



V International conference

V-Xalqaro konferensiya

V Международная конференция



NATIONAL UNIVERSITY
OF UZBEKISTAN

O'ZBEKISTON MILLIY
UNIVERSITETI

НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
УЗБЕКИСТАНА

MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGY - AL-KHOREZMIY 2016

Transactions of the conference

Volume №2

AMALIY MATEMATIKA VA INFORMATSION TEXNOLOGIYALARNING DOLZARB MUAMMOLARI – AL-XORAZMIY 2016

Konferentsiya maqolalari

To'plam №2

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ - АЛЬ-ХОРЕЗМИ 2016

Труды конференции

Том №2

Bukhara, Uzbekistan,
November 9 – 10, 2016

Buxoro, O'zbekiston
9–10 noyabr, 2016 yil

Бухара, Узбекистан,
9 – 10 ноября 2016 год



BUKHARA STATE
UNIVERSITY

BUXORO DAVLAT
UNIVERSITETI

БУХАРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

КОМИТЕТ ПО КООРДИНАЦИИ И РАЗВИТИЮ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ
КАБИНЕТЕ МИНИСТРОВ РУз

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА
имени МИРЗО УЛУГБЕКА

БУХАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Посвящается 25-летию независимости Республики Узбекистан и
85-летию Бухарского государственного университета

"АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА ИНФОРМАЦИОН
ТЕХНОЛОГИЯЛАРНИНГ ДОЛЗАРБ МУАММОЛАРИ –
АЛ - ХОРАЗМИЙ 2016" ХАЛҚАРО АНЖУМАН
МАЪРУЗАЛАРИ ТЎПЛАМИ
2016 йил, 9 - 10 ноябрь

TRANSACTIONS
OF THE INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
"MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND
INFORMATION TECHNOLOGIES – AL-KHOREZMIY 2016"
9-10 november, 2016

ТРУДЫ
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
"АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ – АЛЬ-ХОРЕЗМИ 2016"
9-10 ноября 2016 года

"Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – аль-Хорезми 2016": Труды международной конференции (9-10 ноября 2016 г., Ташкент).

Главные редакторы академик А.С. Садуллаев, академик Ш.А. Аюпов. – Ташкент, НУУз им. Мирзо Улугбека, 2016 г. -444 с.

Сборник содержит труды участников международной конференции "Актуальные проблемы прикладной математики и информационных технологий – аль-Хорезми 2016" и предназначен для студентов, магистров, докторантов, преподавателей ВУЗов, специалистов в области математики, прикладной математики и информационных технологий.

Редакционная коллегия:

- Главные редакторы - академик А.С. Садуллаев (Национальный университет Узбекистана), академик Ш.А. Аюпов (Институт математики при НУУз).
Заместители - профессор М. Арипов (Национальный университет Узбекистана), профессор Д.К. Дурдиев (Бухарский государственный университет).

Члены редакционной коллегии:

- профессор Б.Ф. Абдурахимов (Национальный университет Узбекистана),
профессор Р.Р. Ашуров (Национальный университет Узбекистана),
профессор У. Бегимкулов (Головной научно-методический центр при МВССО РУз),
профессор О.С. Зикиров (Национальный университет Узбекистана),
профессор Т.М. Зупаров (Национальный университет Узбекистана),
академик С.Т. Мухамбетжанов (Национальный университет Казахстана),
профессор М. Ruzhansky (Империял колледж, Лондон),
профессор Сугимото Мицуру (университет Нагоя, Япония),
академик М.С. Салахитдинов (Национальный университет Узбекистана),
профессор Е.С. Смаилов (Институт прикладной математики, Казахстан),
профессор К.С. Фаязов (Национальный университет Узбекистана),
профессор Р.Х. Хамдамов (Ташкентский университет информационных технологий),
профессор А.Р. Халмухамедов (Национальный университет Узбекистана),
профессор В.И. Чилин (Национальный университет Узбекистана),
профессор Б.А. Шоимкулов (Каршинский государственный университет),
профессор З.Х. Юлдашев (Национальный университет Узбекистана),
профессор Р. Ярмухамедов (Национальный университет Узбекистана).

- Техническая редакция: к.ф.-м.п. А.Т. Хайдаров,
к.ф.-м.п. Ж.У. Мухаммадиев,
к.ф.-м.п. М.Ш. Маматкулова,
к.ф.-м.п. Ф.А. Кабилжапова,
к.ф.-м.п. А.С. Матякубов,
к.т.п. Л.П. Варламова,
А.И. Тиллаев,
Ж.Р. Раимбеков,
А.Ю. Нурумова,
И.О. Хажиев,
Т.К. Хожиев,
З.Р. Рахмонов,
О.И. Сахобиддинова.

