ISSN 1728-7901

ХАБАРШЫ
ВЕСТНИК
BULLETIN

«ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ҒЫЛЫМДАРЫ» СЕРИЯСЫ
СЕРИЯ «ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ»

№1(57)
2017

Алматы, 2017

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

ХАБАРШЫ

“Физика-математика ғылымдары” сериясы № 1 (57)

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігінде тіркелген
№ 4824 – Ж - 15.03.2004
(Журнал бір жылда 4 рет шығады)
2000 жылдан бастап шығады

Редакторлары: О.С. Ахметова, Г.З. Халикова

Компьютерлік беттеу:
О.С. Ахметова

Басуға 31.03.2017 ж. қол қойылды
Таралымы 300 дана
Көлемі 33,25 е.б.т.
Пішімі 60х84 1/8.

050010, Алматы каласы, Достық даңғылы,13
Абай атындағы ҚазҰПУ-ің “Ұлағат” типографиясында баспадан өткен

Мазмұны
Содержание

МАТЕМАТИКА. МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
МАТЕМАТИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

A.E. Abylkassymova On special-methodical training of the future teachers of mathematics……………………………………….…..... 5

Э.А. Бакирова, Ж.М. Қадырбаева, К.Р. Момынжанова, К.П. Кенжебаева Жүктелген дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін көпнүктелі шеттік есепті шешудің сандық жүзеге асырылуы.. 8

А.Р. Ешкеев, Н.К. Шаматаева Дөңес робинсондық теориялардың байыту бойынша кішігірім модельдердің қасиеттері.. 15

Н.Б. Искакова, А. Рысбек Однозначная разрешимость краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения с импульсным воздействием.. 19

Д.А. Кабаева, М.Е. Есқалиев Шекаралық тікелей шешу әдісін пайдаланып жазық есептерін есептеу алгоритмі........................... 24

B.K. Kaldybekova, O.M. Penkin On the low frequencies of natural oscillations of a special grid of strings... 28

М.Н. Калимолдаев, А.А. Абдилдаева, М.А. Ахметжанов Автоматическая система регулирования задачи оптимального управления сложных электроэнергетических систем................... 33

К.К. Коксалов, Ж.К. Куттыхожаева Исследование послекритических деформации пластин вариационным методом. 41

Ұ.Б. Рсалды Салу есептері және оларды шығару алгоритмі …... 45

E.S. Seitbekova, T.S. Imankulov Using Gaussian model for changeable wind conditions in Almaty, Kazakhstan.………………. 49

Б.Т. Тәліп Тарихи есептерді математика сабағында пайдалану.. 55

ФИЗИКА. ФИЗИКАНЫ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ
ФИЗИКА. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ФИЗИКИ

Ғ.М. Әбілдаев, В.Ж. Успанова, Н.А. Ғайнеденов, К.Ж. Султанова Физикалық білім беруде жоғары сынып оқушыларының экологиялық білімдерін дамытудың маңызы...... 59

Б.Е. Акитай, Н. Қаңлыбек Болашақ физика пәнінің мұғалімдерін дайындауда ақпараттық технологияның мүмкіндіктері.. 64

Ә.Ә. Ақжолова, М.С. Молдабекова, Ә.Б. Абдулаева Кәсіби пәндер практикалық сабақтарында студенттердің зерттеу құзіреттіліктерін қалыптастыру.. 68

Н.К. Аширбаев, Т.С. Султанбек, Ш.Е. Алтынбеков, Ж. Каратаев Особенности волнового поля в плоском теле с симметрично-расположенным прямоугольным вырезом............. 72

Г.А. Баимбетова, А.А. Кабулов, А.Б. Кабулов, С.С. Омирбаева Коллективные и кластерные возбуждения в ^{20}NE.. 78

Қ. Бисембаев, А. Кожабай Колебательное движение ортогонального механизма при апериодическом движении вала привода бесплотинной гидротурбины.. 84

Казахский национальный
педагогический университет
имени Абая

ВЕСТНИК

серия "Физико-математические
науки"
№ 1 (57)

Зарегистрирован в Министерстве
информации Республики
Казахстан,
№ 4824 - Ж - 15.03.2004
(периодичность – 4 номера в год)
Выходит с 2000 года

Редакторы: О.С. Ахметова,
Г.З. Халикова

Компьютерная верстка:
О.С. Ахметова

Подписано в печать 31.03.2017 г.
Формат 60x84 $^{1}/_{8}$.
Об. 33,25 уч.-изд.л.
Тираж 300 экз.

