I}{U/(I-I_V)}=1-\frac{I-I_V}{I}=\frac{I_V}{I}=\frac{R_x}{R_V}$; осыдан

$а)\ \frac{\Delta R}{R}=1\%;\ б)\frac{\Delta R}{R}=10\%;в)\frac{\Delta R}{R}=100\%.$

10.21. Амперметрдің R_A кедергісін ескерімсіз аз деп есептеп, R кедергіні амперметр мен вольтметрдің көрсетулері бойынша анықтайды (40-сурет). Егер амперметрдің кедергісі шын мәнісінде R_A болса, табылған кедергінің $\Delta R/R$ салыстырмалы қателігін табу керек. Есепті $R_A=0{,}2$ А кедергі мен а) $R=1$ Ом; б) $R=10$ Ом; в) $R=100$ Ом кедергілер үшін шығару керек.

Шығарылуы.

$\frac{\Delta R}{R_x}=\frac{R_x-R'_x}{R_x}=\frac{R_a}{R_x}$ деп алуға болады, себебі біздің ескермегеніміз амперметрдің кедергісі ғой, олай болса

а) $\frac{\Delta R}{R_x}=20\%$; б) $\frac{\Delta R}{R_x}=2\%$; в) $\frac{\Delta R}{R_x}=0{,}2\%$.

10.22. ЭҚК-і бірдей $\mathcal{E}_1=\mathcal{E}_2=2$ В және ішкі кедергілері $r_1=1$ Ом және $r_2=1{,}5$ Ом болатын екі элемент параллель қосылған және $R=1{,}4$ Ом сыртқы кедергіге тұйықталған (41-сурет). Әрбір элементтегі және тізбектегі I тоқты табу керек.

Шығарылуы. Тізбектегі тоқты элементтер параллель қосылғандықтан

$I=\frac{\mathcal{E}}{\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}+R}=1A.$ Ішкі кедергілер бірімен параллель қосылғандықтан, олардағы

тоқтар кедергілеерге кері пропорционал болады, әрі $I=I_1+I_2=1\ A,$ сондықтан

$I_1/I_2=r_2/r_1=1{,}5;\ I_1=0{,}6A;\ I_2=0{,}4\ A.$

10.23. ЭҚК-і бірдей $\mathcal{E}_1=\mathcal{E}_2=2$ В және ішкі кедергілері $r_1=1$ Ом және $r_2=1{,}5$ Ом болатын екі элемент параллель қосылған және $R=0{,}5$ Ом сыртқы кедергіге тұйықталған (42-сурет). Әрбір элементтің қышқыштарындағы U потенциалдар айырымын табу керек.

Шығарылуы. $U_i=\mathcal{E}-Ir_i;\ I=\frac{2\mathcal{E}}{R+r_1+r_2}=\frac{4}{3}A;\ U_1=0{,}67\,B;\ U_2=0.$

10.24. ЭҚК-і $\mathcal{E}=20$ В, амперметр және кедергілері R_1 және R_2 реостаттар тізбектей қосылған (43-сурет). R_1 реостат ағытылған кезде амперметр $I_1=8$ А тоқты, ал R_1 реостат қосылған кезде $I_2=5$ А тоқты көрсетеді. Реостаттардың R_1 және R_2 кедергілерін және R_1 реостат толық қосылып тұрған кезде олардағы потенциалдың U_1 және U_2 түсулерін табу керек.

Шығарылуы. $I_1=\frac{\varepsilon}{R_2}\Rightarrow R_2=\frac{20}{8}=2{,}5Ом;\ \varepsilon=I_2(R_1+R_2);R_1=1{,}5Ом.$

$U_1=R_1\cdot I_2=7{,}5\ B;U_2=R_2\cdot I_2=12{,}5\ B.$

10.25. Элемент, амперметр және қайсы-бір кедергі тізбектей қосылған. Егер кедергі ретінде ұзындығы $l=100$ м және көлденең қимасы $S=2$ мм^2 мыс сым алатын болсақ, онда амперметр $I_1=1{,}43$ А тоқты көрсетеді. Егер кедергі ретінде ұзындығы $l=57{,}3$ м және көлденең қимасы $S=1$ мм^2 мыс сым алатын болсақ, онда амперметр I_2 1 А тоқты көрсетеді. Амперметрдің кедергісі $R_A=0{,}05$ Ом. Элементтің $\mathcal{E}$ ЭҚК-ін және оның r ішкі кедергісін табу керек.

Шығарылуы.

$$R_i = \rho_i \frac{l_i}{S_i};\ \mathcal{E} = I_1(+R_1);\ \mathcal{E} = I_2(+R_2);\ R_1 = 0{,}85\,Ом;\ R_2 = 1{,}43\,Ом;$$

$$I_1(+R_1) = I_2(+R_2) \Rightarrow r = 0{,}5\,Ом;\ \mathcal{E} = I_1(+R_1) = 2\,B.$$

10.26. Тұйықталған тізбектегі элементтің қышқыштарындағы кернеу $U = 2{,}1$ В, кедергілер $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 6$ Ом және $R_2 = 3$ Ом (44-сурет). Амперметр қандай I тоқты көрсетеді?