Ибрагимов М.М., Сейпуллаев Ж.Х. Геометрическая характеристика вещественных конечномерных спин-факторов	302
Шадиметов Х.М., Жалолов И.Ф. Построение оптимальных квадратурных формул типа Эрмита в пространстве периодических функций С.Л.Соболева $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$	303
Шоимкулов Б.А., Бозоров Ж.Т. Формула Вейля для специальных полиэдров	306
Rasulov T.H. A lower bound of a three-channel Hamiltonian	307
Rasulov T.H. The block numerical range for $n \times n$ operator matrices	310
Тишабаев Ж.К. Инвариантные метрики для некоторых областей Зигеля первого рода ..	313
Хакимов Р.М. Новые результаты по слабо периодическим мерам Гиббса для НС-модели на дереве Кэли	315
Хамраев А.Ю. Полное описание поведения траекторий одного кубического оператора ...	318
Xudayberdiyev A.X., Yusupov B.B. Tabiiy usulda graduarlangan filiform Leibniz algebrasida 2-local differensiallash	320
Зойидов А.Н. О ранга отображение на гиперповерхности	321

СЕКЦИЯ №5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ. НЕКОРРЕКТНЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ.

Сафаров Ж.Ш. Двумерная обратная задача для интегро-дифференциального уравнения ..	323
Хомпыш Х. Разрешимость одной обратной задачи теории ньютоновской жидкости ..	325
Абдуллаев А.А. Об одной краевой задаче для уравнения эллиптического-гиперболического типа второго рода	327
Abdullaev O.Kh., Kurbonova F.Z. One a problem for parabolic-hyperbolic type equation involving Erdelyi-Kober operator	330
Айсагалиев С.А., Жунусова Ж.Х., Мырзабаева А. К исследованию двуполочной краевой задачи линейных обыкновенных дифференциальных уравнений	333
Bekova G., Shaikhova G., Yesmakhanova K. Exact solutions of the $(2+1)$ dimensional two component Hirota equations	337
Бердышев А.С., Кадиркулов Б.Ж. Об одной обратной задаче для вырождающегося дробного уравнения четвертого порядка	338
Давлатов Ш.О. Существование решения уравнения Навье-Стокса	339
Дурдиев Д.К. Глобальная разрешимость задачи определения двумерной памяти специального типа	342
Ergashev F.A. Evaluation of linear differential operators in the tasks of identifying dynamic control objects	343
Файзиев Ю.Э., Кучкаров А.Ф., Носирова Д. Об одной задаче управления процессом теплопроводности в прямоугольнике	346
Игамбердиев Х.З., Севинов Ж.У., Мамиров У.Ф. Регуляризованные алгоритмы оценивания и управления динамическими системами	347
Игамбердиев Х.З., Зарипов О.О. Регуляризованные алгоритмы адаптивного оценивания в условиях коррелированного шума объекта	350
Имомназаров Ш.Х., Янгибоев З.Ш., Жиан-Ган Тан, Рахмонов Т.Т. Задача Дирихле для одномерного уравнения гиперболического типа	353
Исламов Н.Б. Задача Трикоми-Нахушева для уравнения эллиптического-гиперболического типа второго рода	355
Исломов Б., Очилова Н.К. Краевые задачи для уравнения третьего порядка гиперболического типа с сингулярными коэффициентами	358
Исломов Б.И., Вафоев С.С. Краевая задача с условиями Бицадзе-Самарского на характеристиках различного семейства для уравнения параболо-гиперболического типа ...	359
Исломов Б., Холбеков Ж.А. Краевая задача для нагруженного параболо-гиперболического уравнения третьего порядка с тремя линиями изменения типа	361
Жураев Д.А. Задача Коши для систем уравнений эллиптического типа первого порядка на плоскости	362
Каримжанов А. Устойчивость движения вязко-упругого цилиндра со старением с упругой оболочкой	365
Каримов Ш.Т. Об одном методе решения задачи Коши для интегрированного многомерного уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу с младшим членом	367