050010, г. Алматы, пр. Достык, 13,
Отпечатано в типографии
"Ұлағат" КазНПУ им. Абая

Қ. Бисембаев, Т.Б. Дикамбай, М.Қ. Қазанқапов Жұдырықшасының профилі жоғары дәрежелі беттермен шектелген жұдырықшалы механизмінің динамикасы.................. 94

Е.Т. Божанов, А.Н. Дадаева Расчет устойчивости трубчатой конструкции в теории нелинейных стержневых систем за пределом упругости.. 102

Н. Буртебаев, М. Насурлла, С.Б. Сакута, К. Мукашев Исследование упругого рассеяния ускоренных ионов ^{20}NE на ядрах ^{16}O при энергиях ниже кулоновского барьера.................... 109

Д.Ә. Кинжебаева, М.Д. Әділ КОМПАС компьютерлік бағдарламасын қолдану арқылы жаздық көйлек құрастырудың базалық негізі.. 115

В.Н. Косов, К.К. Каратаева Особенности концентрационного разделения тройных газовых смесей содержащих оксид азота при диффузии и начальной стадии гравитационной конвекции... 121

М.К. Кулбеков О новых объемно-поверхностных концентрически-зональных цветовых эффектах в золокерамических материалах…………………………………… 124

А.И. Купчишин, Т.А. Шмыгалева, М. Абайулы Математическое моделирование процессов радиационного дефектообразования в кремнии………………………………… 130

А.И. Купчишин, Т.А. Шмыгалева, М. Абайулы Компьютерное моделирование радиационных дефектов в твердых телах, облученных легкими ионами……………………. 136

Е.П. Макашев, А.С. Салимханова Разработка методики расчета вентиляторной градирни…………………………………. 141

М.Дж. Минглибаев, Г.М. Маемерова, С.А. Шомшекова Дифференциальные уравнения относительного движения нестационарных экзопланетных систем………………………. 147

А.Н. Мырзашева, Н.К. Шаждекеева Тұрақты температура әсеріндегі стерженьнің ұзындығының өзгеруінің жылу алмасу коэффициентіне тәуелділігін сандық зерттеу………………… 152

Ө. Парманбеков, Н.С. Алимбекова Техникалық ЖОО нанотехнология пәніне қатысты бәсекеге қабілетті мамандар даярлау.. 158

Н.Т. Рустамов, Б.К. Мейрбеков Повышение эффективности ветроустановок.. 161

В.Б. Рыстығұлова, А.Ж. Жолбарыс Түзеткіш диод пен Шоттки диодын оқып-зерттеу... 166

Б.А. Урмашев, Е.П. Макашев, Г.Ж. Бейсенбекова Анализ кинетического механизма процесса горения в программном комплексе PrIMe.. 170

Ә.Қ. Шоқанов, Г.А. Құрманбаева, А.Қ. Жумабек «Атомдық энергетика» қолданбалы курсын оқытуда оқушылардың шығармашылық қабілеттіліктерін дамыту................................ 179

Заключение

Разработаны методика и алгоритм расчета аэродинамики и тепломассообмена процесса охлаждения воды в противоточном воздушном потоке в рабочей части вентиляторный градирни. Методика расчета аэродинамики и тепломассообмена позволит найти новые качественные и количественные закономерности, применение которых на практике повысит эффективность охлаждения воды и определить оптимальные условия протекания технологического процесса в градирне.

Список использованной литературы:

1. *Пономаренко В.С. Градирни промышленных и энергетических предприятий: Справочник / В.С. Пономаренко, Ю.И. Арефьев. – М.: Энерготомиздат, 1998. - 376 с.*
2. *Меренцов, Н.А. Экспериментальная установка дляисследования тепломассообменных процессов в насадочных устройствах градирен / Н.А. Меренцов, В.А. Балашов, А.Б. Голованчиков, Я.А. Орлянкина // Известия ВолгГТУ: межвуз. сб. науч. ст. № 1 / ВолгГТУ. – Волгоград, 2012. – (Серия «Реология, процессы и аппараты химической технологии»; вып. 5). – С. 78-80.*
3. *Голованчиков, А.Б. Моделирование гидромеханических и тепло- и массообменных процессов в вентиляторной градирне с капельным орошением и проволочнойнасадкой / А.Б. Голованчиков, Н.А. Меренцов, В.А. Балашов, Я.А. Орлянкина // Известия ВолгГТУ: межвуз. Сб. науч. ст. № 10(97) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2012. –22-28 б.*
4. *Амантаева А.Б., Макашев Е.П., Омарова П.Т., Досбол У.А. Анализ и прогноз динамики процессов опустынивания территории Республики Казахстан // Вестник КазНПУ. Серия физико-математические науки, 2015., №3 (51).– С. 14-20.*