Шығарылуы. Келісім бойынша , сондықтан Ом заңынан

$$I = \frac{U}{R_T} = \frac{U}{R_1 + R_{23}} = \left| R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 2\,Ом \right| = \frac{2{,}1}{7} - 0{,}3\,A.$$

Өзара параллель қосылған кедергілер үшін

$$I_2 R_2 = I_3 R_3 \Rightarrow I_3 / I_2 = R_2 / R_3 = 2;\ I_2 + I_3 = 0{,}3\,A;$$

$$I_2 = I_3 / 2;\ 0{,}3 = 1{,}5 I_3;\ I_3 = I_A = 0{,}2\,A.$$

10.27. Кедергілер $R_2 = 20$ Ом және $R_3 = 15$ Ом (45-сурет). R_2 кедергі арқылы $I_2 = 0{,}3$ А тоқ жүреді. Амперметр $I = 0{,}8$ А тоқты көрсетеді. R_1 кедергіні табу керек.

Шығарылуы. Параллель қосылған үш кедергілерде де кернеулер бірдей болады, сондықтан $U_1 = U_2 = U_3; U_2 = I_2 R_2 = 6\ B; I_3 = 6/15 = 0{,}4\ A.$

Демек, $I_1 = I - I_2 - I_3 = 0{,}1\,A;\ R_1 = 6/0{,}1 = 60$ Ом.

10.28. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E} = 100$ В, ал кедергілер $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = 80$ Ом және $R_4 = 34$ Ом (46-сурет). R_2 кедергі арқылы өтетін I_2 тоқты және ондағы кернеудің U_2 түсуін табу керек.

Шығарылуы. Толық тоқ

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_4 + R_{123}} = \left| \frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{16} \right| = \frac{100}{50} = 2\ A.$$

Кернеудің толық түсуі $U = IR_T = 100\,B$, бұл элементтің ішкі кедергісі ескерілмейтін кезде $\mathcal{E} = U$ болады дегенді білдіреді. $U = U_4 + U_{123} \Rightarrow$

$$\Rightarrow 100 = 68 + U_{123};\ U_{123} = 32\ B.\ U_2 = 32\,B;\ I_2 = 32/80 = 0{,}4\,A.$$

10.29. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E} = 120$ В, ал кедергілер $R_3 = 20$ Ом және $R_4 = 25$ Ом (47-сурет). R_1 кедергідегі кернеудің түсуі $U_1 = 40$ В. Амперметр $I = 2$ А тоқты көрсетеді. R_2 кедергіні табу керек.

Шығарылуы. Ом заңына сай $\mathcal{E} = 120 = U_{23} + 40 + 25 \cdot 2;\ U_{23} = 30\ B.$ Олай болса, $U_{23} = U_3 = I_3 R_3 \Rightarrow I_3 = 1{,}5\,A; I_2 = 0{,}5\,A,\ R_2 = 30/0{,}5 = 60\ Ом.$

10.30. ЭҚК-і $\mathcal{E} = 10$ В және ішкі кедергісі $r = 1$ Ом болатын батареяның ПӘК-і $\eta = 0{,}8$ (47-сурет). R_1 және R_4 кедергілердегі кернеудің түсуі $U_1 = 4$ В және $U_4 = 2$ В. Амперметр қандай I тоқ көрсетеді? Кернеудің R_2 кедергідегі U_2 түсуін табу керек.

Шығарылуы.

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}};\ U = 8\,B : 8 = U_{23} + 6;\ U_{23} = 2\ B; \varepsilon = U + Ir;\ 10 = 8 + I \cdot 1;\ I = 2\,A;$$

$$U_2 = U_{23} = 2\ B.$$

10.31. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E} = 100$ В, ал кедергілер $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом және $R_3 = 300$ Ом және вольтметрдің кедергісі $R_V = 2$ кОм (48-сурет). Вольтметр қандай U потенциалдар айырымын көрсетеді?

Шығарылуы. Әуелі тізбектей-параллаль қосылған R_V, R_3, R_3 кедергілердің тең әсерлісін табайық: $R' = \dfrac{R_V \cdot (R_2 + R_3)}{R_V + R_2 + R_3} = 400$ Ом. Сонда тізбектегі тоқ

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R' + R_1} = 0{,}2\ A,$$ демек, $U_B = IR' = 80\ B.$

10.32. Кедергілер $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ Ом, вольтметрдің кедергісі $R_V = 1$ кОм (48-сурет). Вольтметр $U = 100$ В потенциалдар айырымын көрсетеді. Батареяның $\mathcal{E}$ ЭҚК-ін табу керек.

