ӘЛ-ФАРАБИ атындағы ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени аль-ФАРАБИ

РОӘК ОӘБ отырысы аясындағы
«УНИВЕРСИТЕТТЕРДЕГІ БІЛІМ БЕРУ БАҒДАРЛАМАЛАРЫНЫҢ
ЭКСПОРТТЫҚ ӘЛЕУЕТІН ЖӘНЕ БӘСЕКЕГЕ ҚАБІЛЕТТІЛІГІН АРТТЫРУ» атты
47-ші ғылыми-әдістемелік конференциясының
МАТЕРИАЛДАРЫ

26-27 қаңтар 2017 жыл

4-кітап

МАТЕРИАЛЫ
47-ой научно-методической конференции
«ПОВЫШЕНИЕ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ
И ЭКСПОРТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПРОГРАММ
УНИВЕРСИТЕТОВ»
в рамках заседания УМО РУМС

26-27 января 2017 года

Книга 4

Алматы
«Қазақ университеті»
2017

бүкіл мәтіннің мазмұнына қатысты. Абзацтың шағын тақырыбы болатынын жоғарыда келтірілген мысалдан байқалады: бірінші абзацтың тақырыбы – ұры, ал екіншісінікі – Ксемәй.

Мұғалім оқушыларға талдауға беретін мәтіндерді іріктеп, мағынасы тереңдерін таңдайды.

Мектеп бағдарламасында тілдік бірліктерді мәтін деңгейінде қарастыруға бөлінген арнайы сағаттар азғантай. Бірақ ҰБТ-да мәтін бойынша тапсырмалар кездеседі. Ал Назарбаевтың зияткерлік мектебіне түсуге арналған тест тапсырмалары үш тілде де (қазақ, орыс, ағылшын тілдерінде) тілдік бірліктердің мәтін деңгейіндегі қызметін көрсетуден құралған.

Қазақ тілін орта мектептің өзінде құрылымдық деңгейде оқытудан мәтінге, яғни сөйлеу әрекетінің нәтижесі ретінде оқытудың қажеттігін көрсетеді.

Тілдік бірліктерді мәтін негізінде оқыту мына бағыттарда жүргізіледі:

1. Мәтін – тілдің таным құралы ретіндегі функционалдық құбылыс.
2. Мәтін – қазақ мәдениетін білудің, үйренудің маңызды құралы.
3. Қазақ тілін оқып үйрену мәтін негізінде, яғни мәтін тілдің бірлігі ретінде қарастырылады. Оның негізінде грамматикалық категорияларды, тілдік құбылыстарды тану жүзеге асып, лингвистикалық ұғымдар жүйесі қалыптасады.
4. Мәтін – тілдік құралдарды пайдаланудың нәтижесі. Оның негізінде тілді оқып үйрену үдерісі әрекетте жүреді, тілдік бірліктердің сөйлеудегі функционалдық заңдылықтарын меңгереді.
5. Мәтін негізінде қатысымдық құзіреттілік қалыптасады.
6. Мәтін негізінде мектепте қазақ тілін
7. мен бірлігін қамтамасыз етеді. үйренудің маңызды екі бағытының: тіл жүйесін тану және әр түрлі жағдайларда тілдік нормаларды меңгерудің қажетті синтезі жүзеге асады.

Мәтін негізінде тілдік бірліктерді оқып үйрену оны құрылымдық деңгейде оқытудан құтқарады және оқыту кезегінде тілдік, лингвистикалық, қатысымдық құзіреттілікті қалыптастыру үдерісінің тұтастығы

Әдебиеттер тізімі:
1.Валгина Н.С. Теория текста. – М.: Логос, 2004. – 30-31 с.
2.Ладыженская Т.А. Методика развития речи на уроках русского языка. – М.: Просвещение, 1988. – 83-86 с.

Жусупов М.А., Жаксыбекова К.А., Кабатаева Р.С.

МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА КОНВЕРСИИ В КВАНТОВЫХ РАСЧЕТАХ

В расчетах в атомной и ядерной физике, физике элементарных частиц принято, используя соотношение Эйнштейна $E = Mc^2$, измерять массы частиц в единицах $\frac{МэВ}{c^2}$, или пользоваться величиной $Mc^2\ \left[МэВ\right]$.

Так, для электрона $m_e c^2 = 0{,}511\ МэВ$, для протона и нейтрона $M_p c^2 = 938{,}27\ МэВ$ и $M_n c^2 = 939{,}57\ МэВ$ соответственно и т.д.