УДК 521.1
ГРНТИ41.03.02

М.Дж. Минглибаев[1], Г.М. Маемерова[2], С.А. Шомшекова[3]

[1]д.ф.- м.н., профессор КазНУ им. аль-Фараби, г.н.с. Астрофизического института им. В.Г. Фесенкова, г. Алматы, Казахстан
[2] PhD, старший преподаватель КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан
[3]PhD докторант КазНУ им. аль-Фараби, н.с. Астрофизического института им. В.Г. Фесенкова, г. Алматы, Казахстан

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭКЗОПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ

Аннотация

В работе рассматривается задача трех тел с переменными массами, изменяющимися неизотропно в различных темпах, как небесно-механическая модель нестационарных экзопланетных систем. Исходя из уравнения Мещерского получены дифференциальные уравнения экзопланетных систем в абсолютной системе координат. В относительной системе координат с началом в центре родительской звезды выведены дифференциальные уравнения движения задачи трех тел с переменными массами при наличии реактивных сил. Выделена возмущающая функция, приведены уравнении возмущенного движения в форме уравнений Лагранжа. В дальнейшем планируются получения разложения возмущающей функции через элементы с использованием системы аналитических вычислений «Mathematica». Полученные уравнения будут использованы для исследования динамической эволюции экзопланетных систем, в случае, когда происходит неизотропные изменения масс родительской звезды и планет.

Ключевые слова: задача трех тел с переменными массами, нестационарныеэкзопланетные системы, уравнение Мещерского,звезды с переменными массами, апериодическое движения, протопланетный диск.

Аңдатпа

М.Дж. Минглибаев[1], Г.М. Маемерова[2], С.А. Шомшекова[3]
[1]ф.- м.ғ.д, Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-ің профессоры, В.Г. Фесенков атындағы Астрофизикалық институтының бас ғылыми қызметкері, Алматы қ., Қазақстан
[2] PhD докторы, Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-нің аға оқытушысы, Алматы қ., Қазақстан
[3]Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ-нің PhD докторанты, В.Г. Фесенков атындағы Астрофизикалық институтының ғылыми қызметкері, Алматы қ., Қазақстан

БЕЙСТАЦИОНАР ЭКЗОПЛАНЕТАЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДІҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУІ

Жұмыста бейстационар экзопланеталық жүйелердің аспан-механикасы моделі ретінде, әртүрлі қарқынмен изотропты емес өзгеретін, айнымалы массалы үш дене есебі қарастырылған. Мещерский теңдеуінен абсолютті координаталар жүйесіндегі экзопланеталық жүйелердің дифференциалдық теңдеуі алынған. Ортадағы аналық жұлдыздың бастапқы салыстырмалы координаталар жүйесіндегі, реактивті күштің болуынан, айнымалы массалы үш дене есебінің дифференциалды қозғалыс теңдеуі шығарылды. Лагранж теңдеуінің формасында ұйытқыған қозғалыс теңдеуі келтірілді, ұйытқыған функция көрсетілді. Болашақта «Mathematica» аналитикалық есептеу жүйесінің элементтерін қолдану арқылы ұйытқыған функция жіктелуін алу жоспарлануда. Алынған теңдеулер аналық жұлдыз және планета массаларының изотропты емес өзгеруі кезіндегі жағдайда экзопланеталық жүйелердің динамикалық эволюциясын зерттеуге қолданылады.

Түйінді сөздер: айнымалы массалы үш дене есебі, бейстационар экзопланеталық жүйелер, Мещерский теңдеуі, айнымалы массалы жұлдыздар, апериодикалық қозғалыс, протопланеталық диск.

Abstract

Minglibayev V.Zh.[1], Mayemerova G.M.[2], Shomshekova S.A.[3]
[1]Dr. Sci. (Phys.-Math), Professor of Al-Farabi KazNU, Lead Researcher of Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan
[2]PhD, Senior Lecturer of Al-Farabi KazNU, Almaty, Kazakhstan
[3]PhD student of Al-Farabi KazNU, Researcher of Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan

DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE RELATIVE MOTION OF NON-STATIONARY EXOPLANET SYSTEMS

We considered the three-body problem with variable masses changing anisotropically at different rates as sky-mechanical model of non-stationary exoplanet systems. On the basis of equation of Meshchersky was obtained the differential equations of exoplanet systems in the absolute coordinate system. In the relative coordinate system with the origin at the center of the parent star was derived differential equations of motion of three-body problem with variable masses in the presence of reactive forces. Perturbing function has been higlightes equation of motion in the form of Lagrange equations. It is planned to get disturbing degradation features of the elements using the «Mathematica» analytical calculation system. These equations will be used to study the dynamical evolution of exoplanet systems, in case where there are non-isotropic changes in mass of the parent stars and planets.