Шығарылуы. $\mathcal{E} = I(R_1 + R');\ I = \dfrac{U}{R'};\ R' = \dfrac{R_V (R_2 + R_3)}{R_V + R_2 + R_3} = \dfrac{2000}{7}$ *Ом*;

$I = 0{,}35\ A;\ \mathcal{E} = 170\ B.$

10.33. 49–52-суреттерде келтірілген сызбалардағы амперметр мен вольтметрдің көрсетулерін табу керек. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E} = 110$ В, кедергілер $R_1 = 400$ Ом және $R_2 = 600$ Ом, вольтметрдің кедергісі $R_V = 1$ кОм.

Шығарылуы.

49-сурет: $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R'};\ R' = \dfrac{(R_1 + R_2)R_V}{R_1 + R_2 + R_V} = 500$ *Ом*; $I_A = 0{,}22\ A$; $U_B = 110\ B.$

50-сурет:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R'};\ R_1 + R' = R_1 + \frac{R_2 R_V}{R + R_V} = 775\ Ом;\ I_A = 0{,}142\ A;$$

$U_B = I_A R' = 53{,}2\ B.$

51-сурет:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R'};\ R' = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_V + R_2 R_V}{R_1 + R_2 + R_V} = 193{,}35\ \ Ом;$$

$I_A = 0{,}57\ A.\ U_B = R'I = 110\ B.$

52-сурет:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + R'};\ R' = \frac{R_1 \cdot R_V}{R_1 + R_V} = 285{,}8\ \ Ом;\ I = 0{,}124\ A;$$

$$U_B = \mathcal{E} - IR_2 = 35{,}6\ A;\ \frac{R_V}{R_1} = \frac{I_1}{I_V} = 2{,}5;\ I_1 = 2{,}5 I_V;\ I_1 + I_V = I;$$

$I_1 = I_A = 0{,}089 A.$

10.34. Кедергісі $R_A = 0{,}16$ Ом амперметр $R = 0{,}04$ Ом кедергімен шунтталған. Амперметр $I_0 = 8$ А тоқты көрсетеді. Тізбектегі I тоқты табу керек.

Шығарылуы. Амперметрді шунттаған кезде, яғни амперметрге параллель азғантай кедергіні қосқан кезде тоқтың басым бөлігі аз кедергі арқылы өтеді де, азғантай

бөлігі амперметр арқылы өтеді, осы кезде $I_A R_A = I_ш R_ш$,

$$I_ш = I_A \frac{R_A}{R_ш} = 8\frac{0{,}16}{0{,}04} = 32\,A;\; I = I_ш + I_A = 40\,A.$$

10.35. $I = 10$ А-ге тоқтарды өлшеуге арналған кедергісі $R_A = 0{,}18$ Ом болатын амперметр бар, оның шкаласы 100 бөлікке бөлінген. Осы амперметрмен $I_0 = 100$ А тоқты өлшей алу үшін қандай R кедергі алу керек және оны қалай қосу керек? Осы кезде амперметрдің бөлік құны қалай өзгереді?

Шығарылуы. Бастапқы кездегі бөлік құны $i_1 = 10\text{А}/100 = 0{,}1\text{А}$. 100А тоқтың 10 А-і амперметр арқылы, ал қалған 90 А-і амперметрге параллель қосылған шунт арқылы өтуі тиіс, әрі $I_0 = I_A + I_ш,\; I_A R_A = I_ш R_ш;\; R_ш = 0{,}02\;Ом.$

Бөлік құны $i_2 = 100A/100 = 1A,$ он есе артады.

10.36. $U = 30$ В-қа дейінгі потенциалдар айырымын өлшеуге арналған кедергісі $R_V = 2$ кОм вольтметр бар, оның шкаласы 150 бөлікке бөлінген. Осы вольтметрмен $U_0 = 75$ В-қа дейінгі потенциалдар айырымын өлшей алу үшін қандай R кедергіні алу керек және оны қалай қлсу керек? Осы кезде вольтметрдің бөлік құны қалай өзгереді?

Шығарылуы. Бастапқы бөлік құны $v_1 = 30/150 = 0{,}02\;B.$ R кедергі тізбектей қосылады. Осы кезде кедергілер арқылы бірдей тоқ өтеді, сондықтан

$$I_V = \frac{U_V}{R_V} = 0{,}015\;A;\; U_k = U_0 - U = I_k R_k;\; R_k = 3кОм;$$

Жаңа бөлік құны $v_2 = \frac{75}{150} = 0{,}5\,B.$

10.37. $I = 15$ мА-ге дейінгі тоқты өлшеуге арналған кедергісі $R_A = 5$ Ом амперметр бар. Осы прибормен а) $I_0 = 150$ мА-ге дейінгі тоқты; б) $U_0 = 150$ В-қа дейінгі потенциалдар айырымын өлшей алу үшін қандай R кедергіні алу керек және оны қалай қосу керек?

Шығарылуы. а) Қосымша кедергі тізбек учаскесіне параллель қосылады: $IR_A = (I_0 - I)R;\; R = 0{,}555\;A.$

б) қосымша кедергі амперметрге тізбектей қосылады: $U_0 = IR_A + IR_k;$

$$R_k = \frac{U_0 - IR_A}{I} = 9{,}95\text{ кОм}.$$

10.38. Қуаты $P = 40$ Вт болатын 120-вольттық электр лампысы бар. Желінің 220 В кернеуі кезінде лампы нормал жарық (қызу) беру үшін оған тізбектей қандай R кедергіні қосу керек? Осындай кедергі алу үшін диаметрі 0,3 мм нихром сымның қандай l ұзындығын алу керек?