Конкретные расчеты в различных квантовых приложениях значительно упрощаются, если использовать не численные значения наиболее часто встречающихся фундаментальных постоянных, таких как e – абсолютное значение электрического заряда электрона, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, где h – постоянная Планка, c – скорость света в вакууме, а рассматривать их комбинации [1]. Такими являются константа конверсии $\hbar c = 1{,}97\cdot10^{-11}\ МэВ\cdot см$ и постоянная тонкой структуры $\frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$. При этом для масс частиц употребляются энергетические единицы $\left[МэВ\right]$.

Рассмотрим следующие примеры.

1. Энергетические уровни и энергии ионизации водородоподобных атомов.

В этом случае энергетические уровни квантуются:

$$E_n = -\frac{\mu z^2 e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2}.$$

Для атома водорода $z = 1$, μ – приведенная масса системы электрон-ядро:

$$\mu = \frac{m_e \cdot M_p}{m_e + M_p}.$$

Для атома водорода $\mu \approx m_e$, так как $\frac{m_e}{M_p} = \frac{1}{1836}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ – главное квантовое число.

Энергия ионизации (энергия связи) – это энергия, необходимая для отрыва электрона от атома в основном состоянии $I = -E_1 = \varepsilon_{св.}$

$$\varepsilon_{св.} = \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} = \frac{m_e c^2}{2}\frac{e^4}{\hbar^2 c^2} = \frac{0{,}511\ МэВ}{2}\frac{1}{137^2} = 13{,}6\ эВ$$

2. Радиус первой боровской орбиты для атома водорода a.

$$a = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = \frac{\hbar^2 c^2}{m_e e^2 c^2} = \frac{\hbar c}{e^2}\frac{\hbar c}{m_e c^2} = 137 \cdot \frac{1{,}97\ МэВ \cdot см}{0{,}511\ МэВ} = 0{,}528 \cdot 10^{-8}\ см.$$

Напомним, что в полуквантовой теории Бора боровский радиус a – это расстояние от ядра, на котором движется электрон. В квантовой механике боровский радиус a – это расстояние, на котором максимальна вероятность обнаружения электрона в основном состоянии атома.

3. Масса квантов сильного взаимодействия.

Согласно современным представлениям взаимодействие между нуклонами осуществляется путем обмена между ними некоторыми частицами – квантами ядерного поля. При этом на расстояниях $r \geq 0{,}8 \cdot 10^{-13}\ см$ основную роль играет обмен π-мезонами. Связь между радиусом сил и массой переносчика взаимодействия можно получить, если использовать соотношение неопределенностей для энергии и времени $\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$.

Оно показывает, на какую величину ΔE может измениться энергия системы за промежуток времени Δt. За счет энергии ΔE на короткое время Δt может образоваться виртуальная частица с массой $m = \frac{\Delta E}{c^2}$, то есть в квантовой механике допускается нарушение закона сохранения энергии на время Δt. Предполагая, что гипотетический квант взаимодействия движется со скоростью света и проходит за время Δt расстояние, равное радиусу действия ядерных сил $a = 1{,}5\ фм$, получим

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{\hbar c}{c \cdot \Delta t} = \frac{\hbar c}{a} = \frac{1{,}97 \cdot 10^{-11}\ МэВ \cdot см}{1{,}5 \cdot 10^{-13} см} \approx 130\ МэВ.$$

Эта масса очень близка к массе π-мезонов. Таким образом, на расстояниях $r \geq 0{,}8\ фм$ заряженные $\pi^{\pm}$- и нейтральные π^0-мезоны описывают взаимодействие между np, nn и pp-парами. На меньших расстояниях между нуклонами происходит обмен более тяжелыми ρ, η и ω-мезонами.

4. Радиус слабых взаимодействий.

Слабые взаимодействия ответственны за бета-распады атомных ядер, за распады нестабильных элементарных частиц. Например, нейтроны распадаются по следующей схеме

$$n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e,$$

здесь $\tilde{\nu}_e$ – электронное антинейтрино. Квантами слабых взаимодействий являются промежуточные W- и Z бозоны, впервые обнаруженные в ЦЕРНЕ в 1983 году. Их массы $M_W = 80{,}22\ ГэВ$ и $M_Z = 91{,}19\ ГэВ$.