Khasanov A.V., Babajanov B. <i>On the periodic Toda lattice hierarchy with an integral source</i>	370
Комилова Н.Дж., Эргашев Т.Г. <i>Задача Трикоми для уравнения параболического типа второго рода с характеристикой линией изменения типа</i>	373
Маматов М.Ш., Алимов Х.Н. <i>К теории дифференциальных игр преследования для двумерного уравнения теплопроводности с производными дробного порядка</i>	375
Maxmudova D.X., Dexqonov F. <i>Involyutsiya xossasiga ega bo'lgan differensial tenglamalardan oddiy differensial tenglamalarga o'tish</i>	379
Муминов Г.М. <i>Об одной краевой задаче для уравнений частных производных первого порядка с инволюцией</i>	381
Нуртазина К.Б. <i>Управление и обратные задачи для параболических уравнений на графах</i>	383
Ochilova N.K. <i>About a problem for the degenerating mixed type equation fractional derivative</i>	384
Rakhimov D.G., Loginov B.V., Kuvshinova A.N. <i>Reductional method in perturbation theory of generalized spectral E. Schmidt problem</i>	385
Рамазанов М.И., Орумбаева Н.Т. <i>О краевой задаче для уравнения теплопроводности в нецилиндрической области</i>	387
Sakhaev Sh., Zakariyayanova N.B. <i>Estimates of solutions of free thermal convection problem</i>	390
Саматов Б.Т. <i>Дифференциальная игра при линейных ограничениях</i>	396
Сатторов Э.Н., Эрматов Ф.Э. <i>О восстановлении решений обобщенной системы Коши-Римана в многомерной пространственной области</i>	398
Тухтасинов М., Хайиткулов Б.Х. <i>Численное решение задачи управления распространением тепла на пластинке</i>	401
Тухтасинов М. <i>Линейная дифференциальная игра с импульсными управлениями преследующего игрока</i>	405
Усманов С.Э. <i>Ограниченность максимального оператора связанного с сингулярными гиперповерхностями</i>	409
Югай Л.П. <i>О нелинейных минимаксных конфликтно управляемых процессах уклонения</i>	410
Yusurbekov N.R., Gulyamov Sh.M., Ergashev F.A., Rasuleva M.A., Kabulov N.A. <i>Quasi-optimal forecasting filters</i>	414
Зикиров О.С. <i>Об одной нелокальной задаче с интегральными условиями для уравнения третьего порядка</i>	417
Исломов Б., Мадрахимова З.С. <i>Краевая задача для уравнения параболического типа с вырождением типа и порядка внутри области</i>	418
Космакова М.Т., Искаков С.А. <i>О первой краевой задаче в вырождающейся области</i>	421
Шаманаев П.А., Кадрякова М.Р., Логинов Б.В. <i>Ветвление решений линейных неоднородных дифференциальных уравнений с малым возмущением при производной</i>	424
Mukhambetzhano S.T., Haydar Akca, Janabekova S.K. <i>Mathematical model of filtration theory in view of mass transfer processes</i>	426
Икромов И.А., Акромов И.И. <i>Об оценках преобразования Фурье мер, сосредоточенных на невыпуклых гиперповерхностях</i>	436
Абдуллаев Ж.И. <i>Монотонность собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке</i>	438
Kuliev K. <i>Nonoscillatory results of half-linear fourth order Sturm-Liouville problem</i>	441
Абдусаттаров А. <i>Моделирование расчета оболочечных конструкций</i>	443

где $C = const$.

Применяя метод регуляризации решением характеристического уравнения аналогично как в можем переписать (11) в виде:

$$\mathbb{L}\varphi_1 \equiv \varphi_1(t) - \mathbb{M}\varphi_1 = \frac{C}{\sqrt{t}},$$

где

$$\begin{aligned} \mathbb{M}\varphi_1 = & \left(\frac{m}{2a\sqrt{\pi}} + \frac{ka}{\sqrt{\pi}} \right) \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{m^2 t \tau}{a^2(t-\tau)}} \varphi_1(\tau) d\tau + \left(\frac{ka}{\sqrt{\pi}} - \frac{m}{2a\sqrt{\pi}} \right) \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \varphi_1(\tau) d\tau + \\ & + \left(\frac{a}{2m} \right)^2 \left(\frac{m}{2a\sqrt{\pi}} + \frac{ka}{\sqrt{\pi}} \right) \int_0^t \left\{ \int_{\xi}^t \frac{1}{\tau^{3/2} \sqrt{t\sqrt{\tau}-\xi}} r \left[\left(\frac{a}{2m} \right)^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{\tau} \right) \right] e^{-\frac{m^2 \tau \xi}{a^2(\tau-\xi)}} d\tau \right\} \varphi_1(\xi) d\xi + \\ & + \left(\frac{a}{2m} \right)^2 \left(\frac{ka}{\sqrt{\pi}} - \frac{m}{2a\sqrt{\pi}} \right) \int_0^t \left\{ \int_{\xi}^t \frac{1}{\tau^{3/2} \sqrt{t\sqrt{\tau}-\xi}} r \left[\left(\frac{a}{2m} \right)^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{\tau} \right) \right] d\tau \right\} \varphi_1(\xi) d\xi. \end{aligned}$$

Интегральное уравнение (12) является уравнением Вольтерра со слабой особенностью, поэтому единственное решение

$$\varphi_1(t) = \mathbb{L}^{-1} \left[\frac{C}{\sqrt{t}} \right].$$

Используя соотношения (6) и (3) заключаем, что однородная задача (1)-(2) имеет нетривиальное решение с точностью до постоянного множителя в классе существенно ограниченных функций $\varphi_1(t)$ который определяется следующим образом:

$$(x + t^{1/2})^{-1} u(x, t) \in L_{\infty}(G), \text{ т.е. } u(x, t) \in L_{\infty}(G; (x + t^{1/2})^{-1}).$$

Таким образом справедливы:

Теорема 1. *Граничная задача (1)-(2) имеет наряду с тривиальным решением и нетривиальное решение $u(x, t) = C \tilde{u}(x, t)$, где $\tilde{u}(x, t) \in L_{\infty}(G; (x + \sqrt{t})^{-1})$, и $C = const$.*

Теорема 2. *В классе функций $L_{\infty}(G; [x^{1+\alpha} + t^{(1+\alpha)/2}]^{-1})$ граничная задача (1)-(2) имеет тривиальное решение $u(x, t) \equiv 0$.*

Литература

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1972. — 700 с.
2. Джениалиев М. Т., Рамазанов М. И. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. — Алматы: ГЫЛЫМ, 2010. — 334 с.