Шығарылуы. Лампы арқылы өте алатын максималь тоқ $I = P/U = 1/3\;A.$ Лампы нормал жану үшін желідегі кернеудің бір бөлігін қосымша кедергіде түсіру керек, яғни $IR_k = U_0 - IR_Л = 100\,B;$

$$R_k = 100/(1/3) = 300\;Ом;\; R = \rho\frac{l}{S} \Rightarrow l = \frac{RS}{\rho} = \frac{R\pi d^2}{4\rho} = 21{,}2\,м.$$

10.39. Қуаттары $P_1 = P_2 = 10$ Вт және $P_3 = 80$ Вт болатын үш 110-вольттық электр лампылары бар. Желінің $U_0 = 220$ В кернеуі кезінде олар нормал жану үшін, оларды желіге қалай қосу керек? Сызбасын салу керек. Қалыпты (нормал) жану кезінде лампылар арқылы өтіп жатқан I_1, I_2, I_3 тоқтарды табу керек.

Шығарылуы. Әрбір лампы арқылы өтетін тоқтрды табайық:

$I_1 = I_2 = 40/110 = 4/11A;\ I_3 = 80/110 = 8/11\ A;\ I_3 = I_1 + I_2.$

Лампыларды соңғы қатынас орындалатындай түрде қосу керек, яғни 3-лампыны тізбектей, ад қалған екеуін параллель қосу керек.

10.40. Генератордан $l = 100$ м қашықтықта орналасқан лабораторияда $I = 10$ А тоқ пайдаланатын электр қыздырғыш приборды қосады. Егер жеткігіш мыс сымдардың қимасы $S = 5$ мм^2 болса, осы лабораторияда жанып тұрған лампылардың қышқыштарындағы U кернеу қанша кемиді?

Шығарылуы. $\Delta U = IR_k = I\rho\dfrac{l}{S} = 6{,}8\ B$ (кернеудің сымдардағы түсуі).

??10.41. ЭҚК-і $\mathcal{E} = 500$ В болатын батареядан энергияны $l = 2{,}5$ км қашықтыққа беру керек. Пайдаланылатын қуат $P = 10$ кВт. Егер жеткізуші мыс сымдардың диаметрі $d = 1{,}5$ см болса, қуаттың желідегі ΔP минималь шығынын табу керек.

Шығарылуы. Желідегі тоқ $I = P/\mathcal{E} = 20$ А. Сымдағы шығын

$\Delta P = RI^2 = \rho\dfrac{2l}{S}I^2;\ \Delta P = 192$ Вт.

10.42. ЭҚК-і $\mathcal{E} = 110$ В генератордан энергияны $l = 250$ м қашықтыққа жеткізу керек. Пайдаланылатын қуат $P = 1$ кВт. Егер желідегі шығын 1% -тен артпау керек болатын болса, жеткізуші мыс сымдардың S минималь қимасын табу керек.

Шығарылуы. Шығын $\Delta P = 0{,}01P;\ 0{,}01P = I^2R = \dfrac{P^2}{\mathcal{E}^2}\rho\dfrac{2l}{S};$

$0{,}01 = \dfrac{P}{\mathcal{E}^2}\rho\dfrac{2l}{S};\ \ S = \rho\dfrac{2lP}{0{,}01\cdot\mathcal{E}^2} = 70$ мм^2.

10.43. Тізбекке ұзындықтары және диаметрлері бірдей мыс және болат сымдар тізбектей қосылған. а) Осы сымдарда бөлініп шығатын жылу мөлшерлерінің қатынасын; б) осы сымдардағы кернеудің түсулерінің қатынасын табу керек.

Шығарылуы.

а)

$\dfrac{Q_1}{Q_2} = \dfrac{I^2\cdot\rho_1 I/S\cdot t}{I^2\cdot\rho_2 I/S\cdot t} = \dfrac{\rho_1}{\rho_2} = 0{,}17;\ б)\ \dfrac{U_1^2 t/R_1}{U_2^2 t/R_2} \Rightarrow U_1/U_2 = \sqrt{\rho_2/\rho_1} = 0{,}17.$

10.44. Өткен есепті сымдардың параллель қосылуы үшін шығару керек.

Шығарылуы. Бұл жерде сымдардағы кернеудің түсулері болады, сондықтан:

а) $Q_1/Q_2 = (U^2t/R_1)/(U^2t/R_2) = \rho_2/\rho_1 = 5{,}9;$ б) $U_1/U_2 = 1.$

10.45. ЭҚК-і $\mathcal{E} = 6$ В элемент $I = 3$ А максималь тоқ береді. Сыртқы кедергіде бірлік уақытта бөлініп шығуы мүмкін ең үлкен Q_τ жылу мөлшерін табу керек.

