

С. А. АЙСАГАЛИЕВ

ПРОБЛЕМЫ КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Алматы 2016

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АЛЬ-ФАРАБИ

С. А. АЙСАГАЛИЕВ

ПРОБЛЕМЫ
КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ

Избранные труды

Алматы
«Қазак университеті»
2016

УДК 517.9 (035.3)
ББК 22.161
А 36

*Рекомендовано к изданию Ученым советом
и РИСО КазНУ имени аль-Фараби
(Протокол №3 от 17.05.2016)*

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, академик **Т.Ш. Кальменов**
доктор физико-математических наук, профессор **М.Т. Дженалиев**
доктор физико-математических наук, профессор **С.Я. Серовайский**

Айсагалиев С.А.

А 36 Проблемы качественной теории дифференциальных уравнений: Избранные труды: монография / С.А. Айсагалиев. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 397 с.

ISBN 978-601-04-2368-8

Монография содержит результаты фундаментальных научных исследований по интегральным уравнениям, по управляемости и быстродействию процессов, по теории экстремальных задач, конструктивной теории краевых задач, устойчивости решения уравнений с дифференциальными включениями, конструктивной теории линейных интегро-дифференциальных уравнений. Предлагаются нерешенные задачи по приведенным выше направлениям качественной теории.

Монография предназначена для научных работников, докторантов, магистрантов и студентов старших курсов математических специальностей, а также для механиков, инженеров, занимающихся расчетом динамических систем.

УДК 517.9 (035.3)
ББК 22.161

ISBN 978-601-04-2368-8

© Айсагалиев С.А., 2016
© КазНУ имени аль-Фараби, 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Глава I. Исследования по теории интегральных уравнений	10
§ 1.1. Введение	10
§ 1.2. Интегральное уравнение, разрешимое для любой правой части	11
§ 1.3. Разрешимость интегрального уравнения при заданной правой части	15
§ 1.4. Разрешимость интегрального уравнения Фредгольма первого рода	21
§ 1.5. Приближенное решение интегрального уравнения Фредгольма первого рода	27
§ 1.6. Интегральное уравнение с параметром	32
§ 1.7. Интегральное уравнение от искомой функции нескольких переменных	36
§ 1.8. Комментарии	41
Глава II. Исследования по теории управляемости и оптимального быстродействия	43
§ 2.1. Управляемость и оптимальное быстродействие линейных систем	43
§ 2.1.1. Введение	44
§ 2.1.2. Постановка задачи	45
§ 2.1.3. Преобразование	46
§ 2.1.4. Интегральные уравнения	47
§ 2.1.5. Существование решения задачи управляемости	48
§ 2.1.6. Построение решения задачи управляемости. Оптимальное быстродействие	52
§ 2.1.7. Комментарии	59
§ 2.2. Управляемость и оптимальное быстродействие нелинейных систем	61
§ 2.2.1. Постановка задачи	61
§ 2.2.2. Преобразование	63
§ 2.2.3. Существование решения задачи управляемости	64
§ 2.2.4. Построение решения задачи управляемости	67
§ 2.2.5. Комментарии	73
§ 2.3. Управляемость и быстродействие процесса, описываемого параболическим уравнением	74
§ 2.3.1. Постановка задачи	74
§ 2.3.2. Интегральное уравнение	75
§ 2.3.3. Общее решение интегрального уравнения	78
§ 2.3.4. Управления с минимальной нормой	89
§ 2.3.5. Оптимальное быстродействие	90
§ 2.3.6. Управление тепловыми процессами	90
§ 2.3.7. Комментарии	100
Глава III. Исследования по теории экстремальных задач	102
§ 3.1. Исследования по математическому программированию	102
§ 3.1.1. Введение	103

§ 3.1.2. Постановка задачи	104
§ 3.1.3. Исследование по линейному программированию	105
§ 3.1.4. Исследование по выпуклому программированию	111
§ 3.1.5. Исследование по нелинейному программированию	115
§ 3.1.6. Комментарии	117
§ 3.2. Исследование по вариационному исчислению	117
§ 3.2.1. Введение	118
§ 3.2.2. Постановка задачи	118
§ 3.2.3. Принцип погружения	120
§ 3.2.4. Существование решения	125
§ 3.2.5. Построение оптимального решения	130
§ 3.2.6. Комментарии	135
§ 3.3. Исследование по оптимальному управлению	137
§ 3.3.1. Введение	137
§ 3.3.2. Постановка задачи	138
§ 3.3.3. Принцип погружения	140
§ 3.3.4. Существование допустимого управления. Быстродействие	145
§ 3.3.5. Построение оптимального решения	150
§ 3.3.6. Комментарии	155

Глава IV. Исследования по теории краевых задач обыкновенных

дифференциальных уравнений	158
§ 4.1. Конструктивная теория краевых задач	158
§ 4.1.1. Постановка задачи	158
§ 4.1.2. Преобразование	160
§ 4.1.3. Принцип погружения	162
§ 4.1.4. Оптимизационная задача	164
§ 4.1.5. Пример	167
§ 4.1.6. Комментарии	172
§ 4.2. Исследование краевой задачи с параметром	173
§ 4.2.1. Постановка задачи	174
§ 4.2.2. Принцип погружения	177
§ 4.2.3. Оптимизационная задача	181
§ 4.2.4. Решение задачи Штурма-Лиувилля	184
§ 4.2.5. Комментарии	189
§ 4.3. Исследование периодического решения в динамической системе	191
§ 4.3.1. Введение	191
§ 4.3.2. Постановка задачи	193
§ 4.3.3. Преобразование	195
§ 4.3.4. Существование решения	196
§ 4.3.5. Построение периодического решения. Частные случаи	208
§ 4.3.6. Уравнения Дюффинга	210
§ 4.3.7. Комментарии	214