Используя те же соображения, что и в предыдущем пункте, получим

$$R_W = \frac{\hbar c}{M_W c^2} = \frac{1{,}97 \cdot 10^{-11}\ МэВ \cdot см}{80220\ МэВ} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-16}\ см.$$

5. Определить полную E и кинетическую T энергии электрона, приведенная длина волны которого равна $\lambda = 10^{-2}\ фм$.

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar c}{pc}.$$

Для рассматриваемых длин волн электроны являются высокоэнергетичными. Для их энергий используем релятивистскую формулу $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ и $pc = \sqrt{E^2 - m^2c^4}$.

Тогда $\sqrt{E^2 - m^2c^4} = \frac{\hbar c}{\lambda} = \frac{1{,}97 \cdot 10^{-11}\ МэВ \cdot см}{10^{-2} \cdot 10^{-13}\ см} = 2 \cdot 10^4\ МэВ = 20\ ГэВ.$

Поскольку $E \gg mc^2$, то $E \approx T = 20\ ГэВ.$ Подобные энергии электронов легко достижимы на ускорителях в ЦЕРНе.

Список литературы:

1. Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике, учебное пособие. - М. Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 648 с.

Жусупов М.А., Жусупов А.М., Кабатаева Р.С.

МЕТОДИКА НАХОЖДЕНИЯ СУММЫ РЯДОВ ОТ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

В настоящей статье рассматривается методика расчета сумм рядов от натуральных чисел, знание этой методики полезно для студентов, магистрантов, докторантов, молодых преподавателей и исследователей в области квантовой механики. Например, данная методика используется в квантовой теории углового момента (как части квантовой механики) при доказательстве квантования углового момента. Поскольку дисциплина

«Квантовая механика» входит в перечень дисциплин для внешней оценки учебных достижений (ВОУД) студентов выпускных курсов специальностей 5В060400-Физика и 5В060500-Ядерная физика, то углубленное изучение квантовой теории углового момента необходимо в связи с тем, что эта теория дает более широкое понимание круга явлений в квантовой механике для закрепления знаний студентов, полученных при изучении курса «Квантовая механика».

На практике часто возникает необходимость в суммировании рядов с натуральными числами. Самый простой, к примеру, ряд $\sum_{n=1}^{10} n$, где $n = 1,2,3...$ Историки математики утверждают, что сумму ряда от 1 до 10 просуммировал в пятилетнем возрасте Карл Гаусс, в дальнейшем выдающийся ученый, прозванный современниками «королем математиков». Юный Карл обратил внимание на то, что сумма первого и последнего, второго и предпоследнего членов ряда и т.д. одинакова и равна 11. Число подобных пар равно 5. Таким образом, искомая сумма равна $11 \times 5 = 55$. По другим источникам подобная задача была поставлена перед десятилетним Гауссом, но найти надо было сумму чисел от 1 до 100. Решение очевидно: $(100+1) \times 50 = 5050$. Ответ был дан до того, как учитель успел дочитать условие задачи.

Интерес представляет вычисление сумм типа $\sum n^2$, $\sum n^3$ и т.д. Мы подробно изложим вычисление суммы $\sum n^2$ простыми математическими методами. Отметим, что вычисление данной суммы может иметь самостоятельное значение, а также данная сумма может найти применение в квантовой механике, например при квантовании орбитального момента количества движения из соображений теории вероятностей.

В квантовой механике орбитальный момент квантуется. Это означает, что квадрат орбитального момента l принимает следующие значения $L^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)$, где $\ell = 0,1,2...$ – целые положительные значения. Проекция на выбранное направление (например, на ось z) $L_z = \hbar m$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm \ell$, то есть m меняется от $+\ell$ до $-\ell$ через единицу. Здесь $\hbar = h/2\pi$, где h – постоянная Планка, имеющая размерность момента количества движения. Сформулируем задачу.

Задача 1. Используя элементарные формулы теории вероятности, показать, что формулу $L^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)$ можно получить, если предположить, что возможные проекции момента на произвольную ось равны m $(m = \ell, \ell-1, ..., -\ell)$ и все эти значения проекции момента равновероятны, а оси равноправны. В силу равноправности осей x, y, z имеем $L^2 = \overline{L^2} = \overline{L_x^2} + \overline{L_y^2} + \overline{L_z^2} = 3\overline{L_z^2}$. Здесь $\overline{L^2}$ означает среднее значение величины, то есть результат ее многократного измерения. Поскольку различные значения проекций момента равновероятны, то имеем $\overline{L_z^2} = \frac{\hbar^2}{2\ell+1}\sum_{m=-\ell}^{\ell} m^2 = \frac{2\hbar^2}{2\ell+1}\sum_{m=0}^{\ell} m^2$. Полученную сумму можно вычислить различными способами. Остановимся на трех из них. Решение задачи несколькими методами может быть полезным, так как при совпадении результата, полученного разными способами, можно не сомневаться в его правильности; некоторые из методов, как мы увидим ниже, могут быть обобщены для решения сходных, даже более сложных задач.

