

КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
КЫРГЫЗ-РОССИЯЛЫК СЛАВЯН УНИВЕРСИТЕТИ  
KYRGYZ-RUSSIAN SLAVIC UNIVERSITY



АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ, ТОПОЛОГИИ  
И ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ  
(ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ)

БАШКАРУУ ТЕОРИЯСЫНЫН, ТОПОЛОГИЯНЫН ЖАНА ОПЕРАТОРДУК  
ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН АКТУАЛДУУ КӨЙГӨЙЛӨРҮ  
(ДОКЛАДДАРДЫН ТЕЗИСТЕРИ)

ACTUAL PROBLEMS OF CONTROL THEORY, TOPOLOGY  
AND OPERATOR EQUATIONS  
(ABSTRACTS)



Бишкек - 2013

**КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**КЫРГЫЗ-РОССИЯЛЫК СЛАВЯН УНИВЕРСИТЕТИ**

**KYRGYZ-RUSSIAN SLAVIC UNIVERSITY**

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ,  
ТОПОЛОГИИ И ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ**

**(ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ)**

**БАШКАРУУ ТЕОРИЯСЫНЫН, ТОПОЛОГИЯНЫН  
ЖАНА ОПЕРАТОРДУК ТЕНДЕМЕЛЕРДИН АКТУАЛДУУ  
КӨЙГӨЙЛӨРҮ**

**(ДОКЛАДДАРДЫН ТЕЗИСТЕРИ)**

**ACTUAL PROBLEMS OF CONTROL THEORY, TOPOLOGY  
AND OPERATOR EQUATIONS**

**(ABSTRACTS)**

**БИШКЕК - 2013**

**Вторая международная научная конференция, посвященная 20-летию  
образования Кыргызско – Российского Славянского Университета  
и 100 - летию основателя математической школы в Кыргызстане  
профессора Якова Васильевича Быкова**

**Программный комитет**

Председатель:

Борубаев Алтай  
Асылканович

д-р профессор, академик, Председатель  
Кыргызского математического общества  
(Кыргызстан, Бишкек)

Сопредседатели:

Лелёвкин Валерий Михайлович

д-р профессор, проректор по научной работе  
КРСУ (Кыргызстан, Бишкек)

Алымкулов Келдибай  
Алымкулович

д-р профессор, член-корр., вице президент  
кыргызского математического общества  
(Кыргызстан, Ош)

Заместители председателя:

Керимбеков Акылбек Керимбекович  
Рудаев Яков Исакович

д-р профессор (Кыргызстан, Бишкек)  
д-р профессор (Кыргызстан, Бишкек)

Члены:

Иманалиев Мырзабек Иманалиевич

д-р профессор, член-корр. РАН, академик  
(Кыргызстан, Бишкек)

Шаршеналиев Жаныбек Шаршеналиевич

д-р профессор, академик (Кыргызстан, Бишкек)

Отельбаев Мухтарбай Отельбаевич

д-р профессор, академик (Казахстан, Астана)

Айсагалиев Серикбай Абдыгалиевич

д-р профессор, академик (Казахстан, Алмата)

Аннин Борис Дмитриевич

д-р профессор, академик (Россия, Новосибирск)

Чумаченко Евгений Николаевич

д-р профессор, академик (Россия, Москва)

Алиев Фикрет

д-р профессор, академик (Азербайджан, Баку)

Панков Павел Сергеевич

д-р профессор, член-корр.(Кыргызстан, Бишкек)

Егоров Александр Иванович

д-р профессор (Россия, Москва)

Знаменская Людмила Николаевна

д-р профессор (Россия, Москва)

Максимов Вячеслав Иванович

д-р профессор (Россия, Екатеринбург)

Гелиг Аркадий Хаимович

д-р профессор (Россия, Санкт-Петербург)

Арутюнян Роберт Ашотович	д-р профессор (Россия, Санкт-Петербург)
Сергеев Виктор Николаевич	д-р профессор (Россия, Москва)
Кабанихин Сергей Игоревич	д-р профессор (Россия, Новосибирск)
Попков Владимир Константинович	д-р профессор (Россия, Новосибирск)
Срочко Владимир Андреевич	д-р профессор (Россия, Иркутск)
Апарцин Анатолий Соломонович	д-р профессор (Россия, Иркутск)
Ружанский Майкл	д-р профессор (Великобритания, Лондон)
Буренков Виктор Иванович	д-р профессор (Великобритания, Кардиф)
Тарарыкова Тамара Васильевна	д-р профессор (Великобритания, Кардиф)
Гросман Рене	д-р профессор (Германия, Айхштет)
Пенахов Этибар	д-р профессор (Турция, Элазыг)
Эргут Махмуд	д-р профессор (Турция, Элазыг)
Тосун Мурат	д-р профессор (Турция, Сакария)
Арипов Мирсаид Мирсиддинович	д-р профессор (Узбекистан, Ташкент)
Калимолдаев Максат Нурадилович	д-р профессор (Казахстан, Алматы)
Тасмагамбетов Жаксылык Нурадинович	д-р профессор (Казахстан, Ак-Тюбе)
Абдрахманов Сарбагыш Абдрахманович	д-р профессор (Кыргызстан, Бишкек)
Чекеев Асыл Асакеевич	д-р профессор (Кыргызстан, Бишкек)
Асанов Авыт Асанович	д-р профессор (Кыргызстан, Бишкек)

## **Организационный комитет**

### Председатель:

Керимбеков Акылбек Керимбекович	д-р профессор	(КРСУ)
---------------------------------	---------------	--------

### Заместители председателя:

Жумабаев Бейшембек Жумабаевич	д-р профессор	(КРСУ)
Байзаков Асан Байзакович	д-р профессор	(ИТиПМ, НАН КР)

### Члены:

Лелёвкина Лилия Григорьевна	к.ф.-м.н. доцент	(КРСУ)
Рычков Борис Александрович	д-р профессор	(КРСУ)
Адигамов Кахраман Сабирович	д-р профессор	(КРСУ)
Искандаров Самандар Искандарович	д-р профессор	(ИТиПМ, НАН КР)
Жусупбаев Амангельди Жусупбаевич	д-р профессор	(ИТиПМ, НАН КР)

Матиева Гульбадан	д-р профессор	(ОШГУ)
Сопуев Адахимжан	д-р профессор	(ОШГУ)
Иманалиев Таалай Мырзабекович	д-р профессор	(КНУ)
Омуров Таалай Дардайылович	д-р профессор	(КНУ)
Байсалов Жоомарт Усубакунович	д-р профессор	(КГУ им. И. Арабаева)
Алиев Шаршенаалы Алиевич	д-р профессор	И. Арабаева)

#### Секретариат

Кучеренко Нина Львовна	к.ф.-м.н. доцент	(КРСУ)
Комарцов Никита Михайлович	к.ф.-м.н. доцент	(КРСУ)
Жаналиева Жылдыз Рахманкуловна	к.п.н. доцент	(КРСУ)
Темиров Бекжан Кайыпбекович	к.ф.-м.н. доцент	(КНУ)
Касымова Тумар Жапашевна	к.ф.-м.н. доцент	(КНУ)
Майлыбашева Чолпон Мамедовна	к.п.н. доцент	(КНУ)

**Редактор выпуска:** д-р физ.-мат. наук, проф. Керимбеков А.К.

# КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ПЕРВОГО ПРЕЗИДЕНТА РОССИИ Б.Н.ЕЛЬЦИНА

(Краткая справка)



**Нифадьев Владимир Иванович**

Ректор,

доктор технических наук, профессор,

академик НАН КР

Кыргызско-Российский Славянский университет открыт в 1993 году в соответствии с Договором о дружбе, сотрудничестве и взаимной помощи между Кыргызской Республикой и Российской Федерацией (г. Москва, 10.06.92 г.), Указом Президента Кыргызской Республики (г. Бишкек, 28.09.92г.) и Соглашением между Правительствами Кыргызской Республики и Российской Федерации об условиях учреждения и деятельности Кыргызско-Российского Славянского университета (г. Бишкек, 09.09.93 г.), Постановлением Правительства Российской Федерации (г. Москва, №149 от 23.02.1994 г.), приказом №326-128/1 от 14.02.1994 г. Председателя Госкомитета Российской Федерации по высшему образованию и приказом Министра образования и науки Кыргызской Республики.

В 2004 году Указом Президента Кыргызской Республики университету было присвоено имя Первого Президента Российской Федерации Бориса Николаевича Ельцина как знак особой благодарности и уважения к огромному личному вкладу в создание Кыргызско-Российского Славянского университета. На протяжении всех лет своего существования КРСУ постоянно поддерживает тесные контакты с Фондом Ельцина, который оказывает значительную финансовую поддержку в виде именных стипендий 50 лучшим студентам, помогает в оснащении университета современным учебным оборудованием. При содействии Фонда Ельцина проводились студенческие и школьные олимпиады по русскому языку, международные научно-практические конференции по сохранению единого

образовательного пространства в СНГ. За счет финансовой поддержки Фонда университет обеспечен высокоскоростным доступом в глобальную сеть Интернет.

В сентябре 2008 года в дни празднования 15-летия Кыргызско-Российского Славянского университета в фойе главного корпуса был установлен и торжественно открыт бронзовый бюст Первого Президента Российской Федерации Б.Н.Ельцина.

## Цели и задачи университета

Университет выполняет важную роль в активации образовательного, научного и культурного сотрудничества государств-участников СНГ, развитии процессов интеграции в области образования и науки, удовлетворения образовательных и культурных потребностей российских соотечественников в Кыргызстане.

Межправительственное Соглашение об условиях деятельности Кыргызско-Российского Славянского университета, подписанное 30 апреля 2008 года в г.Москва министрами образования и науки Российской Федерации и Кыргызской Республики, определяет вектор развития университета на ближайшие годы.

## Университет сегодня

В настоящее время в университете функционируют 8 факультетов, 80 кафедр, 6 научно-исследовательских институтов, 15 научных и образовательных центров, 4 проблемных лаборатории, юридическая клиника, медицинский центр, 25 студий эстетического воспитания студентов. Общая численность штатных сотрудников и профессорско-преподавательского состава - 1973 человека (из них 106 доктора наук и 353 кандидата наук), 20 докторантов, 328 аспирантов и 100 соискателей.

В университете обучаются более 11 тысяч студентов, из них 2236 – по заочной форме. Всего за счет госбюджета РФ и республиканского бюджета КР обучается 3421 студент, в том числе за счет квоты для соотечественников и иностранных граждан из СНГ – 780 человек.

По контрактной форме (с полным возмещением затрат физическими и юридическими лицами) обучается 7582 человека.

## ЕСТЕСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ



**Юриков Владимир**

**Александрович**

Декан,

кандидат технических наук, профессор



Переход Кыргызстана на рыночные отношения, развитие информационных технологий, систем связи, автоматизированных систем управления потребовал подготовки специалистов по новым отраслям знаний. Исходя из задач поставленных временем, 1 сентября 1995 года в КРСУ открыт естественно – технический факультет.

Образовательная деятельность факультета направлена на подготовку высококвалифицированных кадров в области физики и микроэлектроники, метеорологии, программного обеспечения и вычислительной техники, прикладной математики и информатики, организации безопасности движения, приборостроения, сетей связи и систем коммуникаций, организации перевозок и управления на транспорте, динамики и прочности машин, горного производства и энергетике.

### КАФЕДРА «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА»



**Борубаев Алтай**

**Асылканович**

Заведующий кафедрой,

доктор физ.-мат. наук, профессор,

академик НАН КР



Кафедра прикладной математики и информатики ведет преподавание математических дисциплин для специальностей " Прикладная Математика и Информатика", "Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем", "Математические методы экономике".





**Керимбеков Акылбек**

**Керимбекович**

Заместитель заведующий  
кафедрой,  
доктор физ.-мат. наук,  
профессор,



Председатель диссертационного совета по специальности 01.01.02.-  
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление».

В 2008 году была проведена первая международная научная конференция "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений", посвященная 15-летию образования Кыргызско-Российского Славянского Университета (Председатель оргкомитета д-р физ.-мат. наук, профессор Керимбеков А.К.).

В 2010 г. проведена третья Международная Научная конференция "Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике", посвященная 60-летию зав. кафедрой Прикладной математики и информатики, академика НАН КР Борубаева А.А. (Председатель оргкомитета д-р физ.-мат. наук, профессор Керимбеков А.К.)

В 2013 г.(5-7 сентября)

проводится вторая международная научная конференция "Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений", посвященная 20-летию образования Кыргызско-Российского Славянского Университета и 100-летию основателя кыргызской математической научной школы по интегро-дифференциальным уравнениям Я.В.Быкова.



## ЯКОВ ВАСИЛЬЕВИЧ БЫКОВ (Краткая биография)



Яков Васильевич Быков(26.1.1913, д. Торханы Курмыш. у. (ныне Красночет. р-на) – 22.2.1988, г. Фрунзе (ныне Бишкек, Киргиз. Респ.)) - специалист в области интегро-дифференциальных уравнений. Опубликовал более 560 научных работ, в том числе 7 монографий. Под его научным руководством защищено множество докторских и кандидатских диссертаций. Основные направления исследований - дифференциальные и интегральные уравнения, функциональный анализ. Исследовал линейные дифференциальные уравнения с периодическими и почти периодическими

коэффициентами. Некоторые работы относятся к вариационной теории собственных значений и вариационным методам в теории операторных уравнений.

### Краткая биография

Я. В. Быков родился 26 января 1913 года в деревне Торханы в бедной крестьянской семье. Учился в местной шестилетке, Красночетайской средней школе. Большая тяга к знаниям позвала его на Урал, где после годичного перерыва он поступил в университет, а уже оттуда перевелся в Казанский государственный университет. Яков Васильевич окончил его с отличием, и был оставлен там на преподавательскую работу. Однако вскоре он пожелал переехать в город Фрунзе преподавателем в Киргизский государственный университет. Уже тогда его научные работы говорили о рождении нового крупного ученого-математика. С сентября 1941 года Я. В. Быков участвовал в боях против гитлеровских захватчиков, пройдя нелегкий путь от командира взвода боепитания артиллерийского полка до начальника оперативного отдела штаба артиллерии 50-й армии. Командовал 948-м артиллерийским полком, который формировался в 1941 году в г. Фрунзе. За боевые действия он был награжден орденом Красной Звезды, двумя орденами Отечественной войны. После демобилизации наш земляк вернулся в город Фрунзе, где заведовал кафедрой Киргизского

педагогического института, был проректором по науке, заведующим кафедрой дифференциальных уравнений Киргизского госуниверситета, заведующим отделом математики Института физики и математики Академии наук Киргизской ССР. В 1966-1975 годах профессор Быков заведовал кафедрой высшей математики Краснодарского политехнического института, после этого в течение трех лет - кафедрой высшей математики филиала Ставропольского политехнического института в г. Черкесске. Затем вновь заведовал кафедрой Киргизского государственного университета, работал старшим научным сотрудником, консультантом в Институте физики и математики Академии наук Киргизской ССР. Им опубликовано более 560 научных работ, учебных пособий, в том числе семь монографии, которые являются настольными книгами ученых, работающих в области операторных уравнений. Якову Васильевичу выдано авторское свидетельство на изобретение. Велика его роль в становлении и развитии математической науки в Киргизии. Я. В. Быков создал математическую школу по интегро-дифференциальным уравнениям. Принимал активное участие в организации Института физики и математики Академии наук Киргизской ССР. В 1961 году им основан тематический сборник "Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям". Я. В. Быков уделял большое внимание подготовке педагогических и научных кадров. Написал ряд учебных пособий и методических указаний для студентов ВУЗов. Им подготовлено около 40 кандидатов наук. Трое из его аспирантов стали профессорами. Доктор физико-математических наук Я. В. Быков был избран членом-корреспондентом Академии наук Киргизской ССР, удостоен звания "Заслуженный деятель науки Киргизии". Награжден тремя Почетными грамотами Президиума Верховного Совета Киргизской ССР. Имеет ряд других поощрений. Я.В. Быков скончался 22 февраля 1988 года в г. Фрунзе.

#### **Основные даты:**

26.01.1913 - Дата рождения

1938 г. - Окончил Казанский университет. Приехал в Киргизскую Республику

1938-1951 гг. - работал в Киргизском педагогическом институте

1941–1945 гг. - Участник Великой Отечественной войны

1951-1961 гг. - работал в Киргизском государственном университете заведующим кафедрой, проректором по науке

1953 г. - основал кафедру дифференциальных уравнений, которая стала кузницей подготовки научно-педагогических кадров по высшей математике для всей Республики

1960 г. - доктор физико-математических наук

1960 г. - член-корреспондент АН Киргизской ССР

1961 г. - им основан тематический сборник "Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям в Киргизии".

1961-1966 гг. - заведовал отделом Института физики и математики АН Киргизской ССР

1962 г. - профессор

1966–1975 гг. - Работал зав. кафедрой Краснодарского политехнического института

1969 г. - профессор Краснодарского университета

1978–1983 гг. - заведующий кафедрой Киргизского государственного университета

1983–1988 гг. - старший научный сотрудник, консультант АН Киргизской ССР

22.2.1988 - Дата смерти

*Основные монографии:*

О некоторых задачах теории интегродифференциальных уравнений. Фрунзе, 1957;

Осцилляция решений операторно-разностных уравнений с конечными разностями первого порядка. Фрунзе, 1986;

Колебательность решений некоторых классов уравнений в конечных разностях. Фрунзе, 1988.

Список учеников, защитивших кандидатскую диссертацию:

	ФИО	Год	Тема
1	Шамгунов К.Д.	1950 г.	«О почти периодических решениях линейных и нелинейных интегральных уравнений»
2	Яковлева Г.Ф.	1953 г.	«Об условиях существования периодических решений некоторых интегро-дифференциальных уравнений»
3	Егоров А.И.	1955 г.	«Об асимптотическом поведении решений систем интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра»
4	Иманалиев М.И.	1956 г.	«О поведении решений интегро-дифференциальных уравнений с малыми параметрами при старших производных»

5	Гурьянов И.Н.	1956 г.	«К аналитической теории интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра»
6	Хаиров А.А.	1958 г.	«О некоторых вопросах теории переместимых функций от n-пар переменных и их применениях к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений»
7	Кривошейн Л.Е.	1958 г.	«Приближенное решение некоторых классов интегро-дифференциальных уравнений»
8	Артоменко Л.М.	1959 г.	«Об условиях существования почти периодических решений некоторых классов интегро-дифференциальных уравнений»
9	Ведь Ю.А.	1961 г.	«Об асимптотических свойствах решений интегро-дифференциальных уравнений»
10	Федоров В.Д.	1961 г.	«О некоторых вопросах качественной теории интегро-дифференциальных уравнений»
11	Боташев А.И.	1963 г.	«К теории операторного исчисления»
12	Салпагаров Х.М.	1963 г.	«О применение некоторых интегральных неравенств в теории интегро-дифференциальных уравнений»
13	Джолдошев О.	1963 г.	«Об условии существования узла для интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра»
14	Егорова М.И.	1963 г.	«О характеристических показателях систем интегро-дифференциальных уравнений»
15	Пратов А.	1963 г.	«Об устойчивости решения интегральных уравнений»
16	Мисник В.П.	1963 г.	«О периодических решениях некоторых интегро-дифференциальных уравнений»
17	Искендеров А.	1963 г.	«Об особых решениях интегро-дифференциальных уравнений»
18	Финкель Л.А.	1963 г.	«К теории интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра»
19	Назаров Р.	1965 г.	«Решение задачи Коши для полиномиальных уравнений»
20	Кабулов Р.	1966 г.	«К аналитической теории некоторых классов операторно-дифференциальных уравнений в пространстве Банаха»
21	Линенко В.Г.	1966 г.	«О некоторых вопросах качественной теории суммарно-разностных уравнений»
22	Каримов С.	1966 г.	«О периодических решениях систем разностных уравнений»
23	Китаева Л.Н.	1967 г.	«Об асимптотах решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом»
24	Рафатов Р.	1967 г.	«К аналитической теории некоторых классов операторных дифференциальных уравнений»
25	Рахманов Р.	1967 г.	«О разрешимости и ветвлениях решений краевой задачи для некоторых линейных операторно-

			дифференциальных уравнений».
26	Абдыкалыков С.	1968 г.	«Особые интегральные уравнения в пространстве обобщенных функций»
27	Мамытов Д.	1968 г.	«О ветвлении периодических решений квазилинейных неавтономных систем дифференциальных уравнений в случае резонанса»
28	Глазунова Л.В.	1970 г.	«Асимптотическое поведение решений систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра»
29	Чингараев Т.	1970 г.	«Достаточные условия существования особых периодических решений одного класса нелинейных систем дифференциальных уравнений»
30	Кирий К.А.	1974 г.	«О колебаниях с большой амплитудой в нелинейных системах»
31	Фомина Н.И.	1975 г.	«Об особых решениях нелинейных дифференциальных уравнений»
32	Шевцов Е.И.	1976 г.	«Осциляция решений нелинейных уравнений в конечных разностях»
33	Тарабрин Е.И.	1977 г.	«Исследование математической модели автоматического регулирования давления в коллекторе газового промысла»
34	Горшков А.И.	1981 г.	«Исследование некоторых краевых задач параболических уравнений с переменными коэффициентами»
35	Матакаев А.И.	1983 г.	«Осциляция решений функционально-дифференциальных и конечно-разностных уравнений»
36	Култаев Т.Ч.	1988 г.	«Осцилляционные и асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений в частных производных с отклоняющимся аргументом»
37	Аксиев А.З.	1988 г.	«Осцилляционные свойства решений некоторых классов разностных уравнений»
38	Темиров Б.К.	1995 г.	«Осциляция решений операторно-разностных уравнений с конечными разностями четного порядка»

Многие его ученики (и их ученики) защитили докторские диссертации и стали видными учеными, например, Иманалиев М.И., Егоров А.И., Борубаев А.А. и др.

Иманалиев Мырзабек Иманалиевич – д-р физ.-мат. наук, профессор, академик НАН КР, член-корр. РАН, является основателем математической научной школы по интегро-дифференциальным уравнениям с малым параметром.

Егоров Александр Иванович – д-р физ.-мат. наук, профессор, является одним из основателей теории оптимального управления системами с распределенными параметрами.

Борубаев Алтай Асылканович (научный руководитель кандидатской диссертации Федоров В.Д.) – д-р физ.-мат. наук, профессор, академик НАН КР, является основателем кыргызской математической научной школы по топологии и геометрии.



ЯКОВ ВАСИЛЬЕВИЧ БЫКОВ - УЧЕНЫЙ И ПЕДАГОГ

*Алымкулов К.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош

Я впервые увидел профессора Я.В.Быкова в 1963 году на семинаре, где выступал со своим докладом А.И.Боташев, где он доложил свой вклад в операционное исчисление. На семинаре присутствовал также московский математик А.П.Прудников. Тогда Я. В. Быкову оказывается было лишь 50 лет.

Когда я был студентом КГУ в 1959-1964 годах, нам преподавали его ученики к.ф.-м.н., доцент В.Д.Федоров - по функциональному анализу, к.ф.-м.н., доцент Л.А.Финкель по теории функций действительной переменной, к.ф.-м.н., доцент А.И.Егоров - по математической физике, затем он провел спецкурс по теории управления ( впоследствии он стал д.ф.-м.н.), к.ф.-м.н., доцент А.П.Пратов- по дифференциальным уравнениям.

Я.В.Быков был председателем ГЭК в нашем выпускном экзамене в 1964 г. и решил меня взять на работу в свой отдел интегро-дифференциальных уравнений института физики АН Кирг. ССР. Однако, меня распределительная комиссия направила среднюю школу в Сокулукский район. Тогда, Я.В.Быков несколько раз заходил к директору института физики к.ф.-м.н., доценту М.Турсубекову и звонил министру образования А.Т.Турсунову, чтобы меня переправили в Академию наук. В конце концов он добился своего и меня приняли на работу младшим научным сотрудником в отдел интегро-дифференциальных уравнений АН Киргизской ССР.

*Отсюда видно, что он был человеком своего слова и решительным и часто добивался своего.*

В его отделе тогда работали: Ю.А.Ведь, А.И.Боташев, А.Искендеров, Ч. Джаныбеков, Дж..Саламатов и И.Рапопорт.

Он занимался обыкновенными дифференциальными, интегро-дифференциальными уравнениями (он был одним создателей этой теории), теорией бифуркаций периодических

решений, операторными и разностными уравнениями, значит как математик он был разносторонним.

Мне сказал, учи книгу И.Т.Малкина «Некоторые задачи теории нелинейных колебаний» (М., 1957 г.) и все. Что читать, на что обратить ничего не сказал. Я списал с книги в библиотеке им. Чернышевского, избранные места на две общие тетради с общим листом более 300 стр., посвященные к рождению периодических решений регулярно возмущенных уравнений.

*Сейчас, если подумать основную идею этих страниц можно вместить на одну страницу!*

Еще мне вспоминается , тогдашний его аспирант В. Линенко. Он всегда сетовал “я не понимаю здесь, как получить это”.

Он требовал от учеников, чтобы сами достигали истину в математике. Это с одной стороны хорошо, с другой стороны плохо.

*По моему мнению, самая главная задача научного руководителя, минимальной затратой твой ученик постигал основы науки, пути достижения научных вершин, для этого обсуждать с ним главные вопросы его работы .*

Я знал и знаю его 24 учеников и все они были хорошими математиками и честными людьми.

Он был человеком прямым, честным в жизни и в науке, никогда не искривлял душой.



# ТОПОЛОГИЯ И ГЕОМЕТРИЯ

## A CHARACTERIZATION OF THE DISK ALGEBRA

*Sadik N.*

Turkey, Istanbul



*Sadik N.*

In this talk, it is given that a complex unital uniform algebra is isomorphic to disk algebra if and only if every closed subalgebra with one generator is isomorphic to the whole algebra. Moreover, every subalgebra of the disk algebra is isometrically isomorphic to the disk algebra.

## ОБ ОСОБЫХ ТОЧКАХ ПОТОКОВ РИЧЧИ

### ПРОСТРАНСТВАХ УОЛЛАЧА

*Абиев Н.А.*

Таразский госуниверситет им. М.Х. Дулати, Казахстан, Тараз



*Абиев Н.А.*

Рассматриваются особые точки следующей системы автономных ОДУ

$$\frac{dx_1}{dt} = f(x_1, x_2, x_3), \quad \frac{dx_2}{dt} = g(x_1, x_2, x_3), \quad \frac{dx_3}{dt} = h(x_1, x_2, x_3), \quad (1)$$

$$\text{где } f(x_1, x_2, x_3) = -1 - a_1 x_1 \left( \frac{x_1}{x_2 x_3} - \frac{x_2}{x_1 x_3} - \frac{x_3}{x_1 x_2} \right) + x_1 B,$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = -1 - a_2 x_2 \left( \frac{x_2}{x_1 x_3} - \frac{x_3}{x_1 x_2} - \frac{x_1}{x_2 x_3} \right) + x_2 B,$$

$$h(x_1, x_2, x_3) = -1 - a_3 x_3 \left( \frac{x_3}{x_1 x_2} - \frac{x_1}{x_2 x_3} - \frac{x_2}{x_1 x_3} \right) + x_3 B,$$

$$B := \left( \frac{1}{a_1 x_1} + \frac{1}{a_2 x_2} + \frac{1}{a_3 x_3} - \frac{x_1}{x_2 x_3} - \frac{x_2}{x_1 x_3} - \frac{x_3}{x_1 x_2} \right) \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} \right)^{-1},$$

$$a_i \in (0, 1/2], \quad x_i = x_i(t) > 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Система (1) возникает при изучении потоков Риччи в специальных классах однородных многообразий  $G/H$ , называемых обобщенными пространствами Уоллача [1]. Как известно из [1,3], эйнштейновым метрикам в  $G/H$  соответствуют особые точки системы (1). Нашей целью является определение типа подобных особых точек при некоторых частных

значениях параметров  $a_i \in (0, 1/2]$ . Отметим, что мы продолжаем исследования, начатые в работе [2].

### Список литературы

1. Никоноров Ю.Г. Об одном классе однородных компактных многообразий Эйнштейна // Сиб.матем.журнал. 2000. Т.41, №1.-С.200-205.
2. Abiev N.A., Arvanitoyeorgos A., Nikonorov Yu.G., Siasos P. The Ricci flow on generalized Wallach spaces // Preprint, arXiv: 1305.0440, 2013.
3. Lomshakov A.M., Nikonorov Yu.G., Firsov E.V. On invariant Einstein metrics on three-locally-symmetric spaces // Doklady Mathematics. 2002. V.66, No.2, P.224-227.



*Абиев Н.А.*

### О СИСТЕМАТИЗАЦИИ РАЗЛИЧНЫХ КЛАССИФИКАЦИЙ ШЕСТИМЕРНЫХ ДВУХСТУПЕННО НИЛЬПОТЕНТНЫХ АЛГЕБР ЛИ

*Абиев Н.А.*

Таразский госуниверситет им. М.Х.Дулати, Казахстан, Тараз

Определение возможных значений сигнатуры оператора Риччи на заданном однородном пространстве является одной из важных задач в теории римановых многообразий. В работе [2] была выдвинута гипотеза о том, что оператор Риччи произвольной неунимодулярной разрешимой метрической алгебры Ли  $s$  имеет по крайней мере 2 отрицательных собственных значения. Данная гипотеза подтвердилась в ряде работ, в том числе и в работе [1], когда  $[s, s]$  двухступенно нильпотентна и  $\dim([s, s]) = 6$ . В работе [1] для составления рабочего списка всех таких двухступенно нильпотентных алгебр Ли были использованы классификации шестимерных нильпотентных алгебр Ли, предложенные в работах В.В.Морозова [3], W.A. De Graaf [4], J.Patera, R.T.Sharp, P.Winternitz, H.Zassenhaus [5] и C.Will [6]. В данной работе мы доказываем эквивалентность упомянутых классификаций и предлагаем некоторую их систематизацию.

### Список литературы

1. Абиев Н.А. О кривизне Риччи разрешимых метрических алгебр Ли с двухступенно нильпотентными производными алгебрами // Мат. труды. 2013. Т.16, №1. С.3-17.
2. Кремлев А.Г., Никоноров Ю.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Неунимодулярный случай // Мат. труды. 2009. Т.12, №1. С.40-116.
3. Морозов В.В. Классификация нильпотентных алгебр Ли шестого порядка // Известия высш. учеб. завед. Сер. матем. 1958. №4(5). С.161-171.

4. De Graaf W.A. Classification of 6-dimensional nilpotent Lie algebras over field of characteristic not 2 // Journal of Algebra. **309**. 2007. P.640-653.
5. Patera J., Sharp R.T., Winternitz P., Zassenhaus H. Invariants of real low dimension Lie algebras // Journal of Mathematical Physics. 1976. V.17, \№6. P.986-994.
6. Will C. Rank-one Einstein solvmanifolds of dimension 7 // Differential Geometry and its Applications. **19**. 2003. P.307-318.



*О  $\tau$ -КОМПАКТНОСТИ И ПОЛНОТЕ РАВНОМЕРНЫХ  
ПРОСТРАНСТВ.*

*Болжиев Б.А.<sup>1)</sup>, Намазова Г.О.<sup>2)</sup>*

ИГД и ГТ КГТУ им. Н. Раззакова, Кыргызстан, Бишкек,<sup>1)</sup> КНУ им.  
Ж Баласагына, Кыргызстан, Бишкек<sup>2)</sup>

Все рассматриваемые пространства являются тихоновскими пространствами.

Напомним, что топологическое пространство называется  $\tau$ -компактным, где  $\tau$  произвольный бесконечный кардинал, если из любого открытого покрытия мощности не превосходящей  $\tau$  можно выделить конечное подпокрытие.

Нижеследующее понятие  $\mu$ -полноты равномерного пространства принадлежит Борубаеву А.А.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ.** Пусть  $(X, U)$  произвольное равномерное пространство и  $\mu$  - произвольный кардинал, тогда равномерное пространство  $(X, U)$  называется  $\mu$ -полным, если любой фильтр Коши с базой не превосходящей  $\mu$  сходится.

**ТЕОРЕМА.** Топологическое пространство  $(X, \delta)$  является  $\tau$ -компактным тогда и только тогда, когда оно  $\tau$ -полно в любой равномерности, порождающей исходную топологию  $\delta$ .

Напомним, что равномерное пространство называется секвенциально полным, если любая последовательность Коши сходится. Очевидно, что в определении секвенциальной полноты выражение «любая последовательность Коши сходится» можно заменить на следующее эквивалентное выражение: «любой фильтр Коши со счётной базой сходится» и тогда мы получаем следующее

**СЛЕДСТВИЕ.** Топологическое пространство  $(X, \delta)$  является счётно компактным тогда и только тогда, когда оно секвенциально полно в любой равномерности, порождающей исходную топологию  $\delta$ .



## О МУЛЬТИНОРМИРОВАННЫХ И МУЛЬТИУНИТАРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

*А.А. Борубаев*

Вице – президент НАН КР, Кыргызстан, Бишкек

*А.А. Борубаев*

В данной заметке вводятся и изучаются мультинормированные и мультиунитарные пространства, обобщающие нормированные и унитарные пространства соответственно.

**Определение 1.** Отображение  $\|\cdot\|_\tau : X \rightarrow \mathbb{R}_+^\tau$  линейного пространства  $X$  (над полем вещественных чисел) в пространство  $\mathbb{R}_+^\tau$  называется  $\tau$  – нормой или мультинормой (если  $\tau$  не фиксировано) на линейном пространстве  $X$ , а пара  $(X, \|\cdot\|_\tau)$  – мультиметрическим или  $\tau$  – метрическим пространством, если выполняются следующие известные аксиомы:

1.  $\|x\|_\tau = \theta$  тогда и только тогда, когда  $x$  нулевой элемент линейного пространства  $X$ , а  $\theta$  – точка пространства  $\mathbb{R}_+^\tau$ , все координаты которой равны нулю;
2.  $\|\lambda x\|_\tau = |\lambda| \|x\|_\tau$  для любого скаляра  $\lambda \in \mathbb{R}$  и любого  $x \in X$ ;
3.  $\|x + y\|_\tau \leq \|x\|_\tau + \|y\|_\tau$  для всех  $x, y \in X$ .

**Теорема 1.** Пусть  $\{(X_\alpha, \|\cdot\|_{\tau_\alpha}) : \alpha \in A\}$  – произвольное семейство (полных)  $\tau_\alpha$  – нормированных пространств. Тогда  $(X, \|\cdot\|_\tau)$  является (полным)  $\tau$  – нормированным пространством, где  $X = \prod\{X_\alpha : \alpha \in A\}$ ,  $\|x\|_\tau = \{\|x_\alpha\|_{\tau_\alpha} : \alpha \in A\}$ ,  $x = \{x_\alpha : \alpha \in A\}$ ,  $x_\alpha \in X_\alpha$  для любого  $\alpha \in A$ , а  $\tau = \sum\{\tau_\alpha : \alpha \in A\}$ .

**Теорема 2.** Мультинормированные (мультибанаховые) пространства и только они являются пределами проективных спектров, составленных из нормированных (банаховых) пространств.

**Определение 2.** Пусть  $X$  – линейное пространство (над полем действительных чисел  $\mathbb{R}$ ). Отображение  $(\cdot, \cdot) : X \times X \rightarrow \mathbb{R}^\tau$  называется  $\tau$  – скалярным произведением (если  $\tau$  – не фиксировано) на линейном пространстве  $X$ , если выполняются следующие известные аксиомы:

1.  $(x, y) = (y, x)$  для всех  $x, y \in X$ ;
2.  $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$  для всех  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ,  $x, y, z \in X$ ;
3.  $(x, x) \geq \theta$  для всех  $x \in X$ , причем  $(x, x) = \theta$  тогда и только тогда, когда

$x$  – нулевой элемент линейного пространства  $X$ , а  $\theta$  – точка пространства  $\square^\tau$ , все координаты которой состоят из нулей.

Линейное пространство  $X$  с  $\tau$  – скалярным (мультискалярным) произведением называется  $\tau$  – унитарным (мультиунитарным) пространством.

Всякое  $\tau$  – унитарное пространство  $(X, (\cdot, \cdot)_\tau)$  является  $\tau$  – нормированным пространством, если  $\tau$  – норму определим по формуле  $\|x\|_\tau = \sqrt{(x, x)_\tau}$  для всех  $x \in X$ . Здесь  $\sqrt{(x, x)_\tau} = \{\sqrt{a_\alpha} : c_\alpha \in \square, \alpha \in A, |A| = \tau\}$ , где  $(x, x)_\tau = \{a_\alpha : \alpha \in A\} \in \square^\tau$ ,  $a_\alpha \geq 0$  для любого  $\alpha \in A$ .

Теорема 3. Мультиунитарные (мультигильбертовые) пространства и только они являются пределами проективных спектров, составленных из унитарных (гильбертовых) пространств.

Следующая теорема является обобщением известной характеристики унитарных пространств в классе нормированных пространств (см. [8]).

Теорема 4. Всякое  $\tau$  – нормированное пространство  $(X, \|\cdot\|_\tau)$  является  $\tau$  – унитарным, тогда и только тогда, когда выполняется равенство  $\|x + y\|_\tau^2 + \|x - y\|_\tau^2 = 2(\|x\|_\tau^2 + \|y\|_\tau^2)$  для всех  $x, y \in X$ .

Теорема 5. Произведение (полных) унитарных пространств снова является (полным) унитарным пространством.

Теорема 6. Пополнение  $\tau$  – унитарного пространства снова является  $\tau$  – унитарным пространством.



## КАРДИНАЛЬНЫЕ ИНВАРИАНТЫ ДИЗЬЮНКТНОЙ СУММЫ РАВНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

*Жумалиев Т.Ж.*

КНАУ им. К.И. Скрябина, Кыргызстан, Бишкек

Пусть  $X$  – непустое множество, а  $\{(Z_m, W_m) : m \in M\}$  – произвольное семейство равномерных пространств и  $f_m : (Z_m, W_m) \rightarrow X$  – произвольные отображения семейства  $\{(Z_m, W_m) : m \in M\}$  в пространство  $X$ . Тогда, известно, что на  $X$ , существует финальная равномерность относительно семейства  $\{(Z_m, W_m) : m \in M\}$  равномерных пространств [3].

Пусть  $\{(X_m, U_m) : m \in M\}$  - произвольное семейство равномерных пространств, а  $X = \coprod \{X_m : m \in M\}$  - дизъюнктная сумма семейства множеств  $\{X_m : m \in M\}$ , тогда, используя определения финальной равномерности, получим равномерность  $U$  на множестве  $X$  [3]. Рассмотрим некоторые кардинальные инварианты равномерных пространств: вес, квазивес и псевдовес равномерных пространств [3].

Пусть  $\tau$ - произвольное кардинальное число.

ТЕОРЕМА 1. Пусть  $(X, U) = \coprod \{(X_m, U_m) : m \in M\}$  - дизъюнктная сумма семейства  $\{(X_m, U_m) : m \in M\}$  равномерных пространств. Если  $\omega(X_m, U_m) \leq \tau$  для каждого  $m \in M$  то  $\omega(X, U) \leq \tau$ .

ТЕОРЕМА 2. Пусть  $(X, U) = \coprod \{(X_m, U_m) : m \in M\}$  - дизъюнктная сумма семейства  $\{(X_m, U_m) : m \in M\}$  равномерных пространств. Если  $q\omega(X_m, U_m) \leq \tau$  для каждого  $m \in M$ , то  $q\omega(X, U) \leq \tau$ .

ТЕОРЕМА 3. Пусть  $(X, U) = \coprod \{(X_m, U_m) : m \in M\}$  - дизъюнктная сумма семейства  $\{(X_m, U_m) : m \in M\}$  равномерных пространств. Если  $p\omega(X_m, U_m) \leq \tau$  для каждого  $m \in M$ , то  $p\omega(X, U) \leq \tau$ .

### Список литературы

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию.- Москва: Наука, 1977.
2. Бурбаки Н. Общая топология. Основные структуры.- Москва: Наука, 1968.
3. Борубаев А.А. Равномерные пространства и равномерно непрерывные отображения.- Фрунзе: Илим, 1990.



### К $O$ - $\tau$ - МЕТРИЗУЕМЫМ ПРОСТРАНСТВАМ

*Ишмахаметов К.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Следуя А.А.Борубаеву назовем  $O$ - $\tau$  - метрикой отображение  $\rho_\tau : X \times X \rightarrow R_+^\tau$ , где  $X$  - произвольное множество,  $R_+^\tau$  -

произведения  $\tau$  экземпляров  $R_+ = [0, \infty)$ , если оно удовлетворяет условию:

1)  $\rho_\tau(x, y) = \theta$  тогда и только тогда, когда  $x = y$ , где  $\theta = (0, 0, \dots, 0) \in R_+^r$ . При этом пространство  $(X, \tau_\rho)$  называется  $O$ - $\tau$ -метрическим. В  $R_+^r$  по координатно определены операции сложения, умножения и умножения на скаляр, а также частичная упорядоченность.

С каждой  $O$ - $\tau$ -метрической  $\rho_\tau$  заданной на множестве  $X$ , можно естественным образом связать топологию  $F_{\rho_\tau}$  на  $X$  следующим образом (А.А.Борубаев): подмножество  $F \subset X$  замкнуто в том и только в том случае, если для каждой точки  $x \notin F$  выполняется соотношение:

$$\rho_\tau(x, F) > \theta.$$

Топологическое пространство  $(X, F_{\rho_\tau})$  называется обобщенно  $\tau$ -метризуемым ( $O$ - $\tau$ -метризуемым)  $O$ - $\tau$ -метрикой  $\rho_\tau$ .

Отметим, что из условия 1) сразу вытекает следствие: каждое  $O$ - $\tau$ -метризуемое пространство является  $T_1$ -пространством.

Последовательность точек  $x_1, x_2, \dots$   $O$ - $\tau$ -метрического пространства  $(X, \rho_\tau)$  называется сходящейся к точке  $x \in X$ , если  $\lim_{n \rightarrow \infty} \rho(x, x_n) = \theta$ .

Теорема 1. Если  $X$   $O$ - $\tau$ -метризуемое пространство, то  $X$  является  $k$ -пространством.

Теорема 2. Свойство топологического пространства быть  $O$ - $\tau$ -метризуемым данной  $O$ - $\tau$ -метрической  $\rho_\tau$  наследуется по замкнутым подмножествам.



## О $k$ -АБСОЛЮТНЫХ ОТОБРАЖЕНИЯХ

*Ишмахаметов К.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Все пространства топологические, а отображения непрерывны. Обозначим через  $K(f)$  –класс всех бикомпактификаций отображения

$f : X \rightarrow Y$  и пусть  $M(f) = \{y \in Y : f \text{ незамкнуто в точке } y, \text{ либо } - f^{-1}y \text{ не бикомпактен}\}$ .

Если дано отображение  $f : X \rightarrow Y$ , то множество  $F \subseteq X$  называется  $f$ -совершенным, если отображение  $f|_F : F \rightarrow Y$  совершенно [1].

Отображение называется  $f : X \rightarrow Y$   $k$ -совершенным, если множество  $F \subseteq X$  замкнуто в  $X$  в том и только в том случае, если его пересечение с любым  $f$ -совершенным множеством есть  $f$ -совершенное множество [1].

Отображение  $f : X \rightarrow Y$  назовем  $k$ -абсолютным, если отображение  $\tilde{f}_\beta \Big|_{\tilde{X}_\beta \setminus X} : \tilde{X}_\beta \setminus X \rightarrow Y$   $k$ -совершенно, где  $\tilde{f}_\beta : \tilde{X}_\beta \rightarrow Y$  максимальная стоун-чеховская бикомпактификация отображения  $f : X \rightarrow Y$ .

Теорема 1. Для любого отображения  $f : X \rightarrow Y$  следующие условия равносильны:

- 1) Стоун-чеховский нарост  $\tilde{f}_\beta \Big|_{\tilde{X}_\beta \setminus X} : \tilde{X}_\beta \setminus X \rightarrow Y$  отображения  $f$   $k$ -совершенно;
- 2) Нарост  $\tilde{f} \Big|_{\tilde{X} \setminus X} : \tilde{X} \setminus X \rightarrow Y$  произвольной бикомпактификации  $\tilde{f} : \tilde{X} \rightarrow Y$  отображения  $f$   $k$ -совершенно;
- 3) Существует бикомпактификация  $\tilde{f} : \tilde{X} \rightarrow Y$  отображения  $f$ , нарост которого  $k$ -совершенно.

Теорема 2. Пусть даны такие  $k$ -абсолютные отображения  $f : X \rightarrow Y, g : Z \rightarrow V$ , что  $|M(f)| = |M(g)|$  и множества  $|M(f)|, |M(g)|$  - локально конечны. Тогда, если  $K(f)$  изоморфен  $K(g)$ , то отображения  $\tilde{f}_\beta \Big|_{\tilde{X}_\beta \setminus X}$  и  $\tilde{g}_\beta \Big|_{\tilde{Z}_\beta \setminus Z}$  гомеоморфны.

### Список литературы

1. Р.Н. Ормоцадзе.  $k$  и  $k'$  – совершенные отображения. – VIII конф. матем. ВУЗов ГССР, Кутаиси, 1979, с. 118-120.



### К ТЕОРИИ ПОЛНЫХ РАВНОМЕРНО НЕПРЕРЫВНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ.

*Касымова Т.Дж.*

КНУ им. Ж.Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

В «природе» встречаются свойства равномерных пространств более сильные нежели полнота – это **Н-полнота** равномерных пространств. Поэтому ниже введено понятие **Н-полного** равномерно непрерывного отображения и индекса его полноты, который характеризует «степень полноты» равномерно непрерывных отображений, изучено поведение индекса полноты равномерно непрерывного отображения при действиях основных операциях, таких как композиция, произведение, пополнение. Исследованы равномерно полные по Чеху равномерно непрерывные отображения, установлено сохранение равномерной полноты по Чеху равномерно открытыми и совершенными равномерно непрерывными отображениями как в сторону образа, так и в сторону прообраза.



## Список литературы

1. Борубаев А.А. Равномерные пространства и равномерно непрерывные отображения.- Фрунзе. «Илим», 1990.
2. Пасынков Б.А. О распространении на отображения некоторых понятий и утверждений, касающихся пространств. //Отображения и функторы, 1984.- С.72-102.

### ОБ ОДНОЙ СЕТИ НА ГРАФИКЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ДВУМЕРНУЮ ПЛОСКОСТЬ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

*Матиева Г., Артыкова Ж. А.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош



*Матиева Г.*

В пространстве  $E_5$  рассмотрены две вполне ортогональные евклидовы плоскости  $E_2, E_3 : E_2 \cap E_3 = O$ , т.е. они имеют общую точку  $O$ . Пусть  $V_2$  - гладкая поверхность в  $E_3$ , область  $\Omega \subset V_2$ ,  $\bar{\Omega}$  - область в  $E_2$ . Рассмотрим диффеоморфизм  $f : \Omega \rightarrow \bar{\Omega}$  такой, что  $\forall x_1 \in \Omega : f(x_1) = x_2 \in \bar{\Omega}$ . Поверхность в  $E_5$ , которая определяется



*Артыкова Ж.*

следующим образом:

$$V_2^* = \left\{ X \mid \vec{OX} = \vec{OX}_1 + \vec{OX}_2, X \in \Omega, f(x_1) = x_2 \in \bar{\Omega} \right\}$$

называется графиком отображения  $f : \Omega \rightarrow \bar{\Omega}$  [1].

Отнесем области  $\Omega, \bar{\Omega}$  и график  $V_2^*$  соответственно к подвижным реперам:

$$\mathfrak{R}^{X_1} = \{X_1, \vec{e}_i, \vec{n}\}, \mathfrak{R}^{X_2} = \{X_2, \vec{e}_{3+i}\}, \mathfrak{R}^X = \{X, \vec{e}_i, \vec{e}_\alpha\},$$

где  $i, j, k, l, s, t = 1, 2; \alpha, \beta, \gamma, \delta = 3, 4, 5$ ,  $\vec{e}_i \in T_2(X_1)$  - касательная плоскость к  $V_2$  в точке  $X_1$ ,  $\vec{n}$  - орт нормали к  $V_2$  в этой же точке  $X_1$ ,  $\vec{e}_{3+i} = f_{*X_1}(\vec{e}_i)$ ,

$$\vec{e}_i = \vec{e}_i + \vec{e}_{3+i} \in T_2(X) \quad (1)$$

$(T_2(X))$  - касательная плоскость к  $V_2^*$  в точке  $X$ .

$\vec{e}_3 = \vec{n}$ ,  $\vec{e}_{3+i} = \vec{e}_i - \gamma_{is} \bar{\gamma}^{sk} \vec{e}_{3+k} \in N_3(X)$  ( $N_3(X)$  - ортогональное дополнение к  $T_2(X)$  в  $E_5$ ). Доказана теорема

Линии  $\omega^{*1}$ ,  $\omega^{*2}$  сети  $\Sigma_2^*$  на графике отображения являются линиями кривизны относительно одномерного распределения  $\Delta_1 = \Delta(X, \vec{\varepsilon}_3)$  тогда и только тогда, когда сеть  $\Sigma_2$  на поверхности  $V_2$  сопряженная.

### Список литературы

1. Базылев В.Т. Многомерные поверхности, сети и дифференцируемые отображения пространств. // Вопросы дифференциальной геометрии. Т.1. №374. уч. записки МГПИ им. В.И.Ленина, 1970, С. 65-70.



Матиева Г.

### ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ ВЫРОЖДЕННОГО ЧАСТИЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ, ПОРОЖДАЕМОГО ЗАДАННОЙ ЦИКЛИЧЕСКОЙ СЕТЬЮ ФРЕНЕ

Матиева Г. Паниева Т.М. Ободоева Г.С.

ОшГУ, Ош, Кыргызстан



Паниева Т.М.

В области  $\Omega$  евклидова пространства  $E_4$  задана циклическая сеть Френе  $\tilde{\Sigma}_4$ . Подвижной ортонормированный репер  $\mathfrak{R}_1 = (X, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4)$  ( $i, j, k = 1, 2, 3, 4$ ) является репером Френе для первой линии  $\omega^1$  сети  $\tilde{\Sigma}_4$ ,  $\mathfrak{R}_2 = (X, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_1)$  является репером Френе линии  $\omega^2$  сети  $\tilde{\Sigma}_4$ ,

$\mathfrak{R}_3 = (X, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ,  $\mathfrak{R}_4 = (X, \vec{e}_4, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  – являются реперами Френе линий  $\omega^3$ ,  $\omega^4$  соответственно.



Ободоева Г.С.

На каждой касательной к линиям этой сети инвариантным образом определяются точки, так называемые псевдофокусами [2]:  $F_1^4 \in (X, \vec{e}_1)$ ,  $F_2^1 \in (X, \vec{e}_2)$ ,  $F_3^2 \in (X, \vec{e}_3)$ ,  $F_4^3 \in (X, \vec{e}_4)$ . Когда точка  $X \in \Omega$  смещается в области  $\Omega \subset E_4$ , точка  $F_1^4$  описывает свою область

$\Omega_1^4 \subset E_4$ . Определяется частичное отображение  $\varphi: \Omega \rightarrow \Omega_1^4$  такое, что

$$\varphi(X) = F_1^4.$$

В данной статье найдены необходимые и достаточные условия вырожденности отображения  $\varphi$  и изучены некоторые свойства такого отображения.

## Список литературы

1. Папиева Т.М. Циклическая сеть Френе в четырехмерном евклидовом пространстве [Текст] / Т.М. Папиева // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, вып. 40. – Бишкек: Илим, 2009. – С. 294-298.
2. Базылев В.Т. О многомерных сетях в евклидовом пространстве [Текст] // Литовский математический сборник, 1966, VI, №4, с. 475-491.



### ОПЕРАТОРЫ ЗАМЫКАНИЙ НА КОНЕЧНЫХ МНОЖЕСТВАХ ПОДМНОЖЕСТВ

*Нуракунов А. М., Абдыракманов Б.*  
ИТПМ НАН КР, Кыргызстан, Бишкек

Исследование оператора замыкания на конечном подмножестве множества подмножеств и его связь с решетками формальных понятий.



### ОДНОРАНГОВЫЕ ДЕФОРМАЦИИ РИМАНОВЫХ МЕТРИК

*Родионов Е.Д., Славский В.В., Хромова О.П.*  
АлтГУ, ЮГУ, Россия, Барнаул, Ханты-Мансийск

В работах [1]-[2] изучались вариации римановых метрик. В данной работе исследуются конформные и одноранговые деформации римановых метрик. Для одноранговых деформаций, с помощью пакетов аналитических вычислений, получены формулы для деформированных тензоров: римановой кривизны, кривизны Риччи, одномерной кривизны, Вейля. Исследован вопрос о деформации ранга 1 некоторых классов римановых метрик, получены формулы для изменения спектра оператора римановой кривизны при конформных деформациях конформно плоских римановых метрик.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ (грант НШ-921.2012.1), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (гос. контракт №02.740.11.0457), гранта ФЦПК (соглашение №8206, заявка №2012-1.1-12-000-1003-014), а так же программы стратегического развития ФГБОУ ВПО АлтГУ на 2012-2016 годы (мероприятие «Конкурс грантов» №2012.312.2.3).

## Список литературы

1. А.Бессе. Многообразия Эйнштейна. Т.1-2. – М.: Мир, 1990.
2. Strake M.S., Math. Inst.Univ. Muenster. 1986. 2. Ser. 41.

### РАВНОМЕРНО ПЕРИСТЫЕ РАВНОМЕРНЫЕ ПОСТРАНСТВА

Чекеев А.А.<sup>1)</sup>, Аблабекова Ч. А.<sup>2)</sup>

КНУ им. Ж. Баласагына,<sup>1)</sup> КГУСТА им. Н.Исанова,<sup>2)</sup> Кыргызстан,  
Бишкек



Чекеев А.А.



