



Қ.ЖУБАНОВ АТЫНДАҒЫ АҚТӨБЕ
ӨНІРЛІК МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ

АКТЮБИНСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ К.ЖУБАНОВА

AKTOBE REGIONAL STATE UNIVERSITY
NAMED AFTER K. ZHUBANOV



«АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР: ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ
БІЛІМ БЕРУДЕГІ ИННОВАЦИЯЛАР»
ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ-ПРАКТИКАЛЫҚ КОНФЕРЕНЦИЯ
МАТЕРИАЛДАРЫ

МАТЕРИАЛЫ
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ «ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ: ИННОВАЦИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ»

PROCEEDINGS
OF THE INTERNATIONAL SCIENTIFIC-PRACTICAL
CONFERENCE «INFORMATION TECHNOLOGIES:
INNOVATIONS IN SCIENCE AND EDUCATION»

Ақтөбе, 2015
Aktobe, 2015

$$\lim_{t \geq 0} \|x(t, x^0) - y(t, y^0)\| = 0, \quad (16)$$

т.е. возмущение, решение со временем стремится к невозмущённому.

Итак, если матрица Коши удовлетворяет неравенству (14), то возмущение $f(t, x)$ не накапливается, а возмущённые и невозмущённые движения стремятся к стационарному предельному режиму по экспоненциальному закону.

Список литературы

- 1.Ержанов Ж.С. Калыбаев А.А. Общая теория вращения Земли. М.:Наука, 1984.-254 с.
- 2.Демин В.Г. Применение теории В.В.Румянцева об устойчивости по отношению к части переменных в задачах небесной механики, Космические исследования, т.2, вып.5, 1965, 716 с.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ОДНОФАЗНОЙ ЖИДКОСТИ В ВОЛОКНИСТЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

А.А. Кудайкулов

Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, г. Алматы

В работе представлены результаты математического и численного моделирования плоского течения однофазной жидкости в волокнистой пористой среде с периодической структурой (рисунок 1). Объектом исследования является область, в которой периодическим образом расположены цилиндры. Рассматривается плоское течение однофазной жидкости перпендикулярное осям цилиндров. На границах области для параметров течения ставится периодическое граничное условие (показано пунктирными линиями на рисунок 1). Также в работе приведено сравнение с законом Дарси и вычисление, аналитическим и численным методом, коэффициента проницаемости для различных значений радиуса цилиндров.

Ключевые слова: волокнистая пористая среда с периодической структурой, уравнение Навье-Стокса, закон Дарси, проницаемость пористой среды.

В большинстве случаев [1,4], чтобы определить параметры течения жидкости в пористой среде, используют закон Дарси, связывающее скорость и давление следующей зависимостью:

$$\vec{u}_d = \frac{K}{\mu} \nabla(p + \rho g z), \quad (1)$$

где K - проницаемость пористой среды, μ - вязкость жидкости, $\vec{u}_d$ - скорость фильтрации [3], p - давление в пористой среде и $\rho g z$ - гидростатическое давление. Главное преимущество закона Дарси заключается в том, что если известны значения проницаемости пористой среды - K , то позволяет достаточно точно определить параметры течения жидкости для очень больших расчетных областей (площадью порядка 1 км^2 и глубиной порядка 100 м). Значение проницаемости пористой среды - K вычисляется либо опытным путем, либо задается определенными зависимостями, которые верны только для частных случаев. Поэтому закон Дарси применяют в областях, где проницаемость пористой среды хорошо известна. Но на практике очень тяжело точно вычислить значение проницаемости пористой среды. Поэтому, чтобы точно вычислить параметры течения для конкретного случая, нужны новые законы, которые максимально точно описывают течение для данного случая. Но, чтобы найти новые законы, описывающие течение жидкости в пористой среде для очень больших расчетных областей, необходимо рассматривать течение жидкости в масштабе пор, где можно применить уравнения Навье-Стокса для точного описания течения жидкости в пористой среде. Движение жидкости в пористой среде, в масштабе пор, можно описать уравнением сохранения количества движения, которое вместе с уравнением сохранения массы вещества (уравнение неразрывности) составляет систему уравнений в частных производных, называемой уравнениями Навье-Стокса. Для вязкой, несжимаемой,