Keywords: three-body problem with variable masses, non-stationary exoplanet systems, equation of Meshchersky, stars with variable masses, aperiodic motion, protoplanetary disk.

1. Введение

Исследования экзопланетной системы совместно с историей родительской звездой имеет важное значение для понимания их образования и дальнейшего эволюции планетных систем. Эволюция планетной системы и эволюция центральной звезды этой планетной системы генетически взаимосвязаны. Вещество из протопланетного диска могут периодически падать во внутрь родительской звезды, вызывая эпизодические массовые неизотропные вспышки, которые могут сильно возмущать движение планеты [1-8-9]. В ранних стадиях эволюции так же имеет важное значение аккреция из протопланетного диска на планеты, вследствие чего происходит рост массы планеты, так же преимущественно неизотропным образом. В связи с этим, исследуется задача трех тел с массами, изменяющиеся неизотропно в различных темпах [2-6]. Тела рассматриваются как сферические тела со сферическими распределениями масс. Исходя из уравнения Мещерского, получены уравнения движения задача двух протопланетной задачи трех тел с переменными массами, изменяющимися неизотропно в различных темпах при наличии реактивных сил в абсолютной прямоугольной декартовой системе координат. Далее, получены уравнения движения рассматриваемой задачи в относительной системе координат с началом в центре родительской звезды.

2. Дифференциальные уравнения движения задачи

2.1 Уравнения движения в абсолютной системе координат

Расмотрим экзопланетную систему, состоящую из трех взаимогравитирующих сферических небесных тел. Пусть, T_0 - центральная родительская звезда, T_1 - внутренная планета и T_2 - внешняя планета с переменными массами

$$m_0 = m_0\left(t\right), \qquad m_1 = m_1\left(t\right), \qquad m_2 = m_2\left(t\right), \tag{2.1}$$

изменяющимися неизотропно в различных темпах [6] , при этом

$$m_0 \square\ m_1,\ m_0 \square\ m_2,$$

$$\frac{\dot{m}_0}{m_0} \neq \frac{\dot{m}_1}{m_1}, \qquad \frac{\dot{m}_0}{m_0} \neq \frac{\dot{m}_2}{m_2}, \qquad \frac{\dot{m}_1}{m_1} \neq \frac{\dot{m}_2}{m_2}. \tag{2.2}$$

При наличии реактивных сил, в абсолютной системе координат из уравнения Мещерского [4] получим

$$m_j\ddot{\vec{R}}_j = grad_{\vec{R}_j} U + \dot{m}_j V_j, \quad V_j = \vec{u}_j - \dot{\vec{R}}_j, \quad j = 0,1,2, \tag{2.3}$$

$$U = f\left(\frac{m_0 m_1}{R_{01}} + \frac{m_0 m_2}{R_{02}} + \frac{m_1 m_2}{R_{12}}\right), \tag{2.4}$$

где $\vec{u}_j$ - абсолютная скорость отделяющихся частиц,

$$\vec{V}_j = \vec{u}_j - \dot{\vec{R}}_j \neq 0, \quad j = 0,1,2 \tag{2.5}$$

относительная скорость отделяющихся частиц. $\vec{R}_j$ - радиус вектор центра сферических тел, $\vec{R}_{ij}$ - взаимные расстояния центра сферических тел, f - гравитационная постоянная. Следуя Л.Г. Лукьянову [4] будем считать, что реактивные силы приложены к центру соответствующих сферических тел. Обычно, в наблюдательной астрономии для конкретных небесных тел определяются закон изменения масс (2.1) - (2.2) и относительные скорости отделяющихся частиц (2.5). Например, относительная скорость, отделяющаяся частицы из звезды Вольф-Райе (WR) порядка 1000 км/с, при этом темп убывания массы из-за звездного ветра $\dot{M} \approx -10^{-5} M_{\odot} \;/\; год$ [1-5-10]. Звезды спектрального класса М теряет массу в темпе $\dot{M} \approx -10^{-6} M_{\odot} \;/\; год$ [5-6-11]. Поэтому будем считать, что величины (2.1), (2.5) известные.