Аблабекова Ч. А.

Пусть  $uX$  - равномерное пространство, где  $\mathcal{U}$  - равномерность на тихоновском пространстве  $X$ , определенная в терминах равномерных покрытий ([1]).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Система  $\{\alpha_i : i \in I\}$  открытых семейств в Самуэловском бикомпактном расширении  $s_u X$  равномерного пространства  $X$  называется *равномерным оперением* равномерного пространства  $uX$ , если каждое  $\alpha_i$  является покрытием  $X$  и  $\bigcap \{\alpha_i(x) : i \in I\} = B_x$  является бикомпактом в  $X$  для любой точки  $x \in X$ , где  $\alpha(x) = \bigcup \{A \in \alpha : x \in A\}$  -

звезда точки  $x$  относительно покрытия  $\alpha$ .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2 ([3]). Равномерное пространство  $uX$  называется *равномерно  $\tau$ -перистым*, если: (P 1) Существует такая псевдоравномерность  $\mathcal{V} \subset \mathcal{U}$ , что  $w(\mathcal{V}) \leq \tau$ ; (P 2)  $\bigcap \{\alpha((x) : \alpha \in \mathcal{V}\} = B_x$  - бикомпакт в  $X$  для любой точки  $x \in X$ ; (P 3) Семейство  $\{\alpha(B_x) : \alpha \in \mathcal{V}\}$  образует базу окрестностей бикомпакта  $B_x$  для любой точки  $x \in X$ .

Равномерно  $\aleph_0$ -перистые равномерные пространства называются *равномерно перистыми* или *равномерно  $p$ -пространствами*.

ТЕОРЕМА 3. Если у равномерного пространства  $uX$  существует равномерное оперение в Самуэловском бикомпактном расширении  $s_u X$ , то у равномерного пространства  $uX$  существует равномерное оперение и в Стоун – Чеховском бикомпактном расширении  $\beta X$ .

ТЕОРЕМА 4. Равномерное пространство  $uX$  равномерно  $\tau$ -перисто тогда и только тогда, когда у равномерного пространства  $uX$  существует в Самуэловском бикомпактном расширении  $s_u X$  равномерное оперение мощности  $\tau$ .

## Список литературы

1. Isbell J. R. Uniform spaces. - Providence, 1964.
2. А.А.Борубаев, Равномерные пространства и равномерно непрерывные отображения. – Фрунзе, 1990.



Чекеев А.А.



Рахманкулов Б.З.

## ОБ ОДНОМ НОВОМ КЛАССЕ ПРЕДКОМПАКТНЫХ РАВНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Чекеев А.А., Рахманкулов Б.З.

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Пусть  $uX$  – равномерное пространство  $C^*(uX^*)$  – кольцо всех ограниченных равномерно непрерывных функций.  $ZuX = \{f^{-1}(0) : f \in C^*(uX)\}$  – множество всех равномерно нуль – множеств и  $L(uX) = \{f^{-1}([0; 1]) : f \in C^*(uX)\}$  множество всех равномерно конуль – множеств.

Любое покрытие равномерного пространства  $uX$  составленное из элементов  $L(uX)$  называет равномерно открытым ([1]).

Множество  $Ex_u A = \beta_u X \setminus [X \setminus A]_{\beta_u X}$ , где  $A \in L(uX)$  и, следовательно  $X \setminus A \in ZuX$ , открыто в бикompактном расширении

Чекеева – Намазовой  $\beta_u X$  ([2]), система  $\{Ex_u A : A \in L(uX)\}$  – образует базу топологии бикompакта  $\beta_u X$ .

**ТЕОРЕМА 1.** Система состоящая из всевозможных конечных покрытий, составленных из элементов системы  $\{Ex_u A : A \in L(uX)\}$ , образует базу единственной равномерности бикompакта  $\beta_u X$ .

**ТЕОРЕМА 2.** Единственная равномерность бикompакта  $\beta_u X$  индуцирует на тихоновское пространство  $X$  равномерность, базой которой служат все конечные равномерно открытые покрытия.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3.** Равномерное пространство  $uX$  показывает *сильно предкомпактным*, если равномерность  $\mathcal{U}$  имеет базу из всех конечных равномерно открытых покрытий.

## Список литературы

1. Charalambous M.G. Uniform Dimension Function. Ph. D. Thesis. Univ. of London. – London, 1971.
2. Чекеев А.А., Намазова Г.О. О бикompактных расширениях равномерных пространств Волмэновского типа. Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. Сер. 3. – 2010. – Т12, вып.4(8). – С. 151 – 174.



Чекеев А.А.



Таибаета Э.А.

### РАВНОМЕРНЫЕ СИСТЕМЫ ОКРЕСТНОСТЕЙ НА ГРУППАХ.

Чекеев А.А., Таибаета Э.А.

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Для топологической группы естественным образом можно определить равномерную систему окрестностей. Напомним, что *топологической* называется группа, в которой алгебраические операции непрерывны относительно топологии, заданной на группе, т.е. если  $(G, \tau)$  - топологическая группа, то отображения  $(x, y) \mapsto xy$  и  $x \mapsto x^{-1}$  непрерывны для любых  $x, y \in G$ .

Имеет место следующее утверждение [1].  $(GV_I)$  Каково бы ни было  $U \in \mathcal{B}$  существует  $V \in \mathcal{B}$ , для которого  $VV \subset U$ .  $(GV_{II})$  Каково бы ни было  $U \in \mathcal{B}$  имеет место  $U^{-1} \in \mathcal{B}$ .  $(GV_{III})$   $aVa^{-1} \in \mathcal{B}$  для любых  $a \in G$  и  $V \in \mathcal{B}$ .

**ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1([1]).** Пусть  $G$  - группа и  $\mathcal{B}$  - фильтр в  $G$ , удовлетворяющий аксиомам  $(GV_I)$ ,  $(GV_{II})$  и  $(GV_{III})$ . Существует, и притом единственная, топология, согласующаяся со структурой группы в  $G$  и имеющая  $\mathcal{B}$  фильтром окрестностей нейтрального элемента  $e \in G$ . Для этой топологии фильтр окрестностей произвольной точки  $a \in G$  совпадает с каждым из фильтров  $a\mathcal{B}$  и  $\mathcal{B}a$ .

**ТЕОРЕМА 3.** Пусть  $G$  - топологическая группа,  $\mathcal{B}(e)$  - фильтр окрестностей нейтрального элемента  $e \in G$ . Тогда системы  $\Sigma_L = \{ \{xV : V \in \mathcal{B}(e)\} : x \in G \}$ ,  $\Sigma_R = \{ \{Vx : V \in \mathcal{B}(e)\} : x \in G \}$  и  $\Sigma_T = \{ \{xV \cap Vx : V \in \mathcal{B}(e)\} : x \in G \}$  определяют на  $G$  равномерную систему окрестностей.

## Список литературы

1. Н.Бурбаки. Топологические группы. Москва: «Наука», 1969.

## О ПЕРИСТОСТИ АБСОЛЮТОВ РАВНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

*Чекеев А.А., Токсонбаев С.С.*

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек



*Чекеев А.А.*



*Токсонбаев С.С.*

В докладе доказывается, что абсолют равномерно  $\tau$ -перистого ([1]) пространства является  $\tau$ -перистым равномерным пространством. Ниже, формулируются основные результаты. Все обозначения, термины, определения доклада взяты из книги А.А.Борубаева [1].

**ТЕОРЕМА 1.** Пусть  $(X, \mathcal{U})$  равномерное пространство и  $\varpi(\mathcal{U}) \leq \tau$ . Тогда абсолют  $(w_{\mathcal{U}}(X), w(\mathcal{U}))$  является равномерно  $\tau$ -перистым пространством.

**ТЕОРЕМА 2.** Пусть  $f : (X, \mathcal{U}) \rightarrow (Y, \mathcal{V})$  равномерно непрерывное замкнутое отображение равномерного пространства  $(X, \mathcal{U})$  в равномерное пространство  $(Y, \mathcal{V})$ . Тогда для любого равномерного покрытия  $\alpha \in \mathcal{U}$  и произвольного бикомпакта  $K \subseteq Y$  существует открытое равномерное покрытие  $\beta_K \in \mathcal{V}$  такое, что  $\alpha(f^{-1}(K)) \supseteq f^{-1}(\beta_K(K))$ .

**ТЕОРЕМА 3.** Пусть  $f : (X, \mathcal{U}) \rightarrow (Y, \mathcal{V})$  равномерно непрерывное совершенное отображение равномерного пространства  $(X, \mathcal{U})$  в равномерно  $\tau$ -перистое равномерное пространство  $(Y, \mathcal{V})$ . Тогда равномерное пространство  $(X, \mathcal{U})$  также равномерно  $\tau$ -перисто.

**ТЕОРЕМА 4.** Если равномерное пространство  $(X, \mathcal{U})$  является равномерно  $\tau$ -перистым пространством, тогда его абсолют  $(w_{\mathcal{U}}(X), w(\mathcal{U}))$  также является равномерно  $\tau$ -перистым пространством.

**СЛЕДСТВИЕ 4.1.** Если равномерное пространство  $(X, \mathcal{U})$  является равномерно перистым пространством, тогда его абсолют  $(w_{\mathcal{U}}(X), w(\mathcal{U}))$  также является равномерно перистым пространством.

### Список литературы

1. Борубаев А.А. Равномерные пространства и равномерно непрерывные отображения. - Фрунзе.:Илим, 1990.



Чекеев А.А.

О РАВНОМЕРНОМ АНАЛОГЕ ТЕОРЕМЫ ВОЛМЭНА – КАТЕТОВА  
И УНИВЕРСАЛЬНЫЕ БИКОМПАКТЫ ДЛЯ ДАННОЙ  
ХАРАЛАМБУСОВСКОЙ РАЗМЕРНОСТИ И ТОПОЛОГИЧЕСКОГО  
ВЕСА

Чекеев А.А., Шалтыков Б.К.

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек



Шалтыков Б.К.

В докладе для размерности Хараламбуса ([1])  $\mathcal{U}$ -dim равномерного пространства  $uX$  доказывается равномерный аналог равенства Волмэна – Катетова  $\dim X = \dim \beta X$ , где  $\dim$  – Лебегова размерность, а  $\beta X$  – Стоун – Чеховское бикомпактное расширение ([2]) и, на основе этого равенства доказывается существование такого бикомпакта  $\Pi_\tau^n$  данной Лебеговой размерности  $\dim \Pi_\tau^n = n$  и топологического веса  $w(\Pi_\tau^n) \leq \tau$ , что любое равномерное пространство

$uX$ ,  $\mathcal{U}$ -dim  $X = n$  и  $w(X) \leq \tau$  топологически гомеоморфно и равномерно непрерывно отображается в бикомпакт  $\Pi_\tau^n$ .

Пусть  $\beta_u X$  – бикомпактное расширение равномерного пространства в смысле Чекеева – Намазовой ([3]).

ТЕОРЕМА 1. Для любого равномерного пространства  $uX$  имеет место равенство  $\mathcal{U}$ -dim  $X = \dim \beta_u X$ .

ТЕОРЕМА 2. Существует универсальный бикомпакт  $\Pi_\tau^n$ ,  $\dim \Pi_\tau^n = n$  и  $w(\Pi_\tau^n) \leq \tau$ , такой что любое равномерное пространство  $uX$ ,  $\mathcal{U}$ -dim  $X = u$  и  $w(X) \leq \tau$  топологически гомеоморфно и равномерно непрерывно отображает в  $\Pi_\tau^n$ .

**Список литературы**

1. Charalambous M.G. Uniform Dimension Function. Ph. D. Thesis. Univ. of London. – London, 1971.
2. Энгелькинг Р. Общая топология. – М.: Мир, 1986.
3. Чекеев А.А., Намазова Г.О. О бикомпактных расширениях равномерных пространств Волмэновского типа. Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. Сер. 3. – 2010. – Т12, вып.4(8). – С. 151 – 174.



# ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ



## ABOUT SELF- ORGANIZING CONTROL BY A DYNAMIC PLANT UNDER UNCERTAINTY

*Iosif Gr. Ten*

Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov,  
Kyrgyz Republic, Bishkek

The initial formulation of an optimal control problem under interval uncertainty condition implies a search of such a control which is optimal one under every realization of uncertain factors. In the control theory, there is no method of obtaining the exact solution of this problem. Introducing those or others hypotheses about uncertain factors and treatments of the solution concept, one transforms usually this problem to others kinds of problems for which there are developed corresponding methods of a search of minimax, robust, pareto-optimal, dominant, statistically optimal, and adaptive controls. Under realization of these solutions, they lead to losses of a control quality compared with the solution of the initial problem either because of un-coinciding assumptions about uncertain parameters with their real values or because of nonzero expenses of the time required for adjustment of an adaptive regulator. Therefore, all known approaches can be considered as indirect approximate methods of solving the initial problem. This paper deals with the direct method of solving the problem of synthesis of optimal control under interval uncertainty conditions.



## RADON AND FOURIER TRANSFORM ON SYMMETRIC SPACES

*Rainer Felix*

Mathematisch-Geographische Fakultät, Katholische Universität Eichstätt  
Ostenstraße 26, D-85072 Eichstätt, Germany

The aim of this lecture is to present a rather streamlined approach to the Radon (horocycle) transform on a Riemannian symmetric space  $X = G/K$  of noncompact type. The central point is the proof of the inversion formula. Afterwards I shall point out the strength of this formula and derive from it in a direct way the Inversion and the Plancherel formula for the Fourier transform on symmetric spaces.

The general theory of Radon and Fourier transform on symmetric spaces is due to Helgason and it can be found in Helgason's books [4] – [6], compare also [2], [3]. Thus these books are the

basis for our expositions and all necessary details can be found there. However, I hope to present some new methods which are slightly different from Helgason's procedure and which are also aimed at a generalization of the results to a bigger class of spaces: At first, the inversion formula is proved in the origin. (Here, the only tools are Harish-Chandra's inversion formula for the spherical transform [1] and the inversion formula for the Mellin transform.) After this is done, the Radon inversion formula in an arbitrary point follows easily by compatibility properties of the occurring operators with the action of the group  $G$ .

In our studies, the well-known relation between Radon, Fourier and Mellin transform is of crucial importance.

### References

1. Harish-Chandra: Spherical functions on a semisimple Lie group, I, II. Amer. J. Math. 80, 241-310, 553-613 (1958)
2. Helgason, S.: Radon-Fourier transforms on symmetric spaces and related group representations. Bull. Amer. Math. Soc. 71, 757-763 (1965)
3. Helgason, S.: A duality for symmetric spaces with applications to group representations. Adv. Math. 5, 1-154 (1970)
4. Helgason, S.: Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces. New York, San Francisco, London: Academic Press 1978
5. Helgason, S.: The Radon Transform. 2nd ed. Progress in Mathematics 5. Boston, MA: Birkhäuser 1999
6. Helgason, S.: Geometric analysis on symmetric spaces. Providence, RI: American Mathematical Society 1994



*Айсағалиев С.А.*

### АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ

#### ФАЗОВЫХ СИСТЕМ

*Айсағалиев С.А., Абенов Б.К.*

Институт математики и механики Каз НУ им. Аль-Фараби,

Казахстан, Алматы

**Постановка задачи.** Рассмотрим уравнения движения

динамических систем с цилиндрическим фазовым пространством следующего вида

$$\dot{x} = Ax + B\varphi(\sigma), \quad \dot{\sigma} = Cx + R\varphi(\sigma), \quad x(0) = x_0, \quad \sigma(0) = \sigma_0, \quad t \in I = [0, \infty), \quad (1)$$

$$\phi(\sigma) \in \Phi = \left\{ \phi(\sigma) = (\phi_1(\sigma_1), \dots, \phi_m(\sigma_m)) \in C^1(R^m, R^m) \mid \mu_{1k} \leq \frac{d\phi_k(\sigma_k)}{d\sigma_k} \leq \right.$$

$$\leq \mu_{2k}, \phi_k(\sigma_k) = \phi_k(\sigma_k + \Delta_k), \forall \sigma_k \in R^1, k = \overline{1, m} \} \quad (2)$$

где  $A, B, C, R$  – постоянные матрицы порядков  $n \times n, n \times m, m \times n, m \times m$  соответственно,  $\Delta_k$  – период функции  $\phi_k(\sigma_k)$ ,  $\mu_{1k}, \mu_{2k}$  – заданные числа,  $\operatorname{Re} \lambda_j(A) < 0, j = \overline{1, n}$ ,  $\lambda_j(A)$  – собственные значения матрицы  $A$ .

Если матрица  $R - CA^{-1}B$  неособая, то стационарное множество  $\Lambda$  системы (1), (2) равно

$$\Lambda = \{(x_*, \sigma_*) \in R^{n+m} | x_* = 0, \varphi(\sigma_*) = 0\}.$$

**Определение 1.** Стационарное множество  $\Lambda$  системы (1), (2) глобально асимптотически устойчиво, если для любой функции  $\varphi(\sigma) \in \Phi$  и любого начального состояния  $(x_0, \sigma_0) \in R^{n+m}$  решение системы  $x(t) = x(t; 0, x_0, \sigma_0, \varphi)$ ,  $\sigma(t) = \sigma(t; 0, x_0, \sigma_0, \varphi)$ ,  $t \in I$  обладает свойством  $x(t) \rightarrow 0, \sigma(t) \rightarrow \sigma_*$  при  $t \rightarrow \infty$ .

**Определение 2.** Критерием глобальной асимптотической устойчивости фазовой системы (1), (2) называются соотношения, связывающие конструктивные параметры системы  $(A, B, C, R, \mu_1, \mu_2)$ , где  $\mu_1 = \operatorname{diag}(\mu_{11}, \dots, \mu_{1m}), \mu_2 = \operatorname{diag}(\mu_{21}, \dots, \mu_{2m})$ , при выполнении которых стационарное множество  $\Lambda$  глобально асимптотически устойчиво.

Рассматриваются следующие случаи:

1. Пусть существует матрица  $S$  порядка  $m \times n$ , такая, что  $SA = C, SB = R$ . Тогда  $\sigma = Sx$ . Уравнение (1) запишется в виде

$$\dot{x} = Ax + B\varphi(\sigma), \sigma = Sx, x(0) = x_0, t \in I, \quad (3)$$

где  $\varphi(\sigma) \in \Phi_1 = \{\varphi(\sigma) \in \Phi | \varphi(0) = 0\}$ , стационарное множество  $\Lambda = \{x_* = 0, \sigma_* = 0\}$ .

2. Пусть функция  $\varphi(\sigma) \in \Phi$ , величины  $\alpha_k = \int_{\sigma_k}^{\sigma_k + \Delta_k} \varphi_k(\sigma_k) d\sigma_k = 0, k = \overline{1, m}$ .

3. Пусть функция  $\varphi(\sigma) \in \Phi$ , и пусть, кроме того:

$$\alpha_k = \int_{\sigma_k}^{\sigma_k + \Delta_k} \varphi_k(\sigma_k) d\sigma_k, \beta_k = \int_{\sigma_k}^{\sigma_k + \Delta_k} |\varphi_k(\sigma_k)| d\sigma_k, k = \overline{1, m}, \quad (4)$$

где  $\alpha_k, \beta_k, k = \overline{1, m}$  – заданные числа.

**Задача 1.** Найти критерии глобальной асимптотической устойчивости фазовой системы (1)-(3);

**Задача 2.** Найти критерии глобальной асимптотической устойчивости фазовой системы (1), (2) при  $\alpha_k = 0, k = \overline{1, m}$ ;

**Задача 3.** Найти критерии глобальной асимптотической устойчивости фазовой системы (1), (2), (4).

Получены новые критерии глобальной асимптотической устойчивости для систем с дифференциальным включением с периодической функцией по угловым фазовым координатам.



О ПОСТРОЕНИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧИ С  
КВАДРАТИЧНЫМ ЦЕЛЕВЫМ ФУНКЦИОНАЛОМ  
И ОГРАНИЧЕНИЯМИ

*Айсагалиев С.А., Кабидолданова А.А.*

Институт математики и механики Казахского национального  
университета имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

*Айсагалиев С.А.*



**Постановка задачи.** Требуется найти тройку

$(u_{**}(t), x_0^{**}, x_1^{**}) \in U \times S_0 \times S_1$ , при которой решение уравнения

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)x_0 + D(t)x_1 + f_0(t), \quad t \in I = [t_0, t_1], \quad (1)$$

удовлетворяет краевым условиям

$$(x(t_0) = x_0, x(t_1) = x_1) \in S = S_0 \times S_1 \subset R^{2n}, \quad (2)$$

*Кабидолданова А.А.*

фазовым ограничениям

$$x(t) \in G(t) \quad (3)$$

выполняются интегральные ограничения

$$g_j(u(\cdot), x_0, x_1) \leq c_j, \quad j = \overline{1, m_1}, \quad g_j(u(\cdot), x_0, x_1) = c_j, \quad j = \overline{m_1 + 1, m_2}, \quad (4)$$

и функционал

$$J(u(\cdot), x_0, x_1) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(x, u, x_0, x_1, t) dt \quad (5)$$

достигает нижней грани, где  $U, S_0, S_1$  – заданные множества,  $g_j = \int_{t_0}^{t_1} f_j(x, u, x_0, x_1, t) dt$ ,

$$j = \overline{1, m_2}, \quad f_j(x, u, x_0, x_1, t) = x^*(t)Q_j(t)x(t) + 2x^*(t)M_j(t)u(t) + u^*(t)R_j(t)u(t) + x_0^*E_j(t)x_0 + x_1^*\Sigma_j(t)x_1 + q_j(t)x(t) + r_j(t)u(t) + e_j(t)x_0 + \sigma_j(t)x_1, \quad j = \overline{0, m_2}.$$

Тройка  $(u_*(t), x_0^*, x_1^*) \in U \times S_0 \times S_1$ , при которой выполняются ограничения (2)– (4), называется *допустимым управлением* для задачи (1)–(5).

Решением (оптимальным для) задачи оптимального управления (1)-(5) является допустимое управление, при котором достигается нижняя грань функционала (5).

Оптимальное управление для задачи (1)-(5) строится путем сужения множества допустимых управлений. Поэтому, для решения задачи необходимо

1. определить условия существования допустимого управления;
2. решить задачу управляемости (1)-(4) и построить допустимое управление;
3. разработать метод перехода от одного допустимого управления к другому, доставляющему функционалу (5) значение меньшее, чем предыдущее допустимое решение, и позволяющее найти значение нижней грани целевого функционала.



## АБСОЛЮТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ И ОПТИМАЛЬНОЕ БЫСТРОДЕЙСТВИЕ

*Айсагалиев С.А., Шангитова М.Е.*

Казахский Национальный университет имени аль-Фараби,  
Казахстан, Алматы

*Айсагалиев С.А.* Предлагается новый эффективный алгебраический критерий абсолютной устойчивости положения равновесия нелинейных регулируемых систем в простом критическом случае, на основе оценки несобственных интегралов вдоль решения системы.

Уравнение движения нелинейных систем автоматического управления в простом критическом случае имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B\varphi(\sigma), \quad \dot{\eta} = \varphi(\sigma), \quad \sigma = Dx + E\eta, \\ x(0) &= x_0, \quad \eta(0) = \eta_0, \quad t \in I = [0, \infty), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $A, B, D, E$  – постоянные матрицы порядков  $n \times n, n \times 1, 1 \times n, 1 \times 1$  соответственно, матрица  $A$  – гурвицева,  $\operatorname{Re} \lambda_j(A) < 0, j = \overline{1, n}, \lambda_j(A)$  – собственные значения матрицы  $A$ .

$$\begin{aligned} \varphi(\sigma) \in \Phi_0 &= \{\varphi(\sigma) \in C(R^1, R^1) / \varphi(\sigma) = \varepsilon + \bar{\varphi}(\sigma), 0 \leq \bar{\varphi}(\sigma) \leq \mu_0 \sigma^2, \\ \bar{\varphi}(0) &= 0, |\bar{\varphi}(\sigma)| \leq \bar{\varphi}_*, 0 < \bar{\varphi}_* < \infty, \forall \sigma, \sigma \in R^1\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varepsilon > 0$  – сколь угодно малое число.

Предлагается метод построения программных и позиционных управлений для процессов описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями при наличии краевых условий с учетом ограничений на управления. Разработан алгоритм решения задачи оптимального быстродействия на основе решения задачи управляемости. Решены две задачи:

существование решения задачи управляемости и построение множества всех управлений, каждый элемент которого переводит траекторию системы из любого начального состояния в заданное конечное состояние.

Пусть уравнение движения регулируемой системы имеет вид [1]:

$$\dot{x} = Ax + B\varphi(u) + \mu(t), \quad t \in I = [t_0, t_1], \quad (3)$$

$$x(t_0) = x_0 \in R^n, \quad x(t_1) = x_1 \in R^n, \quad (4)$$

$$u(t) \in U(t) = \{u(\cdot) \in L_2(I, R^m) / u(t) \in V(t), t \in I\}, \quad (5)$$

$$\varphi(u) \in \Phi_0 = \{\varphi(u) \in C(I, R^m) / 0 \leq \varphi_i(u_i)u_i \leq \mu_{0i}u_i^2, \varphi_i(0) = 0, i = \overline{1, m}\} \quad (6)$$

### Список литературы

1. Айсагалиев С.А. Теория регулируемых систем. – Алматы: Казак университети, 2000. – 234с.



*Александров В.Г.*

### ПРОГРАММНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОДУКТИВНОСТЬЮ ПОЧВО-РАСТИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ ПО ВОДНОМУ ФАКТОРУ НА ОСНОВЕ ОДУ-АНАЛОГА МОДЕЛИ AGROTOOL

*Александров В.Г.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Постановка задачи оптимального управления продуктивностью

ПР-системы на основе ОДУ-аналога условно полной модели продукционного процесса почво-растительной системы – AGROTOOL описывается следующими соотношениями:

$$\begin{cases} \dot{y} = (\bar{\alpha}, \bar{x})(K - y) \\ \dot{W} = qP - (\bar{\delta}, \bar{x}) - ay \left[ (\bar{\beta}, \bar{x}) \left( 1 - \frac{y}{K} \right) + (\bar{\alpha}, \bar{x}) \right] + u(t) \end{cases}, \quad (1)$$

$$I(u) = \int_0^T \left\{ c_3 (\bar{\alpha}, \bar{x})(K - y) - (c_1 + c_2 u) - (y^* - y)^2 - (W^* - W)^2 - u^2 \right\} \xrightarrow{u} \max, \quad (2)$$

$$y(0) = y_0 = 0, \quad W(0) = W_0. \quad (3)$$

Смысл обозначений в (1)-(3) описан ранее.

Функция Гамильтона -  $H(t, y, W, \psi_1, \psi_2, u)$  для (1)-(3) имеет вид:

$$\begin{aligned}
H(t, y, W, \psi_1, \psi_2, u) = & c_3(\bar{\alpha}, \bar{x})K - c_3(\bar{\alpha}, \bar{x})y - c_1 - (y^* - y)^2 - \\
& - (W^* - W)^2 + \psi_1(\bar{\alpha}, \bar{x})K - \psi_1(\bar{\alpha}, \bar{x})y + \psi_2 qP - \psi_2(\bar{\delta}, \bar{x}) \\
& - \psi_2 ay(\bar{\beta}, \bar{x}) + \psi_2 ay(\bar{\beta}, \bar{x})y/K - \psi_2 ay(\bar{\alpha}, \bar{x}) - u^2(1 + c_2) - \psi_2 u
\end{aligned} \quad (4)$$

Перепишем равенство (4) в следующем виде:

$$H(t, y, W, \psi_1, \psi_2, u) = F(t, y, W, \psi_1, \psi_2) - u^2(1 + c_2) - \psi_2 u. \quad (5)$$

На основании (1) и (5) была построена сопряжённая система уравнений к (1), (2):

$$\begin{cases} \dot{\psi}_1 = -\frac{\delta H}{\delta y} = F_1(t, y, W, \psi_1, \psi_2) \\ \dot{\psi}_2 = -\frac{\delta H}{\delta W} = F_2(t, y, W, \psi_1, \psi_2) \end{cases}. \quad (6)$$

Из условия максимума функции Гамильтона (5) получены условия оптимальности:

$$u(t) = \begin{cases} 0, \text{ если } (1 + c_2)u^2 \geq -u\psi_2 \\ u^*, \text{ если } (1 + c_2)u^2 < -u\psi_2 \end{cases}. \quad (7)$$

На основании изложенного, разработана итерационная процедура определения моментов переключения управления, фазовых переменных и оптимального управления.

## СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОДУКТИВНОСТЬЮ ПОЧВО-РАСТИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ

*Александров В.Г.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек



Постановка задачи оптимального управления продуктивностью ПР-  
*Александров В.Г.* системы на основе ОДУ-аналога условно полной модели  
продукционного процесса почво-растительной системы – AGROTOOL

описывается следующими соотношениями:

$$\begin{cases} \dot{y} = (\bar{\alpha}, \bar{x})(K - y) \\ \dot{W} = qP - (\bar{\delta}, \bar{x}) - ay \left[ (\bar{\beta}, \bar{x}) \left( 1 - \frac{y}{K} \right) + (\bar{\alpha}, \bar{x}) \right] + u(t) \end{cases}, \quad (1)$$

$$I(u) = \int_0^T \left\{ c_3(\bar{\alpha}, \bar{x})(K - y) - (c_1 + c_2 u) - (y^* - y)^2 - (W^* - W)^2 - u^2 \right\} \xrightarrow{u} \max, \quad (2)$$

$$y(0) = y_0 = 0, \quad W(0) = W_0 \quad (3)$$

В соотношениях (1)-(3) обозначения имеют следующий смысл:

$(\bar{\alpha}, \bar{x})$  - коэффициент расхода на дыхание,  $K$  - потенциальный биологический урожай,  $q$  - коэффициент эффективности осадков,  $(\bar{\delta}, \bar{x})$  - испарение с поверхности почвы,  $a$  - коэффициент эффективности транспирации,  $(\bar{\beta}, \bar{x})$  - коэффициент роста посева,  $ay \left[ (\bar{\beta}, \bar{x}) \left( 1 - \frac{y}{K} \right) + (\bar{\alpha}, \bar{x}) \right]$  - транспирация,  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\delta}$ ,  $\bar{\beta}$  - это векторы коэффициентов аппроксимации,  $\bar{x} = (y, W, T, P, S_r)$ ,  $c_1, c_2, c_3$  - ценовые коэффициенты,  $T$  - период вегетации посевов,  $u$  - управление по водному фактору,  $P$  - интенсивность осадков,  $y^*$  - эталонная кривая биомассы,  $W^*$  - эталонная кривая объёмной влажности.

Из решения рекуррентного уравнения Беллмана методом обратной прогонки получены соотношения для нахождения значений фазовых переменных  $y_{N-k+1}$ ,  $W_{N-k+1}$  и оптимального управления -  $u_{N-k}^*$  для моментов времени  $t = k\Delta$ , где  $k = \overline{2, N}$  и  $\Delta = T/N$ :

$$u_{N-k}^* = -1/4(c_2 - 2\varphi_{N-k}), \quad y_{N-k+1} = y_{N-k} + \phi_1(y_{N-k}, W_{N-k}, u_{N-k}^*)\Delta$$

$$W_{N-k+1} = W_{N-k} + \phi_2(y_{N-k}, W_{N-k}, u_{N-k}^*)\Delta, \quad u_{N-1}^* = -1/2c_2.$$

Функции  $\varphi_{N-k}$ ,  $\phi_1$  и  $\phi_2$  определены в записи рекуррентного уравнения Беллмана.



## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ВЕКТОРНОМ УПРАВЛЕНИИ

*Баетов А.К.<sup>1)</sup> Кабаева З.С.<sup>2)</sup>*

КГУ,<sup>1)</sup> КНУ им. Ж.Баласагына,<sup>2)</sup> Кыргызстан, Бишкек

В статье исследованы вопросы разрешимости задачи нелинейной оптимизации процессов теплопередачи в случае, когда функция внешнего воздействия нелинейно зависит от векторного управления и минимизируется интегральный квадратичный функционал. Установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации и указан алгоритм построения решения задачи оптимизации сколь угодно точности.





## СИНТЕЗ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ПО ОСУЩЕСТВЛЕНИЮ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА ПО ПРЕДПИСАННОЙ ПРОГРАММЕ.

*Батырканов Ж., Кадыркулова К.*

КГТУ им.И.Раззакова, Кыргызстан, Бишкек

В различных практических областях ставятся задачи по осуществлению движения объекта по предписанным программам (траекториям). Это задачи управления движениям рабочего органа манипулятора, задача управления лазерным лучом и т.д.

В случае, когда предписанная программа движения описывается аналитически, то, здесь, существуют различные методы, подходы решения задач необходимых законов управления.

Это, в частности, работы П.Д Крутько, Ж.И. Батырканова. Существует много практических задач, когда аналитически описать требуемую траектории движения невозможно. В этом случае остается только один путь – описание этой траектории табличным способом.

В данном докладе рассматриваются подходы синтеза необходимых законов по таблично заданным предписанным траекториям.

Суть предлагаемого подхода заключается в нижеследующем.

Пусть объект описывается уравнением

$$\dot{x} = f(x, u, t) \tag{1}$$

где,  $x$  – вектор состояния,  $u$  – вектор управления

Предписанная траектория задается в табличной форме

$t_k$	$t_0$	$t_1$	$t_2$	...	$t_k$
$\overline{x_k}$	$\overline{x_0}$	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	...	$\overline{x_k}$

где,  $t_k$  – дискретные моменты времени,  $x_k$  – требуемые значения вектора состояния в эти моменты времени.

Для задачи синтеза уравнение математической модели представляют в виде конечно-разностных уравнений.

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k, u_k), \quad k = 0,1,2 \tag{2}$$

где приняли для упрощения:  $t_{k+1} - t_k = \Delta_k = 1$

Необходимые значения управлений  $u_k$  в момент времени “  $k$  ” находятся из минимизация невязки

$$\left\| \bar{x}_{k+1}^{мabl} - \bar{x}_{k+1}^{mek} \right\|^2 \Rightarrow \min_{u_k} \quad (2)$$

Рассматриваются различные подходы реализации (2), рассмотрены модельные примеры.



## СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ТУРБОГЕНЕРАТОРА

*Джолдошов Б.О., Такырбашев Б.К., Джунушалиев У.Б., Темиркулова Н.Т.*

В докладе для энергосистемы предложена корректная математическая постановка задачи синтеза динамического регулятора с учётом инженерных требований к качеству процессов управления. Повышение требований к качеству работы энергообъектов обуславливают актуальность и необходимость поиска принципиально новых путей совершенствования процессов управления энергообъектами и их группами в составе электроэнергетических систем (ЭЭС). Традиционные алгоритмы управления сложились более полувека назад и используются поныне, хотя они явно устарели. Несомненно, в свое время они показали свою эффективность, но их применение во все более развивающейся и расширяющейся структуре энергетических систем порождает свои проблемы и требует их незамедлительного решения. В настоящее время системы управления частотой вращения и активной мощностью генераторов (турбогенераторов), как правило, проектируются в виде отдельных линейных подсистем. Линеаризованные системы адекватны только в небольшой области отклонения от установившегося состояния. В пиковых и экстремальных ситуациях, когда генераторы работают в режимах больших отклонений, значительно проявляется их нелинейные свойства и не учёт этих свойств способствует возникновению и развитию системных аварий. Это означает, что для эффективного управления, обеспечивающего, по крайней мере, сохранение асимптотической (динамической) устойчивости энергосистемы, необходимо рассматривать нелинейные модели энергообъектов и проводить синтез и проектирование систем управления методами, которые в наиболее полной мере позволяют учесть явления взаимосвязанности и нелинейности процессов в энергообъектах. Синтезированные законы управления позволяют построить новый класс векторных регуляторов частоты и мощности, обеспечивающих высокие динамические свойства турбогенераторов в режимах больших и малых отклонений и в условиях действия внешних резонансных возмущений. Использование автоматических регуляторов спроектированных по предложенным методам и алгоритмам управления турбогенераторами позволили улучшить статические и динамические свойства энергосистем в аварийных и экстремальных режимах их работы. Поставленная задача синтеза отличается

от традиционных следующими особенностями: согласованным управлением синхронным генератором и турбиной; согласованием частот вращения турбин; компенсацией внешнего низкочастотного гармонического возмущения, действующего со стороны энергосистемы; нелинейностью используемых моделей турбогенераторов.



ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ  
ОПТИМИЗАЦИИ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ МЕТОДОМ  
ФАКТОРИЗАЦИИ

*Доулбекова С.Б., Керимбеков А.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

*Доулбекова С.Б.*

В статье исследованы вопросы однозначной разрешимости и построения приближенного решения заданной точности нелинейной задачи оптимизации упругих колебаний при минимизации кусочно – линейного функционала. При исследовании использован метод факторизации, разработанный А. Керимбековым [1,2].



Рассматривается задача минимизации функционала

$$J[u] = \int_0^1 \{ [V(T, x) - \xi_1(x)]^2 + [V_t(T, x) - \xi_2(x)]^2 \} dx + \beta \int_0^T |u(t)| dt, \quad \beta > 0$$

*Керимбеков А.*

на множестве решений краевой задачи

$$V_{tt} = V_{xx} + g(x)f[t, u(t)], \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T,$$

$$V(0, x) = \psi_1(x) \quad V_t(0, x) = \psi_2(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$V_x(t, 0) = 0, \quad V_x(t, 1) + \alpha V(t, 1) = 0, \quad \alpha > 0, \quad 0 < t \leq T,$$

где  $g(x), \xi_2(x), \psi_2(x) \in H(0,1)$ ,  $\xi_1(x), \psi_1(x) \in H(0,1)$ - заданные функции; где  $f[t, u(t)] \in H(0, T)$  – внешнее возмущающее воздействие, нелинейно зависящее от функции управления  $u(t) \in H(0, T)$ ;  $H$  – пространство гильбертова;  $T$  – фиксировано.

**Список литературы**

1. Керимбеков А. К. Решение нелинейной задачи оптимизации упругих колебаний методом факторизации. // Исслед. по интегро-диф. урав.- Бишкек: Илим, 2004.- в.33.- С 165-168
2. Керимбеков А. К., Доулбекова С.Б. Решение задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний методом обобщенного управления. Программные системы: теория и приложения. Переславль - Залесский, 2006.



## УПРАВЛЯЕМОСТЬ И НАБЛЮДАЕМОСТЬ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЕННЫХ СТРУН

*Егоров А.И., Знаменская Л.Н.*

МФТИ, Россия, Долгопрудный

*Егоров А.И.*

Рассматривается система, состоящая из  $m$  последовательно соединенных струн, колебания которых описываются волновыми уравнениями (это система объектов с распределенными параметрами). В точке соединения первой и второй струны к системе подсоединен объект, колебания которого описываются обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами (это объект с сосредоточенными параметрами). Обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка содержит слагаемое, характеризующие объект с распределенными параметрами. Такая обратная связь присуща

системам с ограниченным возбуждением. Подобные задачи могут возникать, например, при управлении процессами в длинных линиях электропередач или потоками газа в длинных трубопроводах.



*Знаменская Л.Н.*



## ОБ ОСОБЫХ РЕШЕНИЯХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБЫКНОВЕННЫМИ И ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

*Егоров А.И.*

МФТИ, Россия, Долгопрудный

*Егоров А.И.*

На основе классификации особых точек уравнений первого порядка, предложенную И.Г. Петровским, в работе дается классификация особых решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка. Учитывая простую связь обыкновенных дифференциальных уравнений выше первого порядка с системами уравнений первого порядка, приведенная классификация может использоваться и для анализа уравнений второго порядка и т.д. порядков.



## ТЕОРИЯ ДУАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ: ВТОРАЯ ГЕНЕРАЦИЯ

*Живоглядов В.П.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Теория дуального управления, впервые оригинально представленная в технической литературе, явилась крупным вкладом в развитие современной теории автоматического управления. Она основана на использовании байесова подхода, методов теории статистических решений и динамического программирования. Выделен класс систем оптимального управления с активным накоплением информации, в которых управляющие воздействия носят двойственный дуальный характер: приведение объекта в требуемое состояние в текущий момент времени и обеспечение лучшего управления в будущем за счет активного изучения характеристик объекта. Идея оптимального компромисса между текущими интересами и зондированием оказалась привлекательной для специалистов в области математики, информационных систем управления, прикладных экономических исследований и др. Однако во многих случаях эффективное использование функциональных уравнений динамического программирования пока не представляется возможным. Применение численных методов динамического программирования сталкивается с огромными трудностями в связи с так называемым проклятием размерности.

В данной работе развивается новый общий подход к синтезу алгоритмов дуального управления, названный «дуальное управление 2.0». Предложенная методология позволяет осуществлять аналитический синтез оптимальных регулярных и рандомизированных алгоритмов управления объектами со случайными параметрами в задачах, не поддающихся аналитическому решению в рамках классической теории дуального управления. Методология рассмотрена на примере задачи управления регрессионным объектом с памятью, модель которого описывается системой разностных уравнений с вектором неизвестных параметров. Методология дуального управления 2.0 включает исследование двух обратных задач: обратной коэффициентной задачи детерминированного управления с заданной целевой функцией и идентификации неизвестных параметров по измерениям с помехами, интеграцию результатов и многокритериальную оптимизацию с учетом ограничений двух типов: на область изменения управлений в окрестности локально оптимального управления и вероятностных ограничений. Интеграция осуществляется с использованием целевых дельта-функций. Оптимальное по вектору критериев управление находится с применением метода уступок. Получены регулярные и рандомизированные стратегии активно-адаптивного управления.



*Живоглядов В.П.*

## СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЕМ И ПРОЦЕССАМИ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ

*Живоглядов В.П., Подольский И.В.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек



*Подольский И.В.*

В последние годы стали появляться специальные сервисы, интегрирующие отдельные функции электронного обучения, эволюция которых привела к концепции создания виртуальных учебных сред (Virtual Learning Environments — VLE). Концепцию VLE реализуют системы управления содержанием обучения (Learning Content Management System - LCMS) и системы управления обучением (Learning Management Systems - LMS). Разработаны и получают все более широкое распространение программные средства с открытым кодом, распространяемые под свободной лицензией GNU GPL, например,

ATutor - основанная на Web-технологиях система управления контентом LCMS.

Цель данной работы — обсудить специфику и опыт применения в Кыргызско-Российском Славянском университете программных средств управления содержанием и процессами электронного обучения, а также специфику автоматизированного синтеза авторских мультимедийных электронных учебных курсов и вопросы интеграции менеджмента знаний и электронного образования с использованием свободного и открытого программного обеспечения (СОПО). Хотя LMS и LCMS имеют ряд сходных функций, но по своей сути это разные, взаимно дополняющие друг друга системы, целевое назначение каждой из которых определено в названии. В Центре электронного менеджмента знаний КРСУ создана интегрированная инструментальная система электронного образования, объединяющая:

- инструментальную автоматизированную систему управления разработкой авторских электронных учебных курсов,
- систему управления электронным обучением в корпоративной сети Intranet,
- автоматизированную систему разработки тестов,
- образовательные Web-порталы,
- систему экспорта ЭУК в формате автономных Web-сайтов,

Специализированный портал «Электронное дистанционное обучение» предназначен для внедрения дистанционных технологий в учебный процесс. Он обеспечивает доступ к разработанным в КРСУ электронным учебным курсам, электронным библиотекам и открытым русскоязычным информационным ресурсам Рунета.



*Живоглядов В.П.*



*Подольский И.В.*

## РАЗВИТИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ В УНИВЕРСИТЕТЕ

*Живоглядов В.П., Подольский И.В., Вейс Л.Д., Кыдыралиев М.С.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Последние десятилетия характеризуются быстрым ростом информационных потоков, развитием информационных технологий и резким сокращением периода удвоения объемов знаний или информации. При этом доступные открытые ресурсы составляют лишь небольшую часть ресурсов в Интернет. В связи с этим возникли новые проблемы образования и новые подходы к их решению. Развиваются методы электронного обучения с уменьшением аудиторных занятий и увеличением творческой компоненты и самостоятельной работы.

Цель доклада — рассмотрение возможностей и преимуществ использования методов электронного менеджмента знаний и свободного открытого программного обеспечения (СОПО) для развития электронного обучения в университете. В Центре электронного менеджмента знаний КРСУ создана инструментальная система электронного образования (ИСЭО) — интегрированная система, объединяющая в единое целое:

- инструментальную автоматизированную систему разработки авторских электронных учебных курсов,
- систему электронного обучения в корпоративной сети Intranet, автоматизированную систему разработки тестов,
- образовательные Web-порталы по свободному и открытому программному обеспечению (СОПО),
- систему экспорта ЭУК в формате автономных Web-сайтов,

Специализированный портал «Электронное дистанционное обучение» предназначен для внедрения дистанционных технологий в учебный процесс. Он обеспечивает доступ к разработанным в КРСУ электронным учебным курсам, электронным библиотекам и открытым русскоязычным информационным ресурсам Рунета.

В качестве важного шага на пути формирования “электронного университета” следует рассматривать разработку Web-портала электронных учебных курсов, охватывающего все факультеты и кафедры. Портал также обеспечивает доступ к адресам полнотекстовых образовательных ресурсов, включая федеральные образовательные порталы России, порталы ресурсов по русскому языку, энциклопедии и словари в Интернет.

Особое значение приобретает организация поиска информации и технологии управления системами электронного обучения. Переход от традиционных Web-технологий к технологиям Web2.0 и Web3.0 расширяет возможности применения методов менеджмента знаний и использования механизмов социального взаимодействия пользователей. Требуется более пристальное внимание охране интеллектуальной собственности в Интернете и соблюдению прав использования программ и ресурсов, применение свободных лицензий на программные продукты и документацию GNU GPL, FDL.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ С  
РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПОДВИЖНЫХ  
ТОЧЕЧНЫХ УПРАВЛЕНИЯХ

*Карабакиров К.Р.,<sup>1</sup> Асанова Ж.К.<sup>2</sup>*

*Карабакиров К.Р.*

КРСУ,<sup>1</sup> КГУ им. И.Арабаева,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек

В статье исследованы задачи нелинейной оптимизации тепловых и колебательных в случае, когда управление процессом осуществляется с помощью подвижных точечных источников. При этом функции управления нелинейно входят в уравнение, и минимизируется кусочно-линейный функционал. Найдены достаточные условия однозначной разрешимости задачи оптимизации и разработан алгоритм построения приближенного решения сколь угодно точности.



О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ  
СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ В ВИДЕ  
ПРОГРАММЫ И СИНТЕЗА

*Керимбеков А.К.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

*Керимбеков А.К.*

Пусть состояние теплового процесса описывается скалярной функцией  $v(t, x)$ , которая в области  $Q_T = Q \times (0, T]$ ,  $Q$  - область пространства  $R^n$  ограниченная кусочно гладкой кривой  $\gamma$ ,

удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению

$$v_t - Av = \lambda \int_0^T K(t, \tau) v(\tau, x) d\tau + g[t, x] f[t, u(t)], \quad x \in Q \subset R^n, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$



а на границе области  $Q$  начальному

$$v(0, x) = \psi(x), \quad x \in Q \quad (2)$$

и граничному

$$\Gamma v(t, x) \equiv \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) v_{x_j}(t, x) \cos(\delta, x_i) + a(x) v(t, x) = 0, \quad x \in \gamma, \quad 0 < t \leq T, \quad (3)$$

условиям, где  $A$  – эллиптический оператор, действующий по формуле

$$Av(t, x) \equiv \sum_{i,j=1}^n \left( a_{ij}(x) v_{x_j}(t, x) \right)_{x_i} - c(x) v(t, x),$$

$$a_{ij}(x) = a_{ji}(x), \quad \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \alpha_i \alpha_j \geq \alpha_0 \sum_{i=1}^n \alpha_i^2, \quad \alpha_0 > 0;$$

$\delta$  – вектор нормали исходящий из точки  $x \in \gamma$ ;  $T$  – фиксированный момент времени,  $K(t, \tau)$  – заданная функция, она определена в области  $D = \{0 \leq t \leq 1, 0 \leq \tau \leq 1\}$  и удовлетворяет условию

$$\int_0^T \int_0^T K^2(t, \tau) d\tau dt = K_0 < \infty, \quad (4)$$

т.е. является элементом гильбертова пространства  $H(D)$ ;

$$g(t, x) \in H(Q), \quad \psi(x) \in H(0, 1), \quad f[t, u(t)] \in H(0, T), \quad f_u[t, u(t)] \neq 0, \quad \forall t \in (0, T), \quad (5)$$

заданные, а  $a(x) \geq 0$ ,  $c(x) \geq 0$  – известные измеримые функции;  $u(t) \in H(0, T)$  функция управления,  $\lambda$  – параметр, постоянная  $\alpha > 0$ .

Рассмотрим задачу оптимизации, где требуется минимизировать интегральный функционал

$$J[u(t)] = \int_0^1 [v(T, x) - \xi(x)]^2 dx + 2\beta \int_0^T M[t, u(t)] dt, \quad \beta > 0, \quad (6)$$

где  $\xi(x) \in H(Q)$ ,  $M[t, u(t)] \in H(0, T)$  – заданные функции, на множестве решений краевой задачи (1)-(3).

Исследованы задачи построения управления в виде программы и синтеза. В случае программного управления установлено, что оптимальное управление определяется как решение нелинейного интегрального уравнения фредгольма специфического вида удовлетворяющее дополнительному условию в виде неравенства, т.е. как новой задачи теории интегральных уравнений. Установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации и указан алгоритм построения решения со-сколь угодно точностью.

В случае решения задачи синтеза по методике разработанной проф. А. И. Егоровым изложена процедура вывода функционального уравнения Беллмана-Егорова и разработан

алгоритм построения решения уравнения Беллмана-Егорова для одного класса пары функций  $(f[t, u(t)], M[t, u(t)])$ . Установлено, что в этом классе функций нелинейную задачу Коши-Беллмана-Егорова удастся решить полностью и построить синтезирующее оптимальное управление.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ  
ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ ВОЛЬТЕРРОВО  
ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

*Керимбеков А.К.,<sup>1</sup> Кулбаева Б.Ж.,<sup>2</sup> Сейдакमत к. Э.<sup>3</sup>*  
КРСУ,<sup>1</sup> соиск. каф. ПМИ,<sup>2</sup> аспирант КГУ,<sup>3</sup> Кыргызстан, Бишкек

*Керимбеков А.К.*

Рассмотрим управляемый тепловой процесс  $v(t, x)$ ,

$(t, x) \in Q = \{0 < x < 1, 0 < t \leq T\}$ , описываемый краевой задачей

$$v_t = v_{xx} + \lambda \int_0^t K(t, \tau) v(\tau, x) d\tau + g(t, x) f[t, u(t)], \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$v(0, x) = \psi(x), \quad 0 < x < 1, \quad (2)$$

$$v_x(t, 0) = 0, \quad v_x(t, 1) + \alpha v(t, 1) = p[t, \mu(t)], \quad 0 < t \leq T, \quad (3)$$



*Сейдакमत к. Э.*

$g(t, x) \in H(Q)$ ,  $\psi(x) \in H(0, 1)$ ,  $f[t, u(t)] \in H(0, T)$ ,  $p[t, \mu(t)] \in H(0, T)$ , -

заданные функции, причем функции  $f[t, u(t)]$  и  $p[t, \mu(t)]$

соответственно нелинейно зависит от функции управления  $u(t) \in H(0, T)$  и  $\mu(t) \in H(0, T)$ , а также является монотонными по функциональным переменным; ядро  $K(t, \tau)$  – известная ограниченная функция, т.е.

$$K_0 = \sup_{(t, \tau) \in D} |K(t, \tau)|$$

$\lambda$  – параметр, постоянная  $\alpha > 0$ ,  $T$  – фиксированный момент времени,  $H(Y)$  – гильбертово пространство функций, определенных на множестве  $Y$ .

Требуется минимизировать квадратичный интегральный функционал

$$J[u(t)] = \int_0^1 [v(T, x) - \xi(x)]^2 dx + \beta \int_0^T (u^2(t) + \mu^2(t)) dt, \quad \beta > 0,$$

где  $\xi(x) \in H(0, 1)$  – заданная функция, на множестве решений краевой задачи (1)-(3).

На основе принципа максимума для систем с распределенными параметрами получены условия оптимальности, нелинейное интегральное уравнение оптимального управления и

установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации. Разработан алгоритм построения решения задачи нелинейной оптимизации со-сколь угодною точностью.



Керимбеков А.К.



Наметкулова Р.Ж.



Кадириббетова А.К.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ ФРЕДГЛЬМОВО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

*Керимбеков А.К., Наметкулова Р.Ж.,<sup>1 2</sup> Кадириббетова А.К.<sup>3</sup>*  
КРСУ,<sup>1</sup> соиск. каф. ПМИ,<sup>2</sup> аспирант КГУ,<sup>3</sup> Кыргызстан, Бишкек

Рассмотрим управляемый процесс, описываемый краевой задачей

$$v_t = v_{xx} + \lambda \int_0^T K(t, \tau) v(\tau, x) d\tau + g(t, x) f[t, u(t)], \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$v(0, x) = \psi(x), \quad 0 < x < 1, \quad (2)$$

$$v_x(t, 0) = 0, \quad v_x(t, 1) + \alpha v(t, 1) = p[t, \mu(t)], \quad 0 < t \leq T, \quad (3)$$

где функция  $v(t, x)$ ,  $(t, x) \in Q = \{0 < x < 1, \quad 0 < t \leq T\}$  - описывает состояния управляемого процесса, ядро  $K(t, \tau)$  - известная функция, определенная в квадрате  $A = \{0 < t < T, \quad 0 < \tau < T\}$  и удовлетворяющая условию

$$\iint_{00}^{TT} K^2(t, \tau) d\tau dt = K_0 < \infty; \quad (4)$$

$$g(t, x) \in H(Q), \quad \psi(x) \in H(0, 1), \quad f[t, u(t)] \in H(0, T),$$

$$p[t, \mu(t)] \in H(0, T), \text{ - заданные функции, причем функции } f[t, u(t)] \text{ и}$$

$p[t, \mu(t)]$  соответственно нелинейно зависит от функции управления  $u(t) \in H(0, T)$  и  $\mu(t) \in H(0, T)$ , а также является монотонными по функциональным переменным;  $\lambda$  - параметр, постоянная  $\alpha > 0$ ,  $T$  - фиксированный момент времени,  $H(Y)$  - гильбертово пространство функций, определенных на множестве  $Y$ .