ESTIMATES OF SOLUTIONS OF FREE THERMAL CONVECTION PROBLEM

Sakhaev Sh., Zakaryyanova N.B.

Kazakhstan

e-mail: sakhaev_sh@mail.ru

Consider the container Ω , filled with incompressible viscous fluid with initial time temperature.

Let the container surface $\partial\Omega \equiv S$ set for $t > 0$ temperature distribution and inside $\Omega \subset R^3$ are sources with data from specific heat flow. Observed that the temperature of the liquid in the container will change. In the case of uneven liquid warmth density will change. This process is called free convection [1].

1. Formulation of task and purpose of the work

This mathematical task will be solved as follows [1]. Search for vector $v(x, t)$ (speed motion of liquid), and temperature $\omega(x, t)$ that satisfy system of equations:

$$\frac{\partial \vec{v}(x, t)}{\partial t} - \nu \Delta \vec{v} + \sum_{k=1}^3 v_k \vec{v}_{x_k} + \vec{\zeta} \omega(x, t) = \vec{f} - \text{grad } p(x, t),$$

$$\operatorname{div} \vec{v}(x, t) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \omega(x, t)}{\partial t} - \Delta \omega + (\vec{v} \nabla \omega) = g(x, t), \tag{3}$$

boundary conditions

$$v(x, t)|_{x \in S} = 0, \omega(x, t)|_{x \in S} = 0, x \in S, \tag{4}$$

and the initial condition

$$\vec{v}(x, t)|_{t=0} = v_0(x), \omega(x, t)|_{t=0} = \omega_0(x). \tag{5}$$

In equation (1) vector $\vec{\zeta}$ (volumetric expansion) is an arbitrary specified vector, $\vec{f}(x, t)$, $g(x, t)$, \vec{v}_0 , $\omega_0(x)$ - set smooth (smoothness will show below) features ν - kinematic coefficient of viscosity.

Our goal is to prove a clear task (1)-(5) $C^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(Q_T)$, $0 < \alpha < 1$.

If we discard in equations (1), (3) nonlinear components, the task (1)-(5) splits into two separate linear tasks: the first initial-value problem for linearized non-stationary equation of Navier-Stokes and first initial-value problem for the thermal conductivity equation.

2. Linear tasks

For completeness, here are the specified tasks of hydrodynamics and thermal conductivity with the known in $C^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(Q_T)$ results: for initial-boundary problem of non-stationary Navier-Stokes system in a cylindrical field $Q_T = \Omega \times [0, T]$:

$$\begin{aligned} \vec{v}_t - \eta \Delta \vec{v} + \nabla p(x, t) &= \vec{f}(x, t), \\ \operatorname{div} \vec{v}(x, t) &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\vec{v}(x, t)|_{x \in S} = 0, \vec{v}(x, 0) = \vec{v}_0(x).$$

For this problem in [2, 5] Solonnikov V.A. proved the following

Theorem 1. Let $S \in C^{(2+\alpha)}$, $0 < \alpha < 1$. In all $\vec{f}(x, t) \in \overset{0}{J}(Q_T)$, $\vec{v}_0(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{\Omega})$, satisfying the conditions of reconciliation

$$\begin{aligned} \vec{v}_0(x)|_{x \in S} &= 0, \\ P \nu \vec{v}_0(x) + \vec{f}(x, 0)|_{x \in S} &= 0, \end{aligned} \tag{7}$$

where P - is orthogonal to the $L_2(\Omega)$ projector on $\overset{0}{J}(\Omega)$ there exists a unique solution of problem (6) for which the estimate $\vec{v}(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{Q}_T)$, $\nabla p(x, t) \in C^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(Q_T)$

$$|\vec{v}|_{Q_T}^{(2+\alpha)} + |\nabla p|_{Q_T}^{(\alpha)} \leq C \left(|\vec{f}|_{Q_T}^{(\alpha)} + |\vec{v}_0|_{\Omega}^{(2+\alpha)} \right) \tag{8}$$

For the problem of the heat equation

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \Delta \right) u(x, t) = g(x, t), u(x, t)|_{x \in S} = 0, u(x, t)|_{t=0} = u_0(x, t) \tag{9}$$

[3] has next.