2.2 Уравнения движения в относительной системе координат

Введем относительную систему координат с началом в центре родительской звезды T_0, оси которой параллельны соответствующим осям абсолютной системы координат. В относительных координатах уравнения движения можно записать в виде

$$\ddot{\vec{R}}_{01} = \frac{1}{\mu_{01}} grad_{\vec{R}_{01}} U + \frac{\dot{m}_1}{m_1}\vec{V}_1 - \frac{\dot{m}_0}{m_0}\vec{V}_0, \quad \vec{R}_{01} = \vec{R}_1 - \vec{R}_0, \tag{2.6}$$

$$\ddot{\vec{R}}_{02} = \frac{1}{\mu_{02}} grad_{\vec{R}_{02}} U + \frac{\dot{m}_2}{m_2}\vec{V}_2 - \frac{\dot{m}_0}{m_0}\vec{V}_0, \quad \vec{R}_{02} = \vec{R}_2 - \vec{R}_0, \tag{2.7}$$

$$\frac{1}{\mu_{01}} = \frac{1}{m_0} + \frac{1}{m_1} = \frac{m_0 + m_1}{m_0 m_1}, \quad \frac{1}{\mu_{02}} = \frac{1}{m_0} + \frac{1}{m_2} = \frac{m_0 + m_2}{m_0 m_2} \tag{2.8}$$

Обозначим

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_1(\mathrm{t}) = \frac{\dot{m}_1}{m_1}\vec{V}_1 - \frac{\dot{m}_0}{m_0}\vec{V}_0 = \vec{F}_1(\mathrm{F}_{1x}, \mathrm{F}_{1y}, \mathrm{F}_{1z}) \neq 0, \tag{2.9}$$

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_2(\mathrm{t}) = \frac{\dot{m}_2}{m_2}\vec{V}_2 - \frac{\dot{m}_0}{m_0}\vec{V}_0 = \vec{F}_2(\mathrm{F}_{2x}, \mathrm{F}_{2y}, \mathrm{F}_{2z}) \neq 0, \tag{2.10}$$

Перепишем полученные уравнения в виде

$$\ddot{\vec{R}}_{01} + f(m_0 + m_1)\frac{\vec{R}_{01}}{R_{01}^3} = grad_{\vec{R}_{01}}\left(U_{01} + F_{1x}X_1 + F_{1y}Y_1 + F_{1z}Z_1\right) \tag{2.11}$$

$$\ddot{\vec{R}}_{02} + f(m_0 + m_2)\frac{\vec{R}_{02}}{R_{02}^3} = grad_{\vec{R}_{02}}\left(U_{02} + F_{2x}X_2 + F_{2y}Y_2 + F_{2z}Z_2\right) \tag{2.12}$$

$$U_{0i} = f\sum_{j=1}^{2} m_j\left(\frac{1}{R_{ij}} - \frac{X_i X_j + Y_i Y_j + Z_i Z_j}{R_j^3}\right) \tag{2.13}$$

$$R_{ij} = \sqrt{\left(X_j - X_i\right)^2 + \left(Y_j - Y_i\right)^2 + \left(Z_j - Z_i\right)^2} \tag{2.14}$$

$$R_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2} \tag{2.15}$$

3.Уравнения движения в оскулирующих элементах апериодического движения по квазиконическому сечению.

3.1 Выделение возмущающих функции. Обозначим

$$\vec{R}_{01} = \vec{R}_1 - \vec{R}_0 = \vec{r}_1\ , \quad \vec{R}_{02} = \vec{R}_2 - \vec{R}_0 = \vec{r}_2, \quad \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}_{12} \tag{3.1}$$

Тогда уравнения (2.11), (2.12) можно написать в виде

$$\ddot{\vec{r}}_1 + f\left(m_0 + m_1\right)\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\ddot{\gamma}_1}{\gamma_1}\vec{r}_1 = fm_2\left(\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^3} - \frac{\vec{r}_2}{r_2^3}\right) + \vec{Q}_1 + \vec{P}_1\,, \tag{3.2}$$

$$\vec{Q}_1 = grad_{\vec{r}_1}\left(F_{1x}\,x_1 + F_{1y}\,y_1 + F_{1z}\,z_1\right) \tag{3.3}$$

$$\vec{P}_1 = -\frac{\ddot{\gamma}_1}{\gamma_1}\vec{r}_1,\ \gamma_1 = \frac{m_0\left(t_0\right) + m_1\left(t_0\right)}{m_0\left(t\right) + m_1\left(t\right)} = \gamma_1\left(t\right), \tag{3.4}$$

$$\ddot{\vec{r}}_2 + f\left(m_0 + m_2\right)\frac{\vec{r}_2}{r_2^3} - \frac{\ddot{\gamma}_2}{\gamma_2}\vec{r}_2 = fm_1\left(\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{\left|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right|^3} - \frac{\vec{r}_1}{r_1^3}\right) + \vec{Q}_2 + \vec{P}_2\,, \tag{3.5}$$