Ньютоновской жидкости [3] уравнение сохранения количества движения жидкости в гравитационном поле сил имеет следующий вид:

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \mu \nabla^2 \vec{u}, \quad (2)$$

где ρ – плотность жидкости, $\vec{u}$ – скорость течения жидкости, p – давление, μ – вязкость жидкости и $\vec{g}$ – ускорение свободного падения. Уравнение сохранения массы вещества (уравнение неразрывности) имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0. \quad (3)$$

В случае несжимаемой жидкости, уравнение (3) запишется следующим образом:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0. \quad (4)$$

Основная сложность моделирования течения жидкости в пористой среде, на основе уравнений Навье-Стокса, заключается в том, что очень тяжело корректно поставить граничные и начальные условия для системы уравнений (2) и (4). В статье [2] доказывается, что при нулевом начальном условии для скорости и периодическом граничном условии для скорости и давления, система уравнений (2) и (4) имеет решение и оно единственно, а также непрерывно зависит от этих условий. Другая сложность заключается в том что данная модель рассматривает течение в микро-области [5,6] (т.е. с размерами порядка 1 *микрометр*). Очевидно что не возможно рассчитать параметры течения и среды для очень больших расчетных областей (площадью порядка 1 км^2 и глубиной порядка 100 *м*). К счастью, при расчете параметров течения и среды для очень больших расчетных областей нет необходимости точно вычислять эти параметры. В большинстве случаев используют грубую модель пористой среды для расчета таких параметров среды как пористость, проницаемость. В данной работе рассматривается волокнистая пористая среда в виде цилиндров, оси которых параллельны друг другу (рисунок 1).

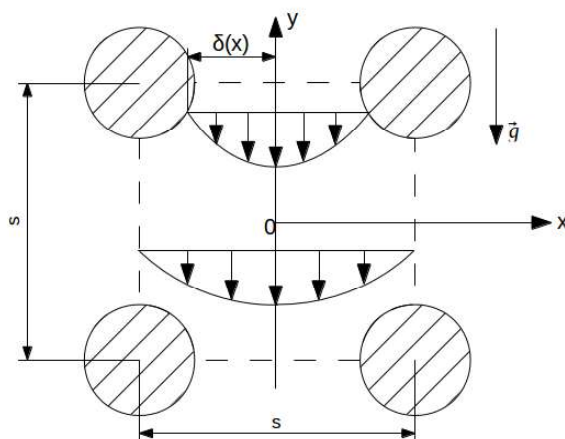


Рисунок 1. Модель течения в волокнистой пористой среде

Рассматривается плоское установившееся течение однофазной жидкости перпендикулярное осям цилиндров. Течение происходит под действием силы тяжести. Так как течение установившееся, то нам достаточно найти решение в некоторой области (рисунок 1) и периодическим образом продолжить это решение. Поэтому в данной работе на границах области для параметров течения (скорость, давление) ставится периодическое граничное условие. В данной работе приводится аналитическое решение для расчета профиля скоростей (8) и коэффициента проницаемости (9), а также сравнение с результатами численного расчета, которые были проведены в программе Gerris [7,8,9].

Постановка задачи: Рассматривается двумерная прямоугольная область размером $S \times S$ (где x меняется от $-\frac{S}{2}$ до $\frac{S}{2}$ и y меняется от $-\frac{S}{2}$ до $\frac{S}{2}$), в котором расположены цилиндры, оси которых параллельны друг другу (рис. 1). Исследуется плоское установившееся течение однофазной жидкости перпендикулярное осям цилиндров. Течение происходит под действием силы тяжести. Аналитическое решение для скорости течения однофазной жидкости ищется в следующем виде:

$$v(x, y) = ax^2 + bx + c, \quad (5)$$

где $v(x, y)$ - скорость течения по оси Oy , а скорость по оси Ox - $u(x, y)$ будем считать очень малым по сравнению с $v(x, y)$ из-за большого значения вязкости жидкости - μ . Далее на стенках цилиндров (рис. 1) будем использовать условие прилипания, тогда скорость течения:

$$v(x, y) = a(x^2 - \delta^2). \quad (6)$$

Далее для нахождения коэффициента a вычислим расход жидкости:

$$Q = \int_{-\delta}^{\delta} v(x, y) dx = \int_{-\delta}^{\delta} a(x^2 - \delta^2) dx = -\frac{4a\delta^3}{3}. \quad (7)$$

Тогда скорость течения будет иметь следующий вид:

$$v(x, y) = -\frac{3Q}{4 \cdot \left(\frac{S}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - y^2}\right)^3} \left(x^2 - \left(\frac{S}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - y^2}\right)^2\right) \quad (8)$$

Далее из (1), находим проницаемость (решение можно найти в [10,11]):

$$K^* = \frac{(1 - \phi')^{5/2}}{3 \cdot \phi'^2 \cdot \left[(2(\phi' + 2) + 4 \frac{(1 - \sqrt{\phi'})(1 - \phi')^2}{\sqrt{\phi'}}) \frac{\sqrt{1 - \phi'}}{\sqrt{\phi'}} + 12 \cdot \arctan\left(\frac{1 + \sqrt{\phi'}}{\sqrt{1 - \phi'}}\right) \right]}, \quad (9)$$

где $K^* = K/d^2$ и $\phi' = d^2/S^2$. Ниже приведены результаты вычислений проницаемости аналитическим и численным способом. В таблице использованы следующие обозначения: $r = d/2$ - радиус цилиндров, $\varepsilon = 1 - \frac{\pi d^2}{4S^2}$ - пористость, K_1^* и K_2^* - численное и аналитическое значение проницаемости.

Таблица 1: Сравнение значений проницаемости

r	ε	Q	K_1^*	K_2^*
0.1000	0.9686	0.000831	2.076525	1.828917
0.1500	0.9294	0.000526	0.584678	0.661806
0.2000	0.8744	0.000333	0.207850	0.267379
0.2500	0.8037	0.000200	0.080000	0.107103
0.3000	0.7174	0.000111	0.030931	0.040066
0.3500	0.6154	0.000053	0.010859	0.013148
0.4000	0.4976	0.000020	0.003048	0.003323
0.4500	0.3641	0.000004	0.000543	0.000424

Заключение: Данная статья посвящена исследованию течения однофазной жидкости в волокнистой пористой среде с периодической структурой (рис. 1). Данная модель основана на системе уравнений Навье-Стокса для несжимаемой, однофазной жидкости (2) и (4). Эта система уравнений решается с применением метода контрольного объема с адаптивным измельчением сетки [7,8,9]. Численные расчеты проводились с помощью программного пакета Gerris [7,8,9]. В работе также приводится аналитическое решение для проницаемости

(9), с условием того, что профиль скорости будет параболическим (5). Из таблицы 1 видно, что расхождение с численными результатами незначительны и составляет порядка 8 - 10 %.

Список литературы

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах, Москва, Недра, Россия, 1984, 211 с.
2. Отелбаев М. Существование сильного решения уравнения Навье - Стокса, Математический журнал, том 13, №4(50), стр. 5 - 104, 2013.
3. Прохоров А.М. Большая физическая энциклопедия, Москва, Советская энциклопедия, Россия, 1988, в 5 томах.
4. Bear J., Cheng A.H.-D. Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport, Theory and Applications of Transport in Porous Media, Springer, Volume 23, 2010.
5. Karadimitriou N.K. Two-phase flow experimental studies in micro-models, Utrecht, Netherland, 2013.
6. Li D. Encyclopedia of Microfluidics and Nanofluidics, Springer, 2008.
7. Louis H. H., John B. B. An Adaptive Mesh Projection Method for Viscous Incompressible Flow, SIAM Journal on Scientific Computing 18(4):996-1013, 1997.
8. Popinet S. Gerris: a tree-based adaptive solver for the incompressible Euler equations in complex geometries, Journal of Computational Physics 190(2):572-600, 2003.
9. Sidilkover D., Ascher U. M. A Multigrid Solver for the Steady State Navier-Stokes Equations Using The Pressure-Poisson Formulation, Comp. Appl. Math 14:21-35, 1995.
10. A. Tamayol and M. Bahrami Numerical investigation of flow in fibrous porous media, ECI International Conference on Heat Transfer and Fluid Flow in Microscale Whistler, 21-26 September 2008.
11. A. Tamayol and M. Bahrami Analytical determination of viscous permeability of fibrous porous media, International Journal of Heat and Mass Transfer 52 (2009) 2407-2414.