I. Метод индукции. Это наиболее простой способ. Составим следующую таблицу:

ℓ	1	2	3	4	5
$\sum m^2$	1	5	14	30	55
$\sum m$	1	3	6	10	15
$\sum m^2 / \sum m$	1 = 3/3	5/3	7/3	9/3	11/3

Мы видим из таблицы, что $\sum_{m=1}^{\ell} m^2 \Big/ \sum_{m=1}^{\ell} m = (2\ell+1)/3$. Но так как $\sum_{m=1}^{\ell} m = \ell(\ell+1)/2$, то $\sum_{m=1}^{\ell} m^2 = \ell(\ell+1)(2\ell+1)/6$. Отсюда имеем $L^2 = \overline{L^2} = 3\frac{2}{2\ell+1}\frac{\ell(\ell+1)(2\ell+1)}{6}\hbar^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1)$, что и требовалось доказать.

II. Метод, использующий дифференциальное исчисление. Определим следующее выражение

$$\sum_{m=0}^{\ell} m^2 = \left[\frac{d^2}{d\alpha^2}\sum_{m=0}^{\ell} e^{\alpha m}\right]_{\alpha=0} = \left[\frac{d^2}{d\alpha^2}\frac{1-e^{\alpha(\ell+1)}}{1-e^{\alpha}}\right]_{\alpha=0}.$$

Здесь использована формула геометрической прогрессии со знаменателем $q = e^{\alpha}$. После двукратного дифференцирования и раскрытия с помощью правила Лопиталя полученной неопределенности $(0/0)$ имеем тот же результат. Данный способ расчета суммы рекомендуется в некоторых учебниках по квантовой механике (см., например, сборник задач по квантовой механике [1]).

III. Метод конечных разностей. Обозначим искомую сумму $S(\ell)=\sum_{m=0}^{\ell} m^2$, где $S(0)=0$. Запишем разностное уравнение $S(\ell+1)-S(\ell)=(\ell+1)^2$. Будем искать $S(\ell)$ в виде следующего разложения: $S(\ell)=a_0+a_1\ell+a_2\ell^2+a_3\ell^3+a_4\ell^4$, $a_0=0$. Подставим последнее разложение в разностное уравнение: $a_1(\ell+1)+a_2(\ell+1)^2+a_3(\ell+1)^3+a_4(\ell+1)^4-a_1\ell-a_2\ell^2-a_3\ell^3-a_4\ell^4 = \ell^2+2\ell+1$. После раскрытия скобок и соответствующей группировки слагаемых, получим: $a_1+a_2(2\ell+1)+a_3(3\ell^2+3\ell+1)+a_4(4\ell^3+...+1)=\ell^2+2\ell+1$. Для произвольных ℓ это равенство выполнятся, если будут равны коэффициенты при одинаковых степенях ℓ. Приравнивая их, получим систему уравнений: при $\ell^0 \Rightarrow a_1+a_2+a_3+a_4=1$; при $\ell^1 \Rightarrow 2a_2+3a_3=2$; при $\ell^2 \Rightarrow 3a_3=1$; при $\ell^3 \Rightarrow a_4=0$. Решая уравнения, получим $a_1=1/6,\ a_2=1/2,\ a_3=1/3$. Отсюда $S(\ell)=\sum_{m=0}^{\ell} m^2=\frac{\ell(\ell+1)(2\ell+1)}{6}$.

Задача 2. Используя метод конечных разностей, найти суммы:

1) $S(\ell)=\sum_{m=0}^{\ell} m^3$; 2) $S(\ell)=\sum_{m=0}^{\ell} m^4$.