$$\vec{Q}_2 = grad_{\vec{r}_2}\left(F_{2x}\,x_2 + F_{2y}\,y_2 + F_{2z}\,z_2\right), \tag{3.6}$$

$$\vec{P}_2 = -\frac{\ddot{\gamma}_2}{\gamma_2}\vec{r}_2\,, \qquad \gamma_2 = \frac{m_0\left(t_0\right) + m_2\left(t_0\right)}{m_0\left(t\right) + m_2\left(t\right)} = \gamma_2\left(t\right) \tag{3.7}$$

Перепишем уравнения (3.2), (3.5) в виде

$$\ddot{\vec{r}}_1 + f\left(m_0 + m_1\right)\frac{\vec{r}_1}{r_1^3} - \frac{\ddot{\gamma}_1}{\gamma_1}\vec{r}_1 = grad_{\vec{r}_1}\tilde{W}_1 \tag{3.8}$$

$$\ddot{\vec{r}}_2 + f\left(m_0 + m_2\right)\frac{\vec{r}_2}{r_2^3} - \frac{\ddot{\gamma}_2}{\gamma_2}\vec{r}_2 = grad_{\vec{r}_2}\tilde{W}_2, \tag{3.9}$$

где возмущающие функции имеют вид

$$\tilde{W}_1 = W_1 + Q_1 + P_1 \tag{3.10}$$

$$\tilde{W}_2 = W_2 + Q_2 + P_2 \tag{3.11}$$

$$W_1 = \frac{\mu_2}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|} - \mu_2\frac{\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2}{r_2^3},\ Q_1 = F_{1x}\,x_1 + F_{1y}\,y_1 + F_{1z}\,z_1\,, \quad P_1 = -\frac{\ddot{\gamma}_1}{2\gamma_1}\left(x_1^{\,2} + y_1^2 + z_1^2\right), \tag{3.12}$$

$$W_2 = \frac{\mu_1}{\left|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right|} - \mu_1\frac{\vec{r}_1\cdot\vec{r}_2}{r_1^3},\ Q_2 = F_{2x}\,x_2 + F_{2y}\,y_2 + F_{2z}\,z_2\,, \quad P_2 = -\frac{\ddot{\gamma}_2}{2\gamma_2}\left(x_2^{\,2} + y_2^2 + z_2^2\right), \tag{3.13}$$

$$\mu_2 = fm_2,\ \mu_1 = fm_1,\ r_{21} = \left|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\right| = r_{12} \tag{3.14}$$

Полученные уравнения (3.8), (3.9) удобные для использования теории возмущении на базе апериодического движения по квазиконическому сечению [3-12-13]. В случае, когда возмущающие функции (3.10), (3.11) равны нулю

$$\tilde{W}_i = 0\,,\ i = 1,2\,,$$

левая часть этих уравнений описывает индивидуальные апериодические движения по квазиконическому сечению [3-14]. Для наших целей предпочтительно уравнения возмущенного движения в форме уравнений Лагранжа.

3.2 Уравнения возмущенного движения планет в форме уравнении Лагранжа. В теории возмущения на базе апериодического движения по квазиконическому сечению уравнения возмущенного движения в форме Лагранжа имеют вид [3-15]

$$\dot{a}_i = \frac{2}{n_i a_i}\frac{\partial\tilde{W}_i}{\partial M_i}, \tag{3.15}$$

$$\dot{e}_i = \frac{1 - e_i^{\,2}}{n_i a_i^{\,2} e_i}\frac{\partial\tilde{W}_i}{\partial M} - \frac{\sqrt{1 - e_i^{\,2}}}{n_i a_i^{\,2} e_i}\frac{\partial\tilde{W}_i}{\partial\omega}, \tag{3.16}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathrm{ctg}i_i}{n_i a_i^{\,2}\sqrt{1 - e^2}}\frac{\partial\tilde{W}_i}{\partial\omega} - \frac{\mathrm{cosec}i}{na^2\sqrt{1 - e^2}}\frac{\partial\tilde{W}_i}{\partial\Omega_i}, \tag{3.17}$$

$$\dot{\Omega}_i = \frac{\mathrm{cosec}i_i}{n_i a_i^{\,2}\sqrt{1 - e_i^{\,2}}}\frac{\partial\tilde{W}_i}{\partial i_i}, \tag{3.18}$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{\sqrt{1-e^2}}{n_i a_i^2 e_i}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial e_i} - \frac{\mathrm{ctg} i_i}{n_i a^2 \sqrt{1-e_i^2}}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial i_i}, \tag{3.19}$$