Шығарылуы. Сыртқы кедергіде бірлік уақытта бөлініп шығатын максималь жылу мөлшері сыртқы кедергідегі максималь қуатқа тең: $Q_\tau = I\mathcal{E} = 18$ Дж/с (Вт).

10.46. ЭҚК-і $\mathcal{E} = 240$ В және ішкі кедергісі $r = 1$ Ом элемент $R = 23$ Ом сыртқы кедергіге тұйықталған. Толық P_0 қуатты, пайдалы P қуатты және батареяның η ПӘК-ін табу керек.

Шығарылуы.

$P_0 = I\mathcal{E} = \dfrac{\mathcal{E}^2}{(R+r)} = 2{,}4$ кВт; $\ P = IU = I^2R = \dfrac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2}R = 2{,}3$ кВт;

$\eta = P/P_0\cdot 100\% = 96\%.$

10.47. Егер сыртқы тізбекте бөлініп шығатын қуат $P_1 = 5$ Ом және $P_2 = 0{,}2$ Ом сыртқы кедергілер кезінде бірдей болатындығы белгілі болса, генератордың r ішкі кедергісін табу керек. Осы екі жағдайда генератордың η ПӘК-ін табу керек.

Шығарылуы. Есептің шарты бойынша

$$\frac{\mathcal{E}^2}{(R_1 + r)^2} R_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{(R_2 + r)^2} R_2 \Rightarrow r = 1 \ Ом; \varepsilon = I_i (R_i + r);$$

$$\eta_1 = \frac{I_1 R_1}{I_1 (R_1 + r)} \Rightarrow 83{,}3\%; \ \eta_2 = \frac{I_2 R_1}{I_2 (R_1 + r)} \Rightarrow 16{,}7\%.$$

10.48. 53-суретте P пайдалы қуаттың тізбектегі I тоққа тәуелділігі көрсетілген. Осы қисықтың берілгендері бойынша элементтің r ішкі кедергісі мен $\mathcal{E}$ ЭҚК-ін табу керек. Элементтің ПӘК-інің және сыртқы тізбектегі U кернеудің түсуінің тізбектегі I тоқ күшіне тәуелділігінің графигін салу керек.

Шығарылуы. Қисықтың нүктелері бойынша (34-сурет) кесте түземіз:

I, A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P,	0	1,8	8,2	4,2	4,8	5	4,8	4,2	3,2	1,8	0

Сыртқы тізбекте бөлініп шығатын қуат (пайдалы қуат) сыртқы R кедергі элементтің r ішкі кедергісіне тең болатын кезде максималь мәніне жетеді. Осы кезде сыртқы тізбектегі потенциалдың түсуі $U = \mathcal{E}/2$. Сонда элементтің ПӘК-і $\eta = 0{,}5$. Біздің жағдайымызда $P_{\max} = IU = 5$ Вт. Демек, $U = P_{\max}/I = 1$ В, осыдан элементтің ЭҚК-і $\mathcal{E} = 2U = 2$ В. Осы кезде $I = \mathcal{E}/2r$ болатындықтан, элементтің ішкі кедергісі $r = \mathcal{E}/2I = 0{,}2$ Ом. Сыртқы тізбекте потенциалдың түсуі $U = P/I$; элементтің ПӘК-і $\eta = U/\mathcal{E} = P/\mathcal{E}I$.

10.49. 34-суретте көрсетілген қисықтың берілгендері бойынша элементтің η ПӘК-інің, P_0 толық қуаттың және P пайдалы қуаттың R сыртқы кедергіге тәуелділігі графигін сызу керек. Графикті R сыртқы кедергінің $0, r, 2r, 3r, 4r\ 5r$ мәндері үшін салу керек, мұндағы r – элементтің ішкі кедергісі.

Шығарылуы. Қисықтағы нүктелер бойынша (34-сурет) $\mathcal{E} = 2$ В және $r = 0{,}2$ Ом деп табамыз (10.48-есептің шығарылуын қара.). $\mathcal{E}$ және r мәндерін біле отырып, η, P_0 және P мәндерін табуға болады.

10.50. Элементті әуелі сыртқы $R_1 = 2$ Ом кедергіге, сосын $R_2 = 0{,}5$ Ом сыртқы кедергіге тұйықтайды. Егер осы екі жағдайда да сыртқы тізбекте бөлініп шығатын қуат бірдей болатын болса, элементтің $\mathcal{E}$ ЭҚК-ін және r ішкі кедергісін табу керек.

Шығарылуы. 10.47-есептің шығарылуымен бірдей. $\mathcal{E} = 4\ В; \ r = 1$ Ом.

10.51. ЭҚК-і $\mathcal{E} = 2$ В және ішкі кедергісі $r = 0{,}5$ Ом элемент $R =$ сыртқы кедергіге тұйықталған. Тізбектегі I тоқтың, сыртқы тізбектегі U кернеу түсуінің, P пайдалы қуаттың және P_0 толық қуаттың кедергіге тәуелділігі графигін салу керек. R кедергіні әрбір 0,5 Ом сайын $0 \le R \le 4$ Ом аралығында алу керек.

