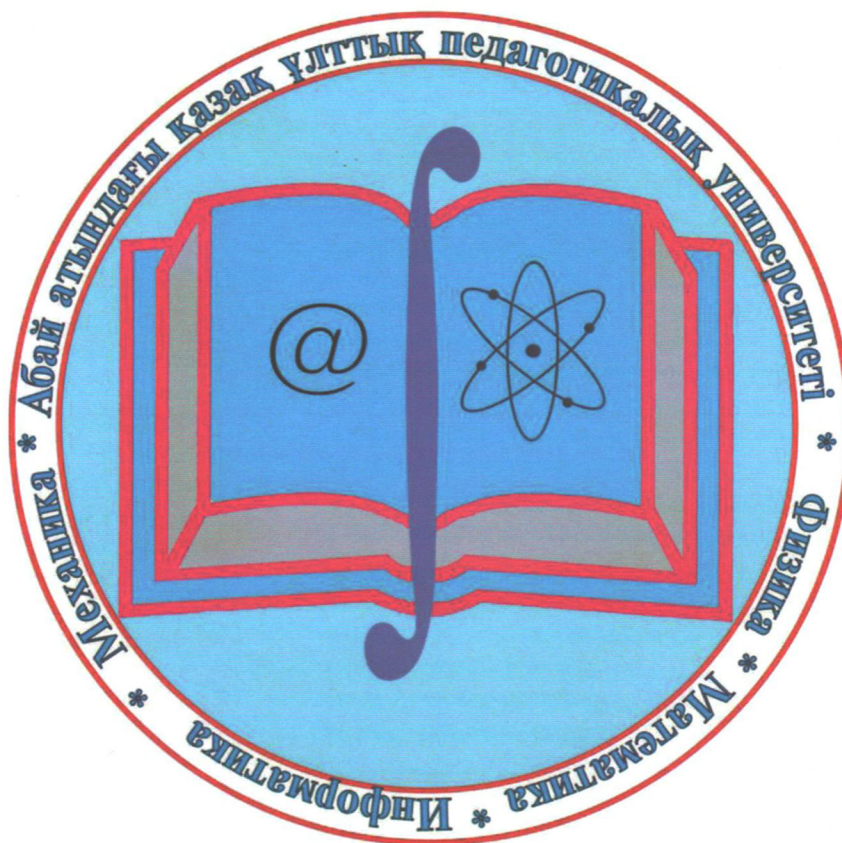




Абай атындағы  
Қазақ ұлттық педагогикалық университеті  
Казахский национальный педагогический  
университет имени Абая

# ХАБАРШЫ ВЕСТНИК



Серия «Физико-математические науки» • «Физика-математика ғылымдары» сериясы

Алматы

№ 1 (37)

2012

Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті

**ХАБАРШЫ**

**“Физика-математика ғылымдары”  
сериясы № 1 (37)**

**Бас редактор**  
ҚР ҰҒ Академиясы  
**Ғ.У. Уәлиев**

**Редакция алқасы:**  
**бас ред. орынбасарлары:**  
*п.ғ.д. Е.Ы. Бидайбеков,*  
*ф.-м.ғ.к.М.Ж. Бекпатшаев*  
**жауапты хатшы**  
*п.ғ.к. Г.А. Абдулкаримова*  
**мүшелері:**  
*п.ғ.д. А.Е. Абылкасымова,*  
*ф.-м.ғ.д. М.Ә. Бектемесов,*  
*п.ғ.д. В.В. Гриншкун,*  
*ф.-м.ғ.к. Ф.Р. Гусманова*  
*ф.-м.ғ.д. Қ.Т. Искаков,*  
*ф.-м.ғ.д. С.И. Кабанихин,*  
*ф.-м.ғ.д. А.К. Калыбаев,*  
*ф.-м.ғ.д. В.Н. Косов,*  
*ф.-м.ғ.д. Қ.К. Коксалов,*  
*ф.-м.ғ.д. Б.Ә. Қожамқұлов,*  
*т.ғ.д. М.К. Құлбек,*  
*п.ғ.д. М.П. Лапчик,*  
*ф.-м.ғ.д. Қ.М. Мұқашев,*  
*ф.-м.ғ.д. Ш.С. Сахаев,*  
*ф.-м.ғ.д. Н.Ж. Такибаев,*  
*т.ғ.д. А.К. Тулешов,*  
*ф.-м.ғ.д. Л.М. Чечин,*  
*ф.-м.ғ.к. Е.Б. Шалбаев,*  
*т.ғ.к. Ш.И. Хамраев*

©Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, 2012

Қазақстан Республикасының Ақпарат министрлігінде тіркелген  
№ 4824 – Ж - 15.03.2004  
(Журнал бір жылда 4 рет шығады)  
2000 жылдан бастап шығады

Редакторлары:**Ф.Р. Гусманова,**  
**Г.А. Абдулкаримова**

Компьютерлік беттеу:  
**Ф.Р. Гусманова**

Басуға 28.03.2012 ж. қол қойылды  
Таралымы 300 дана  
Көлемі 9,2 е.б.т.  
Пішімі 60x84 1/8.

050010, Алматы қаласы,  
Достық даңғылы,13  
Абай атындағы ҚазҰПУ  
“ЖШС Нұр-Принт” типографиясында  
баспадан өткен  
Алматы қаласы, Хамиди көшесі, 4а

**Мазмұны  
Содержание**

<b>С.П. Абдыкаримова</b> Современные проблемы обеспечения преемственности содержания школьного и вузовского математического образования .....	3
<b>Н. Аканбай, А.Б. Абибулла, Б.К. Жолдасова</b> Среднее температурное поле в случайном потоке с мгновенной по времени корреляцией .....	8
<b>Б.Е. Ақитай, Г.Т. Токбаева, П.А. Томанова</b> Методика обоснования квантовой теории физики на основе использования историзма .....	12
<b>А.Н. Алимова, С.Е. Касенов, Г.А. Еламанова, Д.Б. Нурсеитов</b> Решение обратной задачи для уравнения теплопроводности методом итераций Ландвебера .....	16
<b>М.А. Асқарова</b> Параметрлік теңдеулерді, теңсіздіктерді шешуде туындыны қолдану .....	21
<b>М.А. Асқарова, Е. Қазз</b> Орта мектепте математикадан экономикалық білім берудің өзекті мәселелері .....	25
<b>Ж.Ш. Ахметова</b> Математика пәні мұғалімдерін дайындаудың өзекті мәселелері .....	30
<b>Ж.Ш. Ахметова, А.Б. Үркімбаева</b> Орта мектеп пен жоғарғы оқу орындарында математикалық анализ курсының оқытудағы сабақтастық .....	34
<b>М.Ж. Бекпатшаев</b> Об одной оптимальной решающей процедуре .....	40
<b>М.Ж. Бекпатшаев, Б.Д. Сыдыхов, Ш.И. Хамраев</b> Основы формирования модели информационной компетентности будущего специалиста в вузе .....	43
<b>М.А. Бектемесов, Д.Б. Нурсеитов, С.Е. Касенов</b> Численное решение двумерной обратной задачи акустики .....	47
<b>К.М. Беркымбаев, Ж.Е. Дарибаев, С.Т. Нышанова, Б.Т. Керимбаева</b> К вопросу об использовании информационно-компьютерных технологий для подготовки конкурентоспособных специалистов в вузе .....	53
<b>Е.Ы. Бидайбеков, В.В. Гриншкун</b> О проблемах качества электронных ресурсов и подготовки педагогов в области информатизации образования .....	58
<b>Б.Ғ. Бостанов, Ж.Н. Оразбеков, Е.Т. Тойшыбек</b> Информатиканы бейіндік курста оқытудың ерекшеліктері .....	63
<b>Н. Буртебаев, К. Мукашев, Ш. Хамада, А. Любутин, Г. Мадн</b> Феноменологический и полумикроскопический анализ упруго рассеяния <sup>12</sup> C на ядрах <sup>12</sup> C при энергиях вблизи кулоновского барьера .....	68
<b>К.А. Дарханова, Д.А. Кинжебаева, Ж.Б. Ибраева</b> IV класы механизмді векторлық контурлар әдісі көмегімен кинематикалық анализ .....	73
<b>С.К. Джанабекова</b> О приближенном методе решения задачи теории фильтрации свободной границей .....	82
<b>Т.Ж. Елдесбай, Р.М. Капарова, М.У. Турсынбекова</b> Краевая задача для гиперболического уравнения с вырождением порядка .....	87
<b>Ғ.Ж. Естаева, Н.У. Ибраева, Ж.М. Нұрпейіс</b> Гипергеометрикалық дифференциалдық теңдеулер және оның қатар көмегімен шешуі .....	93
<b>К.К. Жантлеуов, А.А. Таурбекова</b> Об одной модификации транспортной задачи .....	99
<b>К.Т. Искаков, Б.Б. Шолпанбаев</b> Восстановление граничного условия для двухмерного уравнения геоэлектрики .....	105