$$\dot{M}_i = \left(\frac{m_i}{m_{i0}\gamma_i^3}\right)^{1/2} n_i - \frac{2}{n_i a_i}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial a_i} - \frac{1-e_i^2}{n_i a_i^2 e_i}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial e_i}, \tag{3.20}$$

$$\tilde{W}_i = -\left(\frac{m_{i0}}{m_i \gamma_i}\right)^{1/2} W_i\left(t_i, a_i, e_i, \omega_i, i_i, \Omega_i, M_i\right). \tag{3.21}$$

Для описания возмущенного движения, иногда удобно следующая система оскулирующих элементов

$$a_i,\ e_i,\ i_i,\ \Omega_i,\ \pi_i,\ \varepsilon_i, \tag{3.22}$$

$$\pi_i = \beta_{i2} + \beta_{i3}, \tag{3.23}$$

$$\varepsilon_i = \beta_{i2} + \beta_{i3} + \frac{(-2\alpha_{i1})^{3/2}}{\mu_{i0}}\left[\beta_{i1} + \varphi_i(t_{i0})\right]. \tag{3.24}$$

Соответственно, система дифференциальных уравнении оскулирующих элементов в форме уравнения Лагранжа имеет вид

$$\dot{a}_i = \frac{2}{n_i a_i}\frac{\partial \tilde{W}}{\partial \varepsilon_i}, \tag{3.25}$$

$$\dot{e}_i = \frac{\sqrt{1-e_i^2}}{n_i a_i^2 e_i}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial \pi_i} - \frac{e_i\sqrt{1-e_i^2}}{1+\sqrt{1-e_i^2}}\frac{1}{n_i a_i^2}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial \varepsilon_i}, \tag{3.26}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{\mathrm{cosec}\, i_i}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}}\frac{\partial W_i}{\partial \Omega_i} - \frac{\mathrm{tg}(i/2)}{n_i a^2\sqrt{1-e_i^2}}\left(\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial \pi_i} + \frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial \varepsilon_i}\right), \tag{3.27}$$

$$\dot{\Omega}_i = \frac{\mathrm{cosec} i_i}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial i_i}, \tag{3.28}$$

$$\dot{\pi}_i = \frac{\mathrm{tg}(i/2)}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial i_i} + \frac{\sqrt{1-e^2}}{n_i a_i^2 e_i}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial e_i}, \tag{3.29}$$

$$\dot{\varepsilon}_i = -\frac{2}{n_i a_i}\frac{\partial \tilde{W}}{\partial a_i} + \frac{\mathrm{tg}(i/2)}{n_i a_i^2\sqrt{1-e_i^2}}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial i_i} + \frac{e_i\sqrt{1-e_i^2}}{1+\sqrt{1-e_i^2}}\frac{1}{n_i a_i^2}\frac{\partial \tilde{W}_i}{\partial e_i}, \tag{3.30}$$

$$\tilde{W}_i = -\left(\frac{m_{i0}}{m_i \gamma_i}\right)^{1/2} W_i\left(t_i, a_i, e_i, \pi_i, i_i, \Omega_i, \varepsilon_i\right). \tag{3.31}$$

Для получения явного вида уравнений в оскулирующих элементах необходимо выразить возмущающие функции через оскулирующие элементы, что представляет собой громоздкую и трудоемкую работу. Такая работа, на сегодняшней день, как правило, выполняется методами компьютерной алгебры. В дальнейшем мы будем использовать широко известный пакет компьютерной алгебры «Mathematica» [7].

4. Заключение

В работе получены различные формы дифференциальных уравнения движения для нестационарных экзопланетных систем, содержащие две планеты.Выделена возмущающая функция, приведены уравнения возмущенного движения в форме уравнений Лагранжа. В дальнейшем планируется получение разложения возмущающей функции через элементы с использованием системы аналитических вычислений «Mathematica». Полученные уравнения будут использованы для исследования динамической эволюции экзопланетных систем, в случае, когда происходят неизотропные изменения масс родительской звезды и планет. При этом, будут учтены эффекты убывания массы родительской звезды и роста масс планет из-за аккреции вещества из остатков протопланетного диска.