Шығарылуы. Қажетті тәуеділіктерді 10.48 және 10.49-есептердің шығарылуларынан алу керек.

10.52. ЭҚК-і $\mathcal{E}$ және ішкі кедергісі r элемент сыртқы R кедергіге тұйықталған. Сыртқы кедергіде бөлініп шығатын максималь қуат $P = 9$ Вт. Осы кезде тізбектен $I = 3$ А тоқ өтеді. $\mathcal{E}$ ЭҚК пен r ішкі кедергіні табу керек.

Шығарылуы. Максималь қуат $R = r$ кезінде бөлінеді. Сонда $P = I^2 R \Rightarrow r = P/I^2 = 1 \ Ом; \ \mathcal{E} = I(R + r) = I \cdot 2r = 6\ В.$

10.53. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E}=120$ В, кедергілер $R_3=30$ Ом, $R_2=60$ Ом (35-сурет). Амперметр $I=2$ А тоқ көрсетеді. R_1 кедергіде бөлініп шығатын P қуатты табу керек.

Шығарылуы. R_1 кедергіде бөлініп шығатын P қуат $P_1=I_1U_1$. Толық тізбек үшін Ом заңынан

$\mathcal{E}=IR_3+U_{12}\Rightarrow U_2=60\,B=U_1; I_2=1A;\ I_3=1A; P_1=60$ Вт.

10.54. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E}=100$ В, ішкі кедергісі 2 Ом, кедергілер $R_1=25$ Ом, $R_2=78$ Ом (54-сурет). R_1 кедергіде $P_1=16$ Вт қуат бөлініп шығады. Амперметр қандай I тоқ көрсетеді?

Шығарылуы. Амперметрдің көрсететін тоғы $I=\mathcal{E}/(R_3+R_{12}+r)$. R_1 кедергі арқылы өтетін тоқ $P_1=I_1^2R_1\Rightarrow I_1=\sqrt{P_1/R_1}=0{,}8\,A$. Осыдан

$U_1=I_1R_1=U_2=20\,B\Rightarrow I_2=U_2/R_2=0{,}25\,A;\ I=I_1+I_2=1{,}05\,A\approx 1A.$

10.55. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E}=120$ В, кедергілер $R_1=25$ Ом, $R_2=R_3=110$ Ом (55-сурет). R_1 кедергіде бөлініп шығатын P_1 қуатты табу керек.

Шығарылуы.

$I=\mathcal{E}/(R_3+R_{12})=120/(10+25\cdot 110/(25+110))=1\ A;\ R_2/R_1=4{,}4=I_1/I_2;$

$I_1=4{,}4I_2;\ I_1+I_2=1A;\ I_2=1/5{,}4=0{,}18\,A; I_1=0{,}82\,A;\ P_1=I^2R_1=17\,Bm.$

10.56. Батареяның ПӘК-і 80%, кедергі $R_1=100$ Ом (55-сурет). кедергіде $P_1=16$ Вт қуат бөлініп шығады. Егер R_3 кедергіде потенциал түсуі $U_3=40$ В болатын болса, батареяның $\mathcal{E}$ ЭҚК-ін табу керек.

Шығарылуы.

$\mathcal{E}=I(R_{12}+R_3);P_1=I_1^2R_1\Rightarrow I_1=\sqrt{16/100}=0{,}4\,A;$

$U_1=40\,B=U_2; U=80\,B;\ \eta=U/\mathcal{E}=0{,}8;\ \mathcal{E}=U/\eta=80/0{,}8=100\,B.$

10.57. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E}=120$ В, потенциометрдің толық кедергісі $R_0=120$ Ом (56-сурет). Лампының R кедергісі қызған кезде 30 Омнан 300 Омға дейін өзгереді. Егер жылжымалы контакт C осы кезде потенциометрдің қақ ортасында тұрса, лампыдағы U потенциалдар айырымы қаншаға өзгереді? Осы кезде лампы пайдаланатын P қуат қанша өзгереді?

Шығарылуы. Лампы қызбай тұрған кезде және қызған кезде

$$I_1=\frac{\mathcal{E}}{R_0/2+R_0\cdot R/(R_0/2+R)}=\frac{120}{80};\ R'=R_0\cdot R/(R_0/2+R)=20\,Ом;$$

$$U_1=\frac{120}{80}\cdot 20=30\ B;\ R''=R_0\cdot R/(R_0/2+R)=50\,Ом; U_2=\frac{120}{60+50}=54{,}554{,}5\,B;$$

$$P_1=\frac{U_1^2}{R}=\frac{(30)^2}{30}=30\,Bm;\ P_2=\frac{(54{,}5)^2}{300}=9{,}9\ Bm.$$

10.58. A және B нүктелерінің арасындағы потенциалдар айырымы $U=9$ В. Кедергілері $R_1=5$ Ом және $R_2=3$ Ом болатын екі кедергі бар. Егер A және B нүктелер арасындағы өткізгіштер бір-бірімен а) тізбектей; б) параллель қосылған болса, әрбір өткізгіште бірлік уақытта бөлініп шығатын Q_τ жылу мөлшерін табу керек.