Глава V. Исследования устойчивости решения уравнений с дифференциальными

включениями. Абсолютная устойчивость	216
§ 5.1. Исследования абсолютной устойчивости регулируемых систем	
в основном случае	217
§ 5.1.1. Постановка задачи	217
§ 5.1.2. Неособое преобразование	218

§ 5.1.3. Свойства решений	220
§ 5.1.4. Несобственные интегралы	223
§ 5.1.5. Абсолютная устойчивость	226
§ 5.1.6. Комментарии	231
§ 5.2. Исследование абсолютной устойчивости регулируемых систем в простом критическом случае	232
§ 5.2.1. Постановка задачи	233
§ 5.2.2. Неособое преобразование	235
§ 5.2.3. Свойства решений	236
§ 5.2.4. Несобственные интегралы	240
§ 5.2.5. Абсолютная устойчивость	243
§ 5.3. Исследование абсолютной устойчивости регулируемых систем в критическом случае	248
§ 5.3.1. Постановка задачи	248
§ 5.3.2. Неособое преобразование	251
§ 5.3.3. Свойства решений	253
§ 5.3.4. Несобственные интегралы	256
§ 5.3.5. Абсолютная устойчивость	259
§ 5.3.6. Комментарии	263
Глава VI. Исследования устойчивости решения динамических систем с цилиндрическим фазовым пространством	265
§ 6.1. Исследования глобальной асимптотической устойчивости фазовых систем	266
§ 6.1.1. Постановка задачи	266
§ 6.1.2. Неособое преобразование	267
§ 6.1.3. Свойства решений	268
§ 6.1.4. Несобственные интегралы	272
§ 6.1.5. Глобальная асимптотическая устойчивость	277
§ 6.1.6. Задача фазовой синхронизации	281
§ 6.1.7. Комментарии	285
§ 6.2. Исследования по теории синхронизации динамических систем	287
§ 6.2.1. Постановка задачи	287
§ 6.2.2. Глобальная асимптотическая устойчивость	292
§ 6.2.3. Комментарии	298
Глава VII. Решение прикладных задач	300
§ 7.1. Построение оптимального фильтра для случайных процессов	300
§ 7.1.1. Постановка задачи	300
§ 7.1.2. Решение матричного уравнения	303
§ 7.1.3. Оптимальная фильтрация	309
§ 7.1.4. Частный случай. Оптимальный фильтр Калмана-Бьюси	313
§ 7.1.5. Комментарии	313
§ 7.2. Решение уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости в неограниченной области	315
§ 7.2.1. Постановка задачи	316
§ 7.2.2. Системы параболических уравнений	318
§ 7.2.3. Интегральное уравнение	319
§ 7.2.4. Отождествление	329
§ 7.2.5. Уравнения для давления	332

§ 7.2.6. Решения уравнений Навье-Стокса	332
§ 7.2.7. Комментарии	336
§ 7.3. К простейшей задаче вариационного исчисления	337
§ 7.3.1. Введение	338
§ 7.3.2. Постановка задачи	339
§ 7.3.3. Интегральное уравнение	340
§ 7.3.4. Принцип погружения	341
§ 7.3.5. Оптимизационная задача	342
§ 7.3.6. Алгоритм решения простейшей задачи	346
§ 7.3.7. Заключение	348
Глава VIII. Конструктивный метод решения краевой задачи линейного интегро-дифференциального уравнения	350
§ 8.1. Постановка задачи	350
§ 8.2. Преобразование	352
§ 8.3. Линейная управляемая система	353
§ 8.4. Оптимизационная задача	354
§ 8.5. Существование решения	361
§ 8.6. Построение решения краевой задачи	362
§ 8.7. Комментарии	371
Глава IX. Нерешенные задачи	373
§ 9.1. Нерешенные задачи по интегральным уравнениям	373
§ 9.2. Нерешенные задачи по управляемости	375
§ 9.3. Нерешенные задачи по оптимальному управлению	378
§ 9.4. Нерешенные краевые задачи	380
§ 9.5. Нерешенные задачи по абсолютной устойчивости	382
§ 9.6. Нерешенные задачи по глобальной асимптотической устойчивости	384
§ 9.7. Комментарии	384
Глава X. Избранные труды. Отзывы	386

Научное издание

Серикбай Абдугалиевич АЙСАГАЛИЕВ

**ПРОБЛЕМЫ
КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ**

Избранные труды

Выпускающий редактор *Г.С. Бекбердиева*
Компьютерная верстка *Г.К. Шапкозовой*
Дизайн обложки *А. Калиева*

ИБ №9891

Подписано в печать 28.06.2016. Формат 70х100/16.

Бумага офсетная. Печать цифровая. Объем 33,2 п.л.

Тираж 100 экз. Заказ №2955. Цена договорная.

Издательский дом «Қазақ университеті»

Казахского национального университета имени аль-Фараби.

050040, г. Алматы, пр. аль-Фараби, 71, КазНУ.

Отпечатано в типографии издательского дома «Қазақ университеті».