1) $S(\ell)=\sum_{m=0}^{\ell} m^3$. Разностное уравнение имеет вид $S(\ell+1)-S(\ell)=(\ell+1)^3$. Запишем разложения: $S(\ell)=a_1\ell+a_2\ell^2+a_3\ell^3+a_4\ell^4$, $S(\ell+1)=a_1(\ell+1)+a_2(\ell+1)^2+a_3(\ell+1)^3+a_4(\ell+1)^4$. Разностное выражение примет вид: $a_1+a_2(2\ell+1)+a_3(3\ell^2+3\ell+1)+a_4(4\ell^3+6\ell^2+4\ell+1)=\ell^3+3\ell^2+3\ell+1$. Выписывая коэффициенты при одинаковых степенях и решая уравнения, получим $a_1=0,\ a_2=1/4,\ a_3=1/2, a_4=1/4$. Тогда $S(\ell)=\frac{1}{4}\ell^2+\frac{1}{2}\ell^3+\frac{1}{4}\ell^4=\frac{1}{4}(\ell^2+2\ell^3+\ell^4)=\frac{1}{4}\ell^2(\ell+1)^2$. Искомая сумма равна $\sum_{m=0}^{\ell} m^3=\frac{1}{4}\ell^2(\ell+1)^2$. Вычислить такую сумму можно и методом индукции, если заметить, что $\sum_{m=0}^{\ell} m^3=\left(\sum_{m=0}^{\ell} m\right)^2$, $\sum_{m=1}^{\ell} m=\ell(\ell+1)/2$.

2) $S(\ell)=\sum_{m=0}^{\ell} m^4$. Предоставляем читателю самостоятельно получить ответ для этого случая $\sum_{m=1}^{\ell} m^4=\ell(-1+10\ell^2+15\ell^3+6\ell^4)/30$.

Таким образом, знание и умение использовать описанную выше методику вычисления сумм рядов от натуральных чисел облегчает работу обучающимся и исследователям при рассмотрении квантовых задач, в частности при доказательстве квантования углового момента в квантовой механике.

Список литературы:

1.Галицкий В.М., Карнаков Б.М., Коган В.И. Задачи по квантовой механике, учебное пособие. - М. Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 648 с.

Жусупов М.А., Жусупов А.М., Кабатаева Р.С.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ЭКЗОТИЧЕСКИХ АТОМОВ

В настоящей статье рассматривается методика расчета характеристик экзотических атомов, знание которой необходимо для студентов, магистрантов, докторантов физических специальностей и молодых преподавателей и исследователей в области теоретической ядерной физики. Рассматриваются водородоподобные системы, приводятся основные формулы для расчета характеристик таких систем. Знание методики расчета величин в квантовой физике необходимо в связи с тем, что в микромире действуют абсолютно другие законы, нежели в классической физике, поэтому умение использовать данную методику в учебных и исследовательских целях весьма полезно при решении конкретных квантовых задач.

Водородоподобными называют атомы, в электронной оболочке которых содержится только 1 электрон. К ним относят атом водорода, ядром которого является протон; однократно ионизированный атом гелия He^{+}, двукратно ионизированный атом Li^{++} и т.д., то есть одноэлектронные системы с зарядом $+2e,\ +3e,\dots$.

В последнее время были открыты так называемые «экзотические» атомы – мезоатомы, позитроний, мюоний, протоний и пионий. Каждая из этих систем имеет свои особенности, но общим является то, что доминирующим взаимодействием, образующим эти системы, как и в атоме водорода, является кулоновское.

Впервые водородоподобные атомы были рассмотрены Н.Бором в полуквантовой теории [1]. Согласно классической физике, заряженная частица, движущаяся по криволинейной траектории, должна излучать энергию. Вследствие этого энергия частицы будет непрерывно уменьшаться. В действительности же электроны в атоме могут двигаться вокруг ядра сколь угодно долго без излучения энергии. Более того энергия электронов в атоме может изменяться только вполне определенными порциями. Для объяснения этих фактов Бор предложил 2 постулата:

1. Атомы могут находиться длительное время только в определенных, так называемых стационарных состояниях. Энергии этих стационарных состояний образуют дискретный ряд значений $E_1, E_2, \dots, E_n$.

2. При переходе атома из начального стационарного состояния E_n в другое E_m ($E_m < E_n$) излучается квант света, причем частота излучения $\omega = \dfrac{E_n - E_m}{\hbar}$.