Шығарылуы.

а) $I=\dfrac{U}{R_1+R_2}=9/8\ A;\ Q_{\tau 1}=I^2R_1=6{,}3\,Дж/с; Q_{\tau 2}=3{,}8\ Дж/с.$

б) $U_1 = U_2 = U; I_1 = U / R_1 = 1{,}8\ A;\ I_2 = 3\ A;$
$Q_{т1} = I_1^2 R_1 = 16{,}2\ Дж/с;\ Q_{т2} = I_2^2 R_2 = 27\ Дж/с.$

10.59. Кедергілері $R_1 = 350$ Ом және $R_2 = 240$ Ом болатын екі электр лампылары желіге параллель қосылған. Лампылардың қайсысы қуатты көбірек пайдаланады? Неше есе?

Шығарылуы. Лампылардың пайдаланатын қуаттары

$P_1 = \frac{U^2}{R_1};\ P_2 = \frac{U^2}{R_2};\ \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = 1{,}5.$ Кедергісі аз лампы қуатты 1,5 есе артық пайдаланады.

10.60. Калориметрдің кедергісі $R_1 = 60$ Ом болатын ширатылымы бар, ол желіге 57-суретте көрстеілгендей түрде қосылған. R_2 кедергі $R_2 = 300$ Ом. Амперметр $I = 6$ А ток көрсетеді. $\tau = 5$ мин уақыт ішінде ток жіберілген кезде калориметрге құйылған массасы $m = 3$ кг су қанша градусқа қыздырылады?

Шығарылуы. R_1 кедергі арқылы өтетін тоқты табамыз:

$U_1 = U_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2;\ \frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{5};\ I_1 = 5\ A.$ Олай болса,

$Q = cm\Delta t = I^2 R_1 \tau \Rightarrow \Delta t = I^2 R_1 \tau / cm = 36\ ^0C.$

10.61. $W = 3$ гВт.сағ электр энергиясын пайдаланып, біз судың қандай V көлемін қайната аламыз? Судың бастапқы теемпературасы $10\ ^0C$.

Шығарылуы. $Q = W = mc(100 - 10) \Rightarrow m = \frac{3 \cdot 10^2 \cdot 3600}{4190} = 2{,}86 \cdot 10^{-3}\ кг,$

немесе $V \approx 2{,}9$ л.

10.62. Егер көлемі $V = 1$ л су 5 мин ішінде қайнайтын болса, электр шәйнегі қандай P қуатты пайдаланады? Егер желінің кернеуі $U = 120$ В болса, қызырғыштың R келергісі неге тең? Судың бастапқы температурасы $t_0 = 13{,}5\ ^0C$.

Шығарылуы. $P = \frac{mc(t - t_0)}{\tau} = 1{,}2\ кВт;\ P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = 12\ Ом.$

$\Rightarrow$

10.63. Қуаты $P = 0{,}5$ кВт плитадағы шәйнекке температурадағы көлемі $V =$ 1 л су құйылған. Шәйнектегі су плитаны қосқаннан кейін $\tau = 20$ минутте қайнайды. Осы кезде шәйнекті қыздыруға, сәулеленуге және т.б. қанша Q жылу мөлшері ысыраб болған?

Шығарылуы. $W_1 = cm\Delta T;\ W_2 = P\tau;\ Q = W_2 - W_1 = 248$ кВт.

$\Rightarrow$

10.64. Электр кастрюлінің кедергілері бірдей және $R = 20$ Ом болатын екі секциясы бар. а) Егер бір секция ғана қосылған; б) екі секция да тізбектей қосылған; в) екі секция да параллель қосылған болса, көлемі $V = 2{,}2$ л су қанша τ уақытта қайнайды? Судың бастапқы температурасы $t_0 = 16\ ^0C$, желідегі кернеу $U = 110$ В, қыздырғыштың ПӘК-і 85 %.

Шығарылуы. а) $\eta \frac{U^2}{R} \tau = cm\Delta T \Rightarrow \tau = \frac{cm\Delta T \cdot R}{\eta U^2} = 25\ мин;$

б) $\eta \frac{U^2}{2R} \tau = cm\Delta T \Rightarrow \tau = \frac{cm\Delta T \cdot 2R}{\eta U^2} = 50\ мин;$

в) $\eta\dfrac{2U^2}{R}\tau = cm\Delta T \Rightarrow \tau = \dfrac{cm\Delta T\cdot R}{2\eta U^2} 12{,}5$ *мин.*

10.65. Электр шәйнегінің қыздырғышының екі секциясы бар. Оның біреуін қосқанда, шәйнектегі су $\tau_1 = 15$ мин. ішінде, екіншісін қосқанда, $\tau_2 = 30$ мин. уақытта қайнайды. Егер екі секцияны а) тізбектей; б) параллель қосса, шәйнектегі су қаншa τ уақыттан кейін қайнайды?