Требуется минимизировать квадратичный интегральный функционал

$$J[u(t)] = \int_0^1 [v(T, x) - \xi(x)]^2 dx + 2\beta \int_0^T (|u(t)| + |\mu(t)|) dt, \quad \beta > 0 \quad (5)$$

где  $\xi(x) \in H(0, 1)$  - заданная функция, на множестве решений краевой задачи (1)-(3).

На основе принципа максимума для систем с распределенными параметрами получены условия оптимальности, нелинейное интегральное уравнение оптимального управления и установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации. Разработан алгоритм построения решения задачи нелинейной оптимизации со сколь угодно точностью.

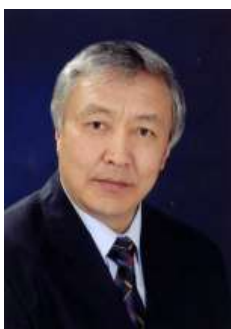


*Красниченко Л.С.*

## РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВЕКТОРНОМ ГРАНИЧНОМ УПРАВЛЕНИИ

*Красниченко Л.С., Керимбеков А.К.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек



*Керимбеков А.*

В статье исследованы задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов с помощью граничных управления. При этом функция внешнего источника зависит от нескольких управляющих параметров, т.е. является нелинейной функцией, и минимизируется кусочно-линейный функционал. С учетом свойств решения интегрального уравнения Фредгольма, найдены достаточные условия однозначной разрешимости задачи оптимизации и разработан алгоритм построения приближенного решения со сколь угодно точности.

разрешимости задачи оптимизации и разработан алгоритм построения приближенного решения со сколь угодно точности.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ

*Курманова С. Ч., Соколов К. В.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек



Исследована задача оптимального управления тепловым процессом, описываемым функцией  $V(t, x)$ , которая в области  $Q = \{0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq 1\}$  удовлетворяет краевой задаче

$$V_t(t, x) = V_{xx}(t, x) + g(t, x)u^{2k+1}(t), \quad 0 \leq t \leq T, 0 \leq x \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$V(0, x) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (2)$$

$$V_x(t, 0) = 0, \quad V_x(t, 1) + \alpha V(t, 1) = 0, \quad \alpha > 0, 0 \leq t \leq T \quad (3)$$

где  $u(t) \in H(0, T)$  - функция управления,  $g(t, x) \in H(Q)$ ,  $\psi(x) \in H(0, 1)$  - заданные функции,  $T$  - фиксировано,  $H(X)$  - гильбертово пространство функций, определенных на множестве  $X$ .

Краевая задача (1) – (3) имеет единственное обобщенное решение  $V(t, x) \in H_1(Q)$ , где  $H_1(Q)$  - соболево пространство первого порядка.

Задача оптимального управления состоит в том, чтобы найти допустимое управление  $u(t) = u[t, V(t, x)]$ , такое, чтобы функционал

$$I[u(t)] = \int_0^1 [V(T, x) - \xi(x)]^2 dx + \beta \int_0^T [1 - u^2(t)] dt, \quad \beta > 0 \quad |u(t)| \leq 1,$$

на множестве решений краевой задачи (1) – (3) принимал наименьшее возможное значение. Здесь  $\xi(x)$  - заданная функция (желаемое состояние управляемого процесса на момент времени  $T$ ).

Установлено, что уравнение Беллмана-Егорова имеет вид:

$$-\frac{\partial S[t, V]}{\partial t} = \min_{|u(\tau)| \leq 1} \left\{ \beta(1 - u^2(t)) + u^3(t) \int_0^1 g(t, x) W(t, x) dx - \int_0^1 V_x(t, x) W_x(t, x) dx - \alpha V(t, 1) W(t, 1) \right\}, \text{ г}$$

де  $S[t, V] = \min_{|u(\tau)| \leq 1} \left\{ \int_0^1 [V(T, x) - \xi(x)]^2 dx + \beta \int_t^T (1 - u^2(\tau)) d\tau \right\}$ , а  $W(t, x)$  - градиент функционала

$S[t, V]$  и построено синтезирующее оптимальное управление, получена формула вычисления минимального значения функционала.

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ШТРАФНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ПРОЦЕСС ОПТИМИЗАЦИИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ОБСАДНОЙ КОЛОННЫ НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ



Лелёвкина Л.Г.

Лелёвкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцова Е.А.

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек



Гончарова И.В.

Основные залежи нефти Кыргызстана, такие как залежи Ферганской впадины – 145-260 млн. тонн, Восточно-Чуйской долины – 120-180 млн. тонн, Иссыккульской области – 90-180 млн. тонн, Алайской – 90-180 млн. тонн, Нарынской – 75-140 млн. тонн, Аксайской – 100 млн. тонн, Арпинской – 30-50 млн. тонн, Атбашинской – 80 млн. тонн, Таласской – 50-80 млн. тонн. представляют собой залежи высоковязкой, высокопарафинистой нефти. Поэтому возникают проблемы добычи нефти,



связанные с малой подвижностью флюидов, низкой проницаемостью пластов и невысокими забойными давлениями. Одним из методов устранения этих проблем является ввод в призабойную зону пласта дополнительной тепловой энергии. В качестве источника тепла коллегами Башкирского Государственного университета предлагается использовать индуктор специально разработанной конструкции. [1]

При решении задачи оптимизации процесса индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины рассматриваются три режима нагрева [2], в каждом из которых свои законы внутреннего тепловыделения и свои характеристики теплофизических свойств стали. В связи с этим мощность внутренних источников нагрева в каждом режиме задается соответственно различными аналитическими выражениями.

На основе применения методики оптимизации систем с распределенными параметрами для регуляризованных с помощью штрафных функций функционалов [3], в данной работе проводится решение практической задачи оптимизации процесса индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины, численное исследование влияния штрафных параметров на оптимальный режим нагрева и даны конкретные практические рекомендации по их применению.

#### Список литературы

1. Ковалева Л.А., Насыров Н.М., Максимочкин В.И., Суфьянов Р.Р. Изучение теплопроводности высоковязких углеводородных систем методом экспериментального и математического моделирования // ПМТФ. 2005. Т.46. С. 96 – 102.
2. Егоров А.И. Основы теории управления. – М.: Физматлит, 2004. – 464
3. Lelevkina, L.G. Sklyar, S.N. and Khlybov, O.S. *Optimal Control and Heat Conductivity* // Automation and Remote Control, Springer Science + Business Media. 2008, Volume 69, Number 4. P. 654-667.



#### ВЛИЯНИЕ ШТРАФНОГО ПАРАМЕТРА УДЕЛЬНОЙ МОЩНОСТИ И ВРЕМЕНИ НАГРЕВА НА ПРОЦЕСС ОПТИМИЗАЦИИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

*Лелёвкина Л.Г., Федоров И.Н.*  
КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

*Лелёвкина Л.Г.*

При решении задачи оптимизации процесса индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины рассматриваются три режима нагрева [1], в каждом из которых свои законы внутреннего тепловыделения и свои характеристики теплофизических свойств

стали. В связи с этим мощность внутренних источников нагрева в каждом режиме задается соответственно различными аналитическими выражениями.

Полученная структура управляющего воздействия [2] используется в рассматриваемом промежуточном режиме нагрева. Минимизируемый функционал энергии регуляризируется с помощью штрафных функций, благодаря которым управляющее воздействие становится положительным, что соответствует физическому смыслу задачи, кроме того достигается к концу нагрева заданное распределение температуры и функционал энергии принимает минимальное значение.

Проводится итерационный процесс. На основе полученных интегро-интерполяционным методом решений прямой и сопряженной систем [3] численно реализуется практическая задача с использованием экспериментальных данных [4]. Исследуется влияние штрафного параметра и влияние продолжительности нагрева на величину функционала энергии в промежуточном режиме. Полученные результаты расчетов иллюстрируются таблицами и графиками. Делаются конкретные рекомендации по применению штрафных параметров.

#### Список литературы

1. Егоров А.И. Основы теории управления. – М.: Физматлит, 2004. – 464
2. Лелевкина Л.Г., Федоров И.Н. Влияние штрафных параметров на процесс оптимизации индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины // V международная конференция молодых ученых и студентов: Современные техника и технологии в научных исследованиях. ФГБУН Научная станция РАН. М., 2013. С. 255 – 260
3. Лелевкина Л.Г., Федоров И.Н. Приближенное решение прямой и сопряженной систем оптимального управления интегро-интерполяционным методом // Вестник ОшГУ. 2013. С.192 – 197
4. Ковалева Л.А., Насыров Н.М., Максимочкин В.И., Суфьянов Р.Р. Изучение теплопроводности высоковязких углеводородных систем методом экспериментального и математического моделирования // ПМТФ. 2005. Т.46. С. 96 – 102



#### ОБ ОТСЛЕЖИВАНИИ РЕШЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ РЕСУРСОСБЕРЕГАЮЩИМИ ЗАКОНАМИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

*Максимов В.И.*

Институт математики и механики УрО РАН, Россия, Екатеринбург

Обсуждается одна из “классических” задач теории управления - *Максимов В.И.* задача отслеживания заданной системой предписанной траектории другой динамической системы, подверженной влиянию неизвестного возмущения. В докладе речь идет о системах, описываемых параболическими уравнениями или вариационными

неравенствами. Рассматриваемая постановка имеет одну особенность. Предполагается, что текущие состояния заданной управляемой системы, а также эталонной системы (на которую воздействует неконтролируемое возмущение) наблюдаются в дискретные (достаточно частые) моменты времени с малыми погрешностями. Подобное предположение ведет к невозможности точного отслеживания траекторией заданной управляемой системы траектории эталонной системы. Учитывая данную особенность задачи, мы конструируем устойчивые к информационным помехам и погрешностям вычислений алгоритмы формирования управления заданной системой по принципу обратной связи. Эти алгоритмы основаны на известном в теории позиционных дифференциальных игр методе экстремального сдвига (экстремального прицеливания), локально регуляризованным методом сглаживающего функционала (методом Тихонова). Они являются ресурсосберегающими в том смысле, что при малых погрешностях наблюдения ресурсы, потраченные на процесс управления реальной системой, не должны превосходить ресурсы, потраченные эталонной системой. С этой точки зрения мы рассматриваем ресурсы интегрального типа. Принципиальным моментом, характеризующим предлагаемые алгоритмы, является следующий факт: при условии, что временная сетка для переключений управлений является достаточно частой, а квантизация информации – достаточно точной, траектория заданной системы проходит сколь угодно близко от траектории эталонно системы, как в равномерной метрике, так и в метрике пространства функций суммируемых с квадратом евклидовой нормы. Следует отметить, что обсуждаемая в настоящем сообщении методика комбинирует методы стабилизации функционалов типа Ляпунова с методами теорий позиционного управления и некорректных задач.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13-01-00110), Программы поддержки приоритетных фундаментальных исследований РАН (проект 12-П-1-1012), а также Урало-Сибирского интердисциплинарного проекта (12-С-1-1017).



*Мурзабеков З.Н.*



*Айпанов Ш.А.*

## РЕШЕНИЕ LQ-ЗАДАЧИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ЗНАЧЕНИЯ УПРАВЛЕНИЯ

*Мурзабеков З.Н., Айпанов Ш.А.*

НИИ Математики и механики КазНУ им. аль-Фараби,

Казахстан, Алматы

Рассматривается следующая линейно-квадратичная задача оптимального управления (LQ-задача) со свободными правыми концами траекторий при наличии ограничений на значения входного сигнала:



$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + f(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (t_0 \leq t \leq T), \quad (1)$$

$$u(t) \in U(t) = \{u \mid \alpha(t) \leq u(t) \leq \beta(t)\}, \quad (t_0 \leq t \leq T), \quad (2)$$

$$J(u) = \frac{1}{2} x'(T) F x(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [x'(t) Q(t) x(t) + u'(t) R(t) u(t)] dt \rightarrow \inf_u, \quad (3)$$

где  $x(t)$  –  $n$ -вектор состояния объекта,  $u(t)$  –  $m$ -вектор кусочно-непрерывных управляющих воздействий.

Ставится задача: найти синтезирующее управление  $u(t) = u(x(t), t)$  такое, что соответствующая ему пара  $(x(t), u(t))$  минимизирует функционал (3), где  $x(t)$  – решение дифференциального уравнения (1) при начальном условии  $x(t_0) = x_0$  и управлении  $u(t)$ ,  $(t_0 \leq t \leq T)$ , удовлетворяющим ограничению (2).

Для решения задачи оптимального управления (1)-(3) использован метод, основанный на применении множителей Лагранжа специального вида. В статье [1] аналогичный подход был использован для решения LQ-задачи с ограниченным управлением при закрепленных концах траекторий системы.

В качестве примера рассмотрена задача оптимального управления движением самолета для поддержания постоянной высоты полета [2] при наличии ограничения на угол отклонения руля высоты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОН РК (грант № 0704 / ГФ2).

### Список литературы

1. Мурзабеков З.Н. Конструктивный метод решения краевых задач оптимального управления для линейных нестационарных управляемых систем при наличии внешних воздействий и ограничений на управления // Докл. НАН Респ. Казахстан. Сер. физ.-матем. – 2009. – № 3. – С. 16-21.
2. Брайсон А., Хо Ю-ши. Прикладная теория оптимального управления: оптимизация, оценка и управление. – М.: Мир, 1972. – 544 с.



## ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КОНЦАМИ ТРАЕКТОРИЙ

*Мурзабеков З.Н., Мурзабеков А.З.*

НИИ Математики и механики КазНУ им. аль-Фараби,  
Казахстан, Алматы

*Мурзабеков З.Н.*

Рассматривается следующая задача оптимального управления нестационарными линейными системами с закрепленными концами траекторий при наличии внешних воздействий и ограничений на значения управлений:



$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + f(t), \quad t \in (t_0, T), \quad x(t_0) = x_0, \quad x(T) = x_1, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u(t) \in U(t) &= \{u \mid \alpha(t) \leq u(t) \leq \beta(t), t \in (t_0, T)\}; \\ \alpha, \beta &\in C[t_0, T] \subset L_2((t_0, T), R_m), \end{aligned} \quad (2)$$

*Мурзабеков А.З.*

Функционал зависит от управления, состояния объекта и ее производной:

$$J(\dot{x}, x, u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [\dot{x}' D(t) \dot{x} + x' Q(t) x + u' R(t) u] dt, \quad (3)$$

где  $x(t)$  –  $n$ -вектор состояния объекта,  $u(t)$  –  $m$ -вектор управляющих воздействий.

**Задача 1.** Найти синтезирующее управление  $\bar{u}(x, t, x_0, t_0, T)$  такое, что соответствующая ему пара  $\{\bar{x}(t), \bar{u}(t)\}$  доставляет минимальное значение функционалу (3), где  $\bar{x}(t)$  является решением дифференциального уравнения с граничными условиями (1) и управления  $\bar{u}(t) = \bar{u}(\bar{x}(t), t, x_0, t_0, T) \in E_m, t \in [t_0, T]$ .

**Задача 2.** Найти синтезирующее управление  $\tilde{u}(x, t, x_0, t_0, T)$  такое, что соответствующая ему пара  $\{\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)\}$  доставляет минимальное значение функционалу (3), где  $\tilde{x}(t)$  является решением дифференциального уравнения с граничными условиями (1) и управления  $\tilde{u}(t) = \tilde{u}(\tilde{x}(t), t, x_0, t_0, T)$  удовлетворяющее ограничению (2).

Для решения задачи оптимального управления (1)-(3) использован метод, основанный на применении множителей Лагранжа специального вида, когда требуется перевести систему из заданного начального состояния в желаемое конечное состояние за фиксированный интервал времени [1]. Предлагается конструктивный алгоритм, основанный на принципе обратной связи с учетом ограничений на значения управлений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОН РК (грант № 1625 / ГФЗ).

## Список литературы

1. Мурзабеков З.Н. Достаточные условия оптимальности динамических систем управления с закрепленными концами // Матем. журнал. 2004. Т. 4. № 2 (12). С. 52–59.



Оморов Т. Т.



Жолдошов Т. М.

### ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ МНОГОМЕРНОЙ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ

*Оморов Т. Т., Жолдошов Т. М.*

ИФТПиМ НАН КР, Кыргызстан, Бишкек

В теории автоматического управления наиболее развиты методы синтеза систем автоматического управления (САУ) с безынерционными регуляторами. В то же время для высококачественного управления более сложными техническими объектами целесообразным является использование динамических управляющих устройств. В докладе рассматривается проблема проектирования таких регуляторов.

Рассматривается линейный стационарный объект управления, описываемый уравнениями в отклонениях в переменных состояниях:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1)$$

где  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$  -  $n$ -мерный вектор состояния объекта в отклонениях;  $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T$  -  $m$ -мерный вектор управляющих воздействий; вещественные матрицы  $A = \{a_{ij}\}_{n \times n}$ ;  $B = \{b_{iv}\}_{n \times m}$ .

Предполагается, что объект управления обладает свойством управляемости, а вектор состояния  $x(t)$  измеряется. Динамика синтезируемого управляющего устройства задается векторным линейным уравнением:

$$\dot{u}(t) = Mu(t) + Dx(t), \quad (2)$$

где  $M$  и  $D$  – матрицы искомого регулятора.

В целях синтеза динамического регулятора (2) используется следующая теорема, полученная в рамках принципа гарантируемой динамики.

**Теорема.** Пусть  $x_i(t) \geq 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ , и для каждого  $t_0$  и  $t > t_0$  выполняются условия

$$\int_{t_0}^t x_i(t) \dot{x}_i(t) dt < 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Тогда модули невязок  $|x_i(t)|$  с течением времени убывают и

$$\lim_{t \in \Gamma} x_i(t) = 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Доказано, что выполнение условий (3) обеспечивает замкнутой САУ заданные динамические свойства. В работе с использованием критериальных соотношений (3) синтезированы искомые матрицы М и D динамического регулятора, функционирование которого определяется векторным дифференциальным уравнением (2).



УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ НАГРЕВА СТЕРЖНЯ ПОЛИКРЕМНИЯ  
С УЧЕТОМ ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕПЛА

*Шаршеналиев Ж.Ш., Самохвалова Т.П.*

Институт автоматики и информационных технологий НАН КР Кыргызстан, Бишкек

*Шаршеналиев Ж.Ш.*

Решается численно нелинейная задача оптимального управления процессом изменения температуры в однородном тонком стержне [1]:

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + q(x)p(t), \quad t \in [0, T], \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (1)$$

Известно, что при температуре выше 660<sup>0</sup>С поликремний начинает светиться, и в моделировании в силу вступает закон Стефана-Больцмана об излучении тепла с поверхности стержня. Начальное и граничные условия имеют вид:

$$u(0, x) = u_0(x), \quad \frac{\partial u(t, 0)}{\partial x} = 0, \quad \lambda \frac{\partial u(t, 1)}{\partial x} = \alpha(T_c - u(t, 1) - \gamma \sigma u^4(t, 1)). \quad (2)$$

*Задача.* Найти синтезирующее управление  $p^0(t) = p^0(t, u(t, x))$  и соответствующее решение  $u(t, x) \in W_2^{0,1}$  краевой задачи (1) – (2), минимизирующие критерий качества

$$J = \xi_1 \int_0^T [u(t, 1) - g]^2 dt + \xi_2 [u(T, 1) - g]^2 + \beta \int_0^T p^2(t) dt, \quad (3)$$

где  $\xi_1, \xi_2 \geq 0, \beta > 0, g$  – заданы,  $\xi_1, \xi_2$  не равны нулю одновременно.

Следуя идее Р.Каллмана для линейных задач, построим алгоритм управления

$$\bar{p}(t) = -\frac{1}{2\beta} \int_0^1 q(x) dx \sum_{i=1}^{\infty} i \bar{k}_i u^{i-1}(t, 1), \quad (4)$$

где  $\bar{k}_i$  – предполагаемые стационарные значения вспомогательных функций  $k_i(t), i = 1, 2, \dots$

Используем  $\bar{k}_i, i = 0, \dots, n$ , для построения приближенных оптимального и стабилизирующего алгоритмов управления в нелинейной задаче (1) – (3):

$$p_n(t) = -\frac{1}{2\beta} \int_0^1 q(x) dx \sum_{i=1}^n ik_i(t)u^{i-1}(t,1), \quad \bar{p}_n(t) = -\frac{1}{2\beta} \int_0^1 q(x) dx \sum_{i=1}^n i\bar{k}_i u^{i-1}(t,1). \quad (5)$$

Графики функций  $k_i(t), i = 1, 2, \dots, n$ , нелинейной задачи показывают, что у них действительно имеются интервалы стационарности; и  $\bar{k}_i, i = 0, \dots, n$ , удовлетворяют соответствующей системе алгебраических уравнений с высокой точностью.

#### Список литературы

1. Шаршеналиев Ж.Ш., Эралиев К.Э., Педяшев В.М., Лещенко Ю.М., Самохвалова Т.П. Расчет величины регулирования температуры стержней поликремния // Проблемы автоматики и управления. – Бишкек: Илим, 2004. – С. 36 – 43.

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ, ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ



## INTERPOLATION THEOREMS FOR GENERAL LOCAL MORREY- TYPE SPACES

*Burenkov V.I., Tararykova T.*

London, UK

We consider the real interpolation method and prove that for general local Morrey-type spaces, in the case when they have the same integrability parameter, the interpolation spaces are again general local Morrey-type spaces with appropriately chosen parameters.

Let  $(\Omega, \mu)$  be a space with a positive  $\sigma$ -finite Borel measure  $\mu$ . By  $G = \{G_t\}_{t>0}$  we denote a parametric family of  $\mu$ -measurable subsets of  $\Omega$ , for which

$$G_t \neq \Omega \text{ for some } t > 0, \quad G_{t_1} \subset G_{t_2} \text{ if } 0 < t_1 < t_2 < \infty \text{ and } \bigcup_{t>0} G_t = \Omega.$$

**Definition.** Let  $0 > p, q \leq \infty$  and  $0 < \lambda < \infty$  if  $q < 0$  and  $0 \leq \lambda < \infty$  if  $q = \infty$ . We define the space  $LM_{p,q}^\lambda(G, \mu)$  as the space of all functions  $f$   $\mu$ -measurable on  $\Omega$  such that

$$\|f\|_{LM_{p,q}^\lambda(G, \mu)} = \left( \int_0^\infty \left( t^{-\lambda} \|f\|_{L_p(G_t, \mu)} \right)^q \frac{dt}{d} \right)^{1/q} < \infty.$$

**Theorem.** Let  $0 > p, q_0, q_1, q \leq \infty, 0 < \lambda_0, \lambda_1 < \infty, \lambda_0 \neq \lambda_1, 0 < \theta < 1$  and  $\lambda = (1 - \theta)\lambda_0 + \theta\lambda_1$ .

Then

$$\left( LM_{p,q_0}^{\lambda_0}(G, \mu), LM_{p,q_1}^{\lambda_1}(G, \mu) \right)_{0,q} = LM_{p,q}^\lambda(G, \mu).$$

For details and corollaries see [1]. This result is a particular case of the interpolation theorem for much more general spaces. The classical interpolation theorems due to Stein-Weiss, Peetre, Calderon, Gilbert, Lizorkin, Freitag can also be derived from that theorem.

### References

1. Burenkov V. I., Darbayeva D. K., Nursultanov E. D., Description of interpolation spaces for general local Morrey-type spaces, Eurasian Math. J. 4, no. 1, 46-53, 2013.



# ASSESSMENT OF DIFFUSION EQUATION'S NUMERICAL IMPLEMENTATION BY MEANS OF HOMOTOPY ANALYSIS METHOD AND HOMOTOPY PERTURBATION METHOD

*Etibar S. Panakhov,<sup>1,2</sup> Mine Babaoglu<sup>1</sup>*

Firat University, Department of Mathematics, Elazig, Turkey<sup>1</sup>, Institute of Mathematics and Mechanics, Academy of Sciences, Baku, Azerbaijan<sup>2</sup>

In this study, we obtain approximate solutions for diffusion equation on a finite interval for five cases by Homotopy analysis method (HAM) and Homotopy perturbation method (HPM) and then the numerical results are compared. Solutions graph and tables are constructed and necessary comparisons are made. Furthermore, comparisons between HAM, HPM and exact solution are made. These methods are powerful methods and have been successfully applied to solve many types of problems in science and engineering by many authors. HAM is a powerful and easy-to-use analytic tool for linear and nonlinear problems. It is also clear that this comment which is done in order to HAM is valid for HPM. These results show that the HAM leads to more accurate results, they indicate that only a few terms are sufficient to obtain accurate solutions.

The aim of this paper is to solve the following diffusion equation

$$-y'' + [2\lambda p(x) + q(x)]y = \lambda^2 y, \quad x \in [0, \pi]$$

where the functions  $p(x)$  and  $q(x)$  are real-valued and  $p(x) \in W_2^{m+1}[0, \pi]$ ,  $q(x) \in W_2^m[0, \pi]$  for  $m \geq 1$ . Some spectral problems were extensively solved for the diffusion operator in references.

## References

1. H. Koyunbakan, E.S. Panakhov, Half inverse problem for diffusion operators on the finite interval, *J. Math. Anal. Appl.* 2007, 326, 1024-1030.
2. M. G. Gasymov, G. Sh. Guseinov, Determination of diffusion operator on spectral data, *Dokl. Akad. Nauk Azerb. SSR* 1981, 37, 2, 19-23.
3. S.J. Liao, *Beyond Perturbation: Introduction to the Homotopy Analysis Method*, Chapman & Hall/CRC Press, Boca Raton, 2003.



## A UNIQUENESS THEOREM FOR SINGULAR DIFFERENTIAL OPERATOR

*E.S. Panakhov<sup>1</sup> and M. Sat<sup>2</sup>*

Firat University<sup>1)</sup>, Erzincan University<sup>2)</sup>, Turkey

In this paper, using Mochizuki and Trooshin's method [1], we discuss the inverse problem for the singular differential operator. Using spectral data of a kind, it is shown that the potential function can be uniquely determined by a set of values of eigenfunctions at some internal point and one spectrum.

Interior inverse problem for Sturm-Liouville and Dirac operators were studied by [2, 3, 4].

### References

1. K. Mochizuki and I. Trooshin, Inverse Problem for Interior Spectral Data of the Sturm-Liouville Operator, *J. Inverse and Ill-posed problems*, 9, (2001), 425-433.
2. M. Sat and Etibar S. Panakhov, A uniqueness theorem for Bessel operator from interior spectral data, *Abstract and Applied Analysis*, Volume 2013, Article ID 713654, 6 pages.
3. Y. P. Wang, An interior inverse problem for Sturm-Liouville operators with eigenparameter dependent boundary conditions, *Tamkang Journal of Math.*, 42, (2011), 395-403.
4. Chuan-Fu Yang, Determination of Dirac operator with eigenparameter-dependent boundary conditions from interior spectral data, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 20 (2012), 351-369.



## FRACTIONAL SINGULAR STURM-LIOUVILLE OPERATOR FOR COULUMB POTENTIAL

*Erdal Baş, Funda Metin*

Department of Mathematics Faculty of Science, Firat University, Elazığ, Turkey

In this study, we give a singular fractional Sturm-Liouville operator for Coulumb potential as follow

$$L_{[a,c]} = D_{\pi,-}^{\alpha} p(x)^c D_{0,+}^{\alpha} + \left( \frac{c}{x} + q(x) \right), \quad \text{for } \alpha \in (0,1).$$

Considering the fractional singular Sturm Liouville problem

$$L_{[a,p,q]} y_{\lambda}(x) + \lambda w_{\alpha}(x) y_{\lambda}(x) = 0$$

where  $p(x), q(x) \neq 0, w_{\alpha}(x) > 0, \forall x \in [0, \pi]$  and  $p, q, w_{\alpha}$  are real valued continuous functions in interval  $[0, \pi]$  and  $\frac{y_{\lambda}(x)}{x} \in C[0, \pi]$ . The boundary conditions for the operator  $L$  are the following:



$$y_\lambda(0) = 0$$

$$c_1 y_\lambda(\pi) - c_2 l_{\pi,-}^{1-\alpha} p(\pi)^c D_{0,+}^\alpha y(\pi) = 0$$

where  $c_1^2 + c_2^2 \neq 0$ .

We research the spectral properties of the Sturm-Liouville with Coulomb potential..

### References

1. M. Klimek, O.P. Agrawal, "On a regular fractional Sturm--Liouville problem with derivatives of order in (0,1)", in: Proceedings of the 13th Int. Carpathian Control Conference, Vysoke Tatry (Podbanske), Slovakia, 28--31 May 2012.
2. A. A., Kilbass, H. M. Srivastava, and J. J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2006.
3. E. Panakhov, M. Sat "Reconstruction of potential function for Sturm-Liouville operator with Coulomb potential" Boundary Value Problems, Vol. 49, 2013.



### NIKOLSKII INEQUALITY ON COMPACT HOMOGENEOUS

MANIFOLDS

*Ruzhansky M.*

London, UK

In this talk we show the Nikolskii inequality on compact homogeneous manifolds, and give applications to Besov and other function spaces.



### КРИТИЧЕСКИЕ СЛУЧАИ В ПОЛОСЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

*Абдылдаева Э. Ф.*

КТУ “Манас”, Кыргызстан, Бишкек

В этой работе рассматривается задача интегральной геометрии в *Абдылдаева Э.Ф.* полосе в критических случаях т.е. с неинвариантной весовой функцией в критических случаях (когда знаменатель в возникающем уравнении обращается в нуль).

Пусть в полосе  $D = \{(\xi, \eta) : \xi \in R, \eta \in [0, h]; h > 0\}$  задано  $\gamma(x, y)$ -семейство ломаных отрезков  $\xi = x - (y - \eta)$  и  $\xi = x + (y - \eta)$ ,  $0 \leq \eta \leq y$  с вершинами  $(x, y) \in D$  и концами, лежащими на оси  $\eta = 0$ . Функция  $\xi = x - (y - \eta)$  по  $\eta$  возрастающая, а функция  $\xi = x + (y - \eta)$  по  $\eta$  убывающая на  $[0, y]$ .

Для весовой функции  $a(x, y, \xi, \eta)$  и функции  $u(\xi, \eta)$  положим

$$Au \equiv \int_{\gamma(x,y)} a(x, y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) ds = g(x, y), \quad (x, y) \in D, \quad (1)$$

где  $ds$  - элемент длины ломаной  $\gamma(x, y)$ . Требуется по функции  $g(x, y)$ , заданной в  $D$ , восстановить функцию  $u(x, y)$ .

Предположим, что функция  $a(x, y, \xi, \eta)$  представима в виде

$$a(x, y, \xi, \eta) = a_0(x - \xi, y, \eta) + a_1(x, y, \xi, \eta) \quad (2)$$

и применив преобразования Фурье по переменной  $x$  и в силу свойств преобразования Фурье, уравнение (1) сводится к следующему уравнению:

$$\hat{A}\hat{u} = \sqrt{2} \int_0^y \{ a_0(y - \eta, y, \eta) e^{-2\pi i \lambda (y - \eta)} \hat{u}(\lambda, \eta) + a_0(\eta - y, y, \eta) e^{2\pi i \lambda (y - \eta)} \hat{u}(\lambda, \eta) + e^{-2\pi i \lambda (y - \eta)} \times \\ \times [\hat{a}_1(\lambda, y - \eta, y, \eta) * \hat{u}(\lambda, \eta)] + e^{2\pi i \lambda (y - \eta)} [\hat{a}_1(\lambda, \eta - y, y, \eta) * \hat{u}(\lambda, \eta)] \} d\eta = \hat{g}(\lambda, y), \quad (\lambda, y) \in D. \quad (3)$$

Используя преобразование Фурье и метод шкалы Банаховых пространств доказывается теорема о решении уравнений (1) и (3).

### Список литературы

1. A. Asanov. Regularization, Uniqueness and Existence of solutions of Volterra Equations of the First Kind. Utrecht, The Netherlands. Tokyo, Japan
- 2.



### О НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

*Аблабеков Б.С., Дурмонбаева З.А.*

КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, Бишкек

В работе рассматриваются обратные задачи определения пары функций  $\{u(x, t), f(t)\}$  удовлетворяющих одному из уравнений

$$u_t(x, t) = \alpha(u^2(x, t))_{xx} + u_{xxt}(x, t) + f(t)h(x, t) + g(x, t), \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t) + u_{xxt}(x, t) + u(x, t)u_x(x, t) + f(t)h(x, t) + g(x, t), \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (2)$$

обычным начальным и граничным условиям, дополнительному условию называемое переопределение во внутренней точке

$$u(x_0, t) = \varphi(t), \quad 0 < x_0 < l, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3)$$

Методом операторных уравнений Вольтерра [1] доказаны соответствующие локальные теоремы существования и единственности решения рассматриваемых обратных задач.

### Список литературы

1. Аблабеков Б.С. Интегральные уравнения Вольтера и их приложение. – Бишкек: ИЦ «Техник», 2009. -148с.



Аблабеков Б.С.

### ОБ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИХ И ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Аблабеков Б.С.<sup>1</sup>, Курманбаева А.К.<sup>2</sup>

КГТУ им. И.Раззакова,<sup>1</sup> КРСУ<sup>2</sup>, Кыргызстан, Бишкек

Рассматриваются обратные задачи определения пары функций

$\{u(x, t), f(t)\}$  или  $\{u(x, t), q(t)\}$ , удовлетворяющих одному из уравнений

$$u_t - u_{xxt} - u_{xx} + q(t)u = f(t)h(x, t) + g(x, t), \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (1)$$

$$u_t - u_{xxt} - u_{xx} + q(t)u = f(t)h(x, t) + g(x, t), \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (2)$$

обычным начальным и граничным условиям, дополнительному условию называемое переопределение во внутренней точке

$$u(x_0, t) = \varphi(t), \quad 0 < x_0 < l, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (3)$$

Рассматриваемые обратные задачи исследуются методом интегральных уравнений Вольтерра [1], с использованием решений соответствующих прямых задач[2,3].

### Список литературы

1. Аблабеков Б.С. Интегральные уравнения Вольтера и их приложение. – Бишкек: ИЦ «Техник», 2009. -148с.
2. Аблабеков Б.С. Обратные задачи для псевдопараболических уравнений. – Бишкек: Илим, 2001. – 180с.
3. Аблабеков, Б.С. А.Р.Асанов, А.К.Курманбаева Обратные задачи для дифференциальных уравнений третьего порядка. - Бишкек: Илим, 2011. – 156 с.



Аблабеков Б.С.

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЯДРА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аблабеков Б.С.,<sup>1</sup> Матанова К.Б.<sup>2</sup>

КГТУ,<sup>1</sup> КТУ Манас,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек



Матанова К.Б.

В области  $\Omega_T = \{(x,t): 0 < x < 1, 0 < t \leq T\}$  требуется найти функции  $\{u(x,t), K(t)\}$ , удовлетворяющие уравнению

$$u_t - u_{xxt} - u_{xx} = \int_0^t K(t-s)u(x,s)ds + f(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_T, \quad (1)$$

начальному, краевым и дополнительному условиям

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in [0, 1], \quad (2)$$

$$u_x(0,t) = u_x(1,t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

$$u(x_0,t) = g(t), \quad t \in [0, T], \quad x_0 \in (0, 1), \quad (4)$$

где  $f(x,t), \varphi(x), g(t)$  - заданные функции.

Уравнение (1) имеет реальный физический смысл, оно описывает нестационарные течения линейных вязкоупругих жидкостей Кельвина-Фойгта. Подобная задача была исследована в работе [1].

Обратная задача (1)-(4) исследуется методом интегральных уравнений Вольтерра [2] с использованием функции Грина  $G(x,\xi)$  для второй краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения.

Список литературы

1. Аблабеков Б.С. Обратные задачи для псевдопараболических уравнений. Бишкек: Илим, 2001. – 180с.
2. Аблабеков Б.С. Интегральные уравнения Вольтера и их приложение. Бишкек: ИЦ «Техник», 2009. -.148с.



Агаева Г.А.

О ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Агаева Г. А.

Бакинский Государственный Университет, Азербайджан, Баку

В гильбертовом пространстве  $H$  рассмотрим краевую задачу

$$Pu = -u''(t) + \rho(t)A^2u(t) + A_1u'(t) = f(t), \quad t \in (0, T), \quad (1)$$

$$u(0) = u(T), \quad u'(0) = u'(T), \quad (2)$$

где  $f(t), u(t) \in H$ , почти при всех  $t \in (0, T)$ , производные понимаются в смысле теории распределений [1]

1)  $A$  – самосопряженный положительный оператор;

$$2) \rho(t) = \begin{cases} \alpha^2, & t \in (0, t_0) \\ \beta^2, & t \in (t_0, T), \end{cases} \quad t_0 \in (0, T), \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0$$

3)  $B = A_1A^{-1}$ , ограниченный оператор в  $H$ .

Пусть  $H_\theta = D(A^\theta)$  - гильбертовы пространства со скалярным произведением  $(x, y)_\theta = (A^\theta x, A^\theta y)$ , а гильбертовы пространства  $L_2((0, T); H)$  и  $W_2^2((0, T); H)$  определяются следующим образом:

$$L_2(0, T; H) = \left\{ f \mid \|f\|_{L_2((0, T); H)} = \left( \int_0^T \|f(t)\|^2 dt \right)^{1/2} < \infty \right. \quad \text{и}$$

$$\left. W_2^2((0, T); H) = \left\{ u : u'', A^2u \in L_2((0, T); H), \|u\|_{W_2^2((0, T); H)} = \left( \|u''\|_{L_2((0, T); H)}^2 + \|A^2u\|_{L_2((0, T); H)}^2 \right)^{1/2} \right\}$$

$$W_{2, H}^2 = \left\{ u, u \in W_2^2((0, T); H), u(0) = u(T), u'(0) = u'(T) \right\}$$

Имеет место следующая.

**Теорема.** Пусть выполняются условия 1)-3), причем

$$\|B_1\| \leq 2 \min(\alpha, \beta).$$

Тогда оператор  $P : W_{2, H}^2((0, T); H) \rightarrow L_2((0, T); H)$  осуществляет изоморфизм между этими пространствами.

## Список литературы

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения, Москва, Мир, 1971, 371с.



*Алдибеков Т.М.*

### КОЭФФИЦИЕНТНЫЙ ПРИЗНАК УСТОЙЧИВОСТИ ПО ПЕРВОМУ ПРИБЛИЖЕНИЮ В КРИТИЧЕСКИХ СЛУЧАЯХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА

*Алдибеков Т.М., Алдажарова М.М.*

Казахский национальный университет имени Аль-Фараби,

Казахстан, Алматы



*Алдажарова М.М.*

Пусть дана система дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_{k=1}^n a_{ik}(t)x_k + f_i(t, x_1, \dots, x_n), \quad i = 1, \dots, n; \quad (1)$$

где коэффициенты  $a_{ik}(t)$  - ограниченные непрерывные действительные функции, определенные на интервале  $J \equiv (1, +\infty)$ ,  $f_i(t, x_1, \dots, x_n)$  - функций непрерывные по  $t \geq t_0 > 1$  и непрерывно дифференцируемые по  $x_i$ ,  $f_i(t, 0, \dots, 0) = 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;

Имеет место следующее утверждение.

Теорема. Если выполняются следующие условия:

- 1)  $|a_{kk}(t)| \leq \varphi(t)$ ,  $t \in J$ ,  $k = 1, \dots, n$ ; где  $\varphi(t) > \beta > 0$  - некоторая непрерывная функция на интервале  $J$ , причем  $q(t) \equiv \int_{t_0}^t \varphi(s) ds \rightarrow \infty$ ,  $t \rightarrow \infty$ , для определенности полагаем  $\ln t < q(t) < t$  при  $t > t_0 > 1$ ,
- 2)  $a_{k-1, k-1}(t) - a_{kk}(t)$ ,  $a > 0$ ,  $t \in J$ ,  $k \in \{2, \dots, n\}$ ,
- 3)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a_{ik}(t)}{\varphi(t)} = 0$ ,  $i = \{1, \dots, n\}$ ,  $k \in \{1, \dots, n\}$ ,
- 4)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{q(t)} \int_{t_0}^t a_{kk}(s) ds < 0$ ,  $k = 1, \dots, n$ ;
- 5) векторная функция  $f(t, x) \equiv colon[f_1(t, x_1, \dots, x_n), \dots, f_n(t, x_1, \dots, x_n)]$  удовлетворяет неравенству  $\|f(t, x)\| \leq \|x\|^m$ ,  $(m > 1)$

тогда нулевое решение нелинейной системы (1) асимптотически устойчиво по Ляпунову.

## Список литературы

1. Алдибеков Т.М. Аналог теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению // Дифференциальные уравнения. – 2006. – Т.42, №6. – С. 859-860.
2. Алдибеков Т.М. Обобщенные показатели Ляпунова. – Алматы., 2011. – 254 с.



### УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОГРАНСЛОЙНОЙ ЛИНИИ ЛИНЕЙНОГО ОБЫКНОВЕННОГО СИНГУЛЯРНО-ВОЗМУЩЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С АНАЛИТИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

*Алыбаев К.С., Тампагаров К.Б.*

ЖАГУ, Кыргызстан, Кочкор-Ата

Алыбаев К.С.

Рассмотрим общее линейное уравнение с малым параметром  $\varepsilon > 0$

$$\varepsilon z'(t, \varepsilon) = a(t)z(t, \varepsilon) + f(t), \quad z \in \Omega \quad (1)$$

с начальным условием

$$x(t_0, \varepsilon) = z_0 \quad (2)$$

где  $\Omega$  — односвязная область в комплексной плоскости,  $t_0$  - ее внутренняя точка.

Будем обозначать решение задачи (1)-(2) через  $Z(t, \varepsilon)$  (для тех значений  $t$ , для которых оно существует и однозначно определено). Нами [1] введены определения: Если  $|Z(t_1, \varepsilon)|$  ограничено при  $\varepsilon \rightarrow 0$  то будем называть точку  $t_1$  регулярной, в противном случае - нерегулярной. Точку, в любой окрестности которой существуют как регулярные, так и нерегулярные точки, будем называть погранслойной точкой. Любое множество регулярных (погранслойных) точек будем называть регулярным (погранслойным) множеством. Погранслойное множество, являющееся непрерывным, локально взаимнооднозначным образом отрезка, будем называть погранслойной линией.

Доказана

Теорема. Если  $a(t)$ ,  $f(t)$  - аналитически функции,  $a(t) \neq 0$  в  $\Omega$ , то связная

компонента линии уровня [2]  $\left\{ t \in \Omega : \operatorname{Re} \int_{t_0}^t a(s) ds = 0 \right\}$  включающая точку  $t_0$  является

погранслошной линией и на ней и в ее малой по  $\varepsilon$  окрестности имеет место оценка

$$z(t, \varepsilon) = -\frac{a(t)}{\lambda(t)} + O(\varepsilon) \text{ независимо от начального значения } z_0.$$

### Список литературы

1. Панков П.С., Алыбаев К.С., Тампагаров К.Б., Нарбаев М.Р. Явление погранслошных линий и асимптотика решений сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями // Вестник ОшГУ, 2013. - № 1 (специальный выпуск). - С. 227-231.
2. Алыбаев К.С. Метод линий уровня исследования сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости // Вестник КГНУ. - Серия 3, Выпуск 6. - Бишкек, 2001.-С. 190-200.



*Алымкулов К.*



*Абдуллаева Ч. А.*

### ЕЩЕ РАЗ О ПОСТРОЕНИИ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ЛАЙТХИЛЛА МЕТОДОМ УНИФОРМИЗАЦИИ

*Алымкулов К.,<sup>1</sup> Абдуллаева Ч. А.<sup>2</sup>*  
ОшГУ,<sup>1</sup> ОшГСУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Ош

В 1948 году известный английский математик и механик Ж. Лайтхилл в [1] обобщил метода Пуанкаре о построении периодических решений возмущенных автономных уравнений вблизи периодических решений невозмущенных уравнений. Впоследствии этот метод стали называть методом Лайтхилла.

Обоснованию и обобщению метода Лайтхилла посвящены работы В. Вазова, Й.Сибуйа и К.Ж.Уасутака, Ж.Темпла, П. Хабетса, К. Алымкулова и других. 1981 году К. Алымкулов обобщая метод Лайтхилла создал метод униформизации (МУ) [2-3]. В этой работе

МУ применяется для построения асимптотики решений для следующих задач:

$$(x + \varepsilon)u'(x) = q(x)u(x) + r(x), u(0) = a \quad (1)$$

$$(x + \varepsilon)u''(x) = p(x)u'(x) + q(x)u(x) + r(x), u(0) = a, u'(0) = b \quad (2)$$

$$(x + \varepsilon u(x))u'(x) = (x)u(x) + r(x), u(0) = a \quad (3)$$

Здесь  $0 < \varepsilon \ll 1$  – малый параметр,  $a, b$  – заданные постоянные,

$p(x), q(x), r(x) \in C^{(\infty)}[0,1]$ ,  $u(x)$  – неизвестная функция.



Отметим, что последователи Лайтхилла начальную задачу ставили не начальной особой точкой, а в обычной точке  $x = 1$ .

### Список литературы

1. Lighthill M. G., A technique for rendering approximate solution to physical problems uniformly valid, Phil. Mag., 40 (1949), pp.1179-1201.
2. Алымкулов К. Метод униформизации и обосн. метода Лайтхилла. Изв. АН Кирг. ССР, 1981, №1, стр 3-7.
3. Алымкулов К. Возмущенные дифференциальные уравнения с особыми точками и некоторые проблемы бифуркационных задач. Бишкек, -Илим, 1992.139с.
4. К теории релаксационных колебаний решения урав. Ван-дер-Поля. Изв. АН Кирг. ССР, 1985, №2, с.14-17.
5. О рождении периодического решения из петли сепаратрисы седла в сингулярно-возмущен. системах Докл. АН СССР, 1987, №5. с.1200-1204.



### ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ЛАГЕРСТРОМА РАЗМЕРНОСТИ ТРИ, МЕТОДОМ СТРУКТУРНОГО СРАЩИВАНИЯ

*Алымкулов К.,<sup>1</sup> Омуралиев М.К.<sup>2</sup>*

*ОшГУ,<sup>1</sup> ИСРиП,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек*

*Алымкулов К.*

Рассматривается обобщенная задача Лагерстрома

$$u''(x) + (2x^{-1} + \varepsilon)u'(x) - \varepsilon u(x)u'(x) = \beta(u'(x))^2, \quad u(1) = 1, \quad u(\infty) = 0 \quad (1)$$

где  $0 < \varepsilon \ll 1$  – малый параметр,  $0 < \beta$  – постоянная,  $r \in [1, \infty)$  – независимая переменная,  $u(r)$  – неизвестная функция.

Здесь методом структурного сращивания [1-2] строится равномерная асимптотика решения этой задачи.

Отметим, что асимптотика решения уравнения (1) при  $\beta = 0$ , т.е.  $u''(x) + (kx^{-1} + \varepsilon)u'(x) = \varepsilon u(x)u'(x)$ ,  $u(1) = 1$ ,  $u(\infty) = 0$  при  $k = 1$  и  $k = 2$  построены в [3-4] методом структурного сращивания. Историю этой задачи и литературу по этой проблеме можно найти в [3].

### Список литературы

1. Алымкулов К., Зулпукаров А.З. Равномерная асимптотика решения краевой задачи сингулярно возмущенного уравнения второго порядка со слабой особенностью, ДАН (Россия). –Москва, 2004, т. 398, №5. С.583-586.

2. Алымкулов К., Жээнтаева Ж. К. Метод структурного сращивания для решения модельного уравнения Лайтхилла с регулярной особой точкой. ДАН (Россия). –Москва, 2004, т. 398, №6. С.1-4.
3. Алымкулов К., Жээнтаева Ж. К. Метод структурного сращивания для решения модельного уравнения Лайтхилла с регулярной особой точкой. Матем. заметки, 2006, т.79, вып. 5, С. 643-652.
4. Алымкулов К., Омуралиев М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрома размерности два, методом структурного сращивания. Вестник ОшГУ, №1, 2013, С.55-60.
5. Алымкулов К., Омуралиев М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрома размерности три, методом структурного сращивания. Вестник ОшГУ, №1, 2013, С.61-65.



*Алымкулов К.*



*Турсунов Д.А.*

### МЕТОД ПОГРАНФУНКЦИИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ, СЛУЧАЙ ВНЕШНЕГО КАСАНИЯ ОСОБОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ С ГРАНИЦЕЙ ОБЛАСТИ

*Алымкулов К., Турсунов Д.А.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош

Рассмотрим задачу Дирихле для эллиптического уравнения

$$\varepsilon \Delta u - u_y = f(x, y), \quad (x, y) \in D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}, \quad (1)$$

$$u|_{\Gamma} = 0, \quad \Gamma = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}, \quad (2)$$

где  $0 < \varepsilon$  – малый параметр,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – оператор Лапласа,  $f(x, y) \in C^\infty(\bar{D})$ ,  $u = u(x, y, \varepsilon)$ .

В точках  $(1, 0)$  и  $(-1, 0)$  граница  $\Gamma$  извне касается характеристики предельного уравнения.

$$-u_y = f(x, y).$$

Внешнее решение задачи (1)-(2) имеет особенность в точках  $(1, 0)$  и  $(-1, 0)$  т.е. коэффициенты внешнего разложения имеет нарастающие особенности в этих двух точках. Поэтому задачу (1)-(2) можно называть бисингулярной. Равномерное асимптотическое разложение решения задачи (1)-(2) строится обобщенным методом погранфункций [1, 2].

Аналогичные задачи к задаче (1)-(2), методом сращивания, рассмотрены в работах [3, 4, 5] и в цитируемых в этих работах.

В полном тексте доклада приводятся преимущества обобщенного метода погранфункций [1, 2], сравнительно метода сращивания.

## Список литературы

1. Alymkulov K. Extension of boundary layer function method for singularly perturbed differential equation of Prandtl-Tichonov and Lighthill types // Reports of the third congress of the world mathematical society of Turkic countries, Almaty, June July, 2009, -P. 256-259.
2. Алымкулов К., Халматов А.А. Метод погранфункций для решения модельного уравнения Лайтхилла с регулярной особой точкой. Матем.заметки, т.92, вып.6, 2012, с. 819-824.
3. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений краевых задач.–М.: Наука, 1989. –334 с.
4. W. Eckhaus, Boundary Layers in Linear Elliptic Singular Perturbation Problems, SIAM Review, Vol. 14, No. 2 (Apr., 1972), pp. 225-270.
5. Shagi-di Shih and r. Bruce Kellogg, Asymptotic analysis of a singular perturbation problem, SIAM J. Math. Anal. Vol. 18, No. 5, (Sept 1987), pp. 1467-1511.



Анарбаева Г. М.

### АСИМТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СЛУЧАЕ СМЕНЫ УСТОЙЧИВОСТИ

*Анарбаева Г. М., Маматкулова М.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош



Маматкулова М.

В данной работе изучается задача:

$$\varepsilon x'(t, \varepsilon) = D(t)x(t, \varepsilon) + \varepsilon[f(t) + B(t)x(t, \varepsilon)] + g(t, x(t, \varepsilon)), \quad (1)$$

$$x(t_0, \varepsilon) = x^0(\varepsilon), \quad \|x^0(\varepsilon)\| = O(\varepsilon),$$

(2)

где  $D(t)$  - жорданова форма некоторой первоначально заданной

матрицы  $A(t)$ , которая имеет собственные значения  $\lambda_k(t)$ ,  $k = \overline{1, m}$ ; причем среди  $\lambda_k(t)$  могут оказаться кратные;  $f(t) = \text{colon}(f_1(t),$

$$f_2(t), \dots, f_m(t)); \quad B(t) = (b_{kj}(t))_l^m; \quad \varepsilon > 0 \text{ - малый параметр;}$$

$g(t, x(t, \varepsilon)) = \text{colon}(g_1(t, x), g_2(t, x), \dots, g_m(t, x)), \quad g(t, 0) \equiv 0; [t_0, T]$  - отрезок

действительной оси,  $t_0 < T_0; H_0 = \{(t_1, t_2) : t_0 \leq t_1 \leq T_0, -\infty < t_2 < +\infty\} \in S_r,$

$S_r = \{(t_1, t_2) : t_0 - r < t_1 < T_0 + r, -\infty < t_2 < +\infty, 0 < r < 1\}$ ;  
 $\Delta(t, x) = \{(t, x) = (t, x_1, x_2, \dots, x_m) : t \in S_r, |x_j| < \delta (j = \overline{1, m}), 0 < \delta - const\}$  .  $\Phi(S_r)$  – пространство аналитических функций в  $S_r$ . Решение  $x(t, \varepsilon) = colon(x_1(t, \varepsilon), x_2(t, \varepsilon), \dots, x_m(t, \varepsilon))$  будем искать в классе  $x_k(t, \varepsilon) \in \Phi(S_r)$  ( $k = \overline{1, m}$ ) по  $t$ .