Квантование в теории Бора вводилось искусственно. Предполагалось, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиуса r. Кулоновская сила притяжения является центростремительной. К этому условию добавляется условие квантования стационарных орбит

$$\frac{m_e \upsilon^2}{r} = \frac{ze^2}{r^2}, \qquad (1)$$

$$m_e \upsilon r = n\hbar, \qquad (2)$$

где $\hbar$ – постоянная Планка h, деленная на 2π. Квантовое число n принимает значения $n = 1,2,3,\dots$. Решая уравнения (1) и (2), находим r_n и υ_n. Затем находится полная энергия как сумма кинетической и потенциальной энергий

$$E_n = \frac{m_e \upsilon_n^2}{2} - \frac{ze^2}{r_n}. \qquad (3)$$

В результате получим формулу Бальмера для квантования энергетических уровней водородоподобного атома

$$E_n = -\frac{m_e z^2 e^4}{2\hbar^2}\frac{1}{n^2} \qquad (4)$$

и радиуса стационарных орбит

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2}{z m_e e^2}. \qquad (5)$$

Особый интерес представляют эти величины для основного состояния атома водорода ($z = 1, n = 1$): $\varepsilon_1 = E_1$ и $a = r_1 = \dfrac{\hbar^2}{m_e e^2}$. Более строго формулы (4) и (5) выводятся в квантовой механике. Так, в теории Бора оговаривается, что $n \neq 0$. Но строгая теория должна объяснять значения всех составляющих ее параметров. В квантовой механике значение $n = 0$ исключается автоматически.

На эксперименте измеряют энергию ионизации $J_1 = -\varepsilon_1$ и радиусы боровской орбиты. Энергия ионизации – это энергия, необходимая для отрыва электрона от атома. Радиус боровской орбиты – в теории Бора это расстояние от протона, на котором движется электрон. В квантовой механике a – это расстояние, на котором максимальна вероятность обнаружения электрона. Это наивероятное значение координаты. В принципе, согласно квантовой механике, электрон в атоме можно обнаружить на любом расстоянии от протона.

Отметим, что все формулы для водородоподобных атомов получены в предположении покоящегося ядра. Действительно, из-за сохранения импульса кинетические энергии частиц в атоме водорода обратно пропорциональны их массам, то есть для атома водорода $\dfrac{T_p}{T_e} = \dfrac{m_e}{m_p} = \dfrac{1}{1836}$ и протон можно считать неподвижным. Можно показать, что учет движения ядра сводится к замене массы электрона m_e на приведенную массу μ_{ep}. Она определяется как $\dfrac{1}{\mu_{ep}} = \dfrac{1}{m_e} + \dfrac{1}{m_p}$, то есть $\mu_{ep} = \dfrac{m_e \cdot m_p}{m_e + m_p} \approx m_e\left(1 - \dfrac{m_e}{m_p}\right)$.

Особенно интересно этот эффект проявляется в изотопическом сдвиге спектральных линий. Изотопами называют элементы, заряд ядра в которых одинаков, но массы различны. Известны изотопы водорода – дейтерий и тритий. Ядро атома дейтерия, называемое дейтроном, состоит из протона и нейтрона. Ядро атома трития, называемое тритоном, состоит из протона и 2 нейтронов. Различие в массах ядер различных изотопов приводит к сдвигу линий друг относительно друга в их спектрах излучения. Этот сдвиг линий называется изотопическим. Величина этого сдвига незначительна (для частот $\Delta\omega \sim 10^{-4}$), но точность спектроскопических приборов достаточна, чтобы его установить. Именно по изотопическому сдвигу были найдены массы дейтрона и тритона, а по относительной интенсивности сдвинутых линий судят о концентрации изотопов. Именно так было установлено, что в обычной воде один атом дейтерия приходится на пять с половиной тысяч атомов водорода. Вообще все без исключения элементы представляют собой смесь изотопов. Некоторые из них состоят в основном из одного стабильного изотопа. Водород с массовым числом 1 занимает 99,986%, остальное приходится на дейтерий. На кислород с массовым числом 16 приходится 99,76%. Встречаются элементы, которые содержат разные изотопы в сравнимых количествах. Например, хлор содержит 75% изотопа с массовым числом 35 и 25% с массовым числом 37. Разделение изотопов является важной отраслью атомной промышленности. Необходимо отделить тяжелую воду от обычной, выделять определенные изотопы урана и тория, являющиеся ядерным горючим. Методы, использующие различие масс изотопов, являются исключительно дорогостоящими и требуют больших затрат времени. Более эффективными являются методы, использующие небольшое различие в энергетических спектрах от атомов изотопов. Лазерные лучи обладают строго определенной энергией. Настроенные на энергию возбужденного состояния определенного изотопа лазерные лучи переводят атомы в возбужденное состояние. В то же время атомы других изотопов остаются невозбужденными. Но возбужденные атомы, поглотившие фотон, приобретают дополнительный импульс в направлении лазерного луча и будут смещаться. На этом основан метод лазерного разделения изотопов.