Шығарылуы. Өткен есептің шығарылуын пайдалансақ, онда:

$$\eta\frac{U^2}{R_1}\tau_1 = cm\Delta T;\ \eta\frac{U^2}{R_2}\tau_2 = cm\Delta T;\ \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2};\ R_2 = 2R_1;$$

$$ф)\ R_3 = R_2 + R_1 = 2R_1 + R_1 = 3R_1;\ \tau \sim R \Rightarrow \tau = 45\ мин;$$

$$б)\ R_4 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{2R_1^2}{3R_1} = \frac{2R_1}{3};\ \tau \sim R \Rightarrow \tau = 10\ мин.$$

10.66. Электр шәйнектің кедргісі R_1 болатын қыздырғышы тізбекке 58-суретте көрсетілгендей қосылған. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E} = 120$ В, кедергі $R_2 = 10$ Ом. Амперметр $I = 2$ А тоқты көрсетеді. Көлемі $V = 0{,}5$ л су қанша τ уақытта қайнайды? Судың бастапқы температурасы $t_0 = 4\,^0C$. Қыздырғыштың ПӘК-і 76%.

Шығарылуы. Кедергілер тізбектей қосылған, сондықтан Ом заңынан

$$\mathcal{E} = I(R_1 + R_2) \Rightarrow R_1 = (\mathcal{E} - IR)I = 50\ Ом;\ \eta I^2R_1\tau = cm\Delta T;$$

$$\tau = (cm\Delta T)(\eta I^2R_1) = 22\ мин.$$

10.67. Калориметрдің R_1 кедергісі тізбекке 59-суретте көрсетілгендей түрде қосылған. Батареяның ЭҚК-і $\mathcal{E} = 110$ В, ширатылымның ПӘК-і 80%. Калориметрге массы $m = 500$ г керосин құйылған. Амперметр $I = 2$ А тоқ күшін, вольтметр $U = 10{,}8$ В кернеуді көрсетеді. Ширатылымның R_1 кедергісі қандай? Егер тоқ жіберілген $\tau = 5$ мин ішінде керосин $\Delta t = 5\,^0C$-ге қызған болса, керосинның c меншікті жылусыйымдылығын табу керек. R_2 кедергі қандай? Волтьтметрдің кедергісін шексіз деп алу керек.

Шығарылуы. Вольтметр R_1 кедергідегі кернеудің түсуін көрсетеді: $R_1 = U/I = 5{,}4$ Ом. Кедергілер өзара тізбектей қосылған, сондықтан $U_2 = 110 - 10{,}8 = 99{,}2\ B.$ Осыдан $R_2 = U_2/2 = 49{,}6$ Ом. Керосиннің меншікті жылусыйымдылығын табамыз:

$\eta I^2R_1^2\tau = cm\Delta t \Rightarrow c = 2{,}1$ кДж/(кг.К).

10.68. Көлемі $V = 4{,}5$ л суды $W = 0{,}5$ кВт.сағ электр энергиясын жұмсап, қайнатуға болады. Судың бастапқы температурасы $t_0 = 23\,^0C$. Қыздырғыштың η ПӘК-ін табу керек.

Шығарылуы. $\eta = cm(00 - t_0)W = 80\%.$

142. Бөлмені қыздыруға кернеуі $U = 120$ В желіге қосылған электр пешін пайдаланады. Бөлме бірлік уақытта $Q_{уақ} = 87{,}08$ МДж/тәулік жылу мөлшерін жоғалтады. Бөлменің температурасын тұрақты етіп ұстап отыру керек. а) пештің R кедергісін; б) осындай пештің оралымы үшін қажетті диаметрі $d = 1$ мм нихром сымның l ұзындығын; в) пештің P қуатын табу керек.

Шығарылуы. Бөлмедегі температураны тұрақты етіп ұстап отыру үшін жылу шығынын өтемелеу керек.

$$а)\ Q = Q_\tau \tau = \frac{U^2}{R}\tau; R = \frac{U^2}{Q_\tau} = 14{,}4\ Ом;\ б) l = \frac{R \cdot S}{\rho} = 11{,}3 м;$$

$$в)\ P = \frac{U^2}{R} = 1\ кВт:$$

143. Көлемі $V = 1$ л су термостатының температурасы қуаты $P = 26$ Вт қыздырғыштың көмегімен тұрақты етіп ұсталып отырады. Суды қыздыруға осы қуаттың 80%-і жұмсалады. Ешер қыздырғышты ағытып тастаса, термостаттағы судың температурасы $\tau = 10$ мин уақытта қаншаға төмендейді?

Шығарылуы. Осындай қуат кезінде $\tau = 10$ мин уақыт ішінде судың температурасын қанша градусқа көтеруге болатын болса, қыздырғыш ағытылғаннан кейін осы аталған уақытта судың температурасы осыншама градусқа төмендейді (энергияның сақталу заңы). Осыдан

$$\eta P \tau = cm\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\eta P \tau}{cm} = 3\ ^0C.$$