Будем требовать выполнения следующих условий:

I. Пусть  $\lambda_k(t) \in \Phi(S_r)$ ;  $f_k(t) \in \Phi(S_r)$ ;  $b_{kj}(t) \in \Phi(S_r)$ ;  $g_k(t, x) \in \Phi(\Delta(t, x))$  ( $k, j = \overline{1, m}$ );  $g(t, x(t, \varepsilon))$  разлагаются в области  $\Delta(t, x)$  в ряды по степеням переменных  $x_1, x_2, \dots, x_m$  причем разложения начинается по степеням не ниже второго порядка.

II. а)  $\lambda_1(t) = \alpha(t) + i\beta(t)$ ;  $\lambda_2(t) = \alpha(t) - i\beta(t)$ , являются  $r$  – кратными ( $1 \leq r, 2r \leq m$ ), где  $\alpha(t), \beta(t)$  – действительные функции, причем  $\alpha(t) < 0$  при  $t_0 \leq t < a_0$ ;  $\alpha(t) > 0$  при  $a_0 < t \leq T_0$ ;  $\alpha(a_0) = 0$ , но  $\beta(a_0) \neq 0$ . в)  $\text{Re } \lambda_j(t) < 0$  для  $j = \overline{2r+1, m}$ .

III. Собственные значения не имеют нулей на границе рассматриваемой области  $H_0$  и вне этой области, причем  $\text{Im } \lambda_k(t_1, t_2) > 0$  за исключением граничных точек  $H_0$ .

В работе доказывается близости решения возмущенной системы к решению предельной системы при выполнении условия I, II, III с любой степенью точности.



## ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА-СТИЛТЬЕСА ПЕРВОГО РОДА

Асанов А.,<sup>1</sup> Тойгонбаева А.К.<sup>2</sup>

КТУ Манас,<sup>1</sup> ОшГУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек,<sup>1</sup> Ош<sup>2</sup>

Рассмотрим систему

Тойгонбаева А.К

$$\int_a^t A(s)u(s)d\phi(s) + \int_t^b B(s)u(s)d\phi(s) + \int_a^t K(t,s)u(s)d\phi(s) = f(t), t \in [a, b], \quad (1)$$

где  $A(s), B(s) - n \times n$  – мерные матричные функции на  $[a, b]$ ,  $K(t, s)$  – известная непрерывная функция на

$G = \{(t, s) : a \leq s \leq t \leq b\}$ ,  $f(t)$  и  $u(t)$  – известная и искомая вектор – функции.

Различные вопросы для интегральных уравнений исследовались во многих работах [1-5]. В частности в работе [1] предложен метод регуляризации для интегрального уравнения

Фредгольма первого рода. В работе [4] исследованы вопросы единственности решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода. В данной работе используя метод, предложенный в [4] получены оценки устойчивости и построен регуляризирующий оператор по М.М. Лаврентьеву для решения системы интегральных уравнений Фредгольма-Стилтьеса первого рода (1).

### Список литературы

1. М.М. Лаврентьев Об интегральных уравнениях первого рода// ДАН СССР.- 1959.- Т.127, №1, С.31-38.
2. М.И. Иманалиев, А. Асанов О решениях системы нелинейных интегральных уравнений Вольтерра первого рода// ДАН СССР.-1989.-Т.309.-№5.- С.1052-1058.
3. A.Asanov Regulization, Uniqueness and Existence of Solutions of Volterra Equations of the First Kind. Utrecht, VSP, 1998, 272 p.
4. Асанов А., Сапарова Г.Б. Регуляризация интегрального уравнения Фредгольма первого рода// Исследования по интегро- дифференциальным уравнениям.-Бишкек: Илим, 2008.-Вып.39.-С.53-60.
5. Асанов А., Тойгонбаева А.К. Об одном классе интегральных уравнений Фредгольма-Стилтьеса с разрывным ядром. // Исследования по интегро- дифференциальным уравнениям.-Бишкек: Илим, 2012.



### О НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

*Асанова А.Т.*

Институт математики и математического моделирования МОН РК,  
Казахстан, Алматы

Рассматривается нелокальная многоточечная краевая задача с интегральным условием для системы гиперболических уравнений второго порядка

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = A(t, x) \frac{\partial u}{\partial x} + B(t, x) \frac{\partial u}{\partial t} + C(t, x)u + f(t, x), \quad (t, x) \in \Omega, \quad (1)$$

$$P(x)u(0, x) + \sum_{i=1}^m L_i(x)u(t_i, x) + S(x)u(T, x) + \int_0^T K(s, x)u(s, x)ds = \varphi(x), \quad x \in [0, \omega], \quad (2)$$

$$u(t, 0) = \psi(t), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

где  $\Omega = (0, T) \times (0, \omega)$ ,  $(n \times n)$ -матрицы  $A(t, x)$ ,  $B(t, x)$ ,  $C(t, x)$ ,  $n$ - вектор-функция  $f(t, x)$  непрерывны в области  $\overline{\Omega}$ ,  $(n \times n)$ -матрицы  $P(x)$ ,  $L_i(x)$ ,  $S(x)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $n$ - вектор-функция  $\varphi(x)$  непрерывно дифференцируемы на  $[0, \omega]$ ,  $(n \times n)$ -матрица  $K(t, x)$  непрерывна и непрерывно дифференцируема по переменной  $x$  на  $\overline{\Omega}$ ,  $n$ - вектор-функция  $\psi(t)$  непрерывно дифференцируема на  $[0, T]$ ,  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m < T$ .

В данном сообщении исследуются вопросы существования и единственности классического решения задачи (1)-(3).

Изучению нелокальных краевых задач для гиперболических уравнений посвящены работы многих авторов, обзор и библиографию можно посмотреть в [1-3].

Для решения задачи (1)-(3) применяется метод введения функциональных параметров, предложенный для исследования краевых задач с данными на характеристиках для систем гиперболических уравнений со смешанными производными. На основе этого метода были установлены коэффициентные условия однозначной разрешимости указанной задачи [4-7].

В настоящей работе этот метод распространяется на нелокальные краевые задачи с интегральным условием (1)-(3). Получены условия существования единственного классического решения задачи (1)-(3) в терминах исходных данных и построены алгоритмы нахождения решений.

### Список литературы

1. Пташник Б.И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. - Киев: Наук. думка, 1984. - 264с.
2. Самойленко А.М., Ткач Б.П. Численно-аналитические методы в теории периодических решений уравнений с частными производными. - Киев : Наукова думка, 1992. - 208 с.
3. Kiguradze T. Some boundary value problems for systems of linear partial differential equations of hyperbolic type // Mem. Differential Equations Math. Phys. - 1994. - Vol. 1, - P. 1-144.
4. Асанова А.Т., Джумабаев Д.С. Однозначная разрешимость краевых задач с данными на характеристиках для систем гиперболических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2002. Т. 42. № 11. С. 1673-1685.
5. Асанова А.Т., Джумабаев Д.С. Однозначная разрешимость нелокальных краевых задач для систем гиперболических уравнений // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39. № 10. С. 1343-1354.
6. Асанова А.Т. О нелокальной краевой задаче для систем квазилинейных гиперболических уравнений // Доклады РАН. 2006. Т.411. No 1. С.5-9.

7. Асанова А.Т. Об однозначной разрешимости нелокальной краевой задачи с данными на пересекающихся линиях для систем гиперболических уравнений // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45. № 3. С. 373-381.



СВЕДЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО  
УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА СО  
МНОГИМИ ПЕРЕМЕННЫМИ К РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНОГО  
УРАВНЕНИЯ

*Аширбаева А.Ж.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош

*Аширбаева А.Ж.*

Рассматривается дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка нелинейное относительно неизвестной функции вида:

$$\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t^2} = a^2(t, x) \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_i \partial x_j} + b(t, x) \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + c(t, x) \sum_{i=1}^n \frac{\partial u(t, x)}{\partial x_i} + g(t, x, u), \quad (1)$$

где  $a(t, x), b(t, x), c(t, x) \in \overline{C}_b^{(2)}(G_{n+1}(T))$ ,

$a(t, x) \neq 0, g(t, x, u) \in \overline{C}_b^{(2)}(G_{n+1}(T) \times R), G_{n+1}(T) = [0, T] \times R^n$ ,

$\overline{C}_b^{(k)}$  - класс функций, непрерывных и ограниченных вместе со всеми своими производными до  $k$ -го порядка.

Рассмотрим уравнение (1) с начальными условиями

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = u_1(x), \quad x \in R^n, \quad (2)$$

$u_0(x) \in \overline{C}^{(1)}(R^n), u_1(x) \in \overline{C}(R^n)$ .

В данной работе задача (1), (2) новым способом, предложенным в работе, сначала приведена к операторному виду, удобному для применения метода дополнительного аргумента, затем методом дополнительного аргумента сведена к решению систем интегральных уравнений. Доказательства существования и единственности решений систем интегральных уравнений с помощью принципа сжимающих отображений обеспечивает существование и единственности решений исходных задач.



ОБ АСИМПТОТИЧЕСКОМ РАЗЛОЖЕНИИ РЕШЕНИЙ  
СИНГУЛЯРНО-ВОЗМУЩЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ВОЛЬТЕРРА

*Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р.*

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Рассмотрим систему сингулярно-возмущенных интегральных уравнений Вольтерра

$$\varepsilon^h u(t) = \int_{+\infty}^t f(t, s, \varepsilon, u(s)) ds \quad (1)$$

где  $\varepsilon > 0$  - малый параметр,  $h$  - целое положительное число,  $f(t, s, \varepsilon, u)$  и  $u$  -  $n$ -мерный вектор функции, причем  $f(t, s, \varepsilon, 0) \equiv 0$ .

Отметим, что интегральные уравнения Вольтерра (1) изучались при  $h=1$ , где была построена структура решений, считая известным решение вырожденного уравнения, т.е. при  $\varepsilon=0$ .

Интегральное уравнение (1) можно записать в виде

$$\varepsilon^h u(t) = \int_{+\infty}^t K(t, s, \varepsilon) u(s) ds + \int_{+\infty}^t H(t, s, \varepsilon, u(s)) ds + \varepsilon f(t, \varepsilon) \quad (2)$$

Найдены достаточные условия, при котором интегральное уравнение (2) имеет решение вида

$$u = P(t, z, \varepsilon) = z + \sum_{|p| \geq 2} P_p(t, \varepsilon) z^p, \quad (3)$$

где  $z(t)$  - решение укороченного уравнения

$$\varepsilon^h u(t) = \int_{+\infty}^t K(t, s, \varepsilon) u(s) ds \quad (4)$$

с диагональной матрицей  $K(t, s, \varepsilon)$ .

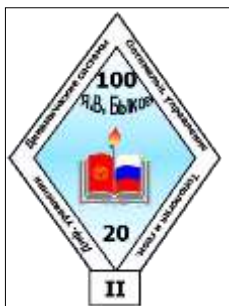
Здесь использовалась методика, предложенная в [2-4].

**Список литературы**

1. Иманалиев М.И. Асимптотические методы в теории сингулярно-возмущенных нелинейных интегральных уравнений типа Вольтерра // *Mathematica Balkanica* 3 (1973), с. 145-149.
2. Вазов В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М. Мир, 1968. 464 с.



3. Байзаков А.Б. Особые точки интегральных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра. Бишкек, Илим, 2007. 134 с.
4. Грудо Э.Н. Об одном случае интегрального уравнения Вольтерра // Дифференц. Уравнения, 1965, т.1, №2, с 214-218.



## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО УБЫВАЮЩИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

*Байзаков А.Б.,<sup>1</sup> Шаршенбеков М.М.<sup>2</sup>*

КНУ им. Ж. Баласагына,<sup>1</sup> ИТиПМ НАН КР<sup>2</sup>

Рассмотрим систему интегро-дифференциальных уравнений

$$\frac{du}{dt} = Au + \int_a^t K(t-s)u(s)ds, \quad (1)$$

где  $A$  - постоянная матрица порядка  $n \times n$  и  $K(u) = \sum_{j=1}^l Q_j(u)e^{-\beta_j u}$ ,  $Q_j(u)$  - полином степени  $m_j$  с матричными коэффициентами [1], и наряду с исходной системой рассмотрим возмущенную систему

$$\frac{du}{dt} = Au + \int_a^t K(t-s)u(s)ds + Q(s), \quad (2)$$

с ограниченной кусочно непрерывной матрицей-возмущения  $Q(t)$  из класса [3, 4]

$$m_a^{(\sigma)} = \{Q(t) : \|Q(t)\| \leq N_\sigma e^{-\sigma t}, N_\sigma = const, t \geq 0\}.$$

С помощью операторного решения в смысле Я.В. Быкова [1] изучена устойчивость в смысле Ляпунова возмущенной системы (2). Отметим, что при  $K(u) \equiv 0$  аналогичная задача было изучено в работе [4].

### Список литературы

1. Быков Я.В. О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений. – Фрунзе: Киргиз. ун-т, 1957. – 327 с.
2. Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В. Теория показателей Ляпунова. М.: Наука, 1966. – 576 с.
3. Изобов Н.А. Введение в теорию показателей Ляпунова. – Мн.: БГУ, 2006, – 319 с.

4. Нурматов А.М. Об экспоненциальных показателях треугольной системы и ее диагонального приближения. – Минск: Дифференциальные уравнения, т. 23, №5, 1987, С.814-818.
5. Байзаков А.Б., Шаршенбеков М.М. Обобщенные показатели Ляпунова интегро-дифференциальных уравнений. Вестник ОшГУ, №1, 2013, С.100-105.



МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ФИКТИВНЫХ ОБЛАСТЕЙ ДЛЯ  
НЕСТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ

*Байтуленов Ж.Б.*

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,  
Казахстан, Алматы

*Байтуленов Ж.Б.*

В работе исследуются модификации метода фиктивных областей с продолжением по старшим коэффициентам для модели движения сыпучей среды в ограниченной трехмерной области. Доказаны существование и сходимость обобщенного и сильного решения, а также выведена оценка скорости сходимости.

Модификация метода фиктивных областей с продолжением по старшим коэффициентам для нестационарной нелинейной модели движения сыпучей среды в области  $Q = [0, T] \times D$ ,  $R^3 \supset D$ -ограниченная имеет вид:

$$v_t^\varepsilon + (v^\varepsilon \cdot \nabla)v^\varepsilon = \operatorname{div}(K^\varepsilon(v^\varepsilon)\nabla v^\varepsilon) - \nabla p^\varepsilon + \omega^\varepsilon \times v^\varepsilon + f, \quad (1)$$

$$\omega_t^\varepsilon + (v^\varepsilon \cdot \nabla)\omega^\varepsilon + F^2(p^\varepsilon)\omega^\varepsilon = 0, \quad \operatorname{div} v^\varepsilon = 0, \quad (2)$$

$$v^\varepsilon|_{t=0} = v_0(x), \quad v^\varepsilon|_{S_1} = 0, \quad \omega^\varepsilon|_{t=0} = \omega_0(x) \quad (3)$$

$$K^\varepsilon(v^\varepsilon) = \mu, \quad \text{при } x \in \Omega. \quad K^\varepsilon(v^\varepsilon) = (\mu/\varepsilon) \|\nabla v^\varepsilon\|_{L_2(D_1)}^{-\beta}, \quad 0 < \beta < 1, \quad \text{при } x \in D_1 = D/\Omega, \quad f,$$

$v_0(x)$ ,  $\omega_0(x)$  - продолжены нулем вне  $\Omega$ , где  $\Omega$  - область определения исходной модели движения сыпучей среды, соответствующая к (1)-(3)[1].

**Теорема 1.** Пусть  $f \in L_2(0, T; L_{\frac{5}{3}}(\Omega))$ ,  $v_0 \in L_2(\Omega)$ ,  $\omega_0(x) \in L_\infty(\Omega)$ . Тогда существует хотя бы одно обобщенное решение (1)-(3) и оно при  $\varepsilon \rightarrow 0$  сходится к обобщенному решению исходной задачи.

**Теорема 2.** Для сильного решения (1)-(3) имеют место оценки:

$$\|v^\varepsilon - v\|_{L_\infty(0, T; L_2(\Omega))} + \|v^\varepsilon - v\|_{L_2(0, T; W_2^1(\Omega))} + \|\omega^\varepsilon - \omega\|_{L_\infty(0, T; L_2(\Omega))} \leq C\varepsilon^{0.25(3-2\beta)(1-\beta)^{-1}}$$

## Список литературы

1. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. - Новосибирск: Наука, 1983. - 318с.



### ОДНОЗНАЧНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА

*Бакирова Э.А., Джумабаев Д.С.*

Институт математики и математического моделирования,  
Казахстан, Алматы

Рассматривается линейное интегро-дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \int_0^T K(t,s)x(s)ds + f(t), \quad t \in (0,T), \quad x \in R^n, \quad (1)$$

с интегральным условием

$$Bx(0) + Cx(T) + \int_0^T B_1(s)x(s)ds = d, \quad (2)$$

где  $A(t)$ ,  $f(t)$  непрерывны на  $[0,T]$ ,  $K(t,s)$  непрерывна на  $[0,T] \times [0,T]$ .

В [1] предложен метод решения линейной двухточечной краевой задачи для уравнения (1), основанный на разбиении интервала и введении дополнительных параметров.

В сообщении этим методом исследуется задача с интегральным краевым условием (1),(2). Разбиение интервала на  $N$  подинтервалов  $[0,T] = \bigcup_{r=1}^N [t_{r-1}, t_r)$  обозначается через  $\Delta_N$ .

Введя дополнительные параметры  $\lambda_r = x_r(t_{r-1})$  и на каждом интервале  $[t_{r-1}, t_r)$  произведя замену функции  $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$  задача (1),(2) сводится к эквивалентной краевой задаче с параметрами

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)(u_r + \lambda_r) + \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(t,s)(u_j(s) + \lambda_j)ds + f(t), \quad t \in [t_{r-1}, t_r), \quad (3)$$

$$u_r(t_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, N} \quad (4)$$

$$B\lambda_1 + C\lambda_N + \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} B_1(s)(u_j(s) + \lambda_j)ds = d, \quad (5)$$

$$\lambda_s + \lim_{t \rightarrow t_s^-} u_s(t) = \lambda_{s+1}, \quad s = \overline{1, N-1} \quad (6)$$

При выборе регулярного разбиения  $\Delta_N$  специальная задача Коши (3),(4) имеет единственное решение  $u(t, \lambda) = (u_1(t, \lambda), u_2(t, \lambda), \dots, u_N(t, \lambda))$  для любого  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) \in R^{nN}$ . Подставляя им соответствующие выражения в краевое условие (5) и условия склеивания (6) получим систему линейных алгебраических уравнений относительно  $\lambda \in R^{nN}$ . Матрица этой системы  $Q_*(\Delta_N)$  имеет размерность  $nN \times nN$  и составляется по данным задачи (1),(2).

Обратимость матрицы  $Q_*(\Delta_N)$  является необходимым и достаточным условием однозначной разрешимости задачи (1),(2).

### Список литературы

1. Джумабаев Д.С. Об одном методе решения линейной краевой задачи для интегродифференциального уравнения // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2010. Т. 50. No 7. С.1209-1221.



### ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ГИЛЬБЕРТА ТЕОРИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

*Бараталиев К. Б.*

КНУ имени Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Пусть  $C^+$  единичный круг с центром начало координат, а  $C$  –  
*Бараталиев К. Б.* окружность этого круг

Требуется найти функцию  $\Phi(z) = u(z) + iv(z)$ ,  $z \in C^+$ , такую, что

1)  $\Phi(z)$  регулярна во всех точках  $C^+$ , за исключением точки  $z_1 \in C^+$ , в которой  $\Phi(z)$  имеет полюс порядка  $m$ , а в точке  $z_0 \in C^+$  имеет нуль порядка  $n$ ;

2) Функция  $\Phi(z)$  непрерывна в области  $(C^+ \cup C) \setminus \{z_1\}$ ;

3)  $\operatorname{Re}\{\bar{\lambda}(t)\Phi(t)\} = f(t)$ ,  $t \in C$ ,

или, что эквивалентно, уравнению

$$a(t)u(t) + b(t)v(t) = f(t), \quad t \in C, \quad (I)$$

где  $\lambda(t) = a(t) + ib(t)$  и  $a(t), b(t)$  и  $f(t) (t \in C)$  - заданные вещественные функции. Разлагая выражение  $(x - iy)^n$  по формуле бинома Ньютона образуем вещественные функции  $a(x, y)$  и  $b(x, y)$ . Тогда функция

$$\lambda(t) = \lambda(x, y) = a(x, y) + ib(x, y)$$

определяет индекс ориентированной кривой  $C : \aleph = \text{ind} \{a(t) + ib(t)\}$ , позволяющий вычислить разности числа нулей и числа полюсов ([1].стр.207):  $\aleph = n - m = \text{ind} \{a(t) + ib(t)\}$ , при этом каждый нуль и полюс считается столько раз, каков его порядок.

Известно[2], что задача Гильберта для окружности  $C$  всегда имеет решение при  $x \geq 0$ , а при  $x < 0$  - тогда и только тогда, когда выполняются некоторые условия ортогональности правой части уравнения (1).

Задача Гильберта теснейшим образом связана с линейным сингулярным интегральным уравнением с ядром Гильберта. Известно, что для этого уравнения справедливы все три теоремы Нетера, следовательно, уравнение нормально разрешимо по Нетеру.

#### Список литературы

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Часть 1. М.: Наука, 1976. – 320 с. 2. Гахов. Ф.Д. Краевые задачи. М.: Физматгиз, 1958– 543 с.



*Бекмаматов З.М.*

#### О ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ СОСТАВНОГО И ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПОВ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ

*Бекмаматов З.М.*

БатГУ, Кыргызстан, Баткен

В области  $D = \{(x, y) : 0 < x < \ell, -h_1 < y < h\} (h, h_1 > 0)$  плоскости переменных  $(x, y)$  рассматривается задача сопряжения для уравнений

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a \frac{\partial}{\partial x} + b \right) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0, (x, y) \in D_1 = D \cap (y > 0), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x \partial y^3} + cu = 0, (x, y) \in D_2 = D \cap (y < 0), \quad (2)$$

где  $a, b$  - заданные непрерывные функции, а  $c$  постоянное число.

Уравнение (1) принадлежит к составному типу, а уравнение (2) - гиперболическому [1].

Через  $C^{n+m}$  обозначим класс функций, имеющих производные  $\partial^{r+s}/\partial x^r \partial y^s$  ( $r = 0, 1, \dots, n; s = 0, 1, \dots, m$ ).

Задача 1. Требуется найти функцию  $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^2(D) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{4+0}(D_1) \cup C^{1+3}(D_2)]$ , удовлетворяющую в области  $D_1$  уравнению (1) и краевым условиям:

$$u(0, y) = \varphi_1(y), u(\ell, y) = \varphi_2(y), 0 \leq y \leq h,$$

$$u_{xx}(0, y) = \varphi_3(y), u_{xx}(\ell, y) = \varphi_4(y), 0 \leq y \leq h,$$

$$u(x, h) = \psi(x), 0 \leq x \leq \ell,$$

а также, удовлетворяющую в области  $D_2$  уравнению (2) и краевым условиям:

$$u(0, y) = \varphi(y), -h_1 \leq y \leq 0,$$

$$u(x, -h_1) = \psi_1(x), u_y(x, -h_1) = \psi_2(x), 0 \leq x \leq \ell,$$

где  $\varphi(y)$ ,  $\varphi_i(y)$ ,  $\psi(x)$ ,  $\psi_j(x)$ , ( $i = 1, 4, j = 1, 2$ ) - заданные гладкие функции, удовлетворяющие определенным условиям согласования.

Из постановки задачи 1 вытекают следующие условия сопряжения:

$$u(x, +0) = u(x, -0), u_y(x, +0) = u_y(x, -0), u_{yy}(x, +0) = u_{yy}(x, -0), 0 \leq x \leq \ell,$$

Используя функции Римана, методы понижения порядка дифференциального уравнения и интегральных уравнений, разрешимость задачи 1 эквивалентно сведено к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, которое при определенных условиях на данные, имеет единственное решение. Задача 1, в случае  $a \equiv b \equiv 0$ , рассмотрена в работе [2].

### Список литературы

1. Джураев Т.Д., Сопуев А. К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. – Ташкент: Фан, 2000. – 144 с.
2. Бабаев С., Бекмаматов З.М. Задачи сопряжения для уравнений составного и гиперболических типов четвертого порядка // Материалы межд. науч. конф. посв. 80-летию академика Джураева А., 07-08-декабря 2012 г.



ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Гасымова Г. М.

Бакинский Государственный Университет, Азербайджан, Баку

Гасымова Г. М.

В сепарабельном гильбертовом пространстве  $H$  рассмотрим следующую краевую задачу:

$$-\frac{d^2u}{dt^2} + \rho(t)A^2u(t) = f(t), \quad t \in R_+ = (0, \infty), \quad (1)$$

$$u(0) = Tu'(0), \quad (2)$$

где  $u(t)$ ,  $f(t)$  - функции, определенные почти всюду в  $R_+ = (0, \infty)$  со значениями в  $H$ , производные понимаются в смысле теории распределений [1], а операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

$$1) \quad \rho(t) = \begin{cases} \alpha^2, & t \in (0,1), \quad \alpha > 0, \\ \beta^2, & t \in (1, \infty), \quad \beta > 0; \end{cases}$$

2)  $A$  – нормальный оператор, спектр которого содержится в угловом секторе

$$S_\varepsilon = \{\lambda : |\arg t| \leq \varepsilon\}, \quad 0 \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{2};$$

3)  $T$  – линейный ограниченный оператор, действующий из  $H_{\frac{\gamma}{2}}$  в  $H_{\frac{\gamma}{2}}$ , где

$$H_\gamma = D(A^\gamma) \text{ с нормой } \|x\|_\gamma = \|A^\gamma x\|, \quad \gamma \geq 0.$$

Определим следующие гильбертовы пространства:

$$L_2(R_+; H) = \left\{ f(t) : \|f\| = \left( \int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} < \infty \right\},$$

$$W_2^2(R_+; H) = \{u : u''(t), A^2u(t) \in L_2(R_+; H),$$

$$\|u\|_{W_2^2(R_+; H)} = \left( \|u''\|_{L_2(R_+; H)}^2 + \|A^2u\|_{L_2(R_+; H)}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \}.$$

Имеет место.

**Теорема.** Пусть выполняются условия 1), 2) и 3), причем оператор

$$S = E + \alpha AT + (\alpha - \beta)(\beta + \alpha)^{-1}(E - \alpha AT)e^{-2\alpha A}$$

ограниченно обратим в  $H$ , где  $E$  – единичный оператор в  $H$ ,  $e^{-tA}$  - полугруппа линейных ограниченных операторов, порожденная оператором  $-A$ . Тогда при любом  $f(t) \in L_2(R_+; H)$  существует единственная вектор-функция  $u(t) \in W_2^2(R_+; H)$ , которая удовлетворяет уравнению (1) в  $R_+$  почти всюду и граничному условию (2) в смысле сходимости

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t) - Tu'(t)\|_{3/2} = 0.$$

### Список литературы

1. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения, Москва, Мир, 1971, 371с.



### АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ИНТЕГРО- ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Дауылбаев М.К.

Казахский национальный университет им. аль-Фараби,  
Казахстан, г. Алматы

Дауылбаев М.К.

Рассмотрим следующее сингулярно возмущенное интегро-дифференциальное уравнение

$$\varepsilon y^{(n)} + A_1(t)y^{(n-1)} + \dots + A_n(t)y = F(t) + \int_0^1 \sum_{i=0}^{m+1} H_i(t, x) y^{(i)}(x, \varepsilon) dx \quad (1)$$

с краевыми условиями:

$$h_i y(t, \varepsilon) \equiv \sum_{j=0}^{m+1-i} \alpha_{ij} y^{(j)}(0, \varepsilon) = a_i, \quad i = \overline{1, l}, \quad h_{l+i} y(t, \varepsilon) \equiv \sum_{j=0}^{m+1-i} \beta_{ij} y^{(j)}(1, \varepsilon) = b_i, \quad i = \overline{1, p}, \quad l + p = n, \quad (2)$$

где  $\varepsilon > 0$  – малый параметр,  $a_i, i = \overline{1, l}; b_i, i = \overline{1, p}$  – некоторые известные постоянные, не зависящие от  $\varepsilon$ ,  $m = \overline{0, n-2}$ . Для решения  $y(t, \varepsilon)$  краевой задачи (1), (2) и его производных на отрезке  $0 \leq t \leq 1$  справедливы следующие асимптотические при  $\varepsilon \rightarrow 0$  оценки:

$$\begin{aligned} |y^{(i)}(t, \varepsilon)| \leq C \left[ \frac{|a_1|}{\alpha_{1,m}} \cdot \max_{0 \leq t \leq 1} |H_{m+1}(t, 0)| + \sum_{k=2}^l |a_k| + \sum_{k=1}^p |b_k| + \max_{0 \leq t \leq 1} |F(t)| + \right. \\ \left. + \frac{1}{\varepsilon^{i-m}} \cdot \left( \sum_{k=1}^l |a_k| + \sum_{k=1}^p |b_k| \right) \exp\left(-\gamma \frac{t}{\varepsilon}\right) \right], \quad i = \overline{0, n-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $C > 0$ ,  $\gamma > 0$  – некоторые постоянные. Из оценок (3) следует, что

$$y^{(i)}(0, \varepsilon) = O(1), \quad i = \overline{0, m}, \quad y^{(m+1)}(0, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon}\right), \dots, \quad y^{(n-1)}(0, \varepsilon) = O\left(\frac{1}{\varepsilon^{n-1-m}}\right), \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Это означает, что решение задачи (1), (2) в точке  $t = 0$  обладает начальным скачком  $m$ -го порядка.





## КВАЗИЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ И УРАВНЕНИЯ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА

*Демиденко Г.В.*

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,  
Новосибирский государственный университет, Россия, Новосибирск

*Демиденко Г.В.* Рассматривается класс матричных квазиэллиптических операторов  $L(D_x)$  во всем пространстве  $\mathbb{R}^n$ . Он входит в класс квазиэллиптических операторов, введенных Л.Р. Волевичем, и содержит однородные эллиптические операторы, эллиптические и параболические операторы по Петровскому, эллиптические операторы по Дуглису – Ниребергу и др. Основными результатами являются теоремы об изоморфизме  $L(D_x)$  в специальных шкалах весовых соболевских пространств  $W_{p,\sigma}^l(\mathbb{R}^n)$ . Из этих результатов вытекают хорошо известные теоремы об изоморфизме эллиптических операторов и ряд новых теорем об изоморфизме для эллиптических и параболических операторов в  $\mathbb{R}^n$ . Работа продолжает исследования [1]. Теоремы об изоморфизме имеют приложения в теории уравнений соболевского типа [2].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-01-00329), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (соглашение № 14.B37.21.0355) и Сибирского отделения Российской академии наук (междисциплинарный проект № 80).

### Список литературы

1. Демиденко Г.В. Квазиэллиптические операторы и уравнения соболевского типа I, II // Сиб. мат. журн. 2008. Т. 49, № 5. С. 1064-1076; 2009. Т. 50, № 5. С. 1060-1069.
2. Демиденко Г.В., Успенский С.В. Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной. Новосибирск: Научная книга, 1998.



## ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОБЩЕГО РЕШЕНИЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА

*Джумабаев Д.С.*

Институт математики и математического моделирования,  
Казахстан, Алматы

Рассматривается линейное неоднородное интегро-дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \int_0^t K(t,s)x(s)ds + f(t), \quad t \in (0,T), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

где  $A(t)$ ,  $f(t)$  непрерывны на  $[0, T]$ ,  $K(t, s)$  непрерывна на  $[0, T] \times [0, T]$ .

Уравнение (1) имеет решение не при любой функции  $f(t)$ , что приводит к принципиальным трудностям при нахождении его общего решения.

Классическим общим решением уравнения (1) является функция  $x(t, c)$  с произвольным вектором  $c \in R^n$ , которая удовлетворяет уравнению (1) при всех  $t \in (0, T)$  и любое решение (1) совпадает с функцией  $x(t, c)$  при некотором значении  $c \in R^n$ .

Свойства и методы построения классического общего решения исследуются в монографии В.Я.Быкова [1]. Основным методом построения общего решения является метод А.И.Некрасова [2]. В этом методе предварительно интегральный член относится к правой части соответствующего дифференциального уравнения и используя его общее решение составляется промежуточное интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Если это уравнение однозначно разрешимо, то метод позволяет получить общее решение уравнения (1).

Однако, как показано в [3] однозначная разрешимость промежуточного интегрального уравнения не является необходимым условием существования решения уравнения (1). Тем самым метод А.И.Некрасова позволяет найти общее решение только для определенного класса интегро-дифференциального уравнения Фредгольма.

В сообщении дается определение  $\Delta_N$  – общего решения уравнения (1), которая существует для любого неоднородного уравнения (1). Основой определения служит специальная задача Коши для систем интегро-дифференциальных уравнений с параметрами (см. [3]). Исследуются свойства  $\Delta_N$  – общего решения и устанавливается, что любое решение интегро-дифференциального уравнения (1) содержится в  $\Delta_N$  – общем решении.

Применением  $\Delta_N$  – общего решения получены необходимые и достаточные условия разрешимости линейных краевых задач для интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма.

### Список литературы

1. Быков Я.В. О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений. Фрунзе. Киргиз. гос.ун-т.1957. 328с.
2. Некрасов А.И. Об одном классе линейных интегро-дифференциальных уравнений //Труды ЦАГИ, вып. 190. 1934. С.1-25.
3. Джумабаев Д.С. Об одном методе решения линейной краевой задачи для интегродифференциального уравнения // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2010. Т. 50. № 7. С.1209-1221.



ПРИТЯГИВАЕМОСТЬ ПРОГРАММНОГО МНОГООБРАЗИЯ  
НЕЯВНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Жуматов С.С.

Институт математики и математического моделирования,  
Казахстан, Алматы

Рассматривается неявная дифференциальная система

$$f(t, x(t), \dot{x}(t)) = 0, \quad x \in R^n, \quad f \in R^k, \quad t \in I = (\alpha, \beta). \quad (1)$$

Предполагается, что векторная функция  $f(t, x, \dot{x})$  обеспечивает существование решений системы (1),  $\alpha, \beta$  - конечные или бесконечные числа. Под решением системы (1) будем понимать непрерывную функцию времени  $t$ , существующую на временном интервале  $T \subseteq I$ , которая всюду  $T \setminus S$  удовлетворяет уравнению (1), где  $S$  - не более чем счётное множество.

Программное многообразие  $\Omega(t)$  задается следующим образом

$$\Omega(t) \equiv \omega(t, x) = 0, \quad \omega \in R^s \quad (s \leq n).$$

Обозначается через  $\Phi$  множество, образованное при  $t \in [t_0, \beta)$ , значениями  $x(t, t_0, x_0)$  всех решений  $x(t)$ , существующих на  $[t_0, \beta)$ ,  $t_0 \in \bar{T}$ , где  $\bar{T}$  -- связное множество всевозможных начальных моментов, а через  $\Psi$  - многозначную функцию, которая обладает свойством  $\Phi(t_0, t) \subset \Psi(t_0, t)$ ,  $t_0 \leq t$ . Пусть  $x_u(t)$  - известное решение системы (.1), и выполняется  $\omega(t, x_u(t)) = 0$ .

Вводится некоторые векторные функции  $q, p$ , удовлетворяющие следующим условиям:

$$\begin{aligned} \bar{Q}(t, \varepsilon) &= \{x \in R^n : |q(t, \omega) - q(t, 0)| \leq \varepsilon\}, \quad q(t, \omega) \in R^q, \\ \bar{P}(t, \varepsilon) &= \{x \in R^n : |p(t, \omega) - p(t, 0)| \leq \varepsilon\}, \quad p(t, \omega) \in R^p. \end{aligned} \quad (2)$$

**Определение.** Программное многообразие неявной дифференциальной системы (1) называется притягивающим относительно заданных функций  $q, p$ , если для  $t_0 \in T$ ,  $T \subseteq I$ , найдётся  $\eta(t_0) > 0$  и для любых  $\varepsilon > 0$  и  $\forall x_0 \in B_\eta$  существует  $\tau > 0$  такое, что  $t_0 + \tau \in T$ , и имеет место соотношение  $\omega(t, t_0, x_0) \in \bar{A}_\varepsilon$  для всех  $t \geq t_0 + \tau$ . Здесь  $\bar{A}_\varepsilon(t_0) = \bar{P}(t, \varepsilon) \cap \bar{\Psi}(t_0, t)$ .

С помощью второго метода Ляпунова поучены достаточные условия притягиваемости программного многообразия неявных систем, при заданных функциях  $q, p$ .



# РАЗРЕШИМОСТЬ И СТРУКТУРА РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ОДНОГО КЛАССА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВОРТОГО ПОРЯДКА

*Иманалиев М.,<sup>1</sup> Байзаков А.Б.,<sup>2</sup> Айтбаев К.<sup>2</sup>*

ИТиПМ НАН КР,<sup>1</sup> КНУ им. Ж. Баласагына,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек

В данной работе исследуется проблема разрешимости и структура решений задачи Коши интегро-дифференциальных уравнений четвертого порядка.

Рассмотрим интегро-дифференциальное уравнение в частных производных

$$\begin{aligned}
 &u_{txx} + 2\alpha u_{txx} + 2\beta u_{txx} + (\alpha^2 + 1)u_{xx} + 4\alpha\beta u_{tx} + \\
 &+(\beta^2 + 1)u_{tt} + 2\beta(\alpha^2 + 1)u_x + 2\alpha(\alpha^2 + 1)u_t + \\
 &+(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1)u = f(t, x, u(t, x)) + \int_0^1 K(t, v, x, u(v, x))dv
 \end{aligned} \tag{1}$$

с начальными условиями

$$u(0, x) = \varphi(x) \tag{2}$$

$$u_t(0, x) = \psi(x) \tag{3}$$

### Предположение (A)

$$f(t, x, u) \in \bar{n}([0, T] \times R \times R) \cap Lip(L_u),$$

$$K(t, s, x, u) \in \bar{n}((0, s \leq t \leq T) \times R \times R) \cap Lip(N_u), \quad \frac{L + NT}{\alpha\beta} < 1.$$

Решение задачи (1)-(3) будем искать в виде

$$u(t, x) = c(t, x) + \int_0^t \int_{-\infty}^x e^{-\alpha(t-v) - \beta(x-s)} \sin(t-v) \sin(x-s) Q(x, s) ds dx, \tag{4}$$

где  $c(t, x)$  - известная функция, такая, что:  $c(0, x) = \varphi(x)$ ,  $c_t^0(0, x) = \psi(x)$ ,  $Q(t, x)$

неизвестная функция, подлежащая определению.

**Теорема.** Пусть выполнены предположения (A) тогда нелинейное интегро-дифференциальное уравнение в частных производных (1) с начальными условиями (2)-(3) имеет решение  $u(t, x) \in \bar{c}^{(2,2)}([0, T_0] \times R)$ , представленное в виде (4).

### Список литературы

1. Быков Я.В. О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений. – Фрунзе: Глав. изд. Министерства культуры Кирг. ССР, 1957. – 328 с.
2. Иманалиев М.И., Байзаков А.Б. О разрешимости задачи Коши для одного класса нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных //Поиск (научн.приложение международ.журнала «Высшая школа Казахстана»), сер. ест.-техн.наук, №1, Алматы,2009.-С.209-213.



Искандаров С.

О ВЛИЯНИИ ВОЛЬТЕРРОВА ИНТЕГРАЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ НА  
ОГРАНИЧЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ СЛАБО НЕЛИНЕЙНОГО  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С  
ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

Искандаров С., Темиров М.А.

Институт теоретической и прикладной математики НАН  
Кыргызской Республики, Кыргызстан, г. Бишкек



Темиров М.А.

Все фигурирующие ниже функции от  $t, (t, \tau)$  и их производные являются непрерывными и соотношения имеют место при  $t \geq t_0, t \geq \tau \geq t_0$ ; функции от  $x_j, y_j, z_j, u_j$  являются непрерывными при  $|x_j|, |y_j|, |z_j|, |u_j| < \infty$  ( $j = 1..m$ );  $J = [t_0, \infty)$ ; ИДУ – интегро-дифференциальное уравнение; ДУ – дифференциальное уравнение.

ЗАДАЧА. Установить достаточные условия ограниченности на  $J$  решений и их первых, вторых производных слабо нелинейного ИДУ третьего порядка типа Вольтерра вида:

$$\begin{aligned}
 & x'''(t) + a_2(t)x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) + \\
 & + \int_{t_0}^t [Q_0(t, \tau)x(\tau) + Q_1(t, \tau)x'(\tau) + Q_2(t, \tau)x''(\tau)] d\tau = F_0(t) + \\
 & + \sum_{j=1}^m F_j(t, x(\alpha_j(t)), x'(\beta_j(t)), x''(\gamma_j(t)), \int_{t_0}^t H_j(t, \tau, x(\sigma_j(\tau)), x'(\delta_j(\tau)), x''(\mu_j(\tau))) d\tau), \quad t \geq t_0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

в случае когда соответствующее ДУ с запаздываниями:

$$x'''(t) + a_2(t)x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) = F_0(t) + \sum_{j=1}^m F_j(t, x(\alpha_j(t)), x'(\beta_j(t)), x''(\gamma_j(t)), 0), \quad t \geq t_0 \tag{1_0}$$

может иметь неограниченные на  $J$  решения.

В (1), (1<sub>0</sub>) функции  $F_j(t, x_j, y_j, z_j, u_j), H_j(t, \tau, x_j, y_j, z_j)$  удовлетворяют условий

$$\text{«слабой нелинейности»}: |F_j(t, x_j, y_j, z_j, u_j)| \leq g_{0j}(t)|x_j| + g_{1j}(t)|y_j| + g_{2j}(t)|z_j| + g_{3j}(t)|u_j|, \tag{F}$$

$$|H_j(t, \tau, x_j, y_j, z_j)| \leq h_{0j}(t, \tau)|x_j| + h_{1j}(t, \tau)|y_j| + h_{2j}(t, \tau)|z_j| \tag{H}$$

с неотрицательными «коэффициентами Липшица»

$$g_{kj}(t), h_{rj}(t, \tau) \quad (k=0,1,2,3; j=1..m), G_{rj}(t, \tau) \equiv g_{3j}(t)h_{rj}(t, \tau) \quad (r=0,1,2; j=1..m);$$

функции  $\alpha_j(t), \beta_j(t), \gamma_j(t), \sigma_j(t), \delta_j(t), \mu_j(t) \quad (j=1..m)$  удовлетворяют условиям запаздывания:

$$\alpha_j(t) \leq t, \beta_j(t) \leq t, \gamma_j(t) \leq t, \sigma_j(t) \leq t, \delta_j(t) \leq t, \mu_j(t) \leq t \quad (j=1..m). \quad (d)$$

Начальное множество состоит из одной точки  $t_0$ . Речь идет о решениях

$x(t) \in C^3(J, R)$  ИДУ (1) с любыми начальными данными  $x^{(k)}(t_0) \quad (k=0,1,2)$ . Как известно из работ Веды Ю.А., Китаевой Л.Н. (1965 г., 1984 г.), в силу условий (FH), (d) такие решения существуют.

Таким образом, задача состоит в выявлении интегральных возмущений на ограниченность решений ДУ (1<sub>0</sub>). Насколько нам известно, такая задача ранее никем не изучена. Для решения поставленной задачи нами применяются нестандартный метод сведения к системе (Искандаров С., Халилов А.Т.:  $x'(t) = W(t)x(t)$ ), метод преобразования уравнений В.Вольтерра, метод срезающих функций С.Искандарова и лемма об обобщенном интегральном неравенстве первого рода с запаздываниями С.Искандарова (//Вестник КРСУ. – 2005. – Т.5, №7. – С.71-74).



Искандаров С.

НЕСТАНДАРТНЫЙ МЕТОД СВЕДЕНИЯ К СИСТЕМЕ, ЛЕММА  
ЛЮСТЕРНИКА-СОБОЛЕВА И АСИМПТОТИЧЕСКАЯ  
УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНОГО ВОЛЬТЕРРОВА  
ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО  
ПОРЯДКА

Искандаров С.

Лаборатория теории интегро-дифференциальных уравнений ИТПМ  
НАН Кыргызской Республики, Кыргызстан, Бишкек

Все фигурирующие функции и соотношения имеют место при  $t \geq t_0, t \geq \tau \geq t_0$ ; ИДУ - интегро-дифференциальное уравнение; ДУ - дифференциальное уравнение; под асимптотической устойчивостью (АУ) любого решения ИДУ пятого порядка (1) понимается:  $x^{(k)}(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty \quad (k=0,1,2,3,4)$ .

ЗАДАЧА. Установить достаточные условия АУ решений линейного ИДУ:

$$x^{(5)}(t) + \sum_{k=0}^4 [a_k(t)x^{(k)}(t) + \int_{t_0}^t Q_k(t, \tau)x^{(k)}(\tau)d\tau] = f(t), t \geq t_0. \quad (1)$$

Для решения этой задачи в ИДУ (1) делается следующая замена:

$$x'''(t) + px''(t) + qx'(t) + rx(t) = W(t)y(t), \quad (2)$$

где  $p, q, r$  – некоторые вспомогательные параметры, причем  $p > 0, q > 0, r > 0$ ;  $0 < W(t)$  – некоторая весовая функция;  $y(t)$  – новая неизвестная функция. Тогда для  $y(t)$  получаем следующее ИДУ второго порядка:

$$y''(t) + b_4(t)y'(t) + b_3(t)y(t) + b_2(t)x''(t) + b_1(t)x'(t) + b_0(t)x(t) + \int_{t_0}^t [P_0(t, \tau)x(\tau) + P_1(t, \tau)x'(\tau) + P_2(t, \tau)x''(\tau) + P_3(t, \tau)y(\tau) + K(t, \tau)y(\tau)]d\tau = F(t), \quad t \geq t_0, \quad (3)$$

где  $b_4(t) \equiv a_4(t) - p + 2W'(t)(W(t))^{-1}$ ,  $b_3(t) \equiv a_3(t) + a_4(t)[W'(t)(W(t))^{-1} - p] +$

$+ [W'(t) - pW(t)]' + p^2 - q$ ,  $b_2(t) \equiv [a_2(t) - pa_3(t) + (p^2 - q)a_4(t) - p^3 + 2pq - r](W(t))^{-1}$ ,

$b_1(t) \equiv [a_1(t) - qa_3(t) + (pq - r)a_4(t) + q^2 - p^2q + pr](W(t))^{-1}$ ,

$b_0(t) \equiv [a_0(t) - ra_3(t) + pra_4(t) + r(q - p^2)](W(t))^{-1}$ ,

$P_0(t, \tau) \equiv (W(t))^{-1}[Q_0(t, \tau) - rQ_3(t, \tau) + prQ_4(t, \tau)]$ ,

$P_1(t, \tau) \equiv (W(t))^{-1}[Q_1(t, \tau) - qQ_3(t, \tau) + (pq - r)Q_4(t, \tau)]$ ,

$P_2(t, \tau) \equiv (W(t))^{-1}[Q_2(t, \tau) - pQ_3(t, \tau) + (p^2 - q)Q_4(t, \tau)]$ ,  $P_3(t, \tau) \equiv (W(t))^{-1}[Q_3(t, \tau)W(\tau) +$

$+ Q_4(t, \tau)(W'(\tau) - pW(\tau))$ ,  $K(t, \tau) \equiv (W(t))^{-1}Q_4(t, \tau)W(\tau)$ ,  $F(t) \equiv f(t)(W(t))^{-1}$ .

Объединяя (2), (3) будем иметь систему из одного ДУ третьего порядка для  $x(t)$  и одного ИДУ второго порядка для  $x(t)$ . Далее следуя методу работы автора из: // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2012. – Вып. 44. – С. 44-51, обе части ДУ (2) возводим в квадрат, ИДУ (3) умножаем на  $y'(t)$ , сложим полученные соотношения, интегрируем от  $t_0$  до  $t$ , при этом к  $K(t, \tau)$ ,  $F(t)$  применяем метод срезывания автора, переходим к интегральному неравенству, решение которого дает энергетическое неравенство и утверждения:  $x^{(k)}(t) \in L^2(J, R)$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ). Затем из (2) и из соотношений для  $x^{(4)}(t)$ ,  $x^{(5)}(t)$  получаем  $x^{(k)}(t) \in L^2(J, R)$  ( $k = 4, 5$ ). Тогда из леммы Люстерника-Соболева: если  $x^{(k)}(t) \in L^2(J, R)$  ( $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ), то  $x^{(k)}(t) \rightarrow 0$ ,

$t \rightarrow \infty$  ( $k = 0, 1, 2, 3, 4$ ), получаем, что любое решение  $x(t)$  ИДУ (1) АУ.



## УСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

*Карасаев И.К.*

БГУ им.К.Карасаева, Кыргызстан, Бишкек

Рассмотрим уравнение свободных колебаний

$$\text{Карасаев И.К.} \quad \frac{d^2 y}{dt^2} + q_1(t) \frac{dy}{dt} + q_0(t)y = 0, \quad (1)$$

где  $q_1(t)$ ,  $q_0(t)$ - непрерывны и  $q_k(t + 2\pi) = q_k(t)$  ( $k = 0, 1$ ). Уравнение (1) можно привести к виду

$$\ddot{x} + a(t)x = 0. \quad (3)$$

**Теорема.** Уравнение (1) устойчиво тогда и только тогда, когда выполнены неравенства

$$\frac{1}{\pi} \ln(\sqrt{\omega} - \sqrt{\omega - 1}) < \frac{1}{\pi} \ln(\sqrt{\omega} + \sqrt{\omega - 1}) < \frac{1}{2} q_1(\theta), \quad q_1(\theta) > 0.$$

$\omega$  – характеристический показатель уравнения (1).

Таким образом, решение проблемы Хилла методом поляризации позволяет определить спектр показателей и построить фундаментальную систему решений полного уравнения (1). Все ряды, встречающиеся в выражениях фундаментальных систем суть абсолютно сходящиеся, как ряды миноров элементов  $k$ -ой строки нормальной матрицы, где хотя бы один минор отличен от нуля. Если таких строк много, то можно взять любую из них.

### Список литературы

1. Якубович В.А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. – Москва.: Наука., 1972. – 718 с.



## НОВЫЕ ТЕРМИНОЛОГИИ, ПОЛОЖЕННЫЕ В ОСНОВУ МЕТОДА ПОЛЯРИЗАЦИИ

*Карасаев И.К.*

БГУ им.К.Карасаева, Кыргызстан, Бишкек

*Карасаев И.К.* Хилл свой мемуар опубликовал в 1877г. в Кембридже, в котором он изучал движение Луны вокруг Земли при определении лунного перигея и лунного узла. С тех пор математики всего мира, включая А.М.Ляпунова, А.Пуанкаре, Х.Коха, Н.Е. Когина, А.П. Проскурякова, Г. В. Бондаренко и т.д., различными способами изучали уравнение Хилла.

Уравнение Хилла изучалось приближенными и неэффективными методами. С появлением метода поляризации удалось точно и эффективно вычислять показатели



Ляпунова и построить фундаментальную систему решений уравнения Хилла. Всё это делается элементарно.

Например, бесконечный нормальный определитель разлагается в ряд по котангенсам, а он в квадратное уравнение над полем комплексных чисел для определения показателей Ляпунова. Зная характеристические показатели легко построить фундаментальную систему.

В основе этого метода лежит фундаментальное понятие - поляризация характеристических показателей и связанное с ним новые операции позволяющие упростить процедуру установления устойчивости или неустойчивости движения. Всего новых терминов 17.



Карасаев И.К.



Ибраев А.И.

### ОБ ОДНОМ БЕСКОНЕЧНОМ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕ

Карасаев И.К.,<sup>1</sup> Ибраев А.И.<sup>2</sup>

БГУ им.К.Карасаева,<sup>1</sup> Международный университет

Ата-Турк –Алатоо,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек

Рассматривается уравнение

$$\ddot{x} + \sin^3 t \cdot x = 0.$$

Для данного уравнения строится разрешающее уравнение

$$A_1(\mu) \cdot \bar{y} = 0, \quad \bar{y} = (\dots, y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2, \dots),$$

где

$$A_1(\mu) = \begin{pmatrix} \dots & \frac{(\mu-2i)^2}{(\mu-2i)^2-\alpha} & \frac{a_{-2+1}}{(\mu-2i)^2-\alpha} & \frac{a_{-2-0}}{(\mu-2i)^2-\alpha} & \frac{a_{-2-1}}{(\mu-2i)^2-\alpha} & \frac{a_{-2-2}}{(\mu-2i)^2-\alpha} & \dots \\ \dots & \frac{a_{-1+2}}{(\mu-i)^2-\alpha} & \frac{(\mu-i)^2}{(\mu-i)^2-\alpha} & \frac{a_{-1+0}}{(\mu-i)^2-\alpha} & \frac{a_{-1-1}}{(\mu-i)^2-\alpha} & \frac{a_{-1-2}}{(\mu-i)^2-\alpha} & \dots \\ \dots & \frac{a_{0+2}}{(\mu-0i)^2-\alpha} & \frac{a_{0+1}}{(\mu-0i)^2-\alpha} & \frac{(\mu+0i)^2}{(\mu-0i)^2-\alpha} & \frac{a_{0-1}}{(\mu-0i)^2-\alpha} & \frac{a_{0-2}}{(\mu-0i)^2-\alpha} & \dots \\ \dots & \frac{a_{1+2}}{(\mu+i)^2-\alpha} & \frac{a_{1+1}}{(\mu+i)^2-\alpha} & \frac{a_{1-0}}{(\mu+i)^2-\alpha} & \frac{(\mu+i)^2}{(\mu+i)^2-\alpha} & \frac{a_{1-2}}{(\mu+i)^2-\alpha} & \dots \\ \dots & \frac{a_{2+2}}{(\mu+2i)^2-\alpha} & \frac{a_{2+1}}{(\mu+2i)^2-\alpha} & \frac{a_{2+0}}{(\mu+2i)^2-\alpha} & \frac{a_{2-1}}{(\mu+2i)^2-\alpha} & \frac{(\mu+2i)^2}{(\mu+2i)^2-\alpha} & \dots \end{pmatrix},$$

Доказывается, что данная матрица имеет нормальную форму. Путем локализации получаем

$$\begin{array}{ccccc}
 \dots 1 & \frac{-a_{-2+1}}{2^2} & \frac{-a_{-2-0}}{2^2} & \frac{-a_{-2-1}}{2^2} & \frac{-a_{-2-2}}{2^2} \dots \\
 \dots \frac{a_{-1+2}}{1^2} & 1 & \frac{a_{-1-0}}{1^2} & \frac{a_{-1-1}}{1^2} & \frac{a_{-1-2}}{1^2} \dots \\
 \dots a_{0+2} & a_{0+1} & 0 & a_{0-1} & a_{0-2} \dots \\
 \dots \frac{-a_{1+2}}{1^2} & \frac{a_{1+1}}{1^2} & \frac{a_{1-0}}{1^2} & 1 & \frac{a_{1-2}}{1^2} \dots \\
 \dots \frac{-a_{2+2}}{2^2} & \frac{-a_{2+1}}{2^2} & \frac{-a_{2-0}}{2^2} & \frac{-a_{2-1}}{2^2} & 1 \dots
 \end{array} = 2a_{-1}a_1$$

где  $a_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} a(t) e^{ik} dt \quad (k = -1, 1).$



Каримов С.

### РАВНОМЕРНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО-ВОЗМУЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ОСОБО КРИТИЧЕСКОМ СЛУЧАЕ

Каримов С., Азимбаев М.

ОшГУ, Кыргызстан, Ош



Азимбаев М.

Рассмотрим задачу:

$$\varepsilon \dot{x}(x, \varepsilon) = D(t)x(t, \varepsilon) + \varepsilon [f(t) + B(t)x(t, \varepsilon)] + g(t, x(t, \varepsilon)), \quad (1)$$

$$x(t_0, \varepsilon) = x^0(\varepsilon), \|x^0(\varepsilon)\| = O(\varepsilon), \quad (2)$$

где  $D(t) = \text{diag}(\lambda_1(t) = (t+i)^n, \lambda_2(t) = (t-i)^n)$ ,  $n = 4k + 2$ ,  $t_0 = 0$ ,  $T_0 = tg \frac{\pi}{4k+3}$ ,

$a_0 = \frac{\pi}{4(2k+1)}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\varepsilon > 0$  – малый параметр;

$$f(t) = \text{col}(f_1(t), f_2(t)); B(t) = (b_{kj}(t))_k^2;$$

$$g(t, x) = \text{col}(g_1(t, x), g_2(t, x)), g(t, 0) \equiv 0;$$

$[t_0, T_0]$  – отрезок действительной оси,  $[t_0, T_0] \subset S_r$  – открытый круг радиуса

$r \geq \frac{T_0}{2} + d$  ( $d > 0$ ) с центром в точке  $(\frac{T_0}{2}, 0)$ ;  $t \in S_r$ ;

$\Delta(t, x) = \{(t, x) = (t, x_1, x_2) : t \in S_r, |x_j| < \delta_0 (j = 1, 2), 0 < \delta_0 - \text{const}\}$ ;  $\Phi(S_r)$  – пространств

о аналитических функций в  $S_r$ . Решение  $x(t, \varepsilon) = \text{col}(x_1(t, \varepsilon), x_2(t, \varepsilon))$  будем искать в классе  $x_k(t, \varepsilon) \in \Phi(S_r)$  ( $k = 1, 2$ ) по  $t$ .

Будем требовать выполнения следующих условий:

I. Пусть  $f_k(t) \in \Phi(S_r)$ ;  $b_{kj}(t) \in \Phi(S_r)$ ;  $g_k(t, x) \in \Phi(\Delta(t, x))$  ( $k, j = 1, 2$ ); в области  $\Delta(t, x)$  имеет место неравенство  $\|g(t, x) - g(t, \tilde{x})\| \leq M \|x - \tilde{x}\| (\max\{\|x\|, \|\tilde{x}\|\})^\beta$ , где  $0 < M$ ,  $0 < \beta$ .

I\*. Пусть  $B(t) \equiv 0$ ;  $g(t, x) = x_1 x_2 \tilde{g}(t, x)$ ,  $\tilde{g}(t, x) = \text{color}(\tilde{g}_1(t, x), \tilde{g}_2(t, x))$ ;

$f_k(t) \in \Phi(S_r)$ ;  $\tilde{g}_k(t, x) \in \Phi(\Delta(t, x))$  ( $k = 1, 2$ ); в области  $\Delta(t, x)$  имеет место  $\|\tilde{g}(t, x) - \tilde{g}(t, \tilde{x})\| \leq M \|x - \tilde{x}\| (\max\{\|x\|, \|\tilde{x}\|\})^{n-1}$ ,  $M > 0$ .

II. Будем считать, что если  $(t_1, t_2)$  – внутренняя точка области  $H_0$ , то гармоническая функция,  $\text{Im} \lambda_1(t_1, t_2) > 0$ , где  $H_0 = [ABC]$  – замкнутый треугольник с вершинами в точках:  $A(0, -1)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(T_0, 0)$ .

В данной работе построены равномерные приближения решения задачи (1), (2) с любой степенью точности в отрезке  $[t_0, T_0]$  при выполнении условия I, II или I\*, II.

### Список литературы

1. Каримов С., Анарбаева Г.М., Абдилазизова А., «Исследования поведения решений сингулярно – возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае» Исслед. по интегро – дифференц. уравнениям. -Бишкек: 2009.-Вып. 40.-с. 169-181.
2. Каримов С. Асимптотика решений некоторых классов дифференциальных уравнений с малым параметром при производных в случае смены устойчивости точки покоя в плоскости «быстрых движений» Дисс. ... докт. физ.-мат. наук: 01.01.02.-Ош, 1980, 1-260.
3. Каримов С.К., Азимбаев М.А., Арипов О.Б., Асимптотическое разложение решения одной конкретной системы сингулярно-возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений в особом критическом случае. Сборник материалов Международной научно-методической конференции «Прикладные вопросы естественных наук». Алматы 2012г. стр. 51-54.



Кошкарова Б.С.

### ОБ ОСЦИЛЛЯТОРНОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С АЛЬТЕРНИРУЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Кошкарова Б.С., Кусаинова Л.К.

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева,  
Казахстан, Астана



Кусаинова Л.К.

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$(-1)^n (\rho(t)y^{(n)})^{(n)} + q(t)y = 0, \quad (1)$$

где  $n > 1$ ,  $\rho(\cdot)$  – положительная непрерывная функция на интервале  $I = (0, +\infty)$ ,  $q(\cdot)$  непрерывная функция на  $I$ , меняющая знак на каждом интервале  $(x, +\infty)$  ( $x > 0$ ).

Если  $q(t) < 0$  в некотором промежутке  $(T, +\infty)$ , то условия осцилляторности (неосцилляторности) уравнения (1) и его полунелинейных обобщений были получены в работах И.М. Глазмана, М. Отелбаева, О. Досли, Р. Ойнарова, К.Р. Мырзатаевой, С. Рахимовой и др. с помощью неравенств типа Харди и его обобщений. Однако для потенциала  $q(\cdot)$ , меняющего знак в любой окрестности  $+\infty$ , неравенства типа Харди не могут быть эффективно применены.

Пусть  $C^+$  – конус неотрицательных невырожденных непрерывных в  $I$  функций.

**Теорема 1.** Пусть  $q = v - u$ , где  $v, u \in C^+(I)$ , и пусть существует  $T > 0$  такое, что

$$\sup_{h>0, x \geq T} \left( \int_x^{x+h} v \right)^{-1} \int_x^{x+h} u < c_{\varepsilon, n}^{-2},$$

где  $0 < \varepsilon < 1$ ,  $c_{\varepsilon, n} > 1$  – точная постоянная. Тогда уравнение (1) неосцилляторно.

**Теорема 2.** Пусть  $q = v - u$ , где  $v, u \in C^+(I)$ . Пусть для некоторого  $x_0 > 0$  выполнено условие

$$\int_{x_0}^{\infty} (\zeta - x_0)^{2n} u(\zeta) d\zeta + \int_{x_0}^{\infty} \rho^{-1}(t) dt = +\infty. \quad (2)$$

Если существует  $T > 0$  такое, что для всех  $x \geq T$

$$\min \left\{ \inf_{h>0} \left( \int_x^{x+h} v \right)^{-1} \int_{x+\mu h}^{x+\nu h} u, \inf_{h>0} \left( \int_x^{x+h} \rho \right)^{-1} \int_{x+\mu h}^{x+\nu h} (t - \zeta)^{2n} u(\zeta) d\zeta \right\} > (1 + c_{\mu, \nu})^{-1},$$

где  $0 < \mu < \nu < 1$ ,  $c_{\mu, \nu}$  – точная постоянная, то уравнение (1) осцилляторно.

*Замечание.* Условие (2) является необходимым для того, чтобы уравнение (1) было осцилляторным.



## ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОДНОГО НАГРУЖЕННОГО НЕЛИНЕЙНОГО ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Курманбаева А.К.

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

В работе рассматривается нелинейное нагруженное псевдогиперболическое уравнение вида

$$u_{tt} - u_{xxt} - u_{xx} + a(t)u + b(t)(u_t + u)(0, t)u = f(x, t), x \in R, t \in (0, T], \quad (1)$$

с начальным условием

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad x \in R. \quad (2)$$

Пусть  $C_b$  – пространство непрерывных и ограниченных функций на прямой

$$C_b^k = \{u \in C_b \mid \partial^j u \in C_b, \quad 1 \leq j \leq k\}.$$

ТЕОРЕМА. Если  $u_0(x), u_1(x) \in C_b(R)$  ,  $a(t), b(t) \in C([0, T])$  ,  $f(x, t) \in C([0, T]; C_b(R))$ , то для некоторого достаточно малого  $T > 0$  задача (1), (2) имеет единственное решение.

Доказательство этой теоремы проводится методом сведения к нелинейной системе интегральных уравнений Вольтера [1], с использованием фундаментального решения соответствующего псевдогиперболического оператора [2].

#### Список литературы

1. Аблабеков Б.С. Интегральные уравнения Вольтера и их приложения. – Бишкек: ИЦ «Техник», 2009. – 148с.
2. Аблабеков, Б.С. А.Р.Асанов, А.К.Курманбаева Обратные задачи для дифференциальных уравнений третьего порядка. - Бишкек: Илим, 2011. – 156 с.



#### СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ

*Матвеева И.И.*

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,  
Новосибирский государственный университет, Россия, Новосибирск

*Матвеева И.И.* Рассматривается нелинейная система обыкновенных дифференциальных уравнений с параметрами, при этом размер системы может быть очень большим. Опираясь на методы, предложенные Г.В. Демиденко для исследования систем высокой размерности (см., например, [1, 2]), мы изучаем свойства решений системы в зависимости от параметров. Работа продолжает исследования [3, 4].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-01-00329), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0355) и Сибирского отделения Российской академии наук (междисциплинарный проект № 80).

#### Список литературы

1. Демиденко Г.В., Лихошвай В.А., Котова Т.В., Хропова Ю.Е. Об одном классе систем дифференциальных уравнений и об уравнениях с запаздывающим аргументом // Сиб. мат. журн. 2006. Т. 47, № 1. С. 58-68.
2. Демиденко Г.В. Системы дифференциальных уравнений высокой размерности и уравнения с запаздывающим аргументом // Сиб. мат. журн. 2012. Т. 53, № 6. С. 1275-1283.

3. Matveeva I.I. On properties of solutions to a system of differential equations with a parameter // J. Anal. Appl. 2009. V. 7, no. 2. P. 75-84.
4. Матвеева И.И., Мельник И.А. О свойствах решений одного класса нелинейных систем дифференциальных уравнений большой размерности // Сиб. мат. журн. 2012. Т. 53, № 2. С. 312-324.



О СВОЙСТВАХ ОБОБЩЕННО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО  
ДИХОТОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ

*Молдабек Ж.Т., Алдибеков Т.М.*

Казахский национальный университет им. Аль-Фараби,

Казахстан, Алматы

*Молдабек Ж.Т.*



Дана линейная однородная система дифференциальных уравнений  $\frac{dx}{dt} = A(t)x$ ,  $x \in R^n$ ,  $t \in I \equiv [0, +\infty)$

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad x \in R^n, \quad t \in I \equiv [0, +\infty) \quad (1)$$

$\|A(t)\| \leq \varphi(t)$ .  $\varphi(t)$  - непрерывная положительная функция на

промежутке  $I$ , причем

$$q(t) \equiv \int_{t_0}^t \varphi(s) d(s) \rightarrow +\infty \quad \text{при } t \rightarrow +\infty, \quad t_0 \geq 0,$$

$$.q(t+1) - q(t) \leq M, \quad t \geq 0, \quad (M > 0)$$

Определение. Если для некоторого  $k \in \{1, \dots, n-1\}$  в пространстве решений системы (1) имеет место разложение  $L^n(t) = L^k(t) \otimes M^{n-k}(t)$ , и выполняются неравенства:

$$1) \quad \|x(t)\| \leq d \|x(s)\| e^{-\nu[q(t)-q(s)]}, \quad x(t) \in L^k(t), \quad d > 0, \quad \nu > 0, \quad t \geq s \geq 0$$

$$2) \quad \|x(t)\| \leq D \|x(s)\| e^{-\mu[q(s)-q(t)]}, \quad x(t) \in M^{n-k}(t), \quad D > 0, \quad \mu > 0, \quad s \geq t \geq 0$$

тогда будем говорить, что для решений системы (1) имеет место обобщенная экспоненциальная дихотомия на промежутке  $I$ .

Теорема. Если для решений системы (1) имеет место обобщенная экспоненциальная дихотомия на промежутке  $I$ , тогда для каждой непрерывной ограниченной векторной функции  $f(t) = colon[f_1(t), \dots, f_n(t)]$ ,  $t \geq 0$  линейная неоднородная система

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t)$$

имеют не менее одного ограниченного решения на промежутке  $l$ .

### Список литературы

1. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. – Москва, 1970. – 536 с.
2. Алдибеков Т.М. Обобщенные показатели Ляпунова. – Алматы., 2011. – 254 с.



### О ДИСКРЕТНОСТИ СПЕКТРА НЕПОЛУОГРАНИЧЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

*Муратбеков М.Б., Мусилимов Б., Мусабекова З.Е.*

Таразский государственный педагогический институт,  
Казахстан, Тараз

Пусть  $H$  - сепарабельное гильбертово пространство. Обозначим через  $C_0^\infty(R, H)$  -множество бесконечно гладких финитных функций, определенных на  $R(-\infty, +\infty)$  со значением в  $H$ .

Рассмотрим дифференциальный оператор

$$L_u \equiv (-1)^m u^{2m}(y) + k(y)Au + ia(y)A^\infty u + c(y)u \quad (1)$$

где  $u(y) \in C_0^\infty(R, H)$ ,  $A$  – положительно определенный самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве  $H$  с вполне непрерывной резольventой,  $\infty \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ ,  $m$  – целое положительное число,  $k(y)$  – кусочно- непрерывная и ограниченная функция в  $R$ ,  $k(0) = 0$  и  $yk(y) > 0$  при  $y \neq 0$ .

Пусть выполнено условие:

$$i) |a(y)| \geq \delta_0 > 0, c(y) \geq \delta_0 > 0 \text{ - непрерывные функции в } R.$$

Нетрудно показать, что оператор (1) допускает замыкание в смысле  $H_1$  его замыкание также будем обозначать через  $L$ .

Здесь  $H_1$  - гильбертово пространство, полученное пополнением множества  $C_0^\infty(R, H)$  по норме, порожденной скалярным произведением

$$\langle u, v \rangle_{H_1} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle u, v \rangle_H dt.$$

Нами доказаны следующие теоремы:

**Теорема 1.** Пусть выполнено условие  $i)$  и  $c(y)$  - ограниченная функция и пусть  $\lambda = 0$  является собственным значением оператора  $A$  с конечной кратностью. Тогда непрерывный спектр оператора  $L$  не пуст.

**Теорема 2.** Пусть выполнено условие  $i)$  Тогда дискретный спектр оператора  $L$  не пуст, если справедливо равенство

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} \int_y^{y+\omega} c(t) dt = \infty. \quad (2)$$

**Теорема 3.** Пусть выполнено условие  $i)$  и пусть оператор  $A$  положительно определенный с вполне непрерывным обратным. Тогда спектр оператора  $L$  дискретен, если и только если для любого  $\omega > 0$

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} \int_y^{y+\omega} c(t) dt = \infty. \text{ или } \lim_{|y| \rightarrow \infty} \int_y^{y+\omega} |a(t)| dt = \infty..$$



## О РЕГУЛЯРИЗОВАННОМ СЛЕДЕ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ВТОРОГО ПОРЯДКА

*Нальжубаева Г. М.*

КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

*Нальжубаева Г. М.*

В гильбертовом пространстве исследуются некоторые спектральные свойства обыкновенного дифференциального оператора второго порядка с сингулярным потенциалом на отрезке. При некоторых накладках условия на граничную функцию получена формула регуляризованного следа исследуемого оператора. Существенно используется техника работы В.А. Садовниченко и В.А. Любишкина [1], где изучались конечномерные возмущения дискретных операторов и были выведены формулы следов. В работе А. Садовниченко и В.А. Любишкина [1] возмущали действие оператора, но не область определения.

### Список литературы

1. Садовниченко В.А., Любишкин В.А. Конечномерные возмущения дискретных операторов и формулы следов // Функц. анализ и его прил., 20:3 (1986), 55—65.





ОБ АСИМПТОТИКЕ ЛИНЕЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА С  
ВЫНУЖДАЮЩЕЙ СИЛОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ЗАТУХАНИЯ С  
МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ

*Нарматова М.Ж.*

ИСРиП, Кыргызстан, Бишкек

*Нарматова М.Ж.*

Сингулярно возмущенные (с.в.) уравнения с малым параметром делятся на три класса. К первому классу относятся с.в. уравнения с малым параметром при старшей производной. При этом при нулевом значении малого параметра порядок уравнения снижается и теряется граничное условие.

Ко второму классу относятся с.в. уравнения при нулевом значении малого параметра порядок уравнения невозмущенного уравнения не снижается, однако оно содержит особую точку по независимой переменной в рассматриваемой области. К третьему классу относятся с.в. уравнения, которые исследуются в бесконечной области и содержат малый параметр.

В данной статье рассматривается одно модельное уравнение из третьего класса и строится асимптотика его решения.

Рассмотрим следующую задачу [1]

$$u''(t) + u(t) = \frac{\varepsilon}{t + \varepsilon}, \quad u(0) = u'(0) = 0, \quad (1)$$

где  $0 < \varepsilon \ll 1$  – малый параметр,  $t \in [0, \infty)$  – время,  $u(t)$  – неизвестная функция.

Если силу  $f(t) = \frac{\varepsilon}{t + \varepsilon}$  – рассматривать как силу действующую на осциллятор, то она со временем затухает алгебраически.

Точное решение этой задачи имеет вид:

$$u(t) = \varepsilon \int_0^t \sin(t-s) \frac{ds}{s + \varepsilon}.$$

Строится равномерная асимптотика этого решения на отрезке  $t \in [0, \infty)$ .

#### Список литературы

1. F. Verhulst Methods and Applications of Singular Perturbations. Boundary layers and multiple timescale dynamics. Springer.2005.
2. E.J.Hinch Perturbation methods. Cambridge university press, 1991.



ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КАРЛЕМАНА-ВЕКУА С  
СИНГУЛЯРНОЙ ТОЧКОЙ

Нуримов Б.С.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,  
Казахстан, Астана

Нуримов Б.С.

Рассмотрим следующую задачу Дирихле:

$$\partial_{\bar{z}} w + b(z)\bar{w} = 0, \quad z \in G = \{z: |z| < 1\}, \quad (1)$$

$$\operatorname{Re} w = g(z) \text{ на } \partial G, \quad \operatorname{Im} w(z_0) = h, \quad (2)$$

где  $h$  - вещественное число,  $g(z) \in C^\lambda(\partial G)$ ,  $\lambda \in \left(0, \frac{q-2}{q}\right]$ ,  $q > 2$ .

При этом точка  $z = 0$  является полюсом для коэффициента  $b(z)$ , т.е. функция  $b(z)$ , принадлежит весовому пространству функций  $b(z)$ :

$$S_{p(|z|),q}(G) = \left\{ b(z) \in L_{\infty,loc}(G_1 \setminus \{0\}) : \sup_{G_1 \setminus \{0\}} (|b(z)| \cdot p(|z|)) < \infty \text{ и } b(z) \in L_q(G_2), \quad q > 2 \right\},$$

где  $G_1 = \{z: |z| < \delta\}$ ,  $G_2 = G - G_1$ ,  $0 < \delta < 1$

Как и в работе [1] будем рассматривать заданные на  $(0,1]$  функции  $p = p(t)$ , удовлетворяющие следующим условиям:

1. Задана и положительна на некотором промежутке  $(0, t_p]$ , где  $t_p < 1$ .

2. Не убывает на  $(0, t_p]$ .

3.  $\lim_{t \rightarrow +0} p(t) = 0$ .

4.  $\int_0^{t_p} \frac{dt}{p(t)} < +\infty$ .

**Теорема.** Пусть  $b \in S_{p(|z|),q}(G)$ ,  $g(z) \in C^\lambda(\partial G)$ , где  $\lambda \in \left(0, \frac{q-2}{q}\right]$ ,

$h$  - вещественное число. Тогда существует и притом единственным образом решение задачи (1)-(2) в смысле Соболева, которое принадлежит пространству  $C(\bar{G}) \cap C^\lambda(\bar{G} \setminus \{0\})$ .

#### Список литературы

1. Reissig M. and Timofeev A. Dirichlet problems for generalized Cauchy-Riemann systems with singular coefficients // Complex variables. – 2005. – Vol .50, № 7–11. – P. 653–672.



## АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ОДНОГО СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

*Омуралиев А.А., Омуралиев А.С.*  
КТУ Манас, Кыргызстан, Бишкек

В данном сообщении излагается процесс построения асимптотики решения сингулярно возмущенного интегрального уравнения с малым параметром  $\varepsilon > 0$ :

$$\varepsilon u(t, \varepsilon) = \int_0^t K(t, s)u(s, \varepsilon)ds + \int_t^\tau H(t, s)u(s, \varepsilon)ds + f(t) \quad (1)$$

в предположении существования решения вырожденного уравнения.

Вводя регуляризующую переменную

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \frac{1}{2} \left[ \int_0^t K(s, s)ds + \int_\tau^t H(s, s)ds \right] = \frac{\varphi_1(t) + \varphi_2(t)}{\varepsilon} = \frac{\psi(t)}{\varepsilon}$$

и используя  $\delta$ -функцию производится регуляризация интегрального оператора действующего на функцию типа пограничного слоя.

Решение уравнения (1) ищется в виде

$$u(t, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon^i [v_i(t) + \Pi_i(t, \xi)], \quad \Pi_i(t, \xi) = c_i \exp(\xi).$$

При  $\xi_1=0$ , погранслоная функция  $\Pi_i(t, \xi)$  описывает пограничный слой вдоль  $t=T$ , а при  $\xi_2=0$  погранслоная функция описывает пограничный слой вдоль  $t=0$ . Таким образом, введенная нами погранслоная функция описывает пограничный слой на параллельных сторонах.



## ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ЛАГЕРСТРОМА РАЗМЕРНОСТИ ЧЕТЫРЕ, МЕТОДОМ СТРУКТУРНОГО СРАЩИВАНИЯ

*Омуралиев М.К.*  
ИСРиП, Кыргызстан, Бишкек

*Омуралиев М.К.*

Исследуется следующая задача Лагерстрома

$$u''(x) + (3x^{-1} + \varepsilon)u'(x) - \varepsilon u(x)u'(x) = \beta(u'(x))^2, \quad u(1) = 1, u(\infty) = 0$$

где  $0 < \varepsilon \ll 1$  – малый параметр,  $0 < \beta$  – постоянная,  $r \in [1, \infty)$  – независимая переменная,  $u(r)$  – неизвестная функция.

Здесь методом структурного сращивания [3-5] строится равномерная асимптотика решения этой задачи.

Отметим, что асимптотика решения уравнения (1) при  $\beta = 0$ , т.е.

$$u''(x) + (kx^{-1} + \varepsilon)u'(x) = \varepsilon u(x)u'(x), \quad u(1) = 1, \quad u(\infty) = 0$$

при  $k = 1$  и  $k = 2$  построены в [1-2], также методом структурного сращивания.

Историю этой задачи и литературу по этой проблеме можно найти в [1].

### Список литературы

1. Алымкулов К., Омуралиев М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрема размерности два, методом структурного сращивания. Вестник ОшГУ, №1, 2013, С.55-60.
2. Алымкулов К., Омуралиев М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи Лагерстрема размерности три, методом структурного сращивания. Вестник ОшГУ, №1, 2013, С.61-65.
3. Алымкулов К., Зулпукаров А.З. Равномерная асимптотика решения краевой задачи сингулярно возмущенного уравнения второго порядка со слабой особенностью, ДАН (Россия). –Москва, 2004, т. 398, №5. С.583-586.
4. Алымкулов К., Жээнтаева Ж. К. Метод структурного сращивания для решения модельного уравнения Лайтхилла с регулярной особой точкой. ДАН (Россия). –Москва, 2004, т. 398, №6. С.1-4.
5. Алымкулов К., Жээнтаева Ж. К. Метод структурного сращивания для решения модельного уравнения Лайтхилла с регулярной особой точкой. Матем. заметки, 2006, т.79, вып. 5, С. 643-652.



Омуров Т.Д.

### НАГРУЖЕННЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Омуров Т.Д., Рыспаев А.О., Омуров М.Т.

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Круг вопросов, относящихся к обратным задачам в неограниченной области математической физики, чрезвычайно широк. В работе исследуется обратная задача для нагруженных дифференциальных уравнений параболического типа, которое встречается в теории волн [1] и др. Изучены вопросы разрешимости этой задачи в пространстве  $W^0(T)$ .

Пусть

$$U_t = U_{x^2} + U_{y^2} + \tilde{f}(t) + \beta U U_x(t, 0, y), \quad \forall (t, x, y) \in T = [0, T_0] \times R^2, \quad (1)$$



Рыспаев А.О.

$$\begin{cases} U(0, x, y) = \varphi(x, y), \quad \forall (x, y) \in R^2, \\ \sum_{i=1}^n U(t, x_i, y_i) = \psi(t), \quad t \in [0, T_0], \end{cases} \quad (2)$$

где функция  $\tilde{f}$  определяется в виде

$$\tilde{f} = \begin{cases} \lambda(t)f(t), t > 0, (f(0) = 0), \\ 0, & t = 0, \end{cases} \quad (3)$$

причем

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow 0} \lambda f = 0, (\lim_{t \rightarrow 0} \lambda = +\infty), \\ 0 < \lambda \in L^1(0, T_0]: \int_0^t \lambda(s) ds = \phi(t) \in C[0, T_0], \phi(0) = 0; C[0, T_0] \ni \tilde{f}(t), \end{cases} \quad (4)$$

$\beta = \text{const}, \varphi, \psi, \alpha_i, g, \phi, \lambda$  - известные данные. При этом ставится задача нахождения функций  $(U; f)$  в классе функции [3]:  $(U, f) \in W^0(T)$ , здесь

$$W^0(T) = \{(t, x, y) \in T : U \in C^{1,2,2}(T); f(t) \in C[0, T_0]\}; \|\Psi\|_{W^0(T)} = \|U\|_{C^{1,2,2}(T)} + \|f\|_C. \quad (5)$$

### Список литературы

1. Ворожцов Е.В., Яненко Н.Н. Методы локализации особенностей при численном решении задач газодинамики.- Новосибирск: Наука, 1985. – 224 с.
2. Соболев С. Уравнение математической физики. – М.: Наука 1966.– С. 136-148.
3. Омуров Т.Д. Нестационарная задача Навье-Стокса для жидкости с вязкостью – Бишкек: Изд-во КНУ им. Ж. Баласагына, 2011. – 116 с.
4. Омуров Т.Д. Методы регуляризации интегральных уравнений Вольтерра первого рода и третьего рода / Институт математики НАН КР. -Бишкек: Илим, 2003. -162с.



### О КОМПАКТНОСТИ РЕЗОЛЬВЕНТЫ ВЫРОЖДЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ВТОРОГО ПОРЯДКА

*Оспанов К.Н., Ахеткалиева Р.Д.*

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева,  
Казахстан, Астана

*Оспанов К.Н.*

Рассмотрим дифференциальное выражение

$ly = -y'' + ry' + s\bar{y}'$ , определенное на множестве  $C_0^\infty(R)$ ,  $R = (-\infty, +\infty)$ ,

бесконечно дифференцируемых и финитных функций. Пусть функции  $r, s$  непрерывно дифференцируемы. Через  $L$  обозначим замыкание оператора  $l$  в норме пространства  $L_2 := L_2(R)$ .

Оператор  $L$  не имеет свободного члена, поэтому его слагаемые с первым производным не могут быть подчинены (в операторном смысле) старшему члену. Такие операторы называются вырожденными операторами. Ранее в работах А.Г. Костюченко, М.Г. Гасимова, Б.Я. Скачека, М. Отелбаева, Я.Т. Султанаева, О.Д. Апышева изучались только симметрические вырожденные операторы. В них были исследованы вопросы положительной определенности, спектральные свойства их расширений по Фридрихсу.

Введем следующие обозначения:  $\alpha_h(t) = t \|h^{-1}\|_{L_2(t, +\infty)}$ ,  $t > 0$ ,  $\beta_h(\tau) = \tau \|h^{-1}\|_{L_2(-\infty, \tau)}$ ,  $\tau < 0$ ,

и положим  $\gamma_h = \max \left[ \sup_{t>0} \alpha_h(t), \sup_{\tau<0} \beta_h(\tau) \right]$ .

Справедливо следующее утверждение.

**Теорема.** Пусть функции  $r, s$  непрерывно дифференцируемы и такие, что,

$$\operatorname{Re} r - \alpha[|\operatorname{Im} r| + |s|] \geq \delta > 0, \quad \gamma_{\operatorname{Re} r} < +\infty, \quad 1 < \alpha < 2,$$

$$c^{-1} \leq \frac{\operatorname{Re} r(x)}{\operatorname{Re} r(t)} \leq c \quad \text{при } |x - t| \leq 1.$$

Тогда

а) оператор  $L$  имеет ограниченный в  $L_2$  обратный  $L^{-1}$ ;

б) резольвента  $L^{-1}$  вполне непрерывна в пространстве  $L_2$  в том и только в том случае, когда выполнены условия

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \alpha_{\operatorname{Re} r}(t) = +\infty, \quad \overline{\lim}_{\tau \rightarrow -\infty} \beta_{\operatorname{Re} r}(\tau) = +\infty.$$



## ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

*Рустамова Л. А.*

Институт Прикладной Математики Бакинский Государственный Университет, Азербайджан, Баку

В сепарабельном гильбертовом пространстве  $H$  рассмотрим следующую краевую задачу

$$-\frac{d^2 u}{dt^2} + A^2 u + A_1 \frac{du}{dt} + A_2 u = f(x), \quad t \in R_+, \quad (1)$$

$$u(0) = 0, \quad (2)$$

где  $f(t), u(t)$  - вектор-функции, определённые в  $R_+ = (0, +\infty)$  со значениями в  $H$ ,  $A, A_1, A_2$  - линейные, вообще говоря, неограниченные операторы в  $H$ , производные понимаются в смысле теории распределений. Предположим, что операторные коэффициенты удовлетворяют условиям:

1)  $A$  - нормальный оператор с вполне непрерывным обратным спектром, который содержится в угловом секторе

$$S_\varepsilon = \left\{ \lambda : |\arg \lambda| \leq \varepsilon, \quad 0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{4} \right\};$$

2) операторы  $B_1 = A_1 A^{-1}, B_2 = A_2 A^{-2}$  ограничены в  $H$ .

Пусть  $\gamma \in R$ . Определим следующее гильбертово пространство

$L_{2,\gamma}(R_+;H) = \{f(t) : f(t)e^{-\gamma t} \in L_2(R_+;H)\}$  с нормой

$$\|f\|_{L_{2,\gamma}(R_+;H)} = \left( \int_0^{+\infty} \|f(t)\|_H^2 e^{-2\gamma t} dt \right)^{1/2}$$

и  $W_{2,\gamma}^2(R_+;H) = \left\{ u(t) : e^{-\gamma t} \frac{d^2 u}{dt^2} \in L_2(R_+;H), e^{-\gamma t} A^2 u(t) \in L_2(R_+;H) \right\}$  с нормой

$$\|u\|_{W_{2,\gamma}^2(R_+;H)} = \left( \|u''\|_{L_{2,\gamma}(R_+;H)}^2 + \|A^2 u\|_{L_{2,\gamma}(R_+;H)}^2 \right)^{1/2}.$$

**Определение.** Если при любом  $f(t) \in L_{2,\gamma}(R_+;H)$  существует вектор-функция  $u(t) \in W_{2,\gamma}^2(R_+;H)$  которая удовлетворяет уравнению (1) почти всюду в  $R_+$ , граничному условию (2) в смысле сходимости  $\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{3/2} = 0$ , и выполняется оценка

$\|u\|_{W_{2,\gamma}^2(R_+;H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_{2,\gamma}(R_+;H)}$ , будем называть задачу (1),(2) *регулярно разрешимой*.

**Теорема.** Пусть выполняются условия 1),2) а  $\gamma \in (-\mu_0 \sqrt{\cos 2\alpha}, \mu_1 \sqrt{\cos 2\alpha})$ ,

$\inf_{\lambda \in \sigma(A)} |\lambda| = \mu_0$ , и  $c_1(\gamma) \|B_1\| + c_0(\gamma) \|B_2\| < 1$ ,

где 
$$c_0(\gamma) = \frac{|\mu_0|^2}{|\mu_0|^2 \cos 2\varepsilon - \gamma^2}, \quad c_1(\gamma) = \frac{1}{2} \frac{|\mu_0| \left( |\mu_0|^2 \cos 2\varepsilon + 3\gamma^2 \right)^{1/2}}{|\mu_0|^2 \cos 2\varepsilon - \gamma^2}.$$

Тогда задача (1),(2) *регулярно разрешима* в  $W_{2,\gamma}^2(R_+;H)$ .



## ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ФРЕДГОЛЬМА

**Саадабаев А.**

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Линейные интегральные уравнения первого рода и его регуляризуемости исследованы в работах Лаврентьева М.М. [1].

Саадабаев А. Регуляризирующий оператор для решения интегрального уравнения построен впервые Лаврентьевым М.М. как решения интегрального уравнения второго рода с малым параметром.

В данной работе рассматривается нелинейное интегральное уравнение первого рода вида

$$\int_0^1 K(t,s)M(s, z(s))ds = u(t), \quad t \in [0,1]. \quad (1)$$

Допустим, что при  $u(t) = u_0(t)$  уравнение имеет единственное решение  $z_0(t) \in L_{2[0,1]}$ .

Наряду с уравнением (1) введем уравнению второго рода

$$\varepsilon z(t) + \int_0^1 K(t,s)M(s, z(s))ds = u(t), \quad t \in [0,1]. \quad (2)$$

Доказано, что при выполнении некоторых условий решение уравнения (2) при  $u(t) = u_0(t)$  сходится к точному решению уравнения (1) при  $\varepsilon \rightarrow 0$  по норме пространства  $L_{2[0,1]}$ .

Таким образом, решение уравнения (2) является регуляризирующим оператором для решения уравнения (1).

Предположим, что вместо точной правой части  $u_0(t)$  задана  $u_\delta(t)$  удовлетворяющие условию

$$\|u_0(t) - u_\delta(t)\|_{L_{2[0,1]}} \leq \delta. \quad (3)$$

Если параметр регуляризации  $\varepsilon$  удовлетворяет условию  $\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\delta}{\varepsilon(\delta)} = 0$  то решение  $z_4^\delta(t)$  уравнения (2) при  $u(t) = u_\delta(t)$  сходится при  $\delta \rightarrow 0$  по норме пространства  $L_{2[0,1]}$  к точному решению уравнения (1).

Таким образом, для решения нелинейного интегрального уравнения первого рода методом Лаврентьева М.М. построена приближенное решение.

### Список литературы

1. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Изд-во СО АН СССР, 1962г.
2. Саадабаев А. Построение регуляризирующего оператора для решения нелинейного интегрального уравнения первого рода в пространстве непрерывных функций. Международная конференция. Астана, 2012г. Тезисы докладов.



*Салейдинов К. И.*

### О СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ОДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ФРЕДГОЛЬМА ТРЕТЬЕГО РОДА

*Салейдинов К. И.*

КНУ им. Ж.Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Рассмотрим задачу на собственное значение

$$(t - \lambda)\varphi_\lambda(t) - \int_{-1}^1 K(t,s)\varphi_\lambda(s)ds = 0, \quad (1)$$

$$t \in (-1,1), \quad \lambda \in (-\infty, \infty)$$

Сопряженным интегральным уравнением для интегрального уравнения (1) является уравнение



$$(t - \lambda)\psi_\lambda(t) - \int_{-1}^1 K(t, s)\varphi_\lambda(s)ds = 0, \quad (2)$$

$$t \in (-1, 1), \quad \lambda \in (-\infty, \infty)$$

Интегральное уравнение (1) является интегральным уравнением типа Фредгольма третьего рода, так как есть возможности  $t - \lambda = 0$  на интервале  $(-1, 1)$ .

Относительно известной функции  $K(t, s)$  предполагается условие, что удовлетворяет условию Гельдера на интервале  $(-1, 1)$  по  $t$ .

В этой работе будет доказана теорема о том, что точечные собственные значения ядра  $K(t, s)$ , принадлежащие интервалу  $(-1, 1)$ , не существует в класс обычных функций.

Рассмотрим однородное интегральное уравнение типа Фредгольма второго рода

$$M_0(\lambda, t) = \int_{-1}^1 \frac{K(t, s) - K(t, \lambda)}{s - \lambda} M_0(\lambda, t) ds \quad (3)$$

$$t \in (-1, 1)$$

**Теорема.** Если однородное интегральное уравнение (3) имеет только нулевое решение для некоторого значения параметра  $\lambda = \lambda^* \in (-1, 1)$  То числа  $\lambda^*$  не является точечным собственным значением ядра  $K(t, s)$  и  $K(s, t)$

#### Список литературы

1. Масленников М. В. Проблема Милна с неизотронным рассеянием // Тр. матем. Института им. Стеклова АН СССР.-1968.-№97.- С. 3-133.
2. Мухомелов Н. И. Сингулярные интегральные уравнения.- м: Наука, 1968.
3. Гермогенова Т. А. О дискретном спектре одного интегрального уравнения теории переноса // ЖВМ и МФ.-1974.14.-№6.-Ст. 1526-1943.
4. Кейз К, Цвайфель П. Линейная теория переноса. –м: Мир, 1972.
5. Салейдинов К. И. О дискретном спектре одного интегрального уравнения типа Фредгольма второго рода // Исслед. По интегро – дифференц. Уравнениям. –Бишкек: Илим, 2007. –Вып.37.-С.75-79.



Сахаев Ш.С.

$L_p$  – ОЦЕНКИ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ,  
ВОЗНИКАЮЩЕЙ В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ.

Сахаев Ш.С.

КазНУ имени аль-Фараби, Казахстан, Алматы

#### §1. Постановка задачи и вывод основного результата в $\Omega_1 \subset R^3$

Пусть  $\Omega_1$  – ограниченная область в  $R^3$  с гладкой границей  $S_1$ , являющаяся строго внутренней подобластью области  $\Omega$  с границей  $S$  и пусть  $\Omega_2 = \Omega \setminus \Omega_1$ . В настоящей

работе рассматривается линейная задача: система уравнений Максвелла с исключенным током смещения

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}(x) - \sigma \vec{E}(x) &= \vec{j}(x), \\ \operatorname{div} \vec{H}(x) &= 0, \operatorname{rot} \vec{E}(x) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

при заданной  $\vec{j}(x)$ ,  $x \in \Omega_1$ . При этом  $\operatorname{rot} \vec{H} = 0$ ,  $\operatorname{div} \vec{H} = 0$ ,  $x \in \Omega_2$  и справедливы

$$[H_n] = 0, [\vec{H}_\tau] = 0, x \in S_1 \text{ и } x \in \Omega_1 \cup \Omega_2, H_n = 0, x \in S. \quad (2)$$

Под  $[u]$  понимается скачок функции  $u(x)$ ,  $x \in \Omega_1 \cup \Omega_2$  на поверхности

$S_1 : [u] = u^{(1)}(x) - u^{(2)}(x)$ ,  $u^{(i)} = u(x)|_{x \in \Omega_i}$ ,  $H_n = \vec{H} \cdot \vec{n}$  и  $\vec{H}_\tau = \vec{H} - \vec{n} H_n$  – нормальная и тангенциальная составляющие вектора  $\vec{H}(x)$  на  $S$  и  $S_1$ ,  $\mu$  – кусочно постоянная функция, равная  $\mu_i$  в  $\Omega_i$ ,  $i = 1, 2$ ,  $\mu_i > 0$ .

Задача (1)-(2) возникает при изучении задач магнитной гидродинамики, [1] в которых  $\Omega_1$  является областью, заполненной вязкой несжимаемой проводящей жидкостью,  $\Omega_2$  – вакуум, окружающий  $\Omega_1$ ,  $S$  – идеально проводящая поверхность.

Для решения задачи (1)-(2) получены следующие результаты:

Теорема 1. Пусть  $\operatorname{rot} \vec{j}(x) \in L_p(\Omega_1)$  и выполнены условия

$$\nabla \operatorname{rot} \vec{j}(x) = 0, \nabla \vec{H}(x) = 0, \text{ при } x \in \Omega_1$$

$$\vec{H}_\tau = B(\vec{H}^{(1)} \vec{n}).$$

Тогда задача (1)-(2) имеет единственное решение  $\vec{H}^{(1)} \in W_p^2(\Omega_1)$  и оно удовлетворяет неравенства

$$\|\vec{H}^{(1)}\|_{W_p^2} \leq c \|\operatorname{rot} \vec{j}(x)\|_{L_p(\Omega_1)}.$$

где  $B$ - нелокальный линейный оператор.

Теорема 2. Если в задаче (1)-(2) для многосвязных областей вектор  $\vec{j}(x) \in L_p(\Omega_1)$ , то  $\vec{E}(x) \in W_p^1(\Omega_i)$ ,  $\vec{H}(x) \in W_p^2(\Omega_i)$ ,  $i = 1, 2$  имеют места соответствующие оценки.

## Список литературы

1. Сахаев Ш., Солонников В.А. О разрешимости некоторых стационарных задачах магнитной гидродинамики в многосвязных областях, записки научного семинара ПОМИ, 397 (2011), 126-149.



*Сопуев А.С.*



*Саадалов Т.Ы*

### ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СОПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ПСЕВДОПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

*Сопуев А.С.,<sup>1</sup> Саадалов Т.Ы.<sup>2</sup>*

ОшГУ,<sup>1</sup> ОшТУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Ош

Многие прикладные задачи, рассматриваемые в неоднородных и кусочно-однородных средах, а также при сосредоточенных факторах приводятся к задачам сопряжения для уравнений в частных второго порядка. Однако, задачи сопряжения для уравнений третьего, четвертого и более высокого порядков мало исследованы.

В работе рассмотрим задачу сопряжения для уравнений

$$u_{xxyy} + c_1 u = 0, (x, y) \in D_1 = D \cap (x < y), \quad (1)$$

$$u_{xxyy} + c_2 u = 0, (x, y) \in D_2 = D \cap (x > y), \quad (2)$$

где  $D = \{(x, y) : 0 < x < \ell, 0 < y < \ell\}$  ( $\ell > 0$ ),  $c_1, c_2 - const$ . Через  $C^{n+m}$  обозначим класс функций, имеющих производные  $\partial^{r+s} / \partial x^r \partial y^s$  ( $r = 0, 1, \dots, n; s = 0, 1, \dots, m$ ).

**Задача 1.** Найти функцию  $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap [C^{2+2}(D_1) \cup C^{3+1}(D_2)]$ , удовлетворяющую уравнениям (1) и (2) соответственно в областях  $D_1$  и  $D_2$ , краевым условиям

$$\frac{\partial^i u(0, y)}{\partial x^i} = \varphi_i(y) (i = 0, 1), \quad \frac{\partial^2 u(\ell, y)}{\partial x^2} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq \ell, \quad u(x, 0) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad (3)$$

и условиям сопряжения

$$\begin{aligned} u(y-0, y) &= u(y+0, y), \quad u_x(y-0, y) = u_x(y+0, y), \\ u_{xy}(y-0, y) &= u_{xy}(y+0, y), \quad u_{xxy}(y-0, y) = u_{xxy}(y+0, y), \quad 0 \leq y \leq \ell, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\varphi_i (i = \overline{1, 3}), \psi$  - заданные функции, причем для них выполняются следующие условия

$$\varphi_i \in C^2[0, h], \quad \varphi_3 \in C^1[0, h], \quad \psi \in C^2[0, \ell], \quad \varphi_i(0) = \psi^{(i)}(0) (i = 0, 1), \quad \varphi_3(0) = \psi''(\ell).$$

Особенность данной задачи заключается в том, что условия сопряжения задаются на линии  $y = x$ . Уравнения (1) и (2) в области  $D$  в силу условия сопряжения (4) являются уравнениями смешанного типа. Для решения задачи 1, введем следующие обозначения:

$$u(y, y) = \tau(y), u_x(y, y) = \nu(y), u_{xy}(y, y) = \mu(y), u_{xyy}(y, y) = \chi(y), 0 \leq y \leq \ell, \quad (5)$$

где  $\tau(y), \nu(y), \mu(y), \chi(y)$  - пока неизвестные функции. Выписав решения задачи Коши для каждого из уравнений (1) и (2) через функции Римана с условиями (5), и удовлетворяя краевым условиям (3), получим систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода относительно функций  $\tau(y), \nu(y), \mu(y), \chi(y)$ , единственное решение которого находится методом последовательных приближений.



ОСЦИЛЛЯЦИЯ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНОГО  
ИНТЕГРО-РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНЫМИ  
РАЗНОСТЯМИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА НЕЛИНЕЙНЫМ  
ИНТЕГРАЛЬНЫМ ЧЛЕНОМ

*Темиров Б. К.*

КНУ им Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

*Темиров Б.К.*

В статье установлены достаточные условия осцилляции решений нелинейного интегро-разностного уравнения с конечными разностями третьего порядка с нелинейным интегральным членом. Как известно, что при описании реальных систем, разностное уравнение широко применяется в науке, в теории управления и в технике самых разных процессов, систем - электрических, биологических, экономических и др.

$$\Delta[P_2(n)\Delta[P_1(n)\Delta u(n, x)]] + A_0(n, x)u(n, x) + A_1(n, x)u[h(n), x] + A_2(n, x)u[\tau(n), x] + \int_{\square} K(n, x, y)u(\sigma(n), y)dy + A_3(n, x)f[\xi(n, x, u)] = 0 \quad (1)$$

где: 1)  $\xi(n, x, u) = \int_{\square} N(n, x, y)u[\tau_2(n), y]dy$ ; 2)  $A_3(n, x), N(n, x, y) \geq 0 \quad \forall (n, x, y) \in \bar{D}_0, \forall z > 0$

$f(z) > 0, f(-z) = -f(z), \lim_{n \rightarrow \infty} \tau_2(n) = \infty$

Скажем, что выполнены условие 1)  $(T_1)$ , если  $\forall (n, x, y) \in D_0^0 \quad N(n, x, y) \geq C_1 > 0$ ;

2)  $A_3(n, x)dx \geq B_3(n) \geq 0$ ; 3)  $f(z)$  - возрастающая функция.

Теорема. Пусть а) выполнены условия  $(E_0), (E_1), (T_1)$ ; б)  $f(z)$ -непрерывная функция  $\forall z > 0$ . Тогда каждое правильное решение  $y(n)$  уравнения (1) либо осциллирует либо  $\lim_{n \rightarrow \infty} y(n) = 0$ .

## Список литературы

1. Быков Я.В., Мерзлякова Г.Д., Щевцов Е.И. «Об осциллируемости решений нелинейных разностных уравнений» //Дифференциальные уравнения – 1975 – Т. 11, №8 – стр. 1460 – 1473.
2. Темиров Б.К. Осцилляция решений нелинейного интегро-разностного уравнения с конечными разностями третьего порядка. //Труды международной конференции «Программные системы: теория и приложения» института программных систем РАН г. Переславль-Залесский, 2006. – с.379-387.



*Тогочуев А.Ж.*

### ОБ ОДНОЙ СИСТЕМЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

*Тогочуев А.Ж., Ниязбаева Т.С., Рыспекова Д.*

ИГУ им.К.Тыныстанова, Кыргызстан, Каракол

В работе рассматривается система линейных дифференциальных уравнений с диагональной матрицей и доказывается существование и гладкость решений данной системы по всей действительной оси.

Пусть  $R_n$   $n$ -мерное пространство Евклида.

Обозначим через  $H = E_n(R, R^n)$  евклидово пространство

полученное пополнением  $C_0^\infty(R, R^n)$ -множество финитных бесконечно гладких вектор-функций определенных на  $R = (-\infty, \infty)$  со значением в

$R_n$  по норме

$$\|f(x)\|_H = \left( \sum_{i=1}^n |f_i(x)|^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Рассмотрим систему линейных дифференциальных уравнений

$$-u''' + Q(x)u = f(x) \quad \text{где}$$

$$Q(x) = \begin{pmatrix} |q(x)|+1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & |q(x)|+1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & |q(x)|+1 \end{pmatrix}, \quad u''' = \begin{pmatrix} u_1''' \\ u_2''' \\ \dots \\ u_n''' \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{pmatrix}.$$

Доказывается

**Теорема:** Пусть функция  $q(x)$  удовлетворяет следующим условиям

а)  $|q(x)| \geq 1$

б)  $\sup_{|x-y| \leq 2} |q(x) - q(y)| < c < \infty$

Тогда рассматриваемая система имеет решения  $u(x)$  такое, что  $u'' \in H$ .



ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА-СТИЛТЬЕСА ВТОРОГО РОДА С  
РАЗРЫВНЫМ ЯДРОМ

*Тойгонбаева А.К.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош

*Тойгонбаева А.К.*

Рассмотрим уравнение вида

$$u(t) = \int_a^t a(s)u(s)d\varphi(s) + \int_t^b b(s)u(s)d\varphi(s) + f(t), \quad (1)$$

где  $a(s), b(s), f(t)$  - заданные функции,  $u(t)$  - неизвестная функция,  $\varphi(t)$  - известная, непрерывная возрастающая функция  $[a, b]$ , здесь интеграл понимается по Стильтьесу.

Вопросы регуляризации и единственности решения уравнения Фредгольма 1-го рода в пространстве  $L[a, b]$  и  $L_2[a, b]$  изучались в [1,2]. В данной работе доказывается единственность решения уравнения Фредгольма –Стилтьеса второго рода с разрывным ядром.

**ТЕОРЕМА.** Пусть  $a(s), b(s), f(t)$  -непрерывные функции в  $[a, b]$ , и

$$\beta = 1 - \int_a^b b(s)e^{\int_a^s (a(s)-b(s))d\varphi(s)} d\varphi(s) \neq 0. \quad (2)$$

Тогда существует единственное решение уравнения (1), причем это решение определяется следующим образом:

$$u(t) = \frac{1}{\beta} \int_a^b b(s)e^{\int_a^s [a(s)-b(s)]d\varphi(s)} f(s)d\varphi(s) + \frac{1}{\beta} \int_a^b \left[ \int_s^b b(\tau)e^{\int_s^\tau [a(\tau)-b(\tau)]d\varphi(\tau) + \int_a^s [a(s)-b(s)]d\varphi(s)} d\varphi(\tau) \right] \cdot [a(s) - b(s)]f(s)d\varphi(s) + f(t) + \int_a^t [a(s) - b(s)]e^{\int_a^s [a(s)-b(s)]d\varphi(s)} f(s)d\varphi(s). \quad (3)$$

## Список литературы

1. Иманалиев М.И., Асанов А.А. Регуляризация, единственность и существование решения интегральных уравнений Вольтерра первого рода// Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям.- Фрунзе: Илим, 1988. –Вып.21.
2. A.Asanov Regulization, Uniqueness and Existence of Solutions of Volterra Equations of the First Kind. Utrecht, VSP, 1998, 272 p.



*Токмагамбетов Н. Е.*

### ОБ ОПЕРАТОРАХ С СИНГУЛЯРНЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ

*Токмагамбетов Н. Е.*

КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Здесь в гильбертовом пространстве рассмотрим оператор Лапласа в проколотой области. Получен аналог формулы Грина и класс самосопряженных расширений. Также рассмотрен некоторый класс корректных задач.



### ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА

*Туганбаев М.М.*

КНУ им. Ж.Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

Исследования актуальных проблем современного естествознания и техники приводят к новым постановкам прямых и обратных задач для эволюционных интегро–дифференциальных и дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Задачи теории переноса, имеющей дело с одной из фундаментальных проблем современного естествознания: проблемой построения макроскопических моделей вещества на основе молекулярно–кинетических представлений, исторически связаны с кинетическим уравнением Больцмана, область приложений которых от газовой динамики и теории ядерных реакторов до биологических задач постоянно расширяется. Математические идеи и методы, развиваемые в теории переноса, оказывают сильное влияние на современную математическую физику, технику, ядерную технологию.