Список использованной литературы:

1. *Veras D., Hadjidemetriou J.D., Tout C.A. An Exoplanet's Response to Anisotropic Stellar Mass-Loss During Birth and Death.- Mon. Not. R. Astron. Soc. 2013. - URL:* http://ads.nao.ac.jp/abs/2013MNRAS.435.2416V
2. *Omarov T.B. (Editor) Non-Stationary Dynamical Problems in Astronomy. - New-York: Nova Science Publ. Inc., 2002. – P.260. – URL: https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&q=Omarov+T.B.&btnG*
3. *Минглибаев М.Дж. Динамика гравитирующих тел с переменными массами и размерами. Поступательное и поступательно-вращательное движение. LAPLAMBERT Academic Publishing, Германия, 2012, - С.229.*
4. *Лукьянова Л.Г. Динамическая эволюция орбит звезд в тесных двойных системах с консервативным обменом масс // Астрон.журн. – 2008. – Т.85, №8. – С.755-768. - URL: http://elibrary.ru/item.asp?id=11031742*
5. *Черепащук А.М. Тесные двойные звезды. Часть II.-М.: Физматлит, 2013.- С.572.*
6. *Сурдин В.Г. Рождение звезд. – М.:Эдиториал УРСС, 1999. - С.232*
7. *Prokopenya A.N. Reshenie fizicheskih zadach s ispolzovaniem sistemy Mathematica, BSTU Pubishing, Brest, 2005, - P.260.*
8. *http://spacetimes.ru/exoplanets*
9. *http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu*
10. *http://exoplanet.eu*
11. *Лукянов Л.Г., Ширмин Г.И. Лекции по небесной механике, 2009. Алматы.*
12. *Терещенко В.М. Экзопланеты: параметры и проблемы // Вестник Казахский Национальный Педагогический Университет им. Абая. Сер. Физ.-Матем. 2004. №3 (11). – С.86-98.*
13. *Ellis K.M., and Murray C.D., (2000) The disturbing function in Solar System Dynamics. Icarus, 147, -P.129.*
14. *Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. Перевод с англ.под.ред. И.И. Шевченко. - М.: Физматлит, 2010, - С.588.*
15. *Брауэр Д., Клеменс Дж. Методы небесной механики. Перевод с англ. под ред. Г.А. Чеботарева. – М.: Мир, 1964. - С.506.*

ӘОЖ 539.3
МРНТИ30.19

А.Н. Мырзашева[1], Н.К. Шаждекеева[2]

[1]тех.ғ.к., Х.Досмұхамедов атындағы Атырау мемлекеттік университетінің доценті, Атырау қ., Қазақстан
[2]ф.-м..ғ.к., Х.Досмұхамедов атындағы Атырау мемлекеттік университетінің доценті, Атырау қ., Қазақстан

ТҰРАҚТЫ ТЕМПЕРАТУРА ӘСЕРІНДЕГІ СТЕРЖЕНЬНІҢ ҰЗЫНДЫҒЫНЫҢ ӨЗГЕРУІНІҢ ЖЫЛУ АЛМАСУ КОЭФФИЦИЕНТІНЕ ТӘУЕЛДІЛІГІН САНДЫҚ ЗЕРТТЕУ

Аңдатпа

Мақалада инженерлік, физикалық және математикалық есептерді сандық зерттеулерде қолданылатын шекті элементтер әдісі көмегімен жылу алмасу, жылу изоляция, осьтік күш және тұрақты температура әсерінде тұрған стерженьнің өн бойындағы жылу механикалық жағдайлар қарастырылады. Дискретті элементтерге бөлінген стерженьнің әрбір элементі үш түйінді квадраттық шекті элемент ретінде алынып, әрбір элемент үшін толық жылу энергиясын сипаттайтын функционалдық өрнек жазылады. Функционалдық өрнек T_i температураның түйіндік мәндері бойынша минималданып, қойылып отырған есептің математикалық моделі құрылады. Алынған модель бойынша үш түйінді квдраттық шекті элементтің форма (пішін) функциялары көмегімен стержень бойындағы температура мен стержень материалының жылу алмасу коэффициентінің таралу заңдары анықталады. Алынған нәтижелер мен берілген шекаралық шарттар есепке алына отырып, стержень ұзындығының ұзару шамасының h_0 - жылу алмасу коэффициентіне тәуелділігісандық тұрғыдан зерттеледі. Стержень материалы ретінде жылу ұлғаю коэффициенті стерженьдік элементтің ұзындығы бойынша таралатын температура өрісіне тәуелді болатын АНВ-300 құймасы алынады.

Түйін сөздер: АНВ-300, шекті элементтер әдісі,температура, жылу изоляциясы, жылу алмасу, осьтік күші, дискретті модель, толық жылу энергиясын сипаттайтын функционал,математикалық модель.