Казахский национальный педагогический университет имени Абая  
**ВЕСТНИК**  
 серия “Физико-математические науки” № 1 (37)

Главный редактор  
 Академик НАН РК  
 Г.У. Уалиев

**Редакционная коллегия:**  
 зам.главного редактора:  
 д.п.н. Е.Ы. Бидайбеков,  
 к.ф.-м.н. М.Ж. Бекпатшаев  
**ответ.секретарь**

к.п.н. Г.А. Абдулкаримова  
**члены:**  
 д.п.н. А.Е. Абылкасымова,  
 д.ф.-м.н. М.А. Бектемесов,  
 д.п.н. В.В. Гриншкун,  
 к.ф.-м.н. Ф.Р. Гусманова  
 д.ф.-м.н. К.Т. Искаков,  
 д.ф.-м.н. С.И. Кабанихин,  
 д.ф.-м.н. А.К. Калыбаев,  
 д.ф.-м.н. Б.А. Кожамкулов,  
 д.ф.-м.н. В.Н. Косов,  
 д.ф.-м.н. К.К. Коксалов  
 д.т.н. М.К. Кулбеков,  
 д.п.н. М.П. Лапчик,  
 д.ф.-м.н. Қ.М. Мукашев,  
 к.ф.-м.н. С.Т. Мухамбетжанов  
 д.ф.-м.н. Ш.С. Сахаев,  
 д.ф.-м.н. Н.Ж. Такибаев,  
 д.т.н. А.К. Тулешов,  
 д.ф.-м.н. Л.М. Чечин,  
 к.ф.-м.н. Е.Б. Шалбаев,  
 к.т.н. Ш.И. Хамраев

©Казахский национальный педагогический университет им. Абая, 2012

Зарегистрирован в Министерстве информации Республики Казахстан, № 4824 - Ж - 15.03.2004 (периодичность—4 номера в год) Выходит с 2000 года

Редакторы:Ф.Р. Гусманова,  
 Г.А. Абдулкаримова

Компьютерная верстка:  
 Ф.Р. Гусманова

Подписано в печать 28.03.2012 г.  
 Формат 60x84 1/8.  
 Об 9,2 уч.-изд.л.  
 Тираж 300 экз.

050010, г.Алматы, пр.Достык, 13,  
 КазНПУим.Абая  
 Отпечатано в типографии  
 “ТОО Нур-Принт 75”  
 г.Алматы, ул.Хамиди 4а