Theorem 2. Let $S \in C^{(2)}$. If $g(x, t) \in C^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\bar{Q}_T)$, $u_0 \in C^{2+\alpha}(\Omega)$ and approval satisfies the following condition

$$u_0(x) + \vec{f}(x, 0)|_{x \in S} = 0,$$

then (9) is uniquely solvable $C^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{Q}_T)$ and its solution satisfies the estimate

$$|u|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \leq C \left[|g|_{Q_T}^{(\alpha)} + |u_0|_{\Omega}^{(2+\alpha)} \right]. \tag{10}$$

3. Formulation of a nonlinear problem and its study

The system (1) - (5) in the form of a differential equation. Let $f(x, t) \in J(Q_T)$, P - orthogonal (in $L_2(\Omega)$) the projector on $J(\Omega)$. We project both sides of equation (1) in the space $J(\Omega)$, to exclude $\text{grad} p(x, t)$. Obtained from the equation (3) can be written as a single equation for the vector $U \equiv \begin{pmatrix} \vec{v} \\ \omega \end{pmatrix}$ with four components:

$$\frac{dU}{dt} + A_0U + K(U, U) = F$$

where $A_0U = \begin{pmatrix} vP\Delta\vec{v} - \xi\vec{\omega} \\ \Delta\omega \end{pmatrix}$, $F = \begin{pmatrix} \vec{f} \\ g \end{pmatrix}$,

$$K(U, U) = \begin{pmatrix} P \sum_{k=1}^3 v_k \vec{v}_{x_k} \\ \vec{v} \nabla \omega \end{pmatrix}$$

Equation (2) do not write, as we will always work in the space of solenoidal vectors $\vec{v}(x, t)$, t. E. Such that $\vec{v}(x) \in J(\Omega)$.

The initial conditions (5) are convenient to reduce to an uniform, while the left side of (6) there will be new linear terms. Let $U' = \begin{pmatrix} \vec{v}' \\ \omega' \end{pmatrix}$, where $\vec{v}'(x, t)$ and $\omega'(x, t)$ any function satisfying the conditions (4) and (5) (which can be constructed, for example, solving the problem (5) - (7) and (9)).

Then $U - U' = \vec{v} = \begin{pmatrix} \omega \\ \theta \end{pmatrix}$ we obtain the equation

$$\frac{dv}{dt} + A_0v + 2K(U', v) + K(v, v) = F_1 \tag{12}$$

where

$$K(\vec{v}, U') = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} P \sum_{k=1}^3 (v_k \vec{v}_{x_k} + v'_k \vec{v}_{x_k}) \\ \vec{v} \text{grad} \omega' + \text{grad} \omega \vec{v}' \end{pmatrix}$$

$$F_1 = F - \frac{dU'}{dt} - A_0U' - K(U, U') = K(U', U')|_{t=0} - K(U, U') \equiv \begin{pmatrix} \vec{f}_1 \\ g_1 \end{pmatrix}$$

In addition, the vector function $\vec{v}(x, t)$ satisfies the zero initial condition

$$\vec{v}(x, t)|_{t=0} = 0 \tag{13}$$

and its components

$$\vec{v}(x, t)|_{x \in S} = 0, \quad \vec{\theta}(x, t)|_{x \in S} = 0 \tag{14}$$

Let $S \in C^{3+\alpha}$. For the existence of the solution of (12) - (14) in the class $C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$ requires that the vectors $\vec{f}(x, t) \in J^\alpha(Q_T)$, $\vec{v}_0(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{\Omega})$ and the function $g(x, t) \in C^{\alpha, \alpha/2}(Q_T)$, satisfy the following conditions

$$\vec{v}_0(x)|_{x \in S} = 0, \quad \omega(x)|_{x \in S} = 0 \tag{15}$$

$$P\Delta\vec{v}_0 - P \sum_{k=1}^3 v_{0k} \vec{v}_{0x_k} + \vec{\xi}(x, 0) \omega_0(x)|_{x \in S} - \vec{f}(x, 0)|_{x \in S} = 0,$$

$$\vec{v}_0(x) \nabla \omega_0(x) + g(x, 0)|_{x \in S} = 0,$$

in other words, we assume that the vectors $\vec{f}(x, t)$, $\vec{v}_0(x)$ satisfy the conditions of Theorem 1 and 2.

We construct a vector $\vec{v}'(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$ and function $\omega(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$. Then we going to solve the (6) and (9) problems.

It is easy to check that all the conditions of Theorem 1 and 2 are made and the vector $\vec{v}'(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$, function $\omega'(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$, $0 < \alpha < 1$.