Далее рассмотрено применение простой теории водородоподобных атомов к расчету основных характеристик более сложных систем, открытых сравнительно недавно и названных экзотическими атомами.

В микромире удобно, используя соотношение Эйнштейна $E = mc^2$, измерять массы в энергетических единицах – мегаэлектронвольтах (МэВ). 1 МэВ = 10^6 электронвольт (эВ). Так, для электрона $m_e \cdot c^2 = 0{,}511$ МэВ. В таблице приведены массы ($m \cdot c^2$) некоторых частиц, которые будут использованы в дальнейшем [1].

Таблица. Массы частиц в МэВ

Частица	p (протон)	n (нейтрон)	e^+ (электрон и позитрон)	μ^+ (мюмезоны)	π^+ (пимезоны)
$m \cdot c^2$ (МэВ)	938,27	939,57	0,511	105,658	139,658

Все расчетные формулы упрощаются, если также использовать 2 константы: постоянную тонкой структуры $e^2/\hbar c = 1/137$ и так называемый коэффициент конверсии $\hbar \cdot c = 1{,}97 \cdot 10^{-11}$ МэВ$\cdot$см. Например, энергия основного состояния атома водорода

$$E_1 = -\frac{m_e \cdot e^4 \cdot c^2}{2\hbar^2 \cdot c^2} = -\frac{(m_e \cdot c^2)}{2} \cdot \left(\frac{e^2}{\hbar \cdot c}\right)^2 = -13{,}6 \text{ эВ}.$$

Энергия ионизации равна $J = 13{,}6$ эВ. Для боровского радиуса получим

$$a = \frac{\hbar^2 \cdot c^2}{m_e \cdot e^2 \cdot c^2} = \frac{\hbar \cdot c}{m_e \cdot c^2} \cdot \left(\frac{\hbar \cdot c}{e^2}\right) \approx 0{,}528 \cdot 10^{-8} \text{ см}.$$

Рассмотрим экзотические атомы.

1. Мезоатомы. Так называются атомы, в которых один электрон вытеснен μ^-- или π^--мезоном. Так, для мезоводорода, состоящего из μ-мезона и протона, приведенная масса $\mu_{мез} = \dfrac{105{,}66 \cdot 938{,}27}{105{,}66 + 938{,}27} = 94{,}966$ МэВ $\approx 186\, m_e \cdot c^2$. Отсюда, энергия ионизации $J_{мез} = 13{,}6 \cdot 186 = 2530$ эВ. Радиус боровской орбиты в 186 раз меньше, чем для водорода $a \approx 2{,}84 \cdot 10^{-11}$ см.

Хотя мю-мезоатом более компактная система и его энергия связи на 2 порядка больше, чем у атома водорода, в природе он практически не встречается. Это связано с малым временем жизни $\tau = 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ секунды. Даже если бы он двигался со скоростью света, то его пробег составил примерно 660 метров. В дальнейшем мы покажем, как может быть увеличено время жизни μ-мезона.

2. Позитроний. Так называется водородоподобная система, состоящая из электрона e^- и позитрона e^+. Позитрон является античастицей по отношению к электрону; массы их совпадают, а заряды противоположны по знаку. Приведенная масса позитрония ровно в 2 раза меньше массы электрона. Поэтому потенциал ионизации мю-мезоводорода в 2 раза меньше $J_{мез} = 6{,}8$ эВ, а радиус боровской орбиты в 2 раза больше

$a_{\text{поз.}} = 2a_{\text{вод.}}$. Электрон и позитрон имеют собственные моменты количества движения – спины $s = \frac{1}{2}$. В атоме позитрония спины их могут быть параллельными и суммарный спин $S = 1$. Такая система называется ортопозитронием. Если спины антипараллельны, то $S = 0$. Эта система называется парапозитронием. Время жизни ортопозитрония $\tau = 1{,}4 \cdot 10^{-7}$ секунды, а парапозитрония – $\tau = 1{,}25 \cdot 10^{-10}$ секунды. Позитроний распадается, превращаясь в 2 или 3 гамма-кванта $e^{+} + e^{-} \to 2\gamma$ или 3γ. Этот процесс называется аннигиляцией электрон-позитронной пары. При этом парапозитроний распадается на 2 гамма-кванта, а ортопозитроний – в основном на 3 гамма-кванта.