<b>К.Т. Искаков, Б.Б. Шолпанбаев</b> Дискретный аналог оптимизационного метода для решения двумерной обратной задачи геоэлектрики .....	109
<b>А.Р. Кабулова</b> Формирование компетентной личности будущего учителя математики .....	114
<b>А.Л. Карчевский, Д.Б. Нурсеитов, С.Е. Касенов</b> Решение коэффициентной обратной задачи методом послойного пересчета .....	117
<b>С.М. Кеңесбаев, М.И. Салғараева</b> Білім беру жүйесін ақпараттандыру және оның болашақ мұғалімдерді дайындаудағы әсері .....	122
<b>К.К. Коксалов</b> Определение давления в нефтяном пласте математическими методами .....	125
<b>К.К. Коксалов, А.Р. Кабулова</b> Пути реализации преемственности обучения математике в средней и высшей школах .....	129
<b>А.В. Курочкин</b> Разработка системы обучения иностранному языку по ассоциативному принципу с применением семантической сети WORDNET .....	134
<b>М.Қ. Құлбек, А.И. Махамбетова</b> Кредиттік оқыту жүйесінің талаптарына сәйкес физика пәнінің теориялық материалдарын оқытып-үйретудің кейбір ғылыми әдістемелік мәселелері .....	141
<b>К.М. Мукашев, К.С. Шадинова, Ж.А. Кутелова, А.М. Мансурова</b> Что мы знаем и что не знаем о поражающих факторах радиации .....	147
<b>К.М. Мукашев, К.С. Шадинова, Ж.А. Кутелова, А.М. Мансурова</b> Новости о сверхпроводимости и сверхпроводниках .....	153
<b>С.Т. Мухамбетжанов, Ж.Д. Байшемиров</b> Метод фиктивных областей в задачах двухфазной фильтрации .....	158
<b>Ш.А. Мухамедрахимова</b> И.Ньютон және оның замандастары туралы .....	166
<b>С.А. Нугманова, М. Садыханова</b> Информатикадан сыныптан тыс жұмыстарда жоба әдісін қолдану арқылы оқушылардың шығармашылық қабілетін дамыту .....	169
<b>О.Н. Нуржумаев, Ж.К. Стамгазиева</b> Двухфакторный дисперсионный анализ .....	175
<b>М.Ә. Өскенбай</b> Тау жыныстарының жылжу жағдайында горизонталь тау кені шығарылып жатқан жердің айналасындағы массивтің кернеулі - деформациялық күйі .....	179
<b>А.А. Темербекова</b> Формирование информационной компетентности специалиста: ведущие тенденции .....	184
<b>А.А. Темербекова, Е.В. Вторушина</b> Деятельностная основа как способ самореализации личности .....	188
<b>Г.У. Уалиев, Ж.М. Омиржанова, Г.А. Исаева</b> Кинематический анализ кулачково-рычажных механизмов ....	191
<b>Г.У. Уалиев, Ж.М. Омиржанова, Г.Б. Сегизбаева</b> Аналитическое решение дифференциального уравнения движения систем переменной структуры .....	197
<b>Г.З. Халықова, Ж.Қ. Аққасынова</b> Информатика мұғалімдерін даярлаудағы электрондық білім беру ресурстарын құру және пайдаланудың алатын орны .....	200
<b>Ә. Хасанова, Ж. Нұрпейіс, Г. Естаева</b> Қисықтың серіктес үш жағының ілеспелі векторларын жалпылау .....	204
<b>Е.Б. Шалбаев, М.Б. Адамбаева, К. Ахат</b> Математикалық талдау курсының бакалавриаттағы құрылымы .....	211
<b>Е.Б. Шалбаев, З.Т. Суранчиева</b> Орта білім беретін мектепте математика мен информатика пәндерін пәнаралық байланыс негізінде оқытудың маңызы .....	215

уроком, учебная конференция. Как показало экспериментальное обучение, учебная конференция по квантовой физике может быть проведена после знакомства учеников с физикой атома и атомного ядра.

Использование исторического материала позволяет разнообразить тематику проведения конференций, что способствует умению учащихся работать с дополнительными источниками историко – физической информации, эмоциональному восприятию квантовой физики учащимися, повышению их познавательной активности по изучению квантовой физики и ее истории.

1. Подкорытов Г.А. Историзм как метод научного познания. Л., Изд-во ЛГУ, 1967.
2. Мощанский В.Н., Савелова Е.В. История физики в средней школе, Просвещение 1981.
3. Спасский Б.И. Вопросы методологии и историзма в курсе физики средней школы. М., Просвещение, 1975.
4. Пономарев Л.И., Под знаком кванта., М. «Наука» 1989.
5. Heisenberg W. Der Teil und das Ganze. Gespräche im Umkreis der Atomphysik. Mflnchen, 1976. S. 10-12.