In addition to vector $\vec{v}'(x, t)$ and function $\omega'(x, t)$ estimates

$$|\vec{v}'|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \leq e \left[\left(|\vec{f}|_{Q_T}^{(\alpha)} + |\vec{v}_0|_{\Omega}^{(2+\alpha)} \right) + \left(|\vec{v}_0|_{\Omega}^{(1+\alpha)} \right)^2 + \left(|\omega_0|^{(1+\alpha)} \right)^2 \right],$$

$$|\omega'|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \leq C \left[|g|_{Q_T}^{(\alpha)} + |\omega_0|_{\Omega}^{(2+\alpha)} + |\bar{v}_0|_{\Omega}^{(1+\alpha)} |\omega_0|_{\Omega}^{(1+\alpha)} \right] \quad (17)$$

The vector should be a solution of problem (12) - (14), in which

$$F_1 = F - \frac{du'}{dt} - A_0 u' - K(u', u') = K(u', u')|_{t=0} - K(u', u') \quad (18)$$

it belongs to the class and satisfies $J^{0\alpha}(Q_T) \times J^{0\alpha}(Q_T)$ and satisfies the condition

$$F_1(x, t)|_{t=0} = 0. \quad (19)$$

Consider the problem (14) - (15) and following the linearized problem

$$\frac{dV}{dt} + A_0 V + 2K(U', V) = F_1(x, t), \quad (20)$$

$$V(x, t)|_{t=0} = 0 \quad (21)$$

with the right side $F_1(x, t)$, in which the vector $F_1(x, t)$ satisfies the condition (19).

Operators A_0 and $K(u, \dots)$ define on the set $D^{2+\alpha}(Q_T)$ solenoidal vectors $C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T) \times C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$, satisfying the zero boundary conditions (16) and the initial conditions

$$u(x, t)|_{t=0} = 0, \quad u_t(x, t)|_{t=0} = 0.$$

To study the problem (20) - (21) we need to get some estimates. We have the following

Lemma: If $\bar{v}, \omega \in C^{1+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$ $\text{div } \bar{v} = 0$, then

$$|K(\bar{v}, \bar{v})|_{Q_T}^{(\alpha)} \leq C \left(\sup_{\bar{Q}_T} |\bar{v}| \cdot |\omega|_{Q_T}^{(1+\alpha)} + \sup_{\bar{Q}_T} |\omega| \cdot |\bar{v}|_{Q_T}^{(1+\alpha)} \right) \quad (22)$$

This inequality is easily proved if we use well-known evaluation [5]: for any $\bar{v}(x, t) \in C^{1+\alpha, \frac{1+\alpha}{2}}(Q_T)$ is appropriate evaluations such as

$$|\bar{v}|_{Q_T}^{(\gamma)} \leq C \left(|\bar{v}|^{(1+\alpha)} \right)^{\frac{\gamma}{1+\alpha}} \cdot \left(|\bar{v}|^{(1+\alpha)} \right)^{\frac{\gamma}{1+\alpha}} \left(\sup |\bar{v}(x, t)| \right)^{\frac{1+\alpha-\gamma}{1+\alpha}}, \gamma < 1 + \alpha; \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^3 \sup_{\bar{Q}_T} |\bar{v}_{x_i}| \leq C \left(|\bar{v}|_{Q_T}^{(1+\alpha)} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \left(\sup_{\bar{Q}_T} |\bar{v}| \right)^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \text{ and for } \bar{v}(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$$

$$|\bar{v}|^{(1+\alpha)} \leq C \left(|\bar{v}|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \right)^{\frac{1+\alpha}{2+\alpha}} \left(\sup_{\bar{Q}_T} |\bar{v}| \right)^{\frac{\alpha}{2+\alpha}} \quad (24)$$

holds if we use the below given evaluations for the problem (21) - (22):

$$|K(u', V)|_{Q_T}^{(\alpha)} \leq \varepsilon \sup_{Q_T} |u'| |V|_{Q_T}^{(2+\alpha)} + C_\varepsilon \left(|u'|_{Q_T}^{(1+\alpha)} \right) \cdot \sup_{Q_T} |V| \quad (25)$$

$$|K(U, U)|_{Q_T}^{(\alpha)} \leq C \min(1, T) \left(|U|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \right) \quad (26)$$

are right for $V(x, t), \bar{v}(x, t) \in D_0^{2+\alpha}(Q_T), \bar{u}(x, t) \in C^{1+\alpha, \frac{1+\alpha}{2}}(Q_T) \cap J^\alpha(Q_T)$

These estimates allow us to prove the following theorem.

Theorem 3. Let $S \in C^{(3+\alpha)}, u'(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(Q_T), 0 < \alpha < 1$. Then for any $G(x, t) \in J^{0\alpha}(Q_T) \times J^{0\alpha}(Q_T)$ problem (20)-(21) on the right part of $G(x, t)$ has a unique solution $V(x, t) \in D_0^{2+\alpha}(Q_T)$, for which we have the evaluation

$$|V|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \leq C(T) |F_1|_{Q_T}^{(\alpha)}. \quad (27)$$

Proof. In case $u' = 0$ is proved the theorem follows from the estimate (25) - (26).