Для исследования уравнений в частных производных известны методы преобразований Фурье, Лапласа, характеристик, метод дополнительного аргумента, численные методы. Отметим, что относительно дифференциальных уравнений в частных производных с эйлеровским оператором получены решения только в случае пространства с чебышевскими

нормами. Однако, в физических приложениях эти уравнения в основном имеют разрывные решения. Поэтому с позиции прикладного характера необходимо найти для задач переноса аналитический метод, который способствовал бы оценке решений и в пространстве с равномерной, и в пространстве с неравномерной метриками. В работе разработан именно такой алгоритм, который позволяет найти решения и в смысле пространства с равномерной метрикой и с неравномерной метрикой

Обзор и анализ литературы по теории переноса и преобразованиям, например, Фурье, Лапласа, Бесселя показывает, что ранее для задач теории переноса не были разработаны методы, приводящее к полной интегризации вышеуказанных задач, не доказано существование решений, за исключением некоторых частных случаев. Обратные задачи теории переноса вообще остаются мало исследованными, несмотря на их исключительную важность в приложениях.



ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ  
ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО  
ПОРЯДКА

*Тунгатаров А.*

КазНУ им. Аль-Фараби, Казахстан, Алматы

*Тунгатаров А.*

Пусть  $-\infty < t_1 < t_0 < t_2 < \infty$ . Рассмотрим в  $[t_1, t_2]$  систему

$$u' = f(t)u + g(t)v + h(t, u, v), \quad v' = g(t)u - f(t)v + q(t, u, v), \quad (1)$$

где  $f(t), g(t) \in C[t_1, t_2]$ , а функции  $h(t, u, v), q(t, u, v)$  непрерывны по совокупности переменных в области  $|t - t_0| < \delta, |u - \alpha| < \sigma_1, |v - \beta| < \sigma_2$ . Здесь  $u(t_0) = \alpha, v(t_0) = \beta$ ;

$\delta, \alpha, \beta, \sigma_1, \sigma_2$  – действительные числа, причем  $\delta > 0, \sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, |t_2 - t_1| > \delta$ .

Мы ищем решение системы (1) из класса  $C^1[t_1, t_2]$ , удовлетворяющее начальным условиям

$$u(t_0) = \alpha, \quad v(t_0) = \beta \quad (2)$$

Нами доказано существование решений системы (1) из класса  $C^1[t_0 - \delta, t_0 + \delta]$ , удовлетворяющее условию (2).

Следует отметить, что система (1) при  $h(t, u, v) = q(t, u, v) \equiv 0$  не приведена в [1], хотя в ней имеется общее решение системы  $u' = f(t)u - g(t)v, v' = g(t)u + f(t)v$ . Это связано с тем, что метод, использованный для решения последней системы, не пригоден для системы (1) при  $h(t, u, v) = q(t, u, v) = 0$ . Нами разработан новый метод для решения этой системы. При



доказательстве теоремы Пеано существенно использовано нами построенное общее решение системы (1) при  $h(t, u, v) = q(t, u, v) \equiv 0$ .

### Список литературы

1. Е. Камке Differentialgleichungen. Lösungsmethoden and Losungen. 3<sup>rd</sup> ed. 1 em plus 0.5 em minus 0.4 em Teil I, Leipzig: Akad. Verlag, 1959.



### ЗАДАЧА БИЦАДЗЕ-САМАРСКОГО ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Тунгатаров А.,<sup>1</sup> Ахмед-Заки Д.К.,<sup>1</sup> Абдымананов С.А.<sup>2</sup>  
КазНУ им. аль-Фараби,<sup>1</sup> КУ экономики,<sup>2</sup> Казахстан, Алматы,<sup>1</sup> Астана,<sup>2</sup>

Тунгатаров А.

Пусть  $0 < \varphi_0 \leq 2\pi$ ,  $0 < \varphi_1 < \varphi_0$ ,  $S[0, \varphi_0]$  - множество измеримых и

существенно ограниченных в  $[0, \varphi_0]$  функций. Рассмотрим в

$G = \{z = r e^{i\varphi} : 0 \leq r < \infty, 0 \leq \varphi \leq \varphi_0\}$  уравнение

$$2\bar{z} a_1(\varphi) \partial_{\bar{z}} w + 2z a_2(\varphi) \partial_z w + \frac{r^\alpha b_1(\varphi) w}{|f_1(x, y)|^\alpha} + \frac{r^\alpha b_2(\varphi) \bar{w}}{|f_2(x, y)|^\alpha} = \frac{f_4(\varphi) r^{\nu+\alpha}}{|f_3(x, y)|^\alpha}, \quad (1)$$

где  $a_1(\varphi), a_2(\varphi) \in C[0, \varphi_0]$ ,  $a_1(\varphi) \neq a_2(\varphi)$  для всех

$\varphi \in [0, \varphi_0]$ ;  $0 < \alpha < 1$ ,  $\nu > 0$  - действительные числа, а  $f_k(x, y)$ ,  $k = 1, 2, 3$  -

однородные функции первого порядка, т.е. для любого действительного числа  $n$  выполняется условие  $f_k(nx, ny) = n f_k(x, y)$  и

$$\frac{f_4(\varphi)}{|f_3(\cos \varphi, \sin \varphi)|^\alpha}, \frac{b_1(\varphi)}{|f_1(\cos \varphi, \sin \varphi)|^\alpha} \in L_1[0, \varphi_0],$$

$$\frac{b_2(\varphi)}{|f_2(\cos \varphi, \sin \varphi)|^\alpha} \in S[0, \varphi_0].$$

Абдымананов С.А.

Уравнение (1) возникает в дифференциальной геометрии [1]. Пусть  $p > 1$ , если  $\nu \geq 1$  и

$1 < p < \frac{1}{1-\nu}$ , если  $\nu < 1$ . Мы ищем решения уравнения (1) в классе  $W_p^1(G) \cap C(G)$ . Частный

случай, когда  $f_1(x, y) = y - k_1 x$ ,  $f_2(x, y) \equiv 1$ ,  $f_3(x, y) = y - k_2 x$ , где  $k_1, k_2$  - действительные числа, рассмотрен в [2].

Нами решена задача Бицадзе – Самарского для уравнения (1):

**Задача В–S.** Требуется найти решение уравнения (1) из класса  $W_p^1(G) \cap C(G)$ ,

удовлетворяющее условию

$$\alpha_1 w(r, 0) + \alpha_2 w(r, \varphi_1) = 0,$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – заданные комплексные числа и  $0 < \varphi_1 \leq \varphi_0$ .

### Список литературы

1. Usmanov Z.D. Infinitesimal bendings of surfaces of positive curvature with a flattening point. Differential Geometry. Banach Center Publications.–Warsaw, 1984. – Vol.12. – P. 241-272.
2. Akhmed-Zaky D.K., Danayev N.T., Tungatarov A. Elliptic systems in the plane with singular coefficients along lines // TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics, Azerbaijan, – 2012. – Vol. 3, № 1, – P. 3-10.



### ЗАДАЧА ТИПА РОБИНА ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

*Тунгатаров А.Б., Рзаева Г.К.*

КазНУ им. Аль-Фараби, Казахстан, Алматы

*Тунгатаров А.Б.*

Пусть

$$0 < \varphi_0 < 2\pi, \quad G = \{z = re^{i\varphi}, \quad 0 \leq r \leq \infty, \quad 0 \leq \varphi \leq \varphi_0\}$$

В области  $G$  рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \bar{z} \partial z} + \frac{a(\varphi)}{2\bar{z}} \frac{\partial V}{\partial \bar{z}} + \frac{b(\varphi)}{2z} \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{c(\varphi)r^{\lambda-2}V}{4|F_1(x, y)|^2} + \frac{d(\varphi)\bar{V}}{4r^2} = \frac{h(\varphi)r^{\lambda+\alpha-2}}{4|F_2(x, y)|^2},$$

где  $a(\varphi), b(\varphi), c(\varphi), d(\varphi), h(\varphi) \in C[0, \varphi_0]$ ,

$$\frac{c(\varphi)}{F_1(\cos \varphi, \sin \varphi)}, \quad \frac{h(\varphi)}{F_2(\cos \varphi, \sin \varphi)} \in L_1[0, \varphi_0],$$

$F_k(x, y)$ , ( $k = 1, 2$ ) - однородные функций 1-го порядка,

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{z}} = \frac{e^{i\varphi}}{2} \left( \frac{\partial V}{dr} + \frac{i\partial V}{rd\varphi} \right), \quad \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{e^{-i\varphi}}{2} \left( \frac{\partial V}{dr} - \frac{i\partial V}{rd\varphi} \right), \quad \frac{\partial^2 V}{\partial \bar{z} \partial z} = \frac{1}{4} \left( \frac{\partial^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{dr} \right)$$

При  $F_1(x, y) = y - k_1(x)$ ,  $F_2(x, y) = y - k_2(x)$ , где  $k_1, k_2$  действительные числа,

уравнение (1) рассмотрено в [1].

Решение уравнения (1) ищем в классе

$$W_p^2(G) \cap C^2(G) \tag{2}$$

Нами решена задача типа Робина для уравнения (1):

**Задача R.** Найти решение уравнения (1) из класса (2), удовлетворяющее граничным условиям:

$$V(r, 0) = \beta_1 r^m, \quad \frac{\partial V}{\partial \varphi}(r, 0) = \beta_2 r^m, \quad (3)$$

где  $\beta_1, \beta_2, m$  - заданные действительные числа, причем  $m > 0$ .

### Список литературы

1. Тунгатаров А.Б., Рзаева Г.К. Об одной модельной эллиптической системе второго порядка на плоскости с сингулярной точкой. // Вестник КазНУ им.Аль-Фараби, серия математика, механика, информатика, 2010. №4 (67). С.282-288.



### РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ НЕЯВНОГО ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА С ПРИБЛИЖЕННЫМ ОПЕРАТОРОМ

Усенов И. А.

КНУ им Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

В данной работе предлагается комбинированный метод *Усенов И. А.* регуляризации нового типа, объединяющий идеи метода М.М. Лаврентьева [1], метода Ньютона-Канторовича [2] и метода полуобращения предложенный в работе А. Саадабаева [3] для регуляризации решения неявного операторного уравнения первого рода в гильбертовом пространстве.

Неявное операторное уравнение с точно заданным оператором исследовано в работе автора [4].

#### 1. Постановка задач:

Рассмотрим неявное операторное уравнение первого рода относительно  $z$  вида

$$\Phi(z, u) = 0, \quad (1)$$

где  $\Phi: H \times H \rightarrow H$ ,  $H$  - гильбертово пространство.

Предполагаем, что при  $u = u^*$  существует единственное решение  $z^*$  уравнения (1), т.е. имеет место тождество

$$\Phi(z^*, u^*) \equiv 0, \quad (2)$$

Требуется по  $\Phi_\varepsilon, u_\delta, \varepsilon, \delta$  и  $D_r$  найти приближенное решение (1) наименее уклоняющееся от предполагаемого точного решения на классе  $D_r$ .

#### 2. Регуляризация решения задачи:

**2.1.** Следуя методу М.М. Лаврентьева [1], наряду с уравнением (1) рассмотрим уравнения второго рода с малым параметром

$$\alpha z_\varepsilon^\alpha + \Phi_\varepsilon(z_\varepsilon^\alpha, u) = 0, \quad (3)$$

где  $\alpha > 0$  - параметр регуляризации.

Уравнению (3) после преобразование имеет вид

$$\alpha z_\varepsilon^\alpha + \Phi(z_\varepsilon^\alpha, u) + \Phi_\varepsilon(z_\varepsilon^\alpha, u) - \Phi(z_\varepsilon^\alpha, u) = 0. \quad (4)$$

**2.2.** Используя метода Ньютона – Канторовича [2] уравнению (4) запишем в виде

$$z_\varepsilon^\alpha = z_\varepsilon^\alpha - (\Phi_1[\tau])^{-1}(\alpha z_\varepsilon^\alpha + \Phi(z_\varepsilon^\alpha, u) + \Phi_\varepsilon(z_\varepsilon^\alpha, u) - \Phi(z_\varepsilon^\alpha, u)). \quad (5)$$

Введем обозначения

$$T_\alpha(z^\alpha, u) = (\Phi_1[\tau])^{-1}(\Phi'_z(z_\alpha(u_0) + \tau(z - z_\alpha(u_0)), u_0)z^\alpha - \Phi(z^\alpha, u)), T_\alpha^\varepsilon(z^\alpha, u) = -(\Phi_1[\tau])^{-1}(\Phi_\varepsilon(z^\alpha, u) - \Phi(z^\alpha, u)).$$

Тогда уравнение (5) запишется в виде

$$z^\alpha = T_\alpha(z^\alpha, u) + T_\alpha^\varepsilon(z^\alpha, u). \quad (6)$$

3. Уравнение (6) решаем методом полуобращения [3].

Следовательно, получаем решения регуляризованного уравнения

$$z_\varepsilon^\alpha = D_\alpha(u)I_\varepsilon^\alpha(u). \quad (7)$$

Доказано, что решения (7) является приближенным решением уравнения (1) и имеет место оценка сходимости

$$\|z_\varepsilon^\alpha(u) - z^*\| \leq t_1(1 + \gamma) \frac{(1 - q)h}{N} \beta^\sigma(\varepsilon). \quad (8)$$

### Список литературы

1. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. – Новосибирск: СО АН СССР, 1962.
2. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. –М: Наука, 1977г
3. Саадабаев А. Приближенные методы решения нелинейных интегральных и операторных уравнений первого рода - Бишкек-1997.
4. Усенов И.А. Регуляризация решения неявного операторного уравнения первого рода // «Функциональный анализ и его приложения», Астана-2012г.

# ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (МЕХАНИКА ТВЁРДОГО ТЕЛА И ДР. РАЗДЕЛЫ МЕХАНИКИ)



## К ЗАДАЧЕ ОПИСАНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ СТАРЕНИЯ.

*Адигамов Н.С.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Во многих прикладных задачах, где ощутимое действие на точность расчетов оказывают случайные возмущения, и классические методы становятся неприемлемыми, необходимо использовать вероятностные методы.

В работе приведено новое освещение результатов опытов автора. Это позволило выйти на качественно иной уровень моделирования рассматриваемых явлений пластического деформирования металлов с учетом эффектов старения. Так внутренние изменения, происходящие в материале, трактуются как примеры возникновения упорядоченных (диссипативных) структур при взаимодействии с внешней средой.

Методология анализа нелинейных динамических систем включает наряду с записью уравнений состояния необходимость привлекать кинетические уравнения, ответственные за историю структурных флуктуаций



*Аксеков С.А.*

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ВЫХОДОМ НА ОРБИТУ ЛИССАЖУ ВОКРУГ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ L2 СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ-ЛУНА

*Аксеков С.А., Чумаченко Е.Н., Данхэм Д.У., Логашина И.В.*

Московский институт электроники и математики Национального  
исследовательского университета Высшая школа экономики, Россия,

Москва



Работа посвящена изучению возможности осуществления космической миссии к точке либрации L2 в системе Земля-Луна с выходом на орбиту Лиссажу и возвращением на Землю. Поскольку коллинеарные точки либрации являются точками неустойчивого равновесия гравитационных сил *Чумаченко Е.Н.* в системе двух массивных тел, вращающихся вокруг общего барицентра, они могут использоваться для эффективного управления космическим аппаратом при



реализации космических миссий. Управляющие импульсы в окрестностях этих точек позволяют существенно изменять траекторию космического аппарата, используя достаточно малый импульс. Точка либрации L2 наиболее интересна тем, что для её достижения с Земли требуется наименьший управляющий импульс. Вывод аппарата на орбиту Лиссажу вокруг точки L2 может являться стартовым этапом миссий к различным

*Логашина И.В.* планетам Солнечной системы или к точке либрации L1 системы Земля-Солнце, представляющей особый интерес с точки зрения предупреждения астероидно-метеоритной угрозы, кроме того, аппарат, находящийся на этой орбите может использоваться для изучения обратной стороны Луны.

В работе предложена траектория с двойным облетом Луны, требующая пяти управляющих маневров в её окрестности. Первый маневр совершается при первом облете Луны для направления аппарата в окрестность точки L2. Второй и третий маневры применяются для вывода аппарата на орбиту Лиссажу и коррекции его траектории. Четвертый маневр выводит аппарат с орбиты Лиссажу и направляет к Луне, пятый – направляет аппарат к Земле. Проектирование миссий осуществлялось в среде GMAT, позволяющей с помощью специального скриптового языка задавать последовательность маневров и рассчитывать траектории космических аппаратов в системе многих массивных тел. Рассмотрены возможности вывода аппарата на орбиту Лиссажу с заданными характеристиками и его удержания на орбите заданное количество времени с помощью корректирующих маневров. Проведен анализ возможности возвращения аппарата с орбиты Лиссажу и найдены оптимальные с точки зрения затрат импульса моменты возвращения. Предложена траектория, требующая суммарного изменения скорости в окрестности Луны порядка 670 м/с и позволяющая находиться на орбите Лиссажу в течение трех месяцев.



#### АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРОД ПРИБОРТОВОГО МАССИВА И ДНА КАРЬЕРА ПРИ КОМБИНИРОВАННОЙ РАЗРАБОТКЕ РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

*Алибаев А.П., Маматова Г.Т.*

ЖАГУ, Кыргызстан, Жалал-Абад

*Алибаев А.П.*

Для определения напряженно-деформированного состояния и устойчивости массива пород прибортовой зоны в настоящее время все более широкое применяются вычислительные методы. Эти методы в основном основываются на численном моделировании напряженно-деформированного состояния



массива пород [1]. Для моделирования напряженного состояния породного массива прибортовой зоны неоднородного сложения нами использовано программное обеспечение «Stress» [2]. Моделирование выполнялось методом конечных элементов.

*Маматова Г.Т.*

Установлено, что при комбинированной отработке мощных наклонных рудных тел до начала подземных горных работ наибольшая концентрация наблюдается в пределах рудной зоны на уровне дна и ниже уровня на глубине от дна, равной  $0,5N_d$ . Концентрация наблюдается и в

правом низком борту на уровне дна. Ширина этой зоны концентрации равняется  $0,7N_d$ . Под дном карьера и в правом борту до высоты от дна карьера, равной  $0,16N_d$  возникает зона растягивающих горизонтальных напряжений. По глубине эта зона распространяется до глубины, равной  $0,5N_d$ . Выявлено, что в массиве левого борта зона растягивающих напряжений возникает вдоль линии границ рудной зоны и породы. Нижняя граница этой зоны проходит по рудному телу и находится на высоте от дна, равной  $0,26N_d$ , а верхняя - на высоте, равной  $0,73N_d$  [3].



#### РАДИАЦИОННАЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ И РАЗРУШЕНИЕ СТАРЕЮЩИХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВОВ

*Арутюнян Р.А.*

Санкт-Петербургский государственный университет,  
Россия, Санкт-Петербург

*Арутюнян Р.А.*

В процессе радиационного воздействия в металлических сплавах возникают простые и сложные комплексы дефектов (вакансии, межузельные атомы, поры), способствующие ускорению распада твердого раствора и, соответственно, изменению механических свойств. При этом наблюдаются эффекты радиационной ползучести, радиационного старения и разрушения. В докладе эти эффекты учитываются с помощью параметра, характеризующего изменение объемной доли упрочняющих фаз и зависящего от интегральной дозы и температуры облучения. Получено аналитическое решение уравнения ползучести в случае изотермических процессов и построены теоретические кривые ползучести без радиации и с учетом радиационного воздействия. Эти решения сравниваются с данными соответствующих опытов по ползучести высокопрочных сплавов, используемых в атомных энергетических установках. С учетом этих результатов и первого закона термодинамики сформулирован критерий длительной прочности, основанный на концепции скрытой энергии деформации. Показано, что процессы старения на начальных

стадиях радиационного воздействия упрочняют материал, затем с коагуляцией частиц второй фазы, способствующей разупрочнению материала, наблюдается увеличение скорости ползучести и ускорение процессов разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (проект № 11-08-00763).



## ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ДЕФОРМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА МРАМОРА

*Герман К.А.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

*Герман К.А.* Электрическое поле непосредственно воздействует на кристаллическую решетку минералов, существенно изменяя их свойства. Это связано с тем, что дефекты, имеющиеся в породе, как правило, обладают некоторым электрическим зарядом. Поэтому внешнее электрическое поле способно переориентировать их или сдвинуть в определенном направлении. Это изменяет процесс деформации породы

Электрические и магнитные поля могут воздействовать на горные породы непосредственно за счет смещения, электрического и магнитного ориентирования (поляризация и намагничивание), возбуждения электронов и ионов и т.д. или косвенно – через тепловое поле, в которое трансформируется электрическая энергия в породах

В связи с этим выделяют три группы явлений: нагрев пород, непосредственное изменение свойств пород под воздействием поля и пробой пород.

Изменение прочности пород. Электромагнитное поле не только является источником тепла в горной породе, но и непосредственно воздействует на кристаллическую решетку минералов, существенно изменяя их свойства. Это связано с тем, что дислокации, имеющиеся в породе как правило, обладают некоторым электрическим зарядом. Поэтому внешнее электромагнитное поле способно переориентировать дислокацию или сдвинуть в определенном направлении. Это способствует пластической деформации пород

В результате воздействия электромагнитного поля на некоторые породы даже при отсутствии нагрева последних, происходит довольно существенное изменение модуля Юнга, предела прочности при сжатии и возрастание пластической деформации. Это было отмечено и подтверждено после экспериментов на образцах из мрамора. Было исследовано влияние параметров воздействия электрического поля, таких как сила тока, частота, скважность.





## ИННОВАЦИОННАЯ РАЗРАБОТКА МОБИЛЬНЫХ ПОДМОСТЕЙ

*Джолдасбеков С.У., Темирбеков Е.С.*

Институт механики и машиноведения МОН РК

Целью инновационной является разработка теории, алгоритмов, компьютерной реализации, изготовление ПКД с использованием вычислительного комплекса Autodesk Inventor с созданием 2D-эскизов и 3D-моделей деталей и сборок и макетов для создания в Республике Казахстан типоразмерного ряда конструкций подмостей не уступающих, а по некоторым параметрам и превосходящих зарубежные аналоги. Это станет основой для их серийного производства в виде легких, мобильных, компактных, дешевых, простых в изготовлении и эксплуатации конструкций с рабочей высотой подъема от 1.6 до 12.2 метра, предназначенных для ремонтно-технических, строительно-монтажных и вспомогательных работ внутри и снаружи промышленных и жилых помещений зданий и сооружений. Один из вариантов 3D-моделей подмостей – ПМД-5.2 с высотой подъема рабочей площадки до 5.2 метра, запатентован в РК (рисунок).

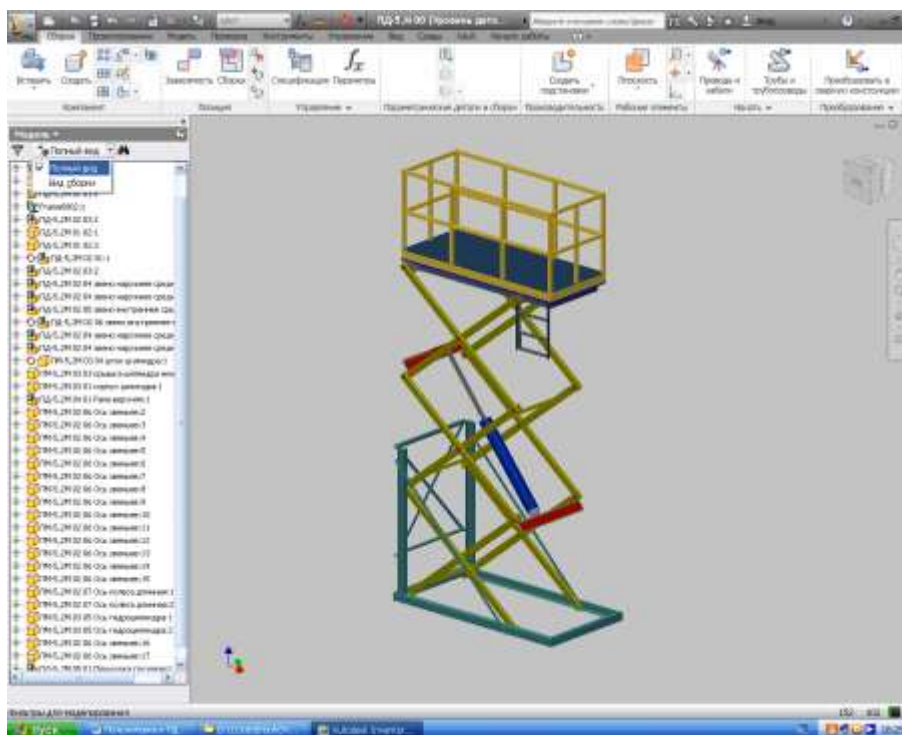


Рисунок. 3D-модель подмостей ПМД-5.2



## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ БАЛКИ КОРОМЫСЛОВОЙ УДАРНОЙ СИСТЕМЫ

*Еремьянц В.Э., Колесников Н.А.*  
КРСУ, Кыргызстан, Бишкек.

Во многих машинах и механизмах используются коромысловые ударные системы, в которых коромысло, совершая вращательное движение относительно неподвижной оси, наносит удары по инструменту или наковальне. Коромысло обычно состоит из стержня или балки, на конце которого закреплена ударная масса, называемая в работе бойком. Боек может иметь различную связь со стержнем или балкой. Эта связь может быть жесткой, упругой или шарнирной. Различные виды связи определяют и различные граничные условия рассматриваемой системы, которые оказывают влияние на собственные формы и частоты колебаний балки. В конечном счете, это отражается на напряженном состоянии балки и её прочности.

В данной работе решается задача исследования напряжений, возникающих в балке, при различных видах закрепления бойка. В модели балка представляется как упругое тело с распределенной массой, а боек – как жесткое недеформируемое тело с податливой сферической ударной поверхностью. Для описания поперечных колебаний балки используется техническая теория изгиба, не учитывающая деформации сдвига и силы инерции от поворота сечений. Контактная характеристика бойка с наковальней описывается линеаризованной моделью Герца. Решение уравнений движения модели проводится методом главных координат, путем его разложения по собственным формам и частотам колебаний.

В результате решения установлено влияние вида связи бойка с балкой, и параметров элементов ударной системы на напряженное состояние балки. Приведено обоснование возможности упрощения динамической модели коромысловой ударной системы без существенной погрешности в конечных результатах её расчета. Разработаны рекомендации по выбору рациональных параметров элементов ударной системы, обеспечивающих наибольшую энергию удара при удовлетворении условий прочности элементов ударной системы.



## ПОВТОРНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН НА ПЛАСТИНУ ПРИ ЕЁ ВИБРОУДАРНОЙ ОЧИСТКЕ

*Еремьянц В.Э., Нью В.В.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

В работе рассматривается ударная система гидравлического вибр ударного механизма для очистки пластин от отложений на их внутренней поверхности. Эта система состоит из бойка гидравлической ударной машины, который наносит удар по инструменту, опирающемуся на внешнюю поверхность обрабатываемой пластины. Боек и инструмент представляют собой упругие стержни, диаметры которых отличаются друг от друга не более, чем на 20%. Соударяющиеся торцы бойка и инструмента плоские. Торец инструмента, опирающийся на пластину сферический.

В модели рассматриваемой системы перемещение сечений бойка и инструмента описывалось одномерным волновым уравнением, решение которого отыскивалось методом Даламбера. Контактная характеристика инструмента и пластины описывалась линеаризованной моделью Герца.

В результате решения уравнений движения получены аналитические выражения, связывающие параметры волн деформаций, распространяющихся в инструменте при их многократном отражении от пластины и от ударного торца инструмента, с параметрами элементов ударной системы. Найдены зависимости усилий в контакте инструмента с пластиной и коэффициента передачи энергии волн деформаций в пластину от безразмерных соотношений параметров бойка, инструмента и обрабатываемой пластины. На основании полученных результатов установлены рациональные соотношения параметров системы, обеспечивающие наилучшую передачу энергии удара через инструмент в пластину при напряжениях в элементах системы не превышающих допустимые.

Сравнение теоретических результатов с экспериментальными результатами, полученными ранее, показало их хорошую сходимость. Это свидетельствует о достоверности принятой модели волновых процессов в рассматриваемой ударной системе.



*Забиньякова О.Б.*

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СОСТОЯНИЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, ОПИСЫВАЕМОЙ УРАВНЕНИЕМ ВАН ДЕР ПОЛЯ С ОДНИМ ПАРАМЕТРОМ, В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ MATHCAD.

*Забиньякова О.Б., Адигамов Н.С.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Весьма важным является анализ базовых моделей, на основе которых происходит изучение сложных процессов и явлений, происходящих в природе. Автономные динамические системы, исследуемые в работе, явной зависимости от времени не содержат.

Уравнения Ван дер Поля исчерпывающим образом описывают механизмы рождения и свойства предельного цикла Пуанкаре, как математического образа периодических автоколебаний.

В работе также приводятся рекомендации по решению задачи в вычислительной среде MathCad.



## ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ И СОВМЕСТИМОСТИ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ С N-ОБРАЗНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ОТ СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИИ

*Келлер И.Э.*

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Россия, Пермь

Рассматриваются уравнения равновесия и совместности несжимаемой вязкопластической среды с произвольной материальной функцией, связывающей интенсивности напряжений и скоростей деформации. Найден общий вид материальной функции, обеспечивающей полную интегрируемость уравнений в двумерной формулировке. Данная функция имеет N-образный (спинодальный) вид [1] и в частных случаях соответствует линейно вязкой жидкости и идеально пластическому твердому телу. Смена знака чувствительности к скорости деформации соответствует смене типа системы и переходу через линию разрыва в сплошном теле. Найденная функция обеспечивает расщепление оператора на паре двумерных подпространств, в которых уравнения точно линеаризуются. Результат расширяет класс интегрируемых задач на некоторую разновидность активных материалов, к которым относятся металлы в условиях динамического деформационного старения, динамической рекристаллизации, мартенситных превращений, двойникования; металлические стекла; твердые полимеры; среды с внутренним сухим трением (сыпучие среды и горные породы). Такая скоростная зависимость среды в соединении с ее упругими свойствами порождает динамическую систему, имеющую режимы деформирования, сопровождаемые распространением автоволн и уединенных волн локализации деформаций, а также релаксационными колебаниями.

## Список литературы

1. Келлер И.Э. Интегрируемость уравнений равновесия и совместности вязкопластической среды с отрицательной чувствительностью к скорости деформации // ДАН. 2013. Т.451, №



### ТЕОРИЯ ПРОДОЛЬНОЙ ПРОКАТКИ АЛЮМИНИЕВОГО ЛИСТА В ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

*Китаева Д.А.,<sup>1</sup> Субботина Е.А.<sup>2</sup>*

Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет,  
Россия,<sup>1</sup> КРСУ, Кыргызстан, Бишкек<sup>2</sup>

Рассматривается задача, включающая определение размещающей функции для анализа полей напряжений, скоростей перемещений и деформаций, которые возникают в процессе продольной прокатки полосы из алюминиевых сплавов в режимах сверхпластичности. Решение задачи ищется в предположении радиальности течения металла в очаге деформации.



*Логашина И.В.*

### ФОРМООБРАЗОВАНИЕ РЕЛЬЕФА НА ЛЕДЯНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЕВРОПЫ

*Логашина И.В., Данхэм Д.У., Чумаченко Е.Н., Аксенов С.А.*

Московский институт электроники и математики Национального  
исследовательского университета Высшая школа экономики,  
Россия, Москва



*Данхэм Д.У.*

Работа посвящена исследованию процессов образования рельефа на поверхности спутника Юпитера Европы. Европа относится к числу крупных спутников планет Солнечной системы. По размерам она близка к Луне. Поверхность Европы покрыта слоем воды толщиной предположительно порядка 100 км (частью - в виде ледяной поверхностной коры толщиной 10-30 км; частью, как полагают, - в виде подледного океана). Далее залегают горные породы, а в центре, предположительно, находится небольшое металлическое ядро. Температура на поверхности Европы около  $-170^{\circ}\text{C}$ . Вода замерзает предположительно при  $-5^{\circ}\text{C}$ ,  $-6^{\circ}\text{C}$ . Наблюдения показывают непрерывное перемещение ледяной поверхности по заключенному в ее недрах жидкому океану. Гравитационное воздействие Юпитера согревает Европу и наряду с тектоническими процессами на самой Европе, способствует существованию в ее недрах жидкого океана. По мнению ученых, степень



*Аксенов С.А.*

нагретости спутника больше у экватора, нежели у полюсов. Наличие жидкого океана делает Европу одним из самых интересных в солнечной системе объектов с точки зрения поиска жизни. В этой связи приобретают актуальность исследования, формообразования рельефа спутника, которые интересны как с точки зрения общего понимания происходящих на Европе процессов, так и с точки зрения планирования и оценки рисков космических миссий по ее изучению.

В работе проведено математическое моделирование отдельно расположенной зоны ледяной поверхности Европы с подтаявшим над фронтальным тектоническим шлейфом протяженным участком под влиянием инициированных приливными воздействиями напряжений. Используя локально однородные модели проталины льда, удалось учесть различные физико-механические свойства льда при разных температурах. Нагрузки выполнены таким образом, чтобы показать воздействия механических гравитационно-приливных сил на образование ледяных дефектов на Европе. Результаты расчетов показали, что разломы могут появляться в центре и по контуру деформированной области, в зависимости от вида нагружения, возникающего вследствие приливных сил. Сами дефекты могут выглядеть по-разному: V-образные сколы, разломы и т.д. Образование таких дефектов вызвано хаотической совокупностью многих факторов: механических, температурных и т.д. Эти процессы на спутнике во многом схожи с тектоническими процессами на Земле и требуют дальнейшего изучения.



#### ВЛИЯНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛИМОСТИ ОПОРНОГО МЕХАНИЗМА РЕЛЬСОВОЙ МАШИНЫ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

*Омаров Т.И., Наурушев Б.К., Сакенова А.М.*

КазНТУ им. К.И.Сатпаева, Казахстан, Алматы

*Омаров Т.И.*

Рассматривается структура опорного механизма грузоподъемных и других вспомогательных машин на рельсовом ходу, ходовые колёса которых устанавливаются без подрессоривания. Такие машины эксплуатируют в металлургии, строительстве и других отраслях промышленности. При неизбежных погрешностях геометрических размеров колес, их монтажа на раме, а также учитывая искривления и взаимные смещения рельсов, вертикальная нагрузка на них при движении машины распределится неравномерно, и может оказаться равной нулю на одном из колес при отрыве его от рельса. Теоретически возможен отрыв любого из колёс, следовательно, опорный механизм неподдресоренной рельсовой машины будет системой переменной структуры. Структурный анализ механизма показывает наличие избыточной геометрической связи, что вызовет неравномерное распределение вертикальной нагрузки на опорные колеса и ударные

нагрузки. Нагрузка на одном из колес может оказаться более низкой, а при неблагоприятных эксплуатационных условиях даже равной нулю (отрыв колеса от рельса). При восстановлении контакта колесо подвергается ударной нагрузке, что способствует значительному сокращению срока службы ходовых колес машины. Значения вертикальных нагрузок на колеса, определённые при отсутствии контакта с рельсом одного из колес 4-х колесной рельсовой завалочной машины показывают, что на два колеса приходится 85% нагрузки, на третье колесо – 15% полной нагрузки.

Равномерно распределить вертикальную нагрузку на колеса возможно, если выполнить раму составной (из двух частей). Как известно из практики работы подъёмно-транспортных машин, вертикальная нагрузка распределяется равномерно именно для таких конструкций. Эксплуатация опытных экземпляров мостовых кранов с составной конструкцией рамы показала значительное уменьшение потребляемой электроэнергии и износа деталей ходовой части кранов.



## ИССЛЕДОВАНИЯ ГРУБОСТИ, БИФУРКАЦИЙ И ХАОСА СИНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ОБЛАСТИ ХИМИИ

*Оморов Р.О., Джаманбаева З.А.*

Технопарк НАН КР, Кыргызстан, Бишкек

*Оморов Р.О.*

Синергетика в настоящее время вторгается во все области науки, начиная с естественных наук – физики, химии, биологии, геологии, геофизики и кончая неточными областями наук, такими как экономика, социология, психология, философия, распознавание образов, а также в области техники и технологий. При исследовании и управлении синергетическими системами важнейшее значение имеют вопросы грубости и бифуркаций.

В данной работе рассматриваются синергетические системы в области химии – системы Ресслера и Белоусова-Жаботинского. Ставится задача исследования грубости, бифуркаций и хаоса в этих системах.

Для решения поставленной задачи применяется метод топологической грубости.

Система Ресслера представляет модель хаотической динамики химических реакций, протекающих в некоторой емкости с перемешиванием.

Система описывается уравнениями:

$$\begin{aligned}x' &= -y - z, \\y' &= x + 0,2y \\z' &= 0,2 + z(x - \mu).\end{aligned}$$

Система Белоусова-Жаботинского. Эта система описывается уравнениями

$$x' = k_1 ay + k_2 ax - k_3 xy - 2k_4 x^2,$$

$$y' = -k_1 ay - k_3 xy + 1/2 f k_5 bz,$$

$$z' = 2k_2 ax - k_5 bz,$$

где  $k_1 = 1,28$ ;  $k_2 = 8,0$ ;  $k_3 = 8,0 \cdot 10^5$ ;  $k_4 = 2,0 \cdot 10^3$ ;  $k_5 = 1,0$ ;  $a = 0,06$ ;  $b = 0,020$ ;  
 $0,5 < f < 2,4$ .

Система Белоусова-Жаботинского – это химическая реакция, где возникают колебания концентрации веществ, и представляет собой каталитическое окисление малоновой кислоты  $\text{CH}_2(\text{COOH})_2$ .

Результаты применения метода топологической грубости для исследования синергетических систем Ресслера и Белоусова-Жаботинского показывают эффективность данного метода исследования грубости, бифуркаций и хаотических движений в химических системах.



## КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПАРАМЕТРА АНИЗОТРОПНОСТИ

*Пазылов Ш.Т.,<sup>1</sup> Оморов Н.А.<sup>2</sup>*

*КРСУ,<sup>1</sup> ЖАГУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек,<sup>1</sup> Жалал-Абад<sup>2</sup>*

В исследовании эффектов, возникающих при динамической сверхпластичности [1], главенствующая роль отводится проведению и анализу результатов механических экспериментов. При этом возникает задача определения термомеханических условий, в которых эффект сверхпластичности имеет место. Иными словами, из всего массива опытных сведений выбираются данные, отвечающие проявлению сверхпластических свойств. Решение такой задачи осуществляемо, если получены экспериментальные результаты, соответствующие широкому диапазону температур и скоростей деформаций. Можно утверждать, что перевод материалов в сверхпластическое состояние зависит не только от химического состава и термомеханической истории процесса, но и от условий формирования исходной структуры (структурная или динамическая сверхпластичность).

В связи со сказанным отметим, что в листовом алюминиевом сплаве 1561 после многоступенчатой прокатки формируется пластинчатая текстура, ориентированная в направлении прокатки, и вытянутое зерно. Следствием особенностей исходной структуры явилось возникновение эллипсообразности поперечного сечения при температурно-скоростном растяжении образцов сплава 1561 [2, 3].





## СВОЙСТВА И СТРУКТУРА ЛИТОГО АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА 1561 ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

*Пазылов Ш.Т.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Одной из важнейших научных и прикладных проблем в производстве металлических сплавов является проблема качества литого металла. Для металловедения главным в ней является знание структуры литого металла и умение управлять последней с тем, чтобы обеспечить наилучшую конечную структуру и свойства изделия после различных обработок литой заготовки. Во многих работах затрагивались вопросы наследственного влияния литой структуры на конечную структуру и свойства отливок и деформированных полуфабрикатов из алюминиевых сплавов. Однако эти вопросы не были обобщены с использованием данных о микро и субструктуре литых сплавов и ее трансформации при последующих обработках [1].

В работе ставится экспериментальная задача изучения влияния термомеханических условия нагружения на изменения литой структуры сплава 1561. Обсуждаются данные исследования его микроструктуры и деформационных свойств при близких к статическим значениям ( $2,3 \cdot 10^{-5}$  м/с) скоростей деформирования.



## О МЕТОДАХ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ В МЕХАНИКЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ

*Рудаев Я.И.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Подавляющее большинство физико-механических процессов в деформируемых материалах происходит во времени. Вследствие этого определяющие соотношения, моделирующие закономерности деформирования в принципе можно отнести к динамическим.

В последнее время большое внимание уделяется исследованию деформационного поведения материалов, которые можно рассматривать как незамкнутые неравновесные системы. В качестве примера сошлемся на материалы, которым при деформации отвечает иерархия необратимых структурных состояний, характерная для систем, находящихся вдали от термодинамического равновесия. К изучению динамики таких материалов оказывается неприемлемым квазистационарный подход. Последний развитие любой сложной системы рассматривает как смену одного устойчивого состояния другим с кратким периодом переходного процесса между ними. Однако анализ реальной деформационной динамики

показывает, что период неравновесного состояния может оказаться слишком длительным, чтобы им можно было пренебречь. Более того, часто требуется поддержание системы в неравновесном состоянии. Поэтому квазистационарный подход эффективен до момента, когда в силу некоторых причин характер стационарного состояния не изменяется кардинальным образом. Подобные бифуркационные изменения принадлежат к области приложений методов нелинейного динамического анализа, получившего название синергетики.

Предложена модель, которая обобщает полученные результаты на пространственный случай с привлечением соотношений теории упругопластических процессов малой кривизны.

## О ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИИ ГОРНЫХ ПОРОД

*Рычков Б.А., Лужанская Т.А.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Рассматривается способ теоретического описания поведения некоторых горных пород, испытанных по схеме Кармана, когда между главными напряжениями существует соотношение:  $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$  ( $\sigma_i$  - главные сжимающие напряжения,  $i = 1, 2, 3$ ), при этом в качестве исходных данных используются экспериментальные данные полученные А.Н. Ставрогины. В качестве критерия прочности используется критерий прочности Кулона-Мора.



*Рычков Б.А.*

Для определения параметров, входящих в предлагаемые выражения для пределов упругости и прочности, привлекаются петрографические характеристики горных пород, их прочностные свойства при одноосном сжатии и условие перехода критерия Мора в критерий Треска (что наблюдается в опыте при определенном напряженном состоянии).

Таким образом получены теоретические значения пределов упругости (прочности) при неравномерном трехосном сжатии для некоторых горных пород, достаточно близкие к экспериментальным значениям.



*Лужанская Т.А.*

Далее для установления полной картины деформирования горной породы, принимается, что горные породы относятся к ортотропным материалам и, основываясь на законе Гука для ортотропного тела, отображается упругий участок деформирования. Затем, разделяя деформацию на упругую, чисто пластическую (не вызывающую изменения объема) и деформацию разрыхления отображается картина деформирования материала за пределом упругости.



## О ПОЛНОЙ ДИАГРАММЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Султаналиева Р.М.,<sup>1</sup> Шаповалова А.В.<sup>2</sup>

КГТУ им. И.Раззакова,<sup>1</sup> КРСУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек

Следуя [1], считаем, что моделирование реальной физической системы начинается с введения координат состояния  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k$ , называемых параметрами порядка. К ним добавляется дополнительное множество параметров  $T_1, T_2, \dots, T_k$ , имитирующих отклик на изменение параметров  $\eta_k$  и представляющих собой внешние воздействия. Кроме этого, предполагается наличие параметров  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ , ответственных за дефекты исходного состояния системы и появившиеся в процессе ее нагружения.

С этих позиций рассмотрим задачу моделирования деформационного поведения горных пород, геоматериалы, с точки зрения механики неупругих деформаций, считаются полухрупкими средами, у которых к упругой и пластической составляющим добавляется деформация разрыхления. Опыты, реализованные на испытательных машинах с жестким нагружением, показывают, что сжимающая нагрузка на образец, достигнув максимума, начинает уменьшаться при продолжающемся росте деформаций [2]. Указанный экспериментальный факт свидетельствует о большом влиянии нелинейности на поведение геоматериалов и массивов горных пород, учет которой связан с тенденцией перехода добычи полезных ископаемых на большие глубины. При этом, соответственно, ухудшаются горнотехнические условия отработки месторождений, дополняемые активизацией проявления горного давления.



*Чумаченко Е.Н.*

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКОГО ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ ОБОЛОЧЕК ИЗ ПРОМЫШЛЕННЫХ СПЛАВОВ НА ОСНОВЕ ТИТАНА

*Чумаченко Е.Н., Аксенов С.А., Логашина И.В.*

Московский институт электроники и математики НИУ ВШЭ  
Национального исследовательского университета Высшая школа  
экономики, Россия, Москва



*Аксенов С.А.*

Работа посвящена исследованию сверхпластичности титановых сплавов в условиях промышленной формовки оболочек, разработке технологий газовой формовки, позволяющих получить изделия сложной формы для использования в авиационной и космической отраслях. Сверхпластичность материалов при формоизменении проявляется при выполнении ряда условий, главным из которых является соблюдение температурного и скоростного диапазона формовки изделия. Скоростной диапазон сверхпластичности определяется минимальной и максимальной скоростью деформации материала и характерен тем, что внутри него напряжение течения материала обладает повышенной скоростной чувствительностью. Скоростные диапазоны уникальны для каждого материала и существенно зависят от температуры формоизменения, их определение является сложной задачей, требующей высокотехнологичного лабораторного оборудования. Проведенное в рамках работы экспериментальное исследование свойств промышленного титанового сплава ВТ-6 позволило построить



*Логашина И.В.*

математическую модель, описывающую зависимость напряжения течения этого сплава от скорости деформации, степени деформации и температуры. Анализ полученных результатов привел к заключению о возможности понижения температуры сверхпластической формовки изделий из ВТ-6. С помощью разработанного авторами программного обеспечения удалось спроектировать технологию получения оболочечного изделия с высокой степенью вытяжки при пониженной температуре формовки. Разработанная программа позволяет производить имитационное моделирование процессов сверхпластичной формовки изделий, обладающих осевой симметрией. Специальный модуль осуществляет расчет оптимального режима давления, позволяющего для выбранной геометрии изделия обеспечить условия сверхпластичности в наиболее ответственных участках заготовки при его производстве. Для апробации полученных результатов была проведена тестовая формовка при пониженной температуре, в результате которой получили изделие с высокой степенью вытяжки, отсутствием дефектов и разнотолщиной, отвечающей прогнозам, построенным при имитационном моделировании.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ (ЧИСЛЕННЫЕ) МЕТОДЫ

## GAS-PARTICLE REACTING TURBULENT FLOW IN THE PLANAR CHANNEL

*A.Zh. Naimanova, T.M.Ussenova*

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling of the Ministry  
of Education and Science of the Kazakhstan, Almaty



*A. Zh. Naimanova*



*T.M.Ussenova*

In this work mathematical model and numerical solution of a two-dimensional subsonic turbulent reactive flow with injected of mixture (gas-solid particles) in planar channel are presented. The Reynolds-averaged Navier-Stokes equations closed by the  $k - \varepsilon$  turbulence model are used to simulate the process of the gas phase. The parameters of the dispersed phase are described by the Lagrange equations of the trajectories, velocity and temperature of the solid particles. The main assumptions used in the mathematical formulation of a problem: the particles have the spherical shape and consist of a solid skeleton, in the porous contain the gas.

The corresponding initial and boundary conditions have the following form: at the initial moment of time, the gas is at rest, the densities of components are given and the temperature distribution is constant. At the inlet: inside the nozzle are set a value of velocity and temperature of the mixtures (gas-solid particles); at the external nozzle part the secondary air are injected. On the walls turbulent law of the wall specified for the velocity field, the tangential component of the velocity component of which determined by logarithmic profile. The field of temperature determined analogy. At the outlet: for the velocity fields are taken no-slip boundary conditions, for the pressure and density are supported by the values [1]. The particles leave the considered domain.

A detailed description of the numerical method as well as testing of the constructed algorithm described in [2]. The program complex PFS-CFD (Plasma - Fuel System-Computational Fluid Dynamics) developed by [2] was modified for solving above mentioned gas-particle interactions and devolatilizations. The interactions of gas-particles in depending on the parameters of entrance and coal devolatilization were studied.

### References

1. Starchenko A.B. Matematicheskoe modelirovanie obrazovaniya oksidov azota pri gorenii pyleugolnogo topliva. Fizika gorenii i vzryva, T.34, No 6, pp. 3-13, 1998, (in Russian).

2. Kamalova G.A., Messerle V.E., Naimanova A.Zh., and Ustimenko A.B. Modelling of Turbulent Reacting Flows in Furnace Devices // Thermophysics and Aeromechanics. vol. 15, No1, pp. 139-151, 2008.

ПОДХОД К ЛОКАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ МОДЕЛЕЙ ПОЧВО-РАСТИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

*Александров В.Г.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек



*Александров В.Г.*

В настоящей работе излагается подход к решению задачи локальной адаптации условно полной модели почво-растительной системы (ПР-системы) AGROTOOL к новым агроэкологическим условиям, особенности которых исходная модель не учитывает.

Пусть связь биомассы –  $y$  и объёмной влажности -  $W$  почвы описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (1), которую назовём ОДУ-аналогом условно полной модели ПР-системы:

$$\begin{cases} \dot{y} = (\bar{\alpha}, \bar{x})(K - y) \\ \dot{W} = qP - (\bar{\delta}, \bar{x}) - ay \left[ (\bar{\beta}, \bar{x}) \left( 1 - \frac{y}{K} \right) + (\bar{\alpha}, \bar{x}) \right], \end{cases} \quad (1)$$

где:  $(\bar{\alpha}, \bar{x})$  - коэффициент расхода на дыхание,  $K$  - потенциальный биологический урожай,  $q$  - коэффициент эффективности осадков,  $(\bar{\delta}, \bar{x})$  - испарение с поверхности почвы,  $a$  - коэффициент эффективности транспирации,  $(\bar{\beta}, \bar{x})$  - коэффициент роста посева, где  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$ ,  $\bar{\gamma}$ ,  $\bar{\delta}$  - векторы коэффициентов аппроксимации, а  $\bar{x} = (y, W, T, P, S_r)$  - вектор фазовых переменных и параметров среды.

Адаптацию модели (1) будем выполнять с помощью операторных дополнений  $-A_1 y, -A_2 W$ , компенсирующих невязку расчётных и экспериментальных значений:

$$\begin{cases} \dot{y} = (\bar{\alpha}, \bar{x})(K - y) - a_1 \left( \frac{dy}{dt} - k_1 \frac{d^2 y}{dt^2} \right) \\ \dot{W} = qP - (\bar{\delta}, \bar{x}) + \frac{y}{(\bar{\gamma}, \bar{x})} \left[ (\bar{\beta}, \bar{x}) \left( 1 - \frac{y}{K} \right) + (\bar{\alpha}, \bar{x}) \right] - a_2 \left( \frac{dW}{dt} - k_2 \frac{d^2 W}{dt^2} \right), \end{cases} \quad (2)$$

где:  $a_{22} = -k_2 a_{21}$ ,  $a_{12} = -k_1 a_{11}$ ,  $k_1 = \left( \frac{\dot{\tilde{y}}}{\ddot{\tilde{y}}} \right)$ ,  $k_2 = \left( \frac{\dot{\tilde{W}}}{\ddot{\tilde{W}}} \right)$ , а переменные  $\tilde{y}$ ,  $\tilde{W}$

соответствуют агроэкологическим условиям, при которых уравнения (1) имеют удовлетворительную адаптацию.

Коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $k_1$  и  $k_2$  вычисляются методом наименьших квадратов по многовариантным расчётным данным компьютерных экспериментов на модели AGROTOOL.



УПРУГОЕ РАВНОВЕСИЕ АНИЗОТРОПНОГО  
ПОЛУПРОСТРАНСТВА, ПОДВЕРЖЕННОГО РАВНОМЕРНОМУ  
ДАВЛЕНИЮ.

*Аманалиев А.А.,<sup>1</sup> Жумабаев Б.<sup>2</sup>*

Институт геомеханики и освоения недр (ИГиОН) НАН КР,<sup>1</sup> КРСУ,<sup>2</sup>  
Кыргызстан, Бишкек.

*Жумабаев Б.* Расчет оснований сооружений приводит к изучению напряженного состояния весоного полупространства, свойства которых моделируется анизотропным телом. Давление оснований на такое полупространства в первом приближении представляется как вертикальная нагрузка с равномерным распределением.

В качестве анизотропного массива принято трансверсально-изотропное тело, когда плоскость изотропии свойств массива наклонена к горизонту под произвольным углом. Весомое анизотропное полупространство формируется упруго в рамках гипотезы А.Н. Динника. В этом случае, компоненты напряжений являются линейными функциями, зависящие только от глубины. Различие величин напряжений в боковых направлениях дано коэффициентами боковых распоров. Получены соотношения для боковых распоров, которые зависят от 5 упругих характеристик трансверсально-изотропного тела и от угла ориентации плоскости изотропии. Определены величины боковых распоров в зависимости от угла наклона плоскости изотропии.

Вклад влияния вертикальной нагрузки на напряженное состояние весоного полупространства установлено решением граничной задачи двумерной теории упругости анизотропного тела. Для выяснения степени влияния анизотропии горных пород на распределение напряжений, найдены корни характеристического уравнения обобщено бигармонического уравнения для 54 типов пород. Корни характеристического уравнения бигармонического уравнения, равные  $\pm i$  (мнимая единица), соответствуют изотропному случаю. Разность корней бигармонического и обобщено бигармонического уравнений, предложена как критерий степени анизотропии пород и, с другой стороны, использована для

построения общего решения обобщено бигармонического уравнения. Получены соотношения для функций напряжений, когда на контуре полуплоскости действует равномерная вертикальная нагрузка.