УДК 517.946

**А.Н. Алимова<sup>1</sup>, С.Е. Касенов<sup>2</sup>, Г.А. Еламанова<sup>2</sup>, Д.Б. Нурсеитов<sup>1</sup>.**

## **РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ ЛАНДВЕБЕРА**

*(г.Алматы, <sup>1</sup>Национальная научная лаборатория коллективного пользования информационных и космических технологий КазНТУ имени К.И.Сатпаева, <sup>2</sup>КазНПУ имени Абая)*

Бұл мақалада кері уақытпен жылуөткізгіштік тендеуі үшін бастапқы-шектік есебі қарастырылған. Бастапқы есеп бірөлшемді ретроспективті кері есепке келтірілген. Кері есеп шешуі тура және түйіндес есепті тізбектей шешуге келтірілген. Ландвебер итерация әдісімен минимизациялатын арнаулы функционал енгізілген. Сандық эксперимент нәтижелері көрсетілген.

В данной статье рассмотрена начально-краевая задача для уравнения теплопроводности с обратным временем. Исходная задача сведена к одномерной ретроспективной обратной задаче. Решение обратной задачи сведено к последовательному решению прямой и сопряженных задач. Введен целевой функционал, минимизируемый методом итераций Ландвебера. Приведены результаты численных экспериментов.

In this article the initial-boundary value problem for the heat equation with inverse time. The initial problem is reduced to a one-dimensional inverse problem of retrospective. Solution of the inverse problem is reduced to successive solution of the direct and adjoint problems. Entered the target functional to be minimized by the Landweber iteration. The results of numerical experiments.

**Введение.** Одним из актуальных направлений теории обратных и некорректных задач является начально-краевая задача для уравнения теплопроводности с обратным временем. Ее численное решение позволяет изучать тепловую историю Земли

(обратная задача геотермики), восстанавливать источники загрязнения атмосферы, определять местоположение источников поступления или утечки тепла [1].

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим постановку исходной задачи, которую в дальнейшем сведем к решению обратной задачи [2].

*Исходная задача:*

Требуется определить  $u(x,t)$  в области  $\Omega = [0,l] \times [0,T]$  из соотношений

$$u_t = u_{xx}, \quad x \in (0,l), t \in (0,T), \quad (1)$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0, \quad t \in [0,T], \quad (2)$$

$$u(x,T) = f(x), \quad x \in [0,l]. \quad (3)$$

Эту задачу мы сформулируем как обратную по отношению к следующей *прямой задаче*:

$$u_t = u_{xx}, \quad x \in (0,l), t \in (0,T), \quad (4)$$

$$u(0,t) = u(l,t) = 0, \quad t \in [0,T], \quad (5)$$

$$u(x,0) = q(x), \quad x \in [0,l]. \quad (6)$$

Таким образом, *обратная задача* формулируется следующим образом

Требуется найти  $q(x)$  из соотношений (1) – (3) по дополнительной информации

$$u(x,T) = f(x), \quad x \in [0,l]. \quad (7)$$

Решать задачу будем минимизацией целевого функционала

$$J(q) = \|Aq - f\|^2 = \langle Aq - f, Aq - f \rangle, \quad (8)$$

минимизировать который будем методом итераций Ландвебера

$$q_{n+1}(x) = q_n(x) - \alpha J' q_n, \quad (9)$$

где  $\alpha \in (0, \|A\|^{-2})$ .

### 2. Вычисление градиента функционала

Рассмотрим функционал (8) в следующем виде

$$J(q) = \int_0^l [u(x,T; q) - f(x)]^2 dx.$$

Найдем приращение функционал

$$J(q + \delta q) - J(q) = \int_0^l [u(x,T; q + \delta q) - f(x)]^2 dx - \int_0^l [u(x,T; q) - f(x)]^2 dx. \quad (10)$$

Введем замену:

$$u(x,T; q + \delta q) = \tilde{u}, \quad (11)$$

$$u(x,T; q) = u, \quad (12)$$

$$\delta u = \tilde{u} - u, \quad (13)$$

$$u = \delta u + u. \quad (14)$$

Раскроем скобки в (10) и, используя (11) и (12), получим:

$$= \int_0^l [\tilde{u}^2 - 2\tilde{u}f(x) + f^2(x)] dx - \int_0^l [u^2 - 2uf(x) + f^2(x)] dx = \int_0^l [\tilde{u}^2 - 2\tilde{u}f(x) - u^2 + 2uf(x)] dx,$$