We solve the problem (20) - (21) the method of successive approximations, shallow $V^{(0)} = 0$, a $V^{(n+1)}, n \geq 0$ defining of tasks:

$$\frac{dV^{(n+1)}}{dt} + A_0 V^{(n+1)} = -2K(u', V^{(n)}) + F_1, \quad V^{(n+1)}|_{t=0} = 0 \tag{28}$$

The convergence of $V^{(n)}$ is proved as follows. For the difference of $Z^{(n+1)} = V^{(n+1)} - V^{(n)}$ we can obtain the problem

$$\frac{dZ^{(n+1)}}{dt} + A_0 Z^{(n+1)} = -2K(u', Z^{(n)}), \quad Z^{(n+1)}|_{t=0} = 0$$

for solution of inequality (25) and evaluation (22) of Lemma is equal to inequality

$$|Z^{n+1}|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \leq C |K(u', Z^{(n)})|_{Q_T}^{(\alpha)} \leq C(T) |F|_{Q_T}^{(\alpha)}$$

and from this ratio, related to inequality we gain the

$$|Z^{n+1}|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \leq \varepsilon |Z^n|_{Q_T}^{(2+\alpha)} + C_\varepsilon m \int_0^t |Z^n|_{Q_T}^{(2+\alpha)} d\tau, \quad m > 0 \tag{25'}$$

We sum this inequality in n , then the $\xi_N(t)$ ($\xi_N(t) = \sum_{n=1}^N |Z^{(n)}|_{Q_T}^{(\alpha)}$) for the function we get the evaluation

$$\xi_{N+1}(t) \leq \frac{1}{1-\varepsilon} \xi_1(t) + \frac{C_\varepsilon m}{1-\varepsilon} \int_0^t \xi_{N+1}(\tau) d\tau,$$

where $0 < \varepsilon < 1$. Consequently, the formula $\xi_N(t)$ is limited on any interval $[0, T]$ a constant, independent of N ; series of $\sum_{n=1}^N |Z^{(n)}|_{Q_T}^{(\alpha)}$, and the sequence of V^n converges.

Just from the estimates (8) and (12) (See Theorems 1 and 2) that any solution of the problem (19) - (20) with the right side $F_1(x, t)$ satisfies the inequality

$$|V|_{Q_t}^{(2+\alpha)} \leq C \left[|F_1|_{Q_t}^{(\alpha)} + \varepsilon |V|_{Q_t}^{(2+\alpha)} + C_\varepsilon m \int_0^t |V|_{Q_t}^{(2+\alpha)} d\tau \right],$$

from which a sufficiently small ε is obtained (29); if $F_1(x, t) \equiv 0$ will also have a $V(x, t) = 0$ Thus, Theorem 3 is proved.

Theorem 4 (main). Let $S \in C^{(3+\alpha)}$. If inequality is done

$$C_1^2 C_2 \min(1, T) |F_1|_{Q_T}^{(\alpha)} \leq \frac{1}{4}, \tag{29}$$

where C_1 - Limited constant from (29), but C_2 - the type of inequality (28), then the problem (14) - (15) is uniquely solvable in the class at $D_0^{2+\alpha}(Q_T)$ and solutions for the evaluation

$$|\bar{v}|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \leq \frac{2C_1 |F_1|_{Q_T}^{(\alpha)}}{1 + \sqrt{1 - 4C_1^2 \min(1, T) |F_1|_{Q_T}^{(\alpha)}}}. \tag{30}$$

Proof. We solve the problem (14) - (15) by the method of successive approximations, shallow $\bar{v}^{(0)} = 0$, a $\bar{v}^{(n+1)}, n \geq 0$ defining of tasks

$$\frac{d\bar{v}^{(n+1)}}{dt} + A_0 \bar{v}^{(n+1)} + K(u', \bar{v}^{n+1}) = F_1 - K(\bar{v}^{(n)}, \bar{v}^{(n)}), \quad \bar{v}^{(n+1)}|_{t=0} = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \tag{31}$$

We will show the limitations of the rules $|\bar{v}^{(n+1)}|_{Q_T}^{(2+\alpha)}$ by the conditions (31). From the inequalities such as (25), (26) and (27) comes,

$$\left| \bar{v}^{(n+1)} \right|_{Q_t}^{(2+\alpha)} \leq C_1 \left[|F_1|_{Q_t}^{(\alpha)} + C_2 \min(1, T) \left(\left| \bar{v}^{(n)} \right|_{Q_t}^{(2+\alpha)} \right)^2 \right] \quad (32)$$

As a result of the following statements: let $\alpha_n \geq 0, n = 0, 1, 2, \dots$ satisfies the recurrence relation $\alpha_{n+1} \leq a\alpha_n^2 + b$. If $ab < \frac{1}{4}, \alpha_0 \leq \frac{2b}{1+\sqrt{1-4ab}}$, then $\alpha_n \leq \frac{2b}{1+\sqrt{1-4ab}}, n = 0, 1, 2, \dots$. Applying this assertion to the inequality, then $\left| v^{(n+1)} \right|_{Q_t}^{(2+\alpha)}$ estimated by the right side (30). Since $\{v^{(n)}\}$ is converged in $D^{2+\alpha}(Q_T)$ then the inequality (30) holds for the limit vector, which is considered the problem vector (12) - (13).