Суммарное напряженное состояние предлагается как модель напряженного состояния для основания наземных сооружений. Все построенные аналитические соотношения выполнены с помощью математической программной среды MATCAD.



## ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИНЫ УПРУГОГО ЗАКРЕПЛЕНИЯ ОДНОГО ИЗ КОНЦОВ БАЛКИ ЭЙЛЕРА-БЕРНУЛЛИ И ПАРАМЕТРОВ ГРУЗА СОСРЕДОТОЧЕННОГО НА ЭТОМ КОНЦЕ

*Ахтямова А.А., Ахтямов А.М.*

Башкирский государственный университет, ИМех им.Р.Р.

Мавлютова УНЦ РАН, Россия, гУфа

Вопросы вычисления собственных частот распределенных механических систем (в частности, упруго закрепленных стержней и пластин) достаточно хорошо изучены [1, 2]. Обратные задачи для таких систем стали исследоваться сравнительно недавно.

В настоящей работе рассматривается задача идентификации коэффициента жесткости пружины  $c_1$  упругого закрепления одного из концов балки Эйлера–Бернулли, а также массы  $m_1$  и момента инерции  $I_1$  груза, сосредоточенного на этом конце. Показано, что для однозначной идентификации параметров упругого закрепления и концевой груза достаточно использования шести собственных частот.

Исследуемая проблема часто возникает в технических устройствах, поскольку деталями многих механизмов являются упруго закрепленные стержни с сосредоточенной массой на конце. Как правило, пружинки, служащие составной частью систем, имеют определенную жесткость, влияющую на нагруженность конца. Со временем системы теряют свою массу и жесткость ввиду износа или, наоборот, наращивают их в результате захватывания инородных предметов. Если конец стержня недоступен для визуального осмотра, а разборка механизма представляет собой дорогостоящую процедуру, то для сохранения надежной работы механизма возникает потребность в его ранней и неразрушающей диагностике (например, акустической), то есть возникает задача определения параметров упругого закрепления и нагруженности конца стержня по характеристикам звуковых колебаний, вызванных ударом по стержню. Поэтому становится



важной проблема идентификации параметров упругого закрепления и нагруженности конца однородного стержня по собственным частотам его колебаний.

### Список литературы

1. Стрэтт Дж. В. (Лорд Рэлей). Теория звука. Т. 1. М.; Л.: Гостехиздат, 1940.
2. Коллатц Л. Задачи на собственные значения (с техническими приложениями). М.: Наука, 1968. 503
3. Ахтямов А. М., Урманчиев С. Ф. Определение параметров твердого тела, прикрепленного к одному из концов балки, по собственным частотам колебаний // Сибирский журнал индустриальной математики. 2008. Т. 11, № 4. С. 19–24.
4. Вибрации в технике: Справочник. Т. 1. Колебания линейных систем/ Под ред. В. В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. 352 с.
5. Гладвелл Г.М.Л. Обратные задачи теории колебаний. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2008. 608 с.



*Бекетаева А.О.*



*Бердиева Ш.М.*

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР ЗА ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУЕЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

*Бекетаева А.О.,<sup>1</sup> Дуйшеналиев Т.Б.,<sup>2</sup> Бердиева Ш.М.<sup>1</sup>*

Институт математики и матмоделирования МОиН РК,  
Казахстан, Алматы,<sup>1</sup> КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызстан, Бишкек<sup>2</sup>

На сегодняшний день в большинстве работ, посвященных изучению сверхзвуковых течений над обтекаемыми поверхностями при наличии на них струй изучено взаимодействие при малых и умеренных значениях параметра нерасчетности. Моделирование течения при большой разнице в давлениях струи и потока представляло существенные трудности.

В работе рассматривается задача о взаимодействии сверхзвукового свободного потока с поперечной струей, вдуваемой через круглое отверстие на стенке. Исходной является система осредненных по Рейнольдсу трехмерных уравнений Навье-Стокса для сжимаемого турбулентного совершенного газа, записанных в декартовой системе координат, в консервативной форме. Система замкнута с помощью  $k-\omega$  модели турбулентности. Граничные условия имеют следующий вид: на входе задаются параметры потока; на стенке условие прилипания и теплоизоляции; на струе

задаются параметры струи, параметр нерасчетности равен 286; во входном сечении вблизи стенки задается пограничный слой, профиль продольной скорости аппроксимируется степенным законом; на верхней - условие симметрии, на боковых и выходной границе задаются условия неотражения. Для более точного учета течения в пограничном слое, вблизи стенки и на уровне струи вводится сгущение сетки в продольном и в поперечных направлениях. Численное решение системы в обобщенных координатах осуществляется TVD схемой.

В результате вычислительного эксперимента получено, что при больших нерасчетностях суммарная вихревая структура отличается от случая умеренных значений нерасчетности и она аналогична структуре, описанной в работе [1]. Также была получена ударно-волновая картина взаимодействия струи и набегающего потока, бочкообразная структура в самой струе. В работе сделан вывод, что при сверхзвуковых течениях большинство вертикальных вихревых структур формируется за счет ударных волн и зон взаимодействия между струей и набегающим потоком.

#### Список литературы

1. Valerio Viti, Reece Neel, Joseph A. Schetz «Detailed flow physics of the supersonic jet» // Phys. Fluids **21**, 046101, 2009



*Жумабаев Б.*

#### НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОД ВОКРУГ НАПОРНЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ ТОННЕЛЕЙ

*Ботоканова Б.А., Жумабаев Б.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Аналитическое описание напряженного состояния массивов пород вокруг напорных гидротехнических тоннелей, расположенных в горной местности достигнуто путем суперпозиции четырех типов полей напряжений. Первое поле напряжений – это распределение напряжений весомой полуплоскости от действия гравитационной силы, равномерно распределенной сейсмической силы и горизонтального тектонического сжатия. Это поле напряжений определено согласно гипотезе А.Н. Динника. Второе поле напряжений характеризует влияние горного рельефа, когда на границе полуплоскости имеется выступ или вырез. Аналитическое описание второго поля напряжений дано построением соотношений для двух комплексных потенциалов так, чтобы при суммировании двух полей напряжений выполнялись естественные граничные условия. Третье поле напряжений характеризует образование тоннеля в произвольном месте весомой

полуплоскости с вырезом или выступом. Четвертое поле напряжений возникает от напора воды действующего на контур тоннеля.

Для склеивания первого и второго поля напряжений разработан алгоритм построения обратной отображающей функции в среде Mathcad, который связывает координаты точек вычисления напряжений, заданных в декартовых и криволинейных ортогональных системах координат.

Для определения трех полей напряжений использован математический аппарат, базированный на конформном отображении и на методе решения граничных задач теории функций комплексного переменного.

Все четыре поля напряжений описаны аналитическими соотношениями и алгоритмизированы в среде Mathcad.

Выполнены текстовые расчеты для тоннелей с круглым, эллиптическим и овальными поперечными сечениями. Установлены закономерности распределения трех компонентов напряжений и относительных деформаций. Результаты расчетов полей напряжений деформаций представлены в виде изолиний трёх компонентов напряжений и деформаций. Предложенная методика рассматривается как новая технология анализа и оценки состояний напорных гидротехнических тоннелей.



## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И НЕЗАВИСИМОЕ КОМПЬЮТЕРНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОНЯТИЙ ЕСТЕСТВЕННЫХ ЯЗЫКОВ

*Долматова П. С.*

АУЦА, Кыргызстан, г. Бишкек

*Долматова П. С.*

В настоящее время при изучении и проверке знаний по языкам широко используется компьютерное оборудование. Но, несмотря на большое разнообразие программных продуктов для изучения и проверки знаний по естественным языкам, ранее не существовало единой программной реализации, объединяющей следующие идеи: изучения естественного языка без использования языка-посредника; использования случайного выбора при формировании заданий; использования преобразований объектов на экране в соответствии с алгоритмами компьютерной геометрии в графических заданиях; доступности для специалистов-филологов, которые сами создают обучающий и контролирующий материал.

Разработанная автоматизированная система Language Education System (AC LES), объединяющая все эти идеи, предназначена для независимого компьютерного представления понятий естественных языков. Далее это представление используется для разработки

независимых обучающих и комплексных контролирующих приложений по естественным языкам.

Для реализации независимого представления понятий введены определения математической и компьютерной моделей понятия естественного языка. В качестве математического аппарата был выбран язык теории множеств, поскольку понятия естественного языка могут быть рассмотрены по нашему методу, как действия с объектами, математически представляемыми в виде связных множеств.

На основе определения математической модели понятия разработаны математические модели основных понятий кыргызского и русского языков. На основе компьютерной модели понятия естественного языка созданы неформальный и формальный алгоритмические языки для независимого компьютерного представления понятий. Формальный алгоритмический язык используется в АС LES для разработки независимых обучающих и комплексных контролирующих приложений по естественным языкам специалистами-филологами.



*Досаев М.З.*

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГОЛОВКИ ПНЕВМО ВИДЕОТАКТИЛЬНОГО СЕНСОРА С МЯГКИМИ БИОЛОГИЧЕСКИМИ ТКАНЯМИ

*Досаев М.З.<sup>1</sup>, Е Ч.-С.<sup>2</sup>, Горячева И.Г.<sup>3</sup>, Су Ф.-Ч.<sup>2</sup>, Селюцкий Ю.Д.<sup>1</sup>*

НИИ механики МГУ, Москва, Россия; <sup>1</sup> Национальный университет Чен

Кун, Тайнань, Тайвань; <sup>2</sup> Институт проблем механики РАН, Москва,

Россия; <sup>3</sup>



*Селюцкий Ю.Д.*

При пальпации (ощупывании) врачом того или иного участка тела пациента измеряемыми центральной нервной системой параметрами являются, во-первых, напряжения, которые фиксируются на поверхности пальца, и, во-вторых, деформации ткани пальца. В ситуациях, когда

исследуемый участок ткани пациента труднодоступен или недоступен для руки врача, возможно использование искусственного тактильного датчика.

Исследуется миниатюрный вариант пневмо видеотактильного датчика, разработанного российско-тайваньской группой ученых. Полусферическая пневматическая оболочка, используемая в качестве головки датчика, контактирует с мягкой тканью. Давление внутри головки регулируется с помощью воздушного насоса. Встроенная видеокамера фиксирует область контакта. Построена модель контактного взаимодействия мягкой биологической ткани с головкой датчика, которая представляет собой упругую полусферу с заданными механическими свойствами. Для решения контактной задачи

использован метод конечных элементов. Расчеты проведены в программной среде MSC.MARC. При вычислениях использованы геометрические и механические параметры созданного сенсора. Мягкая ткань моделируется линейно упругим полупространством. Расчеты проведены для различных значений модуля упругости мягкой ткани в диапазоне 0 – 150 кПа и нескольких значений модуля упругости головки, соответствующих силикону с различным процентным содержанием отвердителя. Контактируя с мягкой тканью при достаточно малом начальном внутреннем давлении центральная часть головки изгибается внутрь. При этом область контакта принимает форму кольца. Повышая внутреннее давление, определяется его критическое значение, при котором область контакта становится выпуклой. Сравнивается чувствительность метода для различной твердости головки.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-08-92005)



*Жумабаев Б.*

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НАГОРНЫХ ПЛОТИН

*Жумабаев Б., Исмаилова К.Д.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

В горных районах плотины водохранилищ создаются на различных высотных отметках над уровнем моря. Аварии плотин приводят к разрушению населенных пунктов и орошаемых земель, расположенных в низовых условиях от водохранилища. Для выполнения прогноза состояния плотин возникает необходимость создания теоретических и методических основ расчета напряженно-деформированного состояния нагорных плотин.

Для создания математической модели напряженно-деформированного состояния нагорных плотин применен математический аппарат теории функций комплексного переменного. Для моделирования геометрических форм плотин и его размеров предложен аппарат конформного отображения с помощью конечной суммы дробно-рациональных функций. Граничные задачи об упругом напряженно-деформированном состоянии нагорных плотин решены как граничные задачи теории функций комплексного переменного с криволинейными интегралами типа Коши.

Для учета совместного влияния силовых факторов, как силы гравитации, сейсмического воздействия, горизонтального тектонического сжатия и давления воды заполненного водохранилища использован принцип суперпозиции полей напряжений, которые возникают от действия отдельных факторов.

Созданная математическая модель напряженно-деформированного состояния нагорных плотин алгоритмизирована в аннотациях программного комплекса Mathcad таким

образом, что результаты расчета полей напряжений представляются в виде изолиний равных значений и трехмерных поверхностей напряжений вблизи и в теле нагорных плотин.

Отдельные результаты модельного представления полей напряжений использованы для оценки упругого равновесия Папанской плотины. Составленные программы расчета напряжений нагорных плотин также используются в учебном процессе для студентов по направлению «Гидротехническое строительство» в КНАУ и КРСУ.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

*Забинякова О.Б.<sup>1</sup>, Зинченко Д.И.<sup>1</sup>, Кулагина М.А.<sup>1</sup>,  
Рыбин А.К.<sup>2</sup>, Скляр С.Н.<sup>1,3</sup>*

КРСУ,<sup>1</sup> Научная станция РАН,<sup>2</sup> АУЦА,<sup>3</sup> Кыргызстан, Бишкек.



*Забинякова*



*Зинченко Д.И.*



*Кулагина*



*Скляр С.Н.*

Метод магнитотеллурического зондирования (МТЗ) является одним из основных методов глубинной геофизики. Он основан на изучении вариаций переменного электромагнитного поля магнитосферной и ионосферной природы с целью получения сведений о строении верхних слоев Земли и протекающих в них геодинамических процессах. Интерпретацию данных МТЗ проводят в рамках математических моделей, основанных на системе уравнений Максвелла [1]. В настоящее время на практике решения обратной задачи МТЗ обычно ищутся в классе одно- и двумерных моделей, трехмерные модели из-за высокой ресурсоемкости, пока широко не используются [2].

В данной работе рассматриваются одномерная модель Тихонова-Каньяра и двумерная модель для Н-поляризации (ТМ-моды) [1]. Известно, что разработка быстрого и точного алгоритма для решения прямой задачи дает основу для создания эффективного и надежного алгоритма решения обратной задачи магнитотеллурики. Поэтому, в рамках вышеуказанных моделей, предлагаются новые численные методы решения прямых задач для системы уравнений Максвелла. Базой для построения численных методов и соответствующих алгоритмов служит проекционный вариант интегро-интерполяционного метода [3,4], позволяющий сохранять основные свойства дифференциальной задачи в ее дискретном аналоге и учитывать краевые условия общего вида. Работоспособность предложенных схем проверяется на специально построенных для этой цели тестовых задачах с известными аналитическими решениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант №8670).

### Список литературы

1. Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Модели и методы магнитотеллурики // М.: Научный мир, 2009, 680с.
2. Рыбин А.К. Глубинное строение и современная геодинамика Центрального Тянь-Шаня по результатам магнитотеллурических зондирований // М.: Научный мир, 2011, 272 с.
3. Sklyar S.N. A projective version of the integral-interpolation method and it's application for the discretization of the singular perturbation problems // "Advanced Mathematics: Computations and Applications". Proc. Of the International Conf. AMCA-95 (Novosibirsk, Russia, 20-24 June, 1995). -NCC Publisher, Novosibirsk, 1995. -P. 380-385.
4. Еремеев В.Н., Кочергин В.П., Кочергин С.В., Скляр С.Н. Математическое моделирование гидродинамики глубоководных бассейнов. – Севастополь: «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2002, 238 с.



### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ С ОБОБЩЕННОЙ ФОРМУЛИРОВКОЙ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ

*Каримов А.К.*

КазНУ им. аль-Фараби, Казахстан, Алматы

Течение жидкости, имеющей неньютоновские свойства, не подчиняется линейным законам фильтрации. Типичным примером является нефть туймазинского месторождения (Башкортостан), движение которой начинается лишь при градиентах давления, превышающих пороговое значение, т.е. зависимость скорости течения от градиента давления имеет “ступеньку”, но в зоне, где градиент превышает пороговое значение, зависимость становится линейной. В работе строится фундаментальная последовательность непрерывных функций, которая сходится к ступенчатой функции скорости. Это позволяет построить последовательность регулярных функционалов, сходящихся к дельта-функции. Используя свойства обобщенных функций [1], показано, что основное уравнение фильтрации упругого режима можно представить квазилинейным уравнением параболического типа. Для численного решения применялась разностная схема с переменным шагом по времени, который определяется из уравнения сохранения массы жидкости в области существования носителя  $spt(\mathcal{D}_0)$  функции со ступенькой скорости. Для решения использован метод многосеточных итераций. В работе [2] рассмотрена схема полной аппроксимации, которая позволяет применять разнообразные алгоритмы сглаживания и оценить ошибки аппроксимации возникающие при переходе с мелкой на более грубую сетку.

Для решения нелинейной задачи применялся итерационный метод типа Ньютона с ловлей ступеньки скорости в ячейку сетки. Вначале метод Ньютона применяется на мелкой сетке для приближенного определения границы застойной зоны (в пределах ячейки сетки), возникающей из-за “ступеньки” скорости. Затем, на крупной сетке с фиксированным

положением застойной зоны находим решение аппроксимированного уравнения для всей области. Наконец, переносим на подробную сетку не само решение, а погрешность и невязку, поскольку именно они являются гладкими функциями.

Для жидкости с начальным градиентом сдвига численное решение сравнивается с автотомельным решением.

### Список литературы

1. В.С.Владимиров. Уравнения математической физики. Москва: Наука, 1967, 436с.
2. W.Joppich and S.Mijalkovic. Multigrid Methods for Process Simulation. Spring-Verlag Wien NewYork, 1991, 309 p.

### ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ЯВЛЕНИЯ ИРГӨӨ - ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИНЕРГЕТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

*Кененбаева Г.М.,<sup>1</sup> Мураталиева В.Т.,<sup>2</sup> Мамадразаков Ж.Б.<sup>2</sup>*  
ИТПМ НАН КР,<sup>1</sup> ЖАГУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек,<sup>1</sup> Жалал-Абад,<sup>2</sup>



*Кененбаева Г.М.*



*Мамадразаков Ж.Б.*



*Мураталиева В.Т.*

С древних времен известна идея «возникновения порядка из хаоса». В настоящее время известно следующее ее уточнение. Если количества поступающей в систему и уходящей из системы энергии одинаковы и энтропия поступающей энергии меньше энтропии уходящей энергии, то энтропия системы уменьшается, то есть в ней возникает упорядоченность. Такие системы получили общее название «диссипативных». Обзор имеющейся информации [1], [2] показал, что впервые такое явление было зафиксировано в виде слова «иргөө» в кыргызском языке, что обозначает «дискретная оптимизация при помощи синергетики», а также следующее явление. Если поместить в вибрирующий выпуклый сосуд большое количество (абсолютно твердых) шаров различных размеров, сделанных из одного материала, то через некоторое время самый большой шар окажется наверху посередине.

Видно, что данное явление является слишком сложным для того, чтобы можно было обосновать математически. В связи с этим в [2] была выдвинута гипотеза ( в терминах теории вероятностей) о том, что в некотором классе случайных процессов с достаточно большим количеством шаров различной величины с учетом силы тяжести при времени  $t \rightarrow \infty$  самый большой шар будет находиться наверху посередине. Видно, что данное явление является слишком сложным для того, чтобы можно было обосновать гипотезу математически. Поэтому был проведен численный эксперимент [2].

Для систематического исследования данного явления нами составлена программа на языке *Delphi*. В этой программе можно выбирать количество шаров и различные параметры



процесса. Результаты экспериментов с этой программой предполагается представить на конференции.

### Список литературы

1. Панков П.С., Кененбаева Г.М. Иргөө кубулушу диссипациялык системалардын биринчи мисалы катарында жана аны компьютерде ишке ашыруу // Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын кабарлары, 2012, № 3. – 105-108 б.
2. Кененбаева Г.М. Теория и методика поиска новых эффектов и явлений в теории возмущенных дифференциальных и разностных уравнений. – Бишкек: Илим, 2012. – С. 190-191.



*Кененбаева Г.М.*

### ПОИСК ЭФФЕКТОВ

*Кененбаева Г.М.*

ИТиПМ НАН КР, Кыргызстан, Бишкек

Одной из центральных задач качественной теории какого-либо класса непрерывных объектов в математике является изучение поведения решений задачи (уравнения, системы уравнений), зависящей от параметра, при малых его изменениях. Классическим примером такой задачи является задача Пуанкаре [2] о существовании периодических решений дифференциальных уравнений при малых возмущениях параметра. А.Пуанкаре в своих исследованиях рассматривал такие решения как их геометрический образ в соответствующем пространстве и изучал их свойства с точки зрения свойств кривых. Эта его точка зрения во многом способствовала развитию геометрической теории дифференциальных уравнений, и в дальнейшем – формированию нового направления в математике – теории динамических систем.

Среди полученных различными (аналитическими, алгебраическими, асимптотическими, численными, доказательно-численными) методами математических результатов мы будем выделять результаты, которые явились в каком-то смысле неожиданными для исследователя, т.е. такие, которые получают наименования «эффектов» или «явлений». Если такие результаты получены для математических задач, отражающих реальные процессы или объекты, то возникает гипотеза о существовании «эффекта» или «явления» в реальности, и математический результат дает указание на условия, при которых это может осуществиться.

Мы надеемся, что с помощью предложенных приемов и определений будет возможно находить новые «эффекты» и «явления» в динамических системах, выявлять такие свойства и условия, которые гарантируют возникновение различных эффектов в реальных процессах и моделировать процессы с такими свойствами. Это будет способствовать развитию теории динамических систем и расширению ее приложений.

## Список литературы

1. Понтрягин Л.С. Периодическое решение одной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром // Докл. АН СССР. - 1960. - Т.132. - С.537-560.
2. Кененбаева Г.М. Алгоритм построения гарантированных границ решений систем сингулярно-возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений // Наука и новые технологии. - Бишкек: 1999. №4. - С.24-26.
3. Иманалиев М.И., Панков П.С., Кененбаева Г.М. Алгоритм качественного исследования сингулярно-возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений и автономных систем второго порядка, явление сингулярного цикла // Доклады РАН, 1997, т. 354, №6.- С.733-735.



*Досаев М.З.,*



*Селюцкий Ю.Д.*

## К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КРУТКИ ЛОПАСТИ ВЕТРОТУРБИНЫ

*Локишин Б.Я., Досаев М.З., Климина Л.А., Селюцкий Ю.Д.*

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Россия, Москва

Для заданного профиля, постоянного вдоль длины лопасти ветротурбины, рассматривается задача об оптимизации коэффициента использования энергии ветра (точнее, максимизации коэффициента отбираемой от потока мощности) за счет определения наиболее выгодных крутки лопасти и значения безразмерной угловой скорости. Под круткой лопасти (blade-twist) понимается изменение установочного угла хорды

лопасти по ее длине от корневого до периферийного сечения. В настоящее время известны некоторые инженерные подходы, на основе которых в двух-трех поперечных сечениях лопасти выбираются ее

ширина (длина хорды) и установочный угол поворота этой хорды. Известен также метод, в рамках которого этот угол подбирается из условия максимизации подъемной силы в сечении.

Однако основной характеристикой ветротурбины является ее выходная мощность, и именно эту характеристику и надо повышать. В предлагаемом подходе для заданного профиля поперечных сечений лопасти предлагается расчетно-аналитический метод определения оптимальной крутки. Метод основан на использовании гипотезы квазистатического обтекания и концепции мгновенного угла атаки для каждого поперечного сечения при построении механико-математической модели аэродинамического воздействия на лопасть.

Решение исходной задачи сводится к отысканию

максимального значения функции одного переменного. После ее численного или аналитического решения искомые оптимальные значения определяются достаточно простыми конечными формулами. Проведен качественный анализ полученных результатов. В частности, установлена монотонность изменения угла крютки вдоль лопасти, что подтверждается и практикой их использования. Рассмотрен конкретный иллюстративный пример ветротурбины с тремя лопастями постоянной ширины.

Работа выполнялась при поддержке РФФИ (гранты №№ 12-01-00364 и 08-11-00444).



*Моисеева Е.С.*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ С ВДУВОМ СТРУИ

*Моисеева Е.С.,<sup>1</sup> Найманова А.Ж.,<sup>2</sup>*

КазНУ им. аль-Фараби,<sup>1</sup> Институт Математики и Математического

Моделирования МОН РК,<sup>2</sup> Казахстан, Алматы



*Найманова А.Ж.*

Несмотря на успехи в математическом моделировании сверхзвуковых течений при наличии поперечного вдува струи, трудности их численного решения не позволяют в полном объеме изучать течение многокомпонентных газовых смесей в широком диапазоне изменений режимных параметров. Основная сложность численного моделирования

процесса истечения струй в сверхзвуковой поток обусловлена тем, что использование схем выше первого порядка вызывает осцилляции и разрывы в решении. В настоящее время для решения такого рода задач широко применяются схемы высокого порядка точности - спектральные методы контрольного объема, конечно-разностные ENO, WENO-схемы. Авторами [1] разработан численный алгоритм решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса на основе ENO-схемы для расчета плоских сверхзвуковых течений многокомпонентных газов.

В данной работе представлены результаты численного моделирования пространственного сверхзвукового течения многокомпонентной газовой смеси с перпендикулярным вдувом струй со стенок канала на основе численной методики и компьютерного кода, предложенных в [1]. Предварительно для более точного учета течения в областях больших градиентов, т.е. в пограничном слое вблизи стенки и в окрестности

щели, применяется сгущение сетки в продольном и поперечном направлениях. Дополнительно вводится эффективный показатель адиабаты газовой смеси, позволяющий вычислить производные от давления по независимым переменным при определении матриц Якоби, и таким образом построить эффективный неявный алгоритм решения.

Изучено влияние отношения давлений струи и потока (параметр нерасчетности) на пространственное взаимодействие вдуваемой струи с набегающим потоком, а также механизмы образования вихрей перед вдуваемой струей и за ней.

### Список литературы

1. Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Применение ENO (Essentially non-oscillatory) схемы для моделирования течения многокомпонентной газовой смеси // Вычислительные технологии. 2007. Т. 12, №4. С. 17-25



*Панков П.С.*

### АВТОМАТИЗАЦИЯ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ РОДА РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ЗАДАННОЙ АЛГЕБРАИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ

*Панков П.С.,<sup>1</sup> Жораев А.Х.<sup>2</sup>*

ИТПМ НАН КР,<sup>1</sup> КУУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек,<sup>1</sup> Ош<sup>2</sup>



*Жораев А.Х.*

На основе понятия кинематического пространства [1] нами [2] был предложен неформальный способ определения обобщающей характеристики поверхности – ее рода (количества «ручек» на сфере, в которую можно ее преобразовать) – в виде указаний порядка движений по поверхности для пользователя. Для этого, наряду с известным понятием «листа», было введено определение: **суперлист** над областью  $G$  комплексной плоскости – это связанное подмножество аналитических точек над этой областью, не являющееся частью более широкого связанного

подмножества аналитических точек над этой же областью.

Пусть риманова поверхность  $S$  задается уравнением  $f(w, z) = 0$  с начальным условием  $w(z_0) = w_0$ , где  $f(w, z)$  – многочлен порядка  $n$ ,  $f(w_0, z_0) = 0$ . Введем определение: компьютерное представление суперлиста – это: ломаная (заданная координатами своих вершин) от точки  $z_0$  до некоторой точки  $z_1$  на краю области  $G$ ; область  $G$ , также в виде замкнутой ломаной; набор аналитических точек над точкой  $z_1$ .

По заданным: алгоритму приближенного вычисления сдвиговой прямолинейной функции для  $f(w, z)$ , малым положительным числам: шагу  $h$  и условию для приближенного равенства  $\varepsilon$

А) При помощи замены  $z \rightarrow 1/z$  алгебраическими методами находим (прямоугольную) окрестность  $P$  бесконечно удаленной точки, в которой нет других точек ветвления, и определяем порядок ветвления.

Б) Методом деления пополам с обходом точек ветвления разделяем  $P$  на достаточно мелкие части такие, что в каждой из них у каждого суперлиста либо нет точки ветвления (то есть он является простым листом), либо находится только одна точка ветвления.

В) По формуле Римана-Гурвица  $g = \sum_{k=1..m} (v_k - 1) / 2 - n + 1$ , где  $m$  – количество точек ветвления,  $v_k$  – порядок  $k$ -й точки ветвления, учитывая как бесконечно удаленную точку в А), так и точки в Б), находим род римановой поверхности.

### Список литературы

1. Борубаев А.А., Панков П.С. Компьютерные представления кинематических топологических пространств. – Бишкек: КГНУ, 1999.
2. Жораев А.Х. Алгоритм определения рода римановой поверхности и понятие суперлиста // Вестник ОшГУ, 2013. - № 1 (специальный выпуск).



### КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМОВ ОБОБЩЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

*Панков П.С.,<sup>1</sup> Сабирова Х.С.<sup>2</sup>*

ИТПМ НАН КР,<sup>1</sup> КУУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек,<sup>1</sup> Ош<sup>2</sup>

*Панков П.С.*

Нами [1] введено определение обобщенной характеристики, как конечного множества точек, в которых значения функции из данного семейства связаны между собой. В [2] на основе введенных определений была предложена единообразная классификация дифференциальных уравнений, в [3] – осуществлено построение функционально-характеристических уравнений.

Для компьютерной реализации предложенного метода требуется построить алгоритмы следующих типов:

- 1) Проверка, составляет ли данный набор точек и значений функции в них функционально-характеристическим соотношением.
- 2) Вычисление значения функции в некоторой точке по заданным другим точкам и значениям функции в них, составляющих функционально-характеристическое соотношение.
- 3) Следующие операции над функционально-характеристическими соотношениями и уравнениями.
  - а) Конъюнкция
  - б) Дизъюнкция.

в) Отождествление некоторых компонент.

г) Конструктивный поиск областей характеристической определенности.

### Список литературы

1. Панков П.С., Матиева Г.М., Сабирова Х.С. Аксиоматическая теория характеристик и ее применение к аналитическим функциям // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, вып. 33. - Бишкек: Илим, 2004. - С. 37-42.
2. Сабирова Х.С. Классификация дифференциальных уравнений по характеристическим свойствам их решений // Актуальные проблемы дифференциальных уравнений и математической физики: тез. докл. международной научной конференции. - Алматы: КазНУ, 2005. - С. 167.
3. Панков П.С., Сабирова Х.С. Составление функционально-характеристических уравнений с аналитическими функциями // Вестник КазНТУ им. Сатпаева, 2006. - № 5. – С. 135-141.



*Панкова Г.Д.*



*Жээнтаева Ж. К.*

### ПРАКТИКА ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО ЭКОНОМИСТА НА ОСНОВЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ИНФОРМАТИКА В ЭКОНОМИКЕ»

*Панкова Г.Д.,<sup>1</sup> Жээнтаева Ж. К.<sup>2</sup>*

*КНУ им. Ж.Баласагына,<sup>1</sup> КУУ,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек,<sup>1</sup> Ош<sup>2</sup>*

При подготовке студентов экономической специальности необходимо определить цели и задачи, методы и средства формирования информационно - экономических знаний, а также условия выработки умений и навыков использования приобретенных знаний в будущей экономической деятельности.

Формируя содержание конкретных учебных заданий для деятельности студента на занятии, преподаватель опирается на требования учебной программы, содержание учебного материала и соответствующую образовательную технологию.

Проектируя технологию проведения практических занятий на компьютере, преподаватель выбирает такие типовые задачи, которые

- представляют проблемные ситуации, связанных с решением профессиональных задач и имеются специальные технологии для реализации их решения на компьютере;

- позволяют производить задание дополнительных условий, приводящих к модернизации поставленной задаче, углубляющей как его экономические знания, так и

возможности программных средств по обработке экономической информации на компьютере;

- направлены на установление межпредметных связей при изучении дисциплины «Информатика в экономике» с различными экономическими дисциплинами;

- предполагают осуществление связи изучаемой студентом новой информационно-экономической деятельности с его имеющимся личным опытом;

- предполагают применение активных методов обучения для формирования информационно-экономических умений и навыков;

- предполагают осмысление полученных знаний и результатов практической деятельности в процессе работы на компьютере.

Рассматривается выполнение проблемного задания одной из классических экономических задач: “Определить оптимальный план выпуска продукции в условиях дефицита сырья”, предполагающее 1) наличия знания по разделу "Условная оптимизация" по дисциплине математика; 2) знания возможности среды MathCad по решению задач условной оптимизации [1] и умение выразить полученные результаты через графическое представление.

#### Список литературы

1. Панкова Г.Д. Информатика: Практикум в среде MathCad. Электронный лабораторный практикум. – Бишкек: ИИМОП КГНУ, 2000. –4 Мб.



*Попков В.К.*

#### ИЕРАРХИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВЫБОРУ ТРАСС ЛИНЕЙНЫХ СООРУЖЕНИЙ

*Попков В.К., Токтошов Г.Ы.*

Институт вычислительной математики и математической геофизики  
СО РАН, Новосибирск, Россия



*Токтошов Г.Ы.*

Пространственное положение линейных сооружений (ЛС) традиционно определяется на стадии инженерных изысканий (ИИ). ИИ – это комплекс работ по выбору трассы, отвечающей всем требованиям технических условий и требующих наименьших затрат на ее возведение и эксплуатацию [1]. Однако такое теоретическое положение не соответствует действительностью, поскольку традиционный технологический процесс разработки проекта по выбору трасс для прокладки ЛС различного назначения не позволяет рассматривать взаимодействие подсистем «Земельный участок» (ЗУ), «ИИ» и «ЛС» как

единую систему, что приводит неоптимальным решениям, и в конечном счете, к неоправданному расходу различных ресурсов при строительстве и эксплуатации.

В настоящей работе предлагается новый подход к выбору трасс ЛС, позволяющий рассматривать процесс выбора трасс как трехуровневую иерархическую систему, где на каждом уровне решается соответствующая подзадача. Причем, задачей первого иерархического уровня является построение ЦММ, на основе анализа собранной комплексной информации об условиях местности в пределах заданной территории, на которой намечено строительство. На втором уровне оптимизационного процесса построится множество возможных трасс, среди которых существует оптимальной, по заданному критерию вариант. Задачей третьего уровня является осуществление выбор трасс с учетом информации о свойствах природных и искусственных объектов местности в пределах области размещения. Ясно, что системного подхода к решению вышеуказанных задач в настоящее время не существует. В настоящей работе в качестве альтернативы этой проблемы предлагается иерархическая гиперсеть [2], позволяющая последовательную реализацию одной структуры в другую, и учесть взаимодействие подсистем «ЗУ», «ИИ» и «ЛС» в одной модели.

#### Список литературы

1. Левчук Г.П. Прикладная геодезия. Основные методы и принципы инженерно-геодезических работ/ Г.П.Левчук, В.Е.Новак, В.Г.Конусов. – М.:Недра – 1981.-440 с.
2. Попков В.К. Математические модели связности – Новосибирск , 2006. – 490 с.



#### КОЛЕБАНИЯ ДВУХЗВЕННОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

*Селюцкий Ю.Д.*

НИИ механики МГУ, Россия, Москва

Исследована динамика двухзвенного маятника-флюгера в потоке

*Селюцкий Ю.Д.*

сопротивляющейся среды. Учет внутренней динамики потока осуществлялся на базе модели присоединенного осциллятора [1]. Однако с целью описания поведения системы «в большом» в эту модель введено нелинейное демпфирование.

Рассматриваемый объект имеет тривиальное положение равновесия, когда оба звена вытянуты вдоль потока. Исследована устойчивость этого положения равновесия. Проведено численное моделирование поведения системы как вблизи этого положения, так и при больших углах отклонения звеньев. Показано, что в системе возникает предельный цикл. Прослежена эволюция этого цикла при изменении параметров системы.

Видно, что в системе реализуются различные формы колебаний, в том числе близкие к хаотическим. Отметим, что подобное поведение маятника регистрировалось в экспериментах, проводившихся в аэродинамической трубе НИИ механики МГУ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 12-01-00364 и 08-11-00444).



## Список литературы

1. Селюцкий Ю.Д., Андронов П.А. О моделировании поведения маятника в потоке среды. // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского №4 ч.2. Н.Новгород. 2011. С. 307-309.



*Турдушев И.А.*

### АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ВЕТРОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В ВОДОЕМЕ

*Турдушев И.А.<sup>1</sup>, Скляр С.Н.<sup>1,2</sup>*

КРСУ,<sup>1</sup> АУЦА,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек



*Скляр С.Н.*

В общей постановке модель ветрового движения жидкости описывается нестационарной начально-краевой задачей для системы нелинейных уравнений, решение которой возможно только численными методами [1]. В некоторых случаях учет специфики водоема позволяет упростить общую модель, сохраняя ее достаточно сложной, чтобы отражать основные свойства изучаемых течений, но, в то же время, сделав ее достаточно простой, чтобы можно было отыскать некоторые классы аналитических решений этой задачи. Изучение таких решений, с одной стороны, позволяет, в первом приближении, оценить качественную картину течений, а с другой стороны, аналитические решения играют важную роль при проверке работоспособности вычислительных методов и алгоритмов, используемых для численной реализации общей модели.

В настоящей работе показано, что для моделирования ветровых течений в озере Иссык-Куль можно отказаться от учета адвективного переноса и горизонтальной диффузии и использовать упрощенную модель, основанную на следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \ell v = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \ell u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^s}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial v}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

дополненной соответствующими начальными и краевыми условиями. В случае, когда область имеет прямоугольную форму и компоненты напряжения трения ветра заданы при помощи аналитических формул, позволяющих моделировать различные типы ветров над акваторией водоема, построены аналитические решения вышеуказанной упрощенной модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант №8670).

## Список литературы

1. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана. – Москва: Наука, 1988. – 302 с.



### О ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТАХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТРУДОВЫХ МИГРАНТОВ ИЗ КЫРГЫЗСТАНА

*Шакиров А.А.*

МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, Москва

*Шакиров А.А.*

Некоторые обозначения: **TR** - транспортные расходы, **V**- расходы на визу, **R**- расходы на размещение людей, **RD** - расходы на разрешительные документы (регистрация, разрешение на работу), **RP**- расходы на питание, **N**- налоги, **РЕК**- расходы на рекламу, **OF** - офисные расходы, включая з/п сотрудникам. На практике производством бригад из трудовых мигрантов занимается коммерческая фирма либо из КР либо из РФ. Фирма из КР организует и отправляет бригаду из трудовых мигрантов (по "заказу" работодателей) в РФ. Такую фирму обозначим через **FI**. Фирма из РФ создает такие бригады внутри России для российских работодателей. Такую фирму обозначаем через **FV**.

Перечислим формы деятельности фирм.

1. Фирма **FI**, которая сама организует сбор и отправку трудовых мигрантов в РФ за свой счет. Такую фирму обозначим через **FIR**. Расходы - **TR**, **R**, **RD**, **RP**, **N**, **РЕК** и **OF** покрываются за счет продажи товара.

2. Фирма **FI**, которая по заказу работодателя из РФ организует сбор и отправку бригад трудовых мигрантов в РФ за счет заказчика. Такую фирму обозначим через **FIP**.

3. Фирма **FV** изучает рынок рабочей силы и по заказу работодателя укомплектовывает бригады из мигрантов, которые находятся в РФ. Возможные расходы фирмы - это расходы **РЕК**, **OF**. Такую фирму обозначим ее через **FVPM**.

4. Фирма **FV**, которая через своих представителей из КР создает бригаду мигрантов и поставляет в РФ. Расходы следующие: **TR**, **R**, **RD**, **RP**, **N**, **РЕК** и **OF**. Такую фирму обозначим ее через **FVPP**.

5. Фирма **FV**, которая из числа мигрантов, находящихся в КР, создают новую рабочую бригады и продает ее работодателю. Расходы **TR**, **R**, **RD**, **RP**, **N**, **РЕК** и **OF**. Такую фирму обозначим ее через **FVP**.

6. Фирма **FV**, которая из числа мигрантов, находящихся в РФ, создают новую рабочую бригады и сама устраивает их на работу, т.е. она является одновременно работодателем. Расходы: **R**, **RD**, **RP**, **N**, **РЕК** и **OF**. Такую фирму обозначим ее через **FVR**.

Рассмотрим модель:  $\pi = PQ - FC - VC$ , где  $P$  - стоимость рабочей силы,  $Q$  - количество людей,  $FC$ - постоянный расход фирмы,  $VC$ - расход фирмы, который меняется в зависимости от количества людей и др. обстоятельств.  $\pi$  можно рассматривать как прибыль фирмы. Чем больше  $Q$ , тем больше  $\pi$ , при  $P = \text{const}$ . Задача сводится к  $PQ - FC - f(Q) \rightarrow \max$ , т.е.  $P = f'(Q)$ ,  $f'(Q) = dTC/dQ$  - условие совершенной конкуренции. Для фирм FIR и FIP постоянными расходами являются TR, R, RD, RP, N т.к. эти расходы не будут зависеть от формы работы фирмы, а РЕК и OF являются переменными расходами.



*Шахан Н.Ш.*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО  
ТЕЧЕНИЯ РЕАГИРУЮЩЕГО МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ГАЗА  
В ОБЛАСТИ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

*Шахан Н.Ш.*

Институт Математики и Математического Моделирования МОН РК,

Алматы, Казахстан

Строительство топочных устройств для энергетической промышленности требует проведения предварительного моделирования на основе которого будут выявлены оптимальные процессы горения в этих устройствах. На сегодняшний день горение как однофазной, так и многофазных систем достаточно хорошо изучены, но работ посвященных математическому моделированию в сложных областях и с учетом факельной подачи топлив незначительно.

В данной работе разработана математическая модель для пространственного течения дозвуковой турбулентной реагирующей газовой смеси в топочном устройстве со сложной конфигурацией. Исходными являются осредненные по Рейнольдсу трехмерные уравнения Навье-Стокса, где для замыкания системы использовалась двухпараметрическая  $k - \varepsilon$  модель турбулентности с эмпирическими константами принятыми аналогично [1].

Конечно-разностная аппроксимация осуществлялась в соответствии с методом контрольного объема. Полученная система уравнений решалась методом расщепления по физическим процессам, где на первом этапе учитывалось влияние внешних сил, химических реакций и решение осуществлялось явным образом; на втором этапе осуществлялся учет диффузии, поля давления, кинетической энергии турбулентности, скорости ее диссипации и вычисления производились с помощью методом сопряженных градиентов; третий этап рассматривал влияние конвекции и решение производилось на основе схемы против потока – метода донорских ячеек.

В результате вычислительного эксперимента установлено влияние конфигурации рассматриваемой области на интенсификацию смешивания топлива с окислителем.

Показано, что выбор соответствующей формы конфигурации позволяет увеличить область смешивания топлива с окислителем. Также было изучено, что подача топлива факельным образом существенно интенсифицирует процесс горения по сравнению с подачей, в котором отсутствует воздух.

### Список литературы

1. Камалова Г.А., Найманова А.Ж. Численное моделирование течения газа с твердыми частицами в области сложной конфигурации. – Алматы, 2008.



Якиманская Т.Т.

### АДАПТИВНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО АДВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА

Якиманская Т.Т.<sup>1</sup>, Скляр С.Н.<sup>1,2</sup>  
КРСУ,<sup>1</sup> АУЦА,<sup>2</sup> Кыргызстан, Бишкек.

В докладе обсуждается адаптивный численный метод решения задачи Коши для квазилинейного уравнения адвективного переноса:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a(x, t, u) \frac{\partial u}{\partial x} = f(x, t, u). \quad (1)$$



Скляр С.Н.

Известно, что подобные уравнения возникают в механике сплошной среды и, в частности в газовой динамике [1]. Проблемы численной реализации появляются, когда решение уравнения (1) формирует области больших градиентов. С точки зрения газовой динамики, это соответствует образованию ударной волны из волны сжатия. Предлагаемый метод позволяет эффективно решать

подобные задачи, благодаря сочетанию двух подходов: адаптации вычислительной сетки и использованию модифицированного метода характеристик. Доказано, что задача Коши для уравнения (1) эквивалентна некоторому семейству краевых задач для характеристической системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Особенностью предлагаемой методики является то, что на каждом шаге по времени для некоторых классов задач удается найти точное решение характеристической системы. Сглаживание профилей, присущее разностным схемам, использующим равномерную сетку, является минимальным в новом методе, так как применяемая в нем сетка строится с учетом поведения решения. Для иллюстрации и подтверждения эффективности работы предлагаемого численного метода приводятся результаты расчетов для задач с известными аналитическими решениями.

### Список литературы

1. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. – М.: Наука, 1978. – 687 с.



## ОТ ОКНА ЭЙЗЕНХАУЭРА К ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ

*Яр-Мухамедов И.Г.*

КРСУ, Кыргызстан, Бишкек

Время является одним из важнейших лимитирующих ресурсов. Особо велико его значение в организационной и экономической деятельности. Доклад посвящен вопросам интерпретации и формализации модели, называемой окном или матрицей Эйзенхауэра. Предпринята попытка построения на ее основе простой оптимизационной модели тайм-менеджмента. Рассмотрены отдельные моменты возможной компьютерной реализации.

Окно Эйзенхауэра в наглядной форме представляет множество работ на плоскости в координатах «срочность - важность». Варьируя зоны отсечения части решений по каждой из координат и сопоставляя (интуитивно) затраты с результатами, субъект в состоянии принять решение об отборе и распределении работ, формировании более или менее рационального плана. Недостаток модели – ее неформальность, невозможность обеспечения компьютерной поддержки, слабая обоснованность вырабатываемых решений.

Анализ факторов, явно и неявно учитываемых в модели, выбор приемлемых числовых показателей для их представления, синтез ограничений и выбор целевой функции позволили сформулировать математическую оптимизационную модель, включающую в свой состав следующие составляющие.

1. Целевая функция, учитывающая важность работ, включаемых в оптимальный план. Вычисляется как сумма важностей запланированных работ.
2. Ограничения на возможные сроки выполнения работ.
3. Ограничения на временные ресурсы выбранного горизонта планирования в разрезе отдельных подпериодов.
4. Ограничения связи объемных показателей с их календарным распределением.
5. Параметрические ограничения.

Задача состоит из двух связанных частей и выполняет функции объемно-календарного планирования и оперативного управления, имеющих общую целевую функцию. В задаче имеются логические переменные (включение работы в план) и вещественные (доли работ, выполняемые в рамках подпериодов).

В докладе представлены элементы постановки задачи и предложен вариант компьютерной реализации, ориентированный на использование стандартных пакетов линейной оптимизации.

# ИСТОРИЯ НАУКИ И МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ



*Акматабекова А.Ж.*

## РОЛЬ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ

*Акматабекова А. Ж.*

КТУ Манас, Кыргызстан, Бишкек

В современном обществе в результате научно-технической революции возрастают требования к профессиональной компетенции молодых специалистов. При подготовке технических специальностей одной из ведущих задач является организация и проведение самостоятельной работы. Одним из главных путей решения этой проблемы является определение содержания и разработка новых форм и методов организации самостоятельной работы студентов. Проблема рациональной организации учебного процесса и направленного руководства познанием студентов связана с планированием и управлением самостоятельной работы студентов (СРС). При выполнении СРС происходит формирование навыков, знаний и умений студента, а в дальнейшем обеспечивается освоение студентом приемов познавательной деятельности, формируется интерес к творческой работе и способность решать как творческие, так и научные задачи.

Правильно организованная самостоятельная работа позволяет расширить методический кругозор студентов, сформировать умение работать с научной и методической литературой, вести научно-исследовательскую работу в области естественнонаучных дисциплин. Усиление роли самостоятельной работы означает пересмотр организации учебно-воспитательного процесса, который должен строиться так, чтобы развивать умение учиться, формировать у студентов способности к саморазвитию, творческому применению полученных знаний, способам адаптации к профессиональной деятельности в современном обществе.



*Алиев Ш.А.*



*Кайдиева Н.К.*

ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ОБУЧЕНИЕ  
КУРСА «МАТЕМАТИКИ» ГАРАНТИЯ ФОРМИРОВАНИЯ  
КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩЕГО БАКАЛАВРА

*Алиев Ш.А., Кайдиева Н.К.*

Кыргызстан, Бишкек

В настоящее время одной из первоочередных задач системы высшего образования является подготовка конкурентоспособных специалистов, обладающих высоким уровнем компетентности в своей сфере, неотъемлемой частью которой является умение продуктивно использовать полученные знания по курсу «математика» в профессиональной деятельности.

Поэтому, изменившиеся социально-общественные условия, как в нашей республике, так и в содружествах, вызывают необходимость радикального пересмотра всей системы образования, в том числе и в подготовке бакалавров, обновления содержания и системы организации обучения общего курса математики.

Целью университетского образования в области математики является воспитание у будущих бакалавров определённой математической культуры и привитие им некоторых навыков применения математических методов в практической, профессиональной и творческой деятельности. Поэтому преподавание курса математики должно быть профессионально-ориентировано, так как принципами мотивации обучения студентов является профессиональная направленность дисциплины с применением современных информационных технологий.

Профессиональная ориентированность обучения курсу «математика» приводит к формированию компетентности будущих бакалавров.



ОКУТУУНУН БОЛОНДУК ПРОЦЕССИНЕ ӨТҮҮДӨГҮ  
КЕЛИП ЧЫККАН КЭЭ БИР КӨЙГӨЙЛӨР

*Алыбаев А. М.*

Ж.Баласагын атындагы КМУ, Кыргызстан, Бишкек

Окутуунун Болондук процесси дүйнөнүн бир топ өлкөлөрүнө илгертен бери карай кеңири тарап келе жаткандыгы белгилүү. Бул процесстин жакшы жана жаман жактары жөнүндө кызуу талаш-тартыштар жүрүп жатат. Болон процессине кирген

көпчүлүк ЖОЖдордун мындан чыгып кетип жатышкандыктарын даты массалык маалымат каражаттарынан билип, угуп жана көрүп деле жатабыз.

Биздин Кыргыз Республикасындагы кээ бир ЖОЖдор Болондук окутуу системасына мындан он алты жыл илгери эле кирген, бирок ал окуу жайларында окутуунун башка формалары деле сакталып келген. Окуу жайга өткөнү келген абитуриентке, ал каалаган окутуунун формасы сунушталып, б.а. билим алуунун формасын тандоо талапкердин кызыкчылыгына карата чечилген. Былтыркы, 2012-2013-окуу жылынан баштап, КРдеги бардык ЖОЖдор толугу менен окутуунун Болондук процессине министрликтин буйругу менен өткөрүлдү. Ошону менен бирге мурдатан бери колдонулуп келе жаткан салттуу окутуу формалары жокко чыгарылды. Коомчулукта бул тууралуу ар кандай ой-пикирлер айтылууда. Кээ бири ооба туура эле болду дешсе, а кээ бирөөлөрү жок туура эмес деген көз-караштарын билгизүүдө. Менин эле эмес, көпчүлүк коллегаларымдын ою боюнча бул маселени адегенде коомчулуктун кеңири талкуусуна салып, андан кийин талкуунун жыйынтыктарын эске алуу менен тыянактар чыгарылса жакшы болмок. Менин айткандарым боюнча «төө кыядан өткөн соң, оо дегенин курусун» - дегендер дагы жок эмес. Ошентсе да айта турган нерсени айтып алсам, бир азыраак болсо да өзүмдүн абийиримдин алдында тазаланып калам го деген ойдомун. Орус туугандар айтышат: «Лучше поздно, чем никогда».

Болондук процесске карата ар түрдүү пикирлердин айтылып жатышынын өзү эле - бул өтө маанилүү маселе экендигин белгилеп жаткандай. Ар бир эле нерсенин жакшы жана жаман жактары бар дегендей, бул Болондук процесс деле андайлардан куру эмес.

Болондук процесске өтүүдөгү келип чыккан көйгөйлөрдүн тийиштүү деңгээлде чечилиши учурдун талабы экендиги шексиз.



КОМПЕТЕНТНО-ЗНАЧИМЫЕ КАЧЕСТВА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ  
МАТЕМАТИКИ

*Аттокурова А.Дж.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош

*Аттокурова А.Дж.*

Основной параметр оценки качества образования – основная образовательная программа (ООП) по направлению подготовки, которая разрабатывается ВУЗом.



ООП по направлению «Физико-математическое образование» (профиль «Математика») разработана:

- в соответствии общим требованиям к ООП;
- в соответствии утверждённому Министерством образования и науки КР макету ГОС ВПО;
- ООП по профилю «Математика» должна обеспечивать оценку уровня подготовки выпускников на основе предложенной компетентностной модели выпускников.

Системообразующим фактором выступают результаты образования. Они раскрываются через систему компетенций выпускников.

Компетентности учителя математики задаются:

- содержанием школьного математического образования;
- методикой обучения и воспитания математике.

Личность ученика, его индивидуальные характеристики – отдельная доминанта, определяющая педагогической компетентности учителя математики.

При определении компетенций и компетентностей будущего учителя математики были учтены результаты анализа исследований среди респондентов 3 категорий (государственные, частные образовательные учреждения и рабочая группа ОшГУ). Рабочей группой ОшГУ сделана следующая работа:

- Составлена анкета для опроса
- Составлен вопросник для интервьюирования
- Определены группы для анкетирования и интервьюирования
- Собрана информация о существующей программе специальности «Математика» и для бакалавриата физико-математического направления
- Анализированы результаты анкетирования и интервьюирования.

В результате подготовлены учебный план бакалавра “Математики” и программы базовых дисциплин.



Мукамбетова С.А.

#### ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОГРАММЫ MICROSOFT POWER POINT

*Байсалов Дж.У.,<sup>1</sup> Мукамбетова С.А.<sup>2</sup>*

ПИ КГУ им. И.Арабаева,<sup>1</sup> ЫГУ им. К.Тыныстанова,<sup>2</sup>

Кыргызстан, Бишкек

Одной из важнейших задач реформирование системы образования

Кыргызской Республики является подготовка будущих учителей к использованию в учебном процессе новых возможностей информационных технологий учебного назначения.

Для совершенствования деятельности будущих учителей математики необходимо знание возможностей программных средств информационных технологий, нужно уметь пользоваться наиболее эффективной организацией учебного процесса и самостоятельно решать профессиональные задачи с помощью компьютера.

Повышение качества подготовки специалистов к будущей профессиональной деятельности определяются знаниями, практическими навыками и приобретёнными компетенциями.

При использовании программы «MS PowerPoint» будущие учителя математики не только повышают уровень своей компьютерной грамотности, но и овладеют умением моделировать, т.е. поэтапно представлять математические задачи в виде таблицы, схемы, числового выражения, формулы, уравнения, чертежа и осуществлять переход от одной модели к другой.

Прежде чем создать презентации решения математических задач будущие учителя математики должны учитывать основные этапы процесса математического моделирования, а затем применяя эффектов анимации объектов программы MS PowerPoint, они изучают наглядно представлять математическую модель процесса решения задач. Для примера рассмотрим создание презентации решения задачи в курсе математики 5-класса в соответствии с трехэтапной схемой процесса математического моделирования.

Будущие учителя математики при решении практических задач должны на высоком уровне уметь творчески разработать этапы процесса математического моделирования с применением программы «MS PowerPoint».



## САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ НА ЗАНЯТИЯХ МАТЕМАТИКИ КАК ОДНА ИЗ ФОРМ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ.

*Байсалов Дж.У., Сейталиева Э.С.*

КГУ им. И.Арабаева, Кыргызстан, Бишкек

Под самостоятельной учебной работой обычно понимают любую организованную преподавателем активную деятельность студентов, направленную на выполнение поставленной дидактической цели в специально отведенное для этого время: поиск знаний, их осмысление, закрепление, формирование и развитие умений и навыков, обобщение и систематизацию знаний. «Знание только тогда знание, когда оно приобретено усилиями своей мысли, а не памятью», - эти слова Л.Н.Толстого должны стать смыслом работы учителя.



*Бана кызы А.*

## ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПРИ ОБУЧЕНИИ КУРСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

*Бана кызы А., Асаналиева Д.М., Ниязбаева Т.С.*

ЫГУ им.К.Тыныстанова, Кыргызстан, Каракол

Курс математического анализа, являясь одной из фундаментальных вузовских дисциплин математического цикла, в то же время, теснейшим образом связан со школьной программой по математике, и его роль в подготовке будущего учителя сложно переоценить.

С начала 2012-2013 учебного года с Постановлением Правительства «осуществлять подготовку кадров в вузах по двухуровневой структуре» вступили в действие новые Государственные образовательные стандарты

*Асаналиева Д.М.* высшего профессионального образования. Требования заложенные в новых стандартах, внесли существенные изменения в учебные планы вузов, а следовательно, и в программы дисциплин.

Эти изменения, разумеется, коснулись и курса математического анализа. Акцент сместился в сторону самостоятельной работы студента, а контроль результатов такой работы требует со стороны преподавателя усилий порой даже больших, чем при подготовке и проведении лекции или практического занятия.

В Государственных образовательных стандартах предлагается отводить на самостоятельную работу 50% учебной нагрузки. Возникает проблема её организации.

Говоря о формировании у студентов самостоятельности, необходимо иметь в виду две тесно связанные между собой задачи. Первая из них заключается в том, чтобы развить у студентов самостоятельность в познавательной деятельности, научить их самостоятельно овладевать знаниями, формировать свое мировоззрение, вторая - в том, чтобы научить их самостоятельно применять имеющиеся знания в учении и практической деятельности.

Обучая курсу математического анализа, при организации самостоятельной работы следует учитывать особенности мыслительной деятельности студента. Для повышения эффективности работы важна обязательность составления заданий для развития абстрактного и логического мышления направленные на практическое использование теоретических знаний - подведение объекта под понятие, определение или теорему.

Выполнение заданий самостоятельной работы должны учить мыслить, анализировать, учитывать условия, ставить задачи, решать возникающие проблемы, т.е. процесс самостоятельной работы постепенно должен превращаться в творческий.



## О СОВЕРШЕНСТВОВАНИИ ПОДГОТОВКИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ К ПРОФИЛЬНОМУ ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ В УСЛОВИЯХ ИНФОРМАТИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

*Бидайбеков Е.Б., Каскатаева Б.Р., Медеуов Е.У.*

КазНПУ им. Абая, Казахстан, Алматы

*Бидайбеков Е.Б.*

Происходящие изменения в социально-экономическом развитии Казахстана, обусловившие реформирование во всех сферах, повлекли коренные изменения и в системе образования.



*Каскатаева Б.Р.*

Информатизация образования - это одно из направлений Государственной программы развития образования в РК до 2020 года. Задачи, поставленные Президентом и Правительством Республики Казахстан перед вузами, требуют повышения качества профессиональной подготовки специалистов вуза в условиях информатизации математического образования и модернизации подготовки будущего учителя к профильному обучению математики и достижения уровня мировых стандартов. В этой связи возникает необходимость подготовки конкурентоспособных учителей, обладающих информационной компетентностью.



*Медеуов Е.У.*

Главными приоритетами в свете реализации Госпрограммы образования на 2011-2020 гг. являются вопросы повышения качества обучения и конкурентоспособности специалистов, эквивалентности содержания образования мировому опыту, и особенно повышение статуса педагога.

Научно-методическое обеспечение подготовки будущего учителя математики вуза в условиях информатизации образования имеет очень важное значение в подготовке будущего учителя математики к профильному обучению в школе

Внедрение информационных технологий в определенном объеме на разных уровнях дневной формы обучения позволяет повысить качество образовательного процесса и при совмещении с традиционными технологиями обучения. Режим информационной работы в первую очередь направлен на разнообразии форм и методов работы, повышение положительной мотивации учения и исследования по индивидуальной тематике.

Таким образом, научно-методическое обеспечение информатизации математического образования ориентировано на совершенствование подготовки будущего учителя к профильному обучению математики в условиях реализации дидактических возможностей информационных и коммуникационных технологий.



ОПЫТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДИКИ СЛУЧАЙНОГО  
ФОРМИРОВАНИЯ ЗАДАНИЙ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ И  
ИНФОРМАТИКИ

*Джаналиева Ж.Р., Байрахтарова А.Т.*

МУК, Кыргызстан, Бишкек

*Джаналиева Ж.Р.* В последнее время развитие компьютерных технологий и их проникновение в образование открывает большие возможности в повышении эффективности обучения и проведении тестирования. Развитие вычислительной техники и искусственного интеллекта позволяют использовать программы, которые выдают задания по количеству сдающих тестирование, одинаковой степени сложности, при этом настолько различные, что знание одного из них не дает конкретной подсказки для решения других.

В МУКе с 1995 года под руководством П.С.Панкова нами разрабатывается методика «случайного формирования заданий» (1), целью которого является необходимость исключить предварительное заучивание ответов, направить учащихся на изучение разделов соответствующих учебных дисциплин в целом.

Для более полного использования потенциала современных компьютеров нами было предложено случайное формирование заданий и введено понятие «обобщенной задачи» – алгоритма, который по любым исходным данным, взятым из некоторых множеств, составляет логически корректные и методически правильные задачи одинакового уровня сложности. Нами введено также понятие «настраиваемой обобщенной задачи» – возможность задания преподавателем - пользователем диапазонов для случайных исходных данных.

Ранее нами был рассмотрен опыт использования методики случайного формирования заданий в лекциях и устном опросе (2). В данной статье мы покажем, как используется данная методика в преподавании математики и информатики.

#### **Список литературы**

1. Панков П.С., Джаналиева Ж.Р. Опыт и перспективы использования комплекса UNIQTTEST уникальных тестовых заданий в учебном процессе // Тез. докл. научно-практ. конф. «Образование и наука в новом геополитическом пространстве». Бишкек, 1995. - С. 217.
2. Джаналиева Ж.Р. Методика случайного формирования заданий в лекциях и устном опросе. // Сборник материалов межвузовской конференции «Природа университетского образования». Бишкек, АУЦА, май 2004. – с. 74-79.



## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНТЕРАКТИВНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В ПРЕПОДАВАНИИ

*Жораев А.Х.*

КУУ, Кыргызстан, Ош

Под интерактивным представлением объектов в учебных целях мы *Жораев А.Х.* будем понимать такое программное обеспечение, которое представляет пользователю возможность изучения всего объекта или его достаточно полного образа, но при условии действий пользователя с обратной связью – контролем понимания и правильности. Также необходимо случайное формирование заданий [1].

С этой точки зрения можно отметить, что первые такие программы появились по экономике в 1990-е годы (скорее в форме компьютерных игр). По математике отметим [3], где были также введены понятия, которые можно использовать и для других ее разделов, и [4].

Интерактивное изучение языков, независимое от языков-посредников, было предложено в [5], в [6] – построение соответствующего программного обеспечения. Контроль знаний по географии – в [2].

В статье предполагается рассмотреть этот вопрос и внести предложения в целом.

### Список литературы

1. Панков П.С., Джаналиева Ж.Р. Опыт и перспективы использования комплекса UNIQUEST уникальных тестовых заданий в учебном процессе // Образование и наука в новом геополитическом пространстве: тез. докл. научно-практической конф. - Бишкек, 1995.
2. Панков П.С., Кененбаева Г.М. Глазомерная методика в компьютерном тестировании знаний по географии // Там же.
3. Борубаев А.А., Панков П.С. Компьютерное представление кинематических топологических пространств. - Бишкек: КГНУ, 1999.
4. Pankov P.S., Joraev A.H. Recognizability and local computer presentation of topological spaces // Problems of modern topology and applications: abstracts of the international conference. – Tashkent, 2013.
5. Панков П., Баячорова Б., Жураев М. Кыргыз тилин компьютерде чагылдыруу. – Бишкек: Турар, 2010.
6. Долматова П. С. Разработка программного обеспечения для составления обучающих и проверочных заданий по естественным языкам // Математические структуры и моделирование, выпуск 22. – Омск: ОмГУ, 2011.



## ЖОГОРКУ БИЛИМДҮҮ МАТЕМАТИКТЕРДИ ДАЯРДООДОГУ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТТИН ИЛИМИЙ МЕКТЕБИ

*Жороев А.*

ТалМУ, Кыргызстан, Талас

Бул макалада 1955-жылдан бери Кыргыз Улуттук университетинде жогорку кесипкөй математик адистерди, математик окутуучуларды даярдоо процессине түздөн-түз катышкан Я.В. Быков, М.И. Иманалиев, Л.Е. Кривошеин жана А.А. Бөрүбаев сыяктуу илимпоздордун илимий кадрларды даярдоонун негизинде жаралган илимий мектептердин түзүлгөндүгү жөнүндө тарыхый маалыматтар берилген.



*Казешев А. К.*

## НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СТОХАСТИКИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

*Казешев А. К.*

КазЭУ им. Т. Рыскулова, Казахстан, Алматы

Вероятностно-статистическая линия школьного курса математики ориентирована на знакомство учащихся с вероятностной природой явлений окружающей действительности. Она способствует возникновению новых, глубоко обоснованных межпредметных связей, гуманитаризации математического образования.

В наши дни человек постоянно сталкивается с вероятностной терминологией в политических и научных текстах, широко использует ее в повседневной речи. Она звучит в завтрашнем прогнозе погоды, когда речь заходит о вероятности дождя, в выступлении политика, когда он оценивает шансы или анализирует данные, в разговоре экономиста, проводящего анализ статистических данных, организатора производства, ученого.

В школах развитых стран значительное место в программах по математике отводится элементам статистики и теории вероятностей. В программах школ Японии раздел «Статистика» является основным уже в первом классе начальной школы. Элементы «Статистики» изучаются в школах Бельгии, Франции, США и др.

В Государственные общеобязательные стандарты общего среднего образования Республики Казахстан в 2002 году впервые введена тема «Элементы статистики и теории вероятностей».

При введении любой темы в школьный курс математики возникает проблема изложения данного вопроса в учебниках по математике.

Анализ содержания этой темы в действующих учебниках показывает, что различные авторы содержание этой темы представляют по-разному. Поэтому в этих условиях соблюдение принцип преемственности изложения темы по вертикали весьма сложно.

В связи с этими обстоятельствами возникает проблема методической поддержки этой темы. Разработка содержания стохастической линии школьного курса математики, а также методика его изложения является актуальной задачей, так как на данном этапе отсутствует какого-либо полновесного исследования по этой проблеме. Следует отметить, что такая проблема существует в целом в странах СНГ. Нами разработано учебное пособие «Элементы статистики и теории вероятностей». В этом учебном пособии дано полное содержание стохастической линии школьного курса математики, согласно Государственным общеобязательным стандартам среднего общего образования Республики Казахстан и программами по математике для 5-11 классов.

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ КУРСА  
«МАТЕМАТИКИ» БУДУЩИХ БАКАЛАВРОВ ГУМАНИТАРНОГО  
НАПРАВЛЕНИЯ

*Кайдиева Н.К.*

КАО, Кыргызстан, Бишкек



*Кайдиева Н.К.* Современное состояние общества вызвало необходимость модернизации образования, предъявило новые требования к качеству подготовки будущих бакалавров. Учителю XXI века недостаточно владеть комплексом базовых научных знаний, он должен стать выразителем ценностей образования, должен быть подготовленным к выбору и реализации различных концепций в условиях вариативного многоуровневого образования, к постоянному самообразованию, самосовершенствованию, саморазвитию.

В связи с этим необходимо реализация технологического подхода к процессу обучения математике будущих бакалавров. Основная цель, которой совершенствование процесса обучения курсу «Математика» с применением современных образовательных технологий обучения.

В современных условиях, в образовательной деятельности важны ориентация на развитие познавательной активности, самостоятельности студентов, формирование умений проблемно-поисковой, исследовательской деятельности. Решить эту проблему старыми традиционными методами невозможно.



На сегодняшний день информационно – коммуникационные технологии занимают большое место в образовательном процессе. Применение ИКТ в процессе обучения позволяет: сделать процесс обучения более интересным, ярким, увлекательным за счёт богатства мультимедийных возможностей; эффективно решать проблему наглядности обучения; расширить возможности визуализации учебного материала, делая его более понятным и доступным для студентов гуманитарного направления.

Главным преимуществом этих технологий является наглядность, так как большая доля информации усваивается с помощью зрительной памяти, и воздействие на неё очень важно в обучении математике, так как математическое образование необходимо в будущей профессиональной деятельности.



## РАЗВИТИЕ ГОТОВНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ПРОФОРИЕНТАЦИОННОЙ РАБОТЕ СО ШКОЛЬНИКАМИ

*Келдибекова А. О.*

ОшГУ, Кыргызстан, Ош

*Келдибекова А.О.*

- Наши наблюдения за студентами показали, что большая их часть не имеет комплекса профориентационных ценностей, проявляет консервативные стереотипы мышления. Считаем, что поиск решений проблемы профессионального самоопределения молодежи должен быть направлен на формирование профориентационной компетентности.

- Учитывая специфику учителя математики, мы выделяем 3 компонента. В различных исследованиях выявлены 4 уровня сформированности готовности будущего учителя к профориентации со школьниками: интуитивный, репродуктивный, продуктивный, творческий. Мы считаем, что каждый уровень имеет свои показатели.

- В профориентационной литературе выделены следующие средства развития готовности будущих учителей к профориентации со школьниками: дискуссионные средства; аналитико-ситуационные средства; имитационные средства.

- Для управления развитием готовности будущего учителя математики к профориентации школьников, мы выделили такие этапы: когнитивный; мотивационно-ценностный; деятельностно-практический.

- В практике своей работы мы применяли тренинг на каждом из перечисленных этапах с разными целями.

- Для решения проблемы формирования готовности к профориентационной работе с учащимися у студентов педвуза надо принять во внимание четыре фактора.

- Математика является основой фундаментальных знаний, имеет беспредельный потенциал для развития ключевых компетенций.

- Под профориентационной компетентностью учителя математики будем понимать обладание им комплексом профориентационных компетенций, содержащих совокупность знаний, способов деятельности, педагогических способностей, способности рефлексировать, а также качеств личности, необходимых для профессиональной работы.

- Считаем, что целью работы в высшей школе является формирование профориентационной компетентности.

- Определение критериев и показателей эффективности профориентации относятся к существенным вопросам в управлении процессом профориентации.

- Выделяем результативные и процессуальные критерии эффективности профориентационной работы с учащимися школ, проводимой учителем математики.

- Анализируя результаты методической работы на математических факультетах ОшГУ, ОГПИ, ДжаГУ, ОГСУ, КГПИ, мы выделили 3 ступени управления системой профориентации будущих учителей математики.

- Карьерные ориентации функционируют как смысл, который человек реализует при выборе своего профессионального развития. Наша задача – помочь студентам согласовать личностные ресурсы с востребованными в обществе профессиями.



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБНОВЛЕНИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ  
МАТЕМАТИКИ БУДУЩИХ БАКАЛАВРОВ АГРАРНОГО  
НАПРАВЛЕНИЯ

*Кудайбергенова Ж.А.*

КНАУ им К. С. Скрябина, Кыргызстан, Бишкек

*Кудайбергенова Ж.А.*

Система образования в настоящее время использует традиционные, устоявшие подходы к обучению, не справляется с новыми задачами, выдвигаемые перед ним временем, оно медленно адаптируется к изменениям, вступает в противоречие с особенностями развития современного мира. И система образования сформировало соответствующую ему систему обучения, которая выполняла свою функцию на протяжении многих лет, определяя использование традиционных форм организации курса «Математика», содержание и структуру курса, методы обучения.

В настоящее время возникают сложности для преподавателей в обучении курса математике студентов аграрных специальностей. Это связано: с отрицательным отношением

большой их части к изучению математики; неуспеваемостью по математике или отставанием на каком-либо промежуточном этапе процесса обучения; невозможностью в полной мере использовать математическую технику; с отсутствием доступных и убедительных примеров применения математики в будущей профессиональной деятельности. С трудностями сталкиваются студенты в связи с тем, что у них недостаточная базовая подготовка по школьному курсу математики, у многих практически нет навыков систематической самостоятельной работы, этот предмет студенты считают бесполезным для своей будущей профессиональной деятельности.

При изучении математики, студенты, прежде должны представлять себе структуру современной математики в целом, видеть связи математики с другими науками и с практическим применением математического аппарата. Но, к сожалению, на эту сторону почти не обращается внимания и в большинстве даже не упоминается возможные области применения. И, как правило, при обучении математике, не показывают связей между содержанием курса математики – таким формальным и абстрактным – и кругом проблем современной техники, открытий науки и практической деятельности.

Поэтому в настоящее время преподавание математики аграриям стало совершенно новой методической задачей как в плане отбора содержания и уровня строгости его изложения, так и при выборе технологий обучения.



## МАТЕМАТИКА БОЮНЧА ЖОГОРКУ ТАТААЛДЫКТАГЫ МАСЕЛЕЛЕРДИ ЧЫГАРУУНУН МЕТОДДОРУ

*Мамыров Ж.,<sup>1</sup> Байзаков А.Б.<sup>2</sup>*

ИГУ им. К. Тыныстанова,<sup>1</sup> КНУ им. Ж. Баласагына,<sup>2</sup>

Кыргызстан, Каракол,<sup>1</sup> Бишкек<sup>2</sup>

Өлкөбүздүн экономикасы жогорулаган сайын өндүрүш жогорку квалификациялуу адистерди талап кыла баштайт. Ошондуктан, так илимдерге анын ичинен математикага окуучулардын кызыгуусунун артаары шексиз.

Кыргыз тилинде математика боюнча жогорку татаалдыктагы маселелерге арналган адабияттар жокко эсе. Макаланын авторлору тарабынан сунуш кылынган методикалык колдонмонун [1] негизги максаты окуучуларды ар кайсы олимпиадаларда, жогорку окуу жайына өтүүдө абитуриенттерге берилген кызыктуу жана татаал маселелердин идеялары менен тааныштыруу.

Методикалык колдонмого негизинен акыркы жылдары КМШ өлкөлөрүнүн ар кайсы шаарларында болуп өткөн олимпиадаларда жана жогорку окуу жайларынын

абитуриенттерине сунуш кылынган маселелер киргизилди. Маселелердин жооптору, көрсөтмөлөрү жана чыгарылыштары келтирилди. Өз алдынча иштөө үчүн маселелер берилген.

Олимпиадалык маселелер мектепте өтүлгөн кадимки көнүгүүлөрдөн кескин түрдө айырмаланса дагы, аларды темаларга ажыратса болот. Кээ бир маселелердин чыгаруу ыкмаларын олимпиаданын катышуучулары, окуучулардын өзүлөрү сунуш кылышкан. Колдонмодо берилген чыгаруу жолдорунан башка ыкмалар да болушу мүмкүн. Келтирилген маселелердин чыгаруу жолдорун, идеяларын окуп үйрөнүү математикалык олимпиадага даярданганга жана ЖОЖдорго өтүүгө толук көмөк көрсөтө алат. Окуучулардын демилгесин чектебеш үчүн сунуш кылынган маселелер класстар боюнча бөлүнгөн жок.

Бул методикалык колдонмо орто мектептин мугалимдерине жана өз алдынча даярданган жогорку класстардын окуучуларына арналган. Китепче математика боюнча факультативдик курстарды өтүүдө да колдонулушу мүмкүн. Жогорку окуу жайларынын төмөнкү курстарынын студенттерине да пайдалуу.

#### **Адабияттын тизмеси**

1. Байзаков А.Б., Мамыров Ж., Уларбекова К. Математика. Жогорку татаалдыктагы маселелер жана аларды чыгаруунун методдору. - Каракол, 2008. - 114б.



#### **ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ ЗНАНИЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДИКИ «ИЗМЕРЯЮЩЕГО ВООБРАЖЕНИЯ»**

*Панков П.С., Сабырова З.К.*

ИТПМ НАН КР, Кыргызстан, Бишкек

*Панков П.С.*

В статьях [1], [2] был предложен неформальный способ тестирования знаний, осно-ванный на следующем определении: "Измеряющее воображение" (или "интеллектуаль-ный глазомер") - это умение определить числовые характеристики или графическое представление определенного объекта с достаточной точностью, основываясь только на своем опыте и знаниях (не пользуясь справочниками, не производя никаких вычислений).



*Сабырова З.К.*

Для эффективного применения этого способа требуется соответствующее программ-ное обеспечение. В статье предлагается примерная структура для него. В нем должны быть стандартные процедуры ввода числа и интервала в символьном виде, в реальном виде, а также ввода кривой с помощью компьютерной мыши.

- 1) Титульный лист – запрос имени и других сведений о тестируемом;
- 2) Выбор типа задач из предложенного списка (по желанию тестируемого или по указанию преподавателя – организатора соревнования);
- 3) Формирование задания с использованием случайного выбора [3] в текстовом и/или графическом виде, вместе с указанием пользователю, в каком виде он должен вводить ответ;
- 4) Оценивание ответа путем сравнения его с точным, или, в случае интервала – попадание в интервал;
- 5) Сообщение тестируемому об оценке за ответ и, возможно, показ правильного ответа;
- 6) Накопление данных для формирования сводной оценки.

#### **Список литературы**

1. Pankov P. S. Independent learning for Open society // Collection of papers. - Bishkek: Foundation «Soros-Kyrgyzstan», 1996. - Issue 3.
2. Панков П.С., Табылды кызы Ж. Измеряющее воображение для представления математических объектов // Ученые записки Ульяновского государственного университета. Сер. Образование. Вып. 2 (6), 2001.
3. Панков П.С., Джаналиева Ж.Р. Опыт и перспективы использования комплекса UNIQUEST уникальных тестовых заданий в учебном процессе // Тез. докл. научно-практ. конф. «Образование и наука в новом геополитическом пространстве». Бишкек, 1995.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СТУДЕНТАМ ХИМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ



*Салиева Г.А.*

Соискатель КНУ им. Ж. Баласагына. Кыргызстан, Бишкек

Каждый вузовский курс вносит свой вклад в реализацию общих требований высшего образования. При этом на химическом факультете *Салиева Г.А.* особая роль принадлежит фундаментальным общетеоретическим курсам и в первую очередь курсу высшей математики. В целях повышения эффективности преподавания и реализации принципа профессиональной направленности обучения на кафедре «высшей математики и образовательных технологий» разработан учебно-методический комплекс по каждому разделу курса высшей математики, в том числе по дифференциальным уравнениям.

На примере дифференциальных уравнений рассмотрим особенности профессионально направленного преподавания курса математики для химических специальностей. Перед введением понятия дифференциального уравнения целесообразно повторить определение производной и рассмотреть задачу о скорости химической реакции, задачу о теплоемкости тела. Следует обратить внимание студентов на то, что в рассмотренных задачах речь шла о понятии скорости химической реакции в момент времени как скорости изменения количества вещества, участвующего в этой реакции, о понятии теплоемкости тела при данной температуре как скорости изменения количества тепла при изменении температуры.

После этого рассмотрим задачу, которая решается составлением дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:  $\frac{dQ}{dT} = 0,1049 + 0,000154T$ , где  $Q$ - количество теплоты, необходимое для нагревания, а  $T$  – температура.

Затем вводим определение дифференциального уравнения и показываем решение простейшего типа дифференциальных уравнений- уравнения с разделяющимися переменными. Далее введем определение уравнения с разделяющимися переменными и рассмотрим основные понятия, связанные с обыкновенными дифференциальными уравнениями. После закрепления лекционного материала на практических занятиях студентам даются самостоятельные задания, составленные из профессионально-прикладных задач, в качестве математических моделей для которых служат дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.



## ЖОГОРКУ МАТЕМАТИКАНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИН ОРТО МЕКТЕПТЕ ОКУТУУ МАСЕЛЕЛЕРИ

*Салыков С., Кадырова А., Салыкова Н.*

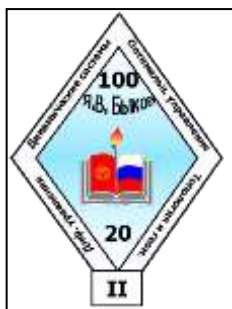
ЫМУ, Кыргызстан, Каракол

Жогорку математиканын элементтери толук кандуу түрдө өткөн кылымдын 60-жылдарында, мурдагы Советтер Союзунда жалпы орто билим берүүнүн сапатын жакшыртууда өтө чоң мааниге ээ болгон, мектеп математикасынын мазмуну жана структурасы боюнча жүргүзүлгөн реформага ылайык киргизилген. Албетте, акад. А.Н.Колмогоров жетекчилик кылган авторлор коллективи тарабынан, ошол кездеги орто билим берүүнүн структурасына ылайык, 9-10 класстар үчүн даярдалган «Алгебра жана анализдин башталышы» окуу китептеринде окуучулардын окуу мүмкүнчүлүктөрүн (б.а дидактиканын жеткиликтүүлүк принцибин толук эске алынбай) ашыра баалоо орун алуу менен жогорку математиканын: предел, үзгүлтүксүздүк, дифференциалдык жана интегралдык эсептөөлөр сыяктуу теориялык жана практикалык багытта чоң мааниге ээ болгон бөлүмдөрүнүн айрым маалыматтардын татаалдаштырылып берилип калганы жалпыга маалым.

Биз чакан макалабызда, илимдин логикасы менен анын өсүп-өнүгүү тарыхынын тыгыз байланышы жөнүндөгү таанып-билүү теориясынын көрсөтмөсүн эске алуу менен, жогорку математиканын элементтерин орто мектептин математика курсунда окутуунун тарыхына учкай токтолобуз. Андан ары сөз, маселен акыл иш аракеттеринин жалпы (анализ, синтез, жалпылоо, салыштыруу ж.б.) жана теманын өзгөчөлүгүнө ылайык тандалып алынуучу атайын (түшүнүктүн аныктамасын алып келүү, берилгендерден логикалык жактан туура корутунду жасоо ж.б.) операциялар жөнүндө болушу мүмкүн.

Ошону менен бирге эле, айрым бир кошумча окуу материалдарын берүүгө мүмкүн экендиги негизделди.

Мектеп математикасынын негизги сүйлөмдөрүнүн бири болгон теоремаларды окутууга өзгөчө көңүл бөлүнүп, алардын далилдөөлөрүн өздөштүрүүсүнө өбөлгө түзө турган, блок схема түзүү, өркүндөтүлгөн анализ методун ж.б.у.с. ыкмаларды колдонуу жолдору конкреттүү теоремалардын далилдөөлөрүндө келтирилди. Ошондой эле макалада монотондуулуктун жетиштүү белгисин 10-класста окуучулар тарабынан сапаттуу өздөштүрүүсүнө жетишүү негизги дидактикалык максат болгон сабактын глобалдык билим берүү (Г.Б.Б.) шартында баяндалган фрагменти берилди.



## ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА С ПОМОЩЬЮ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

*Сыдыкова М. Б.*

КНУ им. Ж. Баласагына, Кыргызстан, Бишкек

В современный период развития общества, характеризующийся коренными изменениями социально-экономической, политической и других сфер, целью высшего образования становится формирование творчески мыслящих специалистов высшего уровня, что требует, в свою очередь, создания новой модели высшей школы, развития творческих способностей, отрудничества преподавателей и студентов в учебном процессе.



## СОДЕРЖАНИЕ

Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого президента России Б.Н.Ельцина.....	6
Яков Васильевич Быков (Краткая биография).....	10
Яков Васильевич Быков - ученый и педагог ( <i>профессор, Алымкулов К.А.</i> ) .....	15

### ТОПОЛОГИЯ И ГЕОМЕТРИЯ

1. <i>Nazim Sadik</i> A carahterization of disk-algebra A Charakterization of the Disk Algebra.....	17
2. <i>Абиев Н.А.</i> Об особых точках потоков Риччи в обобщенных пространствах Уоллача .....	17
3. <i>Абиев Н.А.</i> О систематизации различных классификаций шестимерных двухступенно нильпотентных алгебр Ли.....	18
4. <i>Болжиев Б.А., Намазова Г.О.</i> О $\tau$ -компактности и полноте равномерных пространств.....	19
5. <i>Борубаев А.А.</i> О мультинормированных и мультиунитарных пространствах.....	20
6. <i>Жумалиев Т.Ж.</i> Кардинальные инварианты дизъюнктивной суммы равномерных пространства.....	21
7. <i>Ишмахаметов К.</i> К $\sigma$ - $\tau$ - метризуемым пространствам.....	22
8. <i>Ишмахаметов К.</i> О $k$ -абсолютных отображениях .....	23
9. <i>Касымова Т.Дж.</i> К теории полных равномерно непрерывных отображений .....	24
10. <i>Матиева Г., Артыкова Ж. А.</i> Об одной сети на графике отображения двумерной поверхности в двумерную плоскость в евклидовом пространстве .....	25
11. <i>Матиева Г., Папиева Т.М., Ободоева Г.С.</i> Об одном свойстве вырожденного частичного отображения, порождаемого заданной циклической сетью Френе .....	26
12. <i>Нуракунов А.М., Абдыракманов Б.</i> Операторы замыканий на конечных множествах подмножеств .....	27
13. <i>Родионов Е.Д., Славский В.В., Хромова О.П.</i> Одноранговые деформации римановых метрик .....	27
14. <i>Чекеев А.А., Аблабекова Ч.А.</i> Равномерно перистые равномерные пространства.....	28
15. <i>Чекеев А.А., Рахманкулов Б.З.</i> Об одном новом классе предкомпактных равномерных пространств .....	29
16. <i>Чекеев А.А., Ташбаева Э.А.</i> Равномерные системы окрестностей на группах.....	30
17. <i>Чекеев А.А., Токсонбаев С.С.</i> О перистости абсолютных равномерных пространств..	31
18. <i>Чекеев А.А., Шалпыков Б.К.</i> О равномерном аналоге теоремы волмэна – катетова и универсальные бикомпакты для данной хараламбусовской размерности и топологического веса .....	32

### ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ

1. <i>Iosif Gr. Ten</i> About self-organizing control by a dynamic plant under uncertainty .....	33
2. <i>Rainer Felix.</i> Radon and Fourier transform on symmetric spaces .....	33
3. <i>Айсагалиев С.А., Абенев Б.К.</i> Асимптотические свойства решений фазовых систем	34
4. <i>Айсагалиев С.А., Кабидолданова А.А.</i> О построении оптимального управления для задачи с квадратичным целевым функционалом и ограничениями .....	36
5. <i>Айсагалиев С.А., Шангитова М.Э.</i> Абсолютная устойчивость	37

и оптимальное быстрое действие.....	
6. Александров В.Г. Синтез оптимального управления ПР-системой .....	38
7. Александров В.Г. Программное оптимальное управление продуктивностью почво-растительной системой по водному фактору на основе Оду-аналога модели AGROTOOL .....	39
8. Баетов А.К., Кабаева З.С. Решение задачи нелинейной оптимизации систем с распределенными параметрами при векторном управлении .....	40
9. Батырканов Ж., Кадыркулова К. Синтез законов управления по осуществлению движения управляемого объекта по предписанной программе .....	41
10. Джолдошов Б.О., Такырбашев Б.К., Джунушалиев У.Б., Темиркулова Н.Т. Синтез динамического регулятора для турбогенератора .....	42
11. Доулбекова С.Б., Керимбеков А.К. О разрешимости задачи нелинейной оптимизации упругих колебаний методом факторизации .....	43
12. Егоров А.И. Об особых решениях дифференциальных уравнений с обыкновенными и частными производными .....	44
13. Егоров А.И., Знаменская Л.Н. Управляемость и наблюдаемость упругих колебаний системы последовательно соединенных струн .....	44
14. Живоглядов В.П. Теория дуального управления: вторая генерация .....	45
15. Живоглядов В.П., Подольский И.В. Системы управления содержанием и процессами электронного обучения .....	46
16. Живоглядов В.П., Подольский И.В., Вейс Л.Д., Кыдыралиев М.С. Развитие электронного обучения в университете .....	47
17. Карабакиров К.Р., Асанова Ж.К. Решение задачи нелинейной оптимизации систем с распределенными параметрами при подвижных точечных управлениях...	48
18. Керимбеков А.К. О разрешимости задачи нелинейной оптимизации систем с распределенными параметрами в виде программы и синтеза .....	48
19. Керимбеков А.К., Кулбаева Б.Ж., Сейдакмат к. Э. Решение задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых вольтеррово интегро-дифференциальными уравнениями .....	50
20. Керимбеков А.К., Наметулова Р.Ж., Кадириббетова А.К. Решение задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями .....	51
21. Красниченко Л.С., Керимбеков А.К. Решение нелинейной задачи тепловых процессов при векторном граничном управлении .....	52
22. Курманова С.Ч., Соколов К.В. Решение задачи синтеза при нелинейной оптимизации тепловых процессов .....	52
23. Лелёвкина Л.Г., Гончарова И.В., Комарцова Е.А. Численный анализ влияния штрафных параметров на процесс оптимизации индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины .....	53
24. Лелёвкина Л.Г., Федоров И.Н. Влияние штрафного параметра удельной мощности и времени нагрева на процесс оптимизации индукционного нагрева.....	54
25. Максимов В.И. Об отслеживании решений параболических вариационных неравенств ресурсосберегающими законами обратной связи .....	55
26. Мурзабеков З.Н., Айпанов Ш.А. Решение LQ-задачи при ограничениях на	56

значения управления .....	
27. Мурзабеков З.Н., Мурзабеков А.З. Оптимизация систем с закрепленными концами траекторий .....	58
28. Оморов Т.Т., Жолдошов Т.М. Параметрический синтез динамического регулятора для многомерной управляемой системы .....	59
29. Шаршеналиев Ж.Ш., Самохвалова Т.П. Управление процессом нагрева стержня поликремния с учетом излучения тепла .....	60

## **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ, ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

1. Burenkov V. I., Tararykova T.V. Interpolation theorems for general local Morrey-type spaces .....	62
2. E. S. Panakhov, Mine Babaoglu. Assessment of diffusion equation's numerical implementation by means of homotopy analysis method and homotopy perturbation method .....	60
3. E.S. Panakhov, M. Sat. A uniqueness theorem for singular differential operator .....	63
4. Erdal Baş, Funda Metin. Fractional Singular Sturm-Liouville Operator for Coulumb Potential .....	63
5. Ruzhansky M. Nikolskii inequality on compact homogeneous manifolds .....	65
6. Абдылдаева Э.Ф. Задача интегральной геометрии в полосе в критических случаях.....	65
7. Аблабеков Б.С., Дурмонбаева З.А. О некоторых обратных задачах для нелинейных псевдопараболических уравнений .....	66
8. Аблабеков Б.С., Курманбаева А.К. Об обратных задачах определения временных параметров для псевдопараболических и псевдогиперболических уравнений .....	67
9. Аблабеков Б., Матанова К. Задача восстановления ядра интегро-дифференциального псевдопараболического уравнения третьего порядка .....	68
10. Агаева Г.А. О периодической краевой задаче для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка .....	69
11. Алдибеков Т.М., Алдажарова М.М. Коэффициентный признак устойчивости по первому приближению в критических случаях характеристических показателей Ляпунова .....	70
12. Алыбаев К.С., Тампагаров К.Б. Условия существования погранслошной линии линейного обыкновенного сингулярно-возмущенного дифференциального уравнения с аналитическими функциями .....	71
13. Алымкулов К., Абдуллаева Ч.А. Еще раз о построении асимптотики решений сингулярно возмущенных уравнений типа Лайтхилла методом униформизации.....	72
14. Алымкулов К., Омуралиев М.К. Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной обобщенной задачи Лагерстрёма размерности три, методом структурного сращивания .....	73
15. Алымкулов К., Турсунов Д.А. Метод погранфункции для эллиптического уравнения, случай внешнего касания особой характеристики с границей области..	74

16. Анарбаева Г.М., Маматкулова М. Асимптотическое поведение решений сингулярно возмущенных нелинейных дифференциальных уравнений в случае смены устойчивости .....	75
17. Асанов А., Тойгонбаева А.К. Об одном классе систем линейных интегральных уравнений Фредгольма-Стилтьеса первого рода .....	76
18. Асанова А.Т. О нелокальной задаче с интегральным условием для системы гиперболических уравнений второго порядка .....	77
19. Аширбаева А.Ж. Сведение нелинейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка со многими переменными к решению интегрального уравнения .....	79
20. Байзаков А.Б., Кыдыралиев Т.Р. Об асимптотическом разложении решений сингулярно-возмущенных интегральных уравнений Вольтера .....	80
21. Байзаков А.Б., Шаршенбеков М.М. Об устойчивости решений линейных интегро-дифференциальных уравнений при экспоненциально убывающих возмущениях .....	81
22. Байтуленов Ж.Б. Модификация метода фиктивных областей для нестационарной модели сыпучей среды .....	82
23. Бакирова Э.А. Джумабаев Д.С. Однозначная разрешимость линейной краевой задачи с интегральным условием для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма .....	83
24. Бараталиев К. Б. Об одном варианте краевой задачи Гильберта теории аналитических функций .....	84
25. Бекмаматов З.М. О задаче сопряжения для уравнений составного и гиперболического типов четвертого порядка на плоскости .....	85
26. Гасымова Г.М. Об одной краевой задаче для операторно-дифференциального уравнения второго порядка в гильбертовом пространстве .....	87
27. Дауылбаев М.К. Асимптотические оценки решения краевых задач для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений .....	88
28. Демиденко Г.В. Квазиэллиптические операторы и уравнения Соболевского типа .....	89
29. Джумабаев Д.С. Об одном подходе к определению общего решения интегро-дифференциального уравнения Фредгольма дифференциального оператора .....	89
30. Жуматов С.С. Притягиваемость программного многообразия неявных дифференциальных систем .....	91
31. Иманалиев М., Байзаков А.Б., Айтбаев К. Разрешимость и структура решений задачи Коши одного класса интегро-дифференциальных уравнений четвертого порядка .....	92
32. Искандаров С., Темиров М.А. О влиянии вольтеррова интегрального возмущения на ограниченность решений слабо нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка с запаздываниями .....	93
33. Искандаров С. Нестандартный метод сведения к системе, лемма Люстерника- Соболева и асимптотическая устойчивость решений линейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения пятого порядка .....	94
34. Карасаев И.К. Устойчивость одной динамической системы .....	96

35. <i>Карасаев И.К.</i> Новые терминологии, положенные в основу метода поляризации...	96
36. <i>Карасаев И.К., Ибраев А.</i> Об одном бесконечном бесконечном определителе .....	97
37. <i>Каримов С., Азимбаев М.</i> Равномерные приближения решения сингулярно-возмущенной системы дифференциальных уравнений в особо критическом случае .....	98
38. <i>Кошкарлова Б.С., Кусаинова Л.К.</i> Об осцилляторности общего дифференциального уравнения высокого порядка с альтернирующим потенциалом .....	99
39. <i>Курманбаева А.К.</i> Задача коши для одного нагруженного нелинейного псевдогиперболического уравнения .....	100
40. <i>Матвеева И.И.</i> Свойства решений одной нелинейной системы дифференциальных уравнений с параметрами .....	101
41. <i>Молдабек Ж. Т., Алдибеков Т.М.</i> О свойствах обобщенно экспоненциально дихотомических систем дифференциальных уравнений .....	102
42. <i>Муратбеков М.Б., Мусилимов Б., Мусабекова З.Е.</i> О дискретности спектра неполуограниченного .....	103
43. <i>Нальжусупбаева Г.Н.</i> О регуляризованном следе одного дифференциального оператора второго порядка .....	104
44. <i>Нарматова М. Ж.</i> Об асимптотике линейного осциллятора с вынуждающей силой алгебраического затухания с малым параметром .....	105
45. <i>Нуримов Б.С.</i> Задача Дирихле для уравнения Карлемана-Векуа с сингулярной точкой .....	106
46. <i>Омуралиев А.А., Омуралиев А.С.</i> Асимптотика решения одного сингулярно возмущенного интегрального уравнения типа Вольтерра .....	107
47. <i>Омуралиев М.К.</i> Построение асимптотики решения сингулярно возмущенной обобщенной задачи Лагерстрома размерности четыре, методом структурного сращивания .....	107
48. <i>Омуров Т., Рыспаев А.</i> Нагруженные обратные задачи в неограниченной области .....	108
49. <i>Оспанов К.Н., Ахеткалиева Р.Д.</i> О компактности резольвенты вырожденного дифференциального оператора второго порядка .....	109
50. <i>Рустамова Л.А.</i> Об одной краевой задаче для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка в весовых пространствах .....	110
51. <i>Саадабаев А.</i> Приближенное решение нелинейного интегрального уравнения типа Фредгольма .....	111
52. <i>Салейдинов К.И.</i> О собственных значениях и собственных элементах одного интегрального уравнения типа Фредгольма третьего рода .....	112
53. <i>Сахаев Ш.С.</i> $L_p$ – оценки решения линейной задачи, возникающей в магнитной гидродинамике .....	113
54. <i>Сопуев А.С., Саадалов Т.Ы.</i> Об одной задаче сопряжения для псевдопараболо- гиперболического уравнения четвертого порядка .....	115
55. <i>Темиров Б. К.</i> Осцилляция решений одного класса нелинейного интегро- разностного уравнения с конечными разностями третьего порядка нелинейным интегральным членом .....	116
56. <i>Тогочуев А.Ж., Ниязбаева Т.С., Рысбекова Д.</i> Об одной системе линейных	

дифференциальных уравнений .....	117
57. Тойгонбаева А.К. Об одном классе линейных интегральных уравнений Фредгольма- Стилтеса второго рода с разрывным ядром .....	118
58. Токмагамбетов Н.Е. Об операторах с сингулярными потенциалами .....	119
59. Туганбаев М.М. Интегральные преобразования в задачах переноса .....	119
60. Тунгаратов А. Задача Коши для одного класса нелинейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка .....	120
61. Тунгаратов А., Ахмед-Заки Д.К., Абдымананов С.А. Задача Бицадзе-Самарского для одной системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка с сингулярными коэффициентами .....	121
62. Тунгаратов А., Рзаева Г.К. Задача типа Робина для одного класса эллиптических систем второго порядка на плоскости с сингулярными коэффициентами .....	122
63. Усенов И.А. Регуляризация решения неявного операторного уравнения первого рода с приближенным оператором .....	123

## **ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (МЕХАНИКА ТВЁРДОГО ТЕЛА И ДР. РАЗДЕЛЫ МЕХАНИКИ)**

1. Адигамов Н.С. К задаче описания пластического деформирования материалов с учетом эффектов старения .....	125
2. Аксенов С.А., Чумаченко Е.Н., Данхэм Д.У., Логашина И.В. Проектирование траектории космического аппарата с выходом на орбиту Лиссажу вокруг точки либрации L2 системы Земля-Луна .....	125
3. Алибаев А.П., Маматова Г. Т. Анализ напряженно-деформированного состояния пород прибортового массива и дна карьера при комбинированной разработке рудных месторождений .....	126
4. Арутюнян Р.А. Радиационная ползучесть и разрушение стареющих металлических сплавов .....	127
5. Герман К.А. Влияние параметров электрического поля на деформационные свойства мрамора .....	128
6. Джолдасбеков С.У., Темирбеков Е.С. Инновационная разработка мобильных подмостей .....	129
7. Еремьянц В.Э., Колесников Н.А. Напряженное состояние балки коромысловой ударной системы .....	130
8. Еремьянц В.Э., Нью В.В. Повторное воздействие отраженных волн на пластину при её виброударной очистке .....	131
9. Забинякова О.Б., Адигамов Н.С. Исследование устойчивости состояний нелинейной динамической системы, описываемой уравнением Ван дер Поля с одним параметром, в вычислительной среде MathCad .....	132
10. Келлер И.Э. Интегрируемость уравнений равновесия и совместности вязкопластической среды с N-образной зависимостью от скорости деформации ....	132
11. Китаева Д.А., Субботина Е.А. Теория продольной прокатки алюминиевого листа в термомеханических условиях сверхпластичности .....	133
12. Логашина И.В., Данхэм Д.У., Чумаченко Е.Н., Аксенов С.А. Формообразование рельефа на ледяной поверхности Европы .....	133

13. <i>Омаров Т.И., Наурушев Б.К., Сакенова А.М.</i> Влияние статической неопределимости опорного механизма рельсовой машины на распределение вертикальной нагрузки .....	134
14. <i>Оморов Р.О., Джаманбаева З.А.</i> Исследование грубости, бифуркации и хаоса синергетических систем в области химии .....	135
15. <i>Пазылов Ш.Т., Оморов Н.А.</i> Кинетическая модель параметра анизотропности .....	136
16. <i>Пазылов Ш.Т.</i> Свойства и структура литого алюминиевого сплава 1561 при высоких температурах деформирования .....	137
17. <i>Рычков Б.А., Лужанская Т.А.</i> О деформации и разрушении горных пород.....	138
18. <i>Султаналиева Р.М., Шаповалова А.В.</i> О полной диаграмме деформирования горных пород .....	139
19. <i>Чумаченко Е.Н., Аксенов С.А., Логашина И.В.</i> Прогнозирование сверхпластического формоизменения оболочек из промышленных сплавов на основе титана .....	140

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ (ЧИСЛЕННЫЕ) МЕТОДЫ**

1. <i>A.Zh. Naimanova, T.M.Ussenova.</i> GAS – particle reacting turbulent flow in the planar channel .....	141
2. <i>Александров В.Г.</i> Подход к локальной адаптации моделей почво-растительных систем .....	142
3. <i>Аманалиев А.А., Жумабаев Б.</i> Упругое равновесие анизотропного полупространства, подверженного равномерному давлению .....	143
4. <i>Ахтямов А.М., Ахтямова А.А.</i> Идентификация коэффициента жесткости пружины упругого закрепления одного из концов балки Эйлера-Бернулли и параметров груза сосредоточенного на этом конце .....	144
5. <i>Бекетаева А.О., Бердиева Ш.М., Дуйшеналиев Т.Б.</i> Исследование вихревых структур за поперечной струей в сверхзвуковом потоке .....	145
6. <i>Ботоканова Б.А., Жумабаев Б.</i> Напряженно-деформированное состояние пород вокруг напорных гидротехнических тоннелей .....	146
7. <i>Долматова П.С.</i> Математические модели и независимое компьютерное представление понятий естественных языков .....	147
8. <i>Досаев М.З., Е Ч.-С., Горячева И.Г., Су Ф.-Ч., Селюцкий Ю.Д.</i> Моделирование контактного взаимодействия головки пневмо видеотактильного сенсора с мягкими биологическими тканями .....	148
9. <i>Жумабаев Б., Исмаилова К.Дж.</i> Теоретические и методические основы напряженно-деформированного состояния нагорных плотин .....	149
10. <i>Забинякова О.Б., Зинченко Д.И., Кулагина М.А., Рыбин А.К., Скляр С.Н.</i> Численные методы решения прямых задач магнитотеллурического зондирования.	150
11. <i>Каримов А.К.</i> Численное решение задачи фильтрации с обобщенной формулировкой закона движения свободной границы .....	151
12. <i>Кененбаева Г.М., Мураталиева В.Т., Мамадразаков Ж.Б.</i> Численные эксперименты по исследованию явления иргөө-дискретной оптимизации синергетическими методами .....	152

13. Кененбаева Г.М. Поиск эффектов .....	153
14. Локишин Б.Я., Досаев М.З., Климина Л.А., Селюцкий Ю.Д. К вопросу о выборе оптимальной крутки лопасти ветротурбины .....	154
15. Моисеева Е.С., Найманова А.Ж. Моделирование пространственного сверхзвукового течения многокомпонентной смеси с вдувом струи .....	155
16. Панков П.С., Жораев А.Х. Автоматизация метода определения рода римановой поверхности, заданной алгебраическим уравнением .....	156
17. Панков П.С., Сабирова Х.С. Классификация алгоритмов обобщенных характеристик .....	157
18. Панкова Г.Д., Жээнтаева Ж.К. Практика информационной подготовки будущего экономиста на основе дисциплины «Информатика в экономике» .....	158
19. Попков В.К., Токтошов Г.Ы. Иерархический подход к выбору трасс линейных сооружений .....	159
20. Селюцкий Ю.Д. Колебания двухзвенного аэродинамического маятника.....	160
21. Турдушев И.А., Скляр С.Н. Аналитические решения для трехмерной модели ветровых течений в водоеме .....	161
22. Шакиров А.А. О возможных вариантах перемещения трудовых мигрантов из Кыргызстана .....	162
23. Шахан Н.Ш. Математическое моделирование турбулентного течения реагирующего многокомпонентного газа в области сложной конфигурации .....	163
24. Якиманская Т.Т., Скляр С.Н. Адаптивный численный метод решения задач нелинейного нестационарного адвективного переноса .....	164
25. Яр-Мухамедов И.Г. От окна Эйзенхауэра к задаче оптимизации .....	165

## **ИСТОРИЯ НАУКИ И МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ**

1. Акматбекова А. Ж. Роль самостоятельной работы студентов как средство повышения качества знаний .....	166
2. Алиев Ш.А., Кайдиева Н.К. Профессионально-ориентированное обучение курса «математики» гарантия формирования компетентности будущего бакалавра .....	167
3. Аттокурова А. Дж. Компетентно-значимые качества будущего учителя математики .....	168
4. Байсалов Дж., Мукамбетова С. Подготовка будущих учителей математики обучению математическому моделированию с применением возможностей программы Microsoft Power Point .....	169
5. Байсалов Дж.У. Сейталиева Э.С. Самостоятельная работа студентов на занятиях математики как одна из форм развивающего обучения .....	170
6. Бапа к. А., Асаналиева Д.М., Ниязбаева Т.С. Особенности организации самостоятельной работы студентов при обучении курсу математического анализа .....	171
7. Бидайбеков Е.Ы., Каскатаева Б.Р., Медеуов Е.У. О совершенствовании подготовки будущего учителя к профильному обучению математики в условиях информатизации математического образования .....	172
8. Джаналиева Ж. Р., Байрахтарова А. Т. Опыт использования методики .....	173



случайного формирования заданий в преподавании математики и информатики...	
9. <i>Жораев А.Х.</i> Использование интерактивного представления объектов в преподавании математики .....	174
10. <i>Жороев А.</i> Жогорку билимдүү математиктерди даярдоодогу улуттук университеттин илимий мектеби .....	175
11. <i>Казешев А.</i> Научно-методические основы изучения элементов стохастики в школьном курсе математики .....	175
12. <i>Кайдиева Н.К.</i> Современные технологии обучения курса «математики» будущих бакалавров гуманитарного направления .....	176
13. <i>Келдибекова А.</i> Развитие готовности будущего учителя математики к профориентационной работе со школьниками .....	177
14. <i>Кудайбергенова Ж.А.</i> Теоретические основы обновления преподавания математики будущих бакалавров аграрного направления .....	178
15. <i>Мамыров Ж., Байзаков А.Б.</i> Математика боюнча жогорку татаалдыктагы маселелерди чыгаруунун методдору .....	179
16. <i>Панков П. С., Сабырова З.К.</i> Программное обеспечение для тестирования знаний с помощью методики «измеряющего воображения» .....	180
17. <i>Салиева Г.А.</i> Методические особенности преподавания дифференциальных уравнений студентам химических специальностей .....	182
18. <i>Салыков С., Кадырова А., Салыкова Н.</i> Жогорку математиканын элементтерин орто мектепте окутуу маселелери .....	183
19. <i>Сыдыкова М.Б.</i> Организация самостоятельной работы студентов по дисциплине математика с помощью информационных технологий .....	184