используя (13) и (14), получим

$$\begin{aligned} &= \int_0^l (\tilde{u}^2 - u^2) dx - 2 \int_0^l (\tilde{u} - u) f(x) dx = \int_0^l (\tilde{u} - u)(\tilde{u} + u) dx - 2 \int_0^l \delta u f(x) dx = \\ &= \int_0^l [\delta u (\delta u + u + u)] dx - 2 \int_0^l \delta u f(x) dx = \int_0^l \delta u^2 dx + 2 \int_0^l u \delta u dx - 2 \int_0^l \delta u f(x) dx = \\ &= \int_0^l \delta u^2 dx + 2 \int_0^l (u - f(x)) \delta u dx = o\|\delta u\| + 2 \int_0^l (u - f(x)) \delta u dx. \end{aligned}$$

Сформулируем возмущенную задачу

$$\tilde{u}_t = \tilde{u}_{xx}, \quad x \in (0, l), \quad t \in (0, T), \quad (15)$$

$$\tilde{u}(0, t) = \tilde{u}(l, t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (16)$$

$$\tilde{u}(x, 0) = q(x) + \delta q(x), \quad x \in [0, l]. \quad (17)$$

От задачи (15) – (17) отнимем задачу (4) – (6) и получим задачу на  $\delta u(x, y)$

$$\delta u_t = \delta u_{xx}, \quad x \in (0, l), \quad t \in (0, T), \quad (18)$$

$$\delta u(0, t) = \delta u(l, t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (19)$$

$$\delta u(x, 0) = \delta q(x), \quad x \in [0, l]. \quad (20)$$

Рассмотрим тождественно равное нулю выражение, полученное из (18)

$$0 \equiv \int_0^l \int_0^T (\delta u_t - \delta u_{xx}) \psi dx dt = \int_0^l \int_0^T \delta u_t \psi dx dt - \int_0^l \int_0^T \delta u_{xx} \psi dx dt$$

проинтегрируем по частям выражение

$$= \int_0^l \int_0^T \psi \delta u dx - \int_0^l \int_0^T \psi_t \delta u dx dt - \int_0^l \int_0^T \psi \delta u_x dx dt + \int_0^l \int_0^T \psi_x \delta u_x dx dt$$

используем повторное интегрирование по частям

$$\begin{aligned} &= \int_0^l \int_0^T \delta u \psi dx - \int_0^l \int_0^T \psi_t \delta u dx dt - \int_0^l \int_0^T \psi \delta u_x dx dt + \int_0^l \int_0^T \psi_x \delta u dx dt - \int_0^l \int_0^T \psi_{xx} \delta u dx dt = \\ &= \int_0^l \psi(x, T) \delta u(x, T) dx - \int_0^l \psi(x, 0) \delta u(x, 0) dx - \int_0^l \int_0^T \psi_t(x, t) \delta u(x, t) dx dt - \int_0^l \int_0^T \psi_{xx}(x, t) \delta u(x, t) dx dt \\ &\quad - \int_0^l \int_0^T \psi_x(l, t) \delta u_x(l, t) dt + \int_0^l \int_0^T \psi_x(0, t) \delta u_x(0, t) dt + \int_0^l \int_0^T \psi_x(l, t) \delta u(l, t) dt - \int_0^l \int_0^T \psi_x(0, t) \delta u(0, t) dt \end{aligned}$$

используя (18) – (20), получим

$$\int_0^l \psi(x, T) \delta u(x, T) dx - \int_0^l \psi(x, 0) \delta u(x, 0) dx \equiv 0$$

Откуда, градиент функционала равен

$$J'(q) = -\psi(x, 0),$$

и, как следствие, вытекает постановка сопряженной задачи

$$\psi_t = -\psi_{xx}, \quad x \in (0, l), \quad t \in (0, T), \quad (21)$$

$$\psi(0, t) = \psi(l, t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (22)$$

$$\psi|_{t=T} = 2[u(x, T) - f(x)], \quad x \in [0, l]. \quad (23)$$

### 3. Численный метод решения задачи

#### 3.1 Схема метода итераций Ландвебера

Алгоритм решения обратной задачи состоит в следующем:

1. задаем параметр спуска  $\alpha$  ;
2. задаем начальное приближение  $q_0$  ;
3. решаем прямую задачу (4) – (6);
4. считаем функционал  $J(q) = \|Aq - f\|^2$  ;
5. если значение функционала  $J(q)$  очень мало, то останавливаем итерации;
6. рассчитываем решение сопряженной задачи (21) – (23), где в качестве входных данных служат решение прямой задачи;
7. рассчитываем градиент функционала  $J'(q) = -\psi(x, 0)$ ;
8. рассчитываем следующее приближение  $q_{n+1}(x) = q_n(x) - \alpha J'q_n$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;
9. переходим к шагу 3.

#### 3.2 Схема решения прямой задачи

Рассмотрим дискретную постановку задачи. Введем равномерную сетку  $\omega_{h\tau} = (x_i = ih, t_k = k\tau)$ ,  $i = \overline{0, N}$ ,  $k = \overline{0, N_t}$ . Пусть  $N$  – количество узлов равномерной сетки на интервале  $(0, l)$ . Пусть  $N_t$  – количество узлов равномерной сетки на интервале  $(0, T)$ . Определим шаг сетки  $h = \frac{l}{N}$ ,  $\tau = \frac{T}{N_t}$ .

Запишем задачу (4) – (6) в конечно-разностном виде:

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\tau} = \frac{u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k}{h^2}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad k = \overline{0, N_t-1}, \quad (24)$$

$$u_0^k = u_N^k = 0, \quad k = \overline{0, N_t}, \quad (25)$$

$$u_i^0 = q_i, \quad i = \overline{0, N}. \quad (26)$$

Перепишем схему (24) – (26) в удобном для вычислений виде:

$$u_i^{k+1} = u_i^k + \frac{\tau}{h^2} \cdot (u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k), \quad i = \overline{1, N-1}, \quad k = \overline{0, N_t-1}, \quad (27)$$

$$u_0^k = u_N^k = 0, \quad k = \overline{0, N_t}, \quad (28)$$

$$u_i^0 = q_i, \quad i = \overline{0, N}. \quad (29)$$

### 3.3 Схема решения сопряженной задачи

Запишем задачу (21) – (23) в конечно-разностном виде:

$$\frac{\psi_i^k - \psi_i^{k-1}}{\tau} = -\frac{\psi_{i+1}^k - 2\psi_i^k + \psi_{i-1}^k}{h^2}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad k = \overline{1, N_t}, \quad (30)$$

$$\psi_0^k = \psi_N^k = 0, \quad k = \overline{0, N_t}, \quad (31)$$

$$\psi_i^{N_t} = 2[u_i^{N_t} - f_i], \quad i = \overline{0, N}. \quad (32)$$

Преобразуем схему (30) – (32) в виде:

$$\psi_i^{k-1} = \psi_i^k + \frac{\tau}{h^2} (\psi_{i+1}^k - 2\psi_i^k + \psi_{i-1}^k), \quad i = \overline{1, N-1}, \quad k = \overline{N_t-1, 1}, \quad (33)$$

$$\psi_0^k = \psi_N^k = 0 \quad k = \overline{0, N_t}, \quad (34)$$

$$\psi_i^{N_t} = 2[u_i^{N_t} - f_i] \quad i = \overline{0, N}. \quad (35)$$

При расчете задач, необходимо учитывать условие Куранта [3].

### 4. Численные эксперименты

Проведем ряд численных экспериментов. Расчеты тестовой задачи проводились для  $T = 0,1$ ,  $l = 1$ ,  $N = 50$ ,  $N_t = 1000$ ,  $\alpha = 0,1$ . В качестве начального приближения выбрана функция  $q_0(x) = 0$  для разных точных решений:

**Эксперимент 1.** Точное решение  $q_T = 1 - \cos 2\pi x$   $0 \leq x \leq 1$

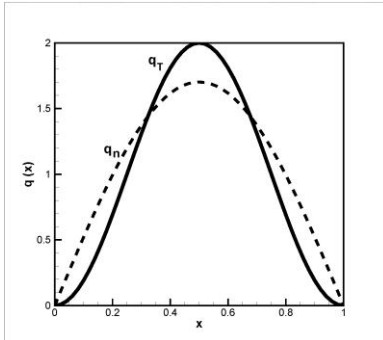


График 1.  
График функции  $q_T(x)$  и  $q_n(x)$

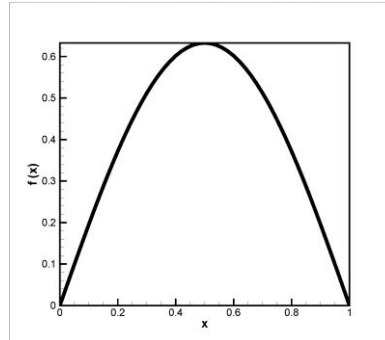


График 2.  
График функции  $f(x)$

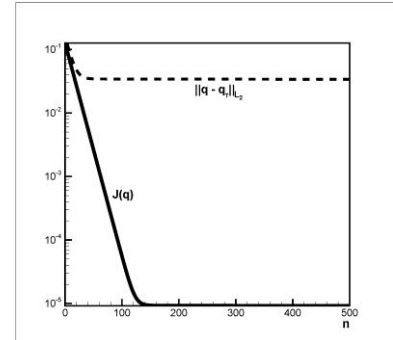


График 3.  
График функционала  $J(q)$  и график  $\|q - q_T\|_{L_2}$

Эксперимент 2. Точное решение  $q_T = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1, & \frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{4} \\ 0, & \frac{3}{4} \leq x < 1 \end{cases}$

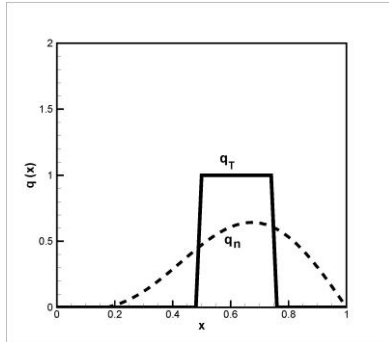


График 4.  
График функции  $q_T(x)$  и  $q_n(x)$

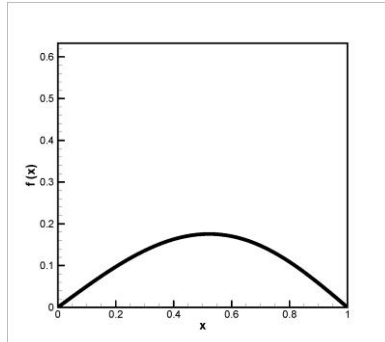


График 5.  
График функции  $f(x)$

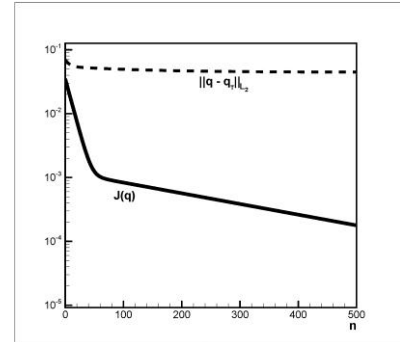


График 6.  
График функционала  $J(q)$  и график  $\|q - q_T\|_{L_2}$

Таким образом из двух экспериментов, удовлетворительным результатом можно назвать только первый. Однако восстановление из второго эксперимента можно сделать заключение, что метод не работает для негладких функций, что можно объяснить физическими свойствами самого уравнения (невозможно нагреть стержень только в определенной области). Дальнейшим развитием данной работы могут послужить исследования в решении прямой и сопряженной задачи неявными методами, применением метода сопряженных градиентов, а также исследование и сравнительный анализ с применением метода постановки задачи и вывода градиента функционала в конечно-разностном виде.

1. Кабанихин С.И., Бектемесов М.А., Нурсейтова А.Т. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы / Алматы – Новосибирск: ОФ «Международный фонд обратных задач», 2006.
2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. – Москва: Наука, 1977
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977.
5. Кабанихин С.И., Нурсейтов Д.Б. Задача для уравнения теплопроводности с обратным временем // Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика. – 2006. – № 3. – С. 21–35.