In order to prove the convergence of $v^{(n)}$, we note that $Z^{(n+1)} = \bar{v}^{(n+1)} - \bar{v}^{(n)}$ is a solution of

$$\frac{dZ^{(n+1)}}{dt} + A_0 Z^{(n+1)} + 2K(u', Z^{(n+1)}) = -2K(U^{(n)} + U^{(n-1)}, Z^{(n)}) \quad (33)$$

$$Z^{(n+1)}|_{t=0} = 0$$

If $|U^{(n)}|_{Q_T}^{(2+\alpha)}$ is already estimated, we can use for evaluation of $K(U^{(n)} + U^{(n-1)}, Z^{(n)})$ inequality (25), so when $t \leq T$, it estimates similar (22)

$$\left| Z^{(n+1)} \right|_{Q_t}^{(2+\alpha)} \leq \varepsilon \left| Z^{(n)} \right|_{Q_t}^{(2+\alpha)} + C_\varepsilon \left| Z^{(n)} \right|_{Q_t}^{(\alpha)}$$

We have already seen that it implies the convergence of $\sum_{n=1}^N |Z^{(n)}|_{Q_t}^{(2+\alpha)}$, i.e. sequence $U^{(n)}$. And now, we will show the solution of problem $D_0^{2+\alpha}(Q_T)$ is right. Let U and U' - two solutions to the problem of the space $D_0^{2+\alpha}(Q_T)$, then their difference is a solution of problem

$$\frac{dZ}{dt} + A_0 Z + 2K(u', Z) + K(U, Z) + K(U', Z) = 0,$$

$$Z|_{t=0} = 0.$$

Consequently, we have to solve this problem $|Z^{(n+1)}|_{Q_t}^{(2+\alpha)} \leq \varepsilon |Z^{(n)}|_{Q_t}^{(2+\alpha)} + C_\varepsilon \int_0^t |Z|^{(2+\alpha)} dt$ and $Z = 0$. Theorem 4 is proved.

Note. Condition (29) ensures the solution of problem (12) - (13) with arbitrary $F_1(x, t)$ in cylinder Q_t , height T which depends on the rate of $F_1(x, t)$ and increases indefinitely when this rate tends to zero. Also for any $T > 0$ there exists $M = M(T)$, that the problem (14) - (15) is solvable in $C^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(Q_T)$ at any $F_1(x, t) \in J^\alpha(Q_T)$, which is less than the norm of $M(t)$.

Based on this observation we can conclude that we have proved the classical solvability of the problem.

References

1. Chernyakov P.S. - On non-stationary free convection in a limited area, Zh, v.5 (1966), pp 288-303.
2. Solonnikov V.A. - Estimates of the solution of non-stationary linearized bath of Navier-Stokes equations, Proceedings MNAN USSR, v.70 (1964), pp 213-318.
3. Kamynin L.I. - The smoothness of heat potentials, Diff. equation. Vol.1, 6 (1965), pp. 779-838, Volume 2, 5 (1966), pp. 674-682.
4. Sakhaev Sh., Solonnikov V.A. - Estimates of the solution of a boundary value problem of magnetic hydrodynamics in space $W_p^{2,1}(Q_T)$ and $C^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(Q_T), 0 < \alpha < 1$, the works MNAN USSR, t.127, pp. 76-92.
5. Solonnikov V.A. - estimates unsteady Navier-Stokes solutions evaluation, Notes scientific seminar LOMI T.38 (1973), p.p.153-231.

В данной работе при составлении расчетной схемы с позиции теории оболочек, цистерны рассматриваются как составная конструкция, состоящая из цилиндрической оболочкой, связанной с сферической оболочкой (днище) и подкрепленной шпангоутом. Поперечные сечения шпангоутов рассматриваются по схеме кругового кольца, а стрингеры по схеме стержня.

Для моделирования процессов деформирования несущих элементов оболочечных конструкций котла цистерны при статических и динамических нагружениях используются вариационные принципы Лагранжа и Гамильтона-Остроградского.

Разработка программных средств составляет одну из составных частей автоматизированной системы расчета оболочечных конструкций котла-цистерны на прочность и колебания. Так как точность расчетов и надежность проектных решений конкретных классов задач непосредственно зависят от адекватности выбираемых математических моделей и методов решения сформулированных краевых задач.

На основе вариационного принципа Гамильтона-Остроградского рассмотрены уточненной расчетной модели деформирования котла цистерны с учетом теории оболочек. Получена система дифференциальных уравнений для сферической и цилиндрической оболочек с граничными и начальными условиями для решения краевых задач котла цистерны.

Подписано к печати 04.11.2016. Объем 55,5 п.л.

Объем 60x84 1/8. Тираж 70 экз. Заказ 157.

Отпечатано в типографии Национального университета
Узбекистана им. М.Улугбека