3. Мюоний. Состоит из положительного μ^{+}-мезона и электрона. Мюон аналогичен по свойствам позитрону, но имеет массу в 207 раз большую. Приведенная масса мюония почти равна приведенной массе атома водорода. Поэтому боровский радиус и потенциал ионизации мюония практически совпадают с соответствующими величинами для атома водорода.

4. Протоний. Представляет из себя связанное состояние протона p и антипротона $\overline{p}$. Масса антипротона равна массе протона, а заряд отрицательный $-e$. Недавно были получены экспериментальные данные по энергии ионизации и боровскому радиусу протония: $J_{\text{прот.}} = 12{,}5$ кэВ (1 кэВ = 10^3 эВ), $a_{\text{прот.}} = 57{,}6$ фм, 1 фм = 1 ферми = 10^{-13} см – основная единица длины в ядерной физике.

Теоретические значения:

$$J_{\text{прот.}} = \frac{\mu_{\text{прот.}} e^4 c^2}{2\hbar^2 c^2} = \frac{938{,}27 \text{ МэВ}}{4 \cdot 137^2} \approx 12{,}49 \text{ МэВ}.$$

$$a_{\text{прот.}} = \frac{\hbar^2}{\mu e^2} = \frac{2}{m_p c^2} \cdot \frac{\hbar c \cdot \hbar c}{e^2} \approx 57{,}53 \text{ фм}.$$

5. Пионий. Представляет из себя связанное состояние $\pi^{+}\pi^{-}$-мезонов. Недавно измеренные экспериментальные значения: $J_{\text{пион.}} = 1{,}86$ кэВ, $a_{\text{прот.}} = 386$ фм. Теоретические значения:

$$J_{\text{пион.}} = \frac{m_{\pi} c^2}{2 \cdot 2}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 = \frac{139{,}658 \text{ МэВ}}{4 \cdot 137^2} = 1{,}8602 \text{ кэВ},$$

$$a_{\text{пион.}} = \frac{\hbar^2 c^2}{\mu c^2 e^2} = \frac{2 \cdot 137 \cdot 1{,}97 \cdot 10^{-11} \text{ МэВ} \cdot \text{см}}{139{,}658 \text{ МэВ}} = 386{,}50 \text{ фм}.$$

Согласие экспериментальных значений для потенциалов ионизации и боровских радиусов с теоретическими, полученными для водородоподобных систем, удивительно хорошее. Дело в том, что когда экспериментальные значения еще не были получены, некоторые физики предполагали, что поскольку основное взаимодействие между протонами и антипротонами и $\pi^{+}\pi^{-}$-мезонами сильное (ядерное), то простые кулоновские формулы будут давать слишком грубую оценку. Как видим, опасения эти оказались напрасными. Связано это с короткодействующим характером ядерных сил. Максимум их приходится на расстояние в несколько ферми, тогда как соответствующие боровские радиусы значительно больше. На этих расстояниях ядерные силы малы и протоний и пионий являются по существу чисто кулоновскими системами.

Связь системы СИ (SI) и СГС (CGSE) осуществляется с помощью умножения заряда на константу $\frac{1}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0}}$, где ε_0 – диэлектрическая постоянная. Заряд в СГС-системе определяется как $e = \frac{q}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0}}$, где q – заряд в СИ-системе, тогда $e^2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}$ и $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$ – постоянная тонкой структуры.

В заключение хотелось бы отметить, что в последнее время в ядерной физике широкое распространение получили так называемые экзотические ядра [2]. Это нестабильные ядра, состоящие из протонов и нейтронов, однако соотношение между ними сильно отличается от того же для стабильных ядер. Взаимодействие между ними сильное (ядерное). В настоящее время разработаны специальные методы для получения и исследования подобных ядер.

Авторы считают, что вышеописанная методика имеет чрезвычайно великое значение при описании некоторого круга явлений в квантовом мире, в частности при рассмотрении экзотических систем. Используя адекватные единицы, легко оказывается провести размерный анализ явлений, оценить по порядку величины его характерный масштаб, выявить его связь с другими явлениями.

Список литературы:

1.Матвеев А.Н. Атомная физика, М.: Высшая школа, 1989. – 439 с.
2.Жусупов М.А., Юшков А.В. Физика атомных ядер. Том 3. Алматы, 2007. – 736 с.