ПСЕВДОСФЕРАЛЫҚ БЕТТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ПІШІНДЕРІ ТУРАЛЫ

Ж.Қайдасов, М. Нурмуханбетова, А. Сайлыбаева
Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті

Лобачевский жазықтығының «жаңа» облыстарына сәйкес псевдосфералық беттердің сыртқы пішіндері қандай болуы мүмкін екендігі туралы жобалар келтірілген

Ключевые слова: геометрия Лобачевского, нелинейное дифференциальное уравнение, теория поверхностей

Ф.Миндинг, Е.Бельтрами [1],[2] еңбектерінде Лобачевский жазықтығы бөліктерінің ішкі геометриясы орындалатын кейбір беттер көрсетіліп, олар зерттелді. Осындай беттер қазір псевдосфералық беттер деп аталып кетті.

Математиканың кейбір бөлімінің кейінгі дамуы псевдосфералық беттер мен сеттер(торлау) теориясы, солитондар теориясы, математикалық физиканың сызықты емес тендеулері арасындағы тығыз байланысты анықтады.

S беттің аналитикалық өрнектелуі бет нүктелерінің декарттық координаталарын екі u, v параметрлерден тәуелді функциялар

$x = x(u, v), y = y(u, v), z = z(u, v)$ түрінде анықтаумен беріледі, ал беттің өзі E^3 үш өлшемді евклидтік кеңістікте өзінің $\bar{r} = \{x(u, v), y(u, v), z(u, v)\}$ радиус-векторымен бір мәнді анықталады.

Сонымен қатар S бет Бонне [3] теоремасына сәйкес кеңістікте қозғалысқа шейінгі дәлдікпен өзінің бірінші және екінші квадраттық формалары

$$I = dS^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2 \quad (1)$$

$$II = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2 \quad (2)$$

арқылы анықталады. (1) метриканың E, F, G коэффициенттері S беттің K гаусстық иілімін есептеуге мүмкіндік береді.

Кадириббетова А.К., Керимбеков А. Интегральное уравнение оптимального управления в задаче тепловым процессом, описываемым фредгольмово интегро-дифференциальным уравнением.....	178
Касымбекова А.С. Об ограниченности решения краевой задачи для нагруженного параболического уравнения.....	182
Кенжебаев К.К., Бержанов А.Б., Актаев Н.Р. Многопериодическое по части переменных решение одной нелинейной системы d-уравнений.....	184
Кенжебаев К.К., Бержанов А.Б., Туманбаева Г.Д. Дербес туындылы дифференциалдық тендеулер жүйесінің айнымалылардың бір бөлігі бойынша көппериодты шешімдерінің орнықтылығы.....	187
Кенжебаев К.К., Сартабанов Ж.А. Об одной интегральной конструкции многопериодического решения линейной системы de – уравнений с постоянным запаздыванием.....	189
Керимбеков А., Сейдакмат кызы Э. Условие оптимальности в задаче граничного управления тепловыми процессами, описываемыми вольтеррово интегро-дифференциальными уравнениями.....	193
Коржымбаев Т.Т. Анализ решения уравнений поступательно-вращательного движения послойно изменяемой земли.....	197
Кудайкулов А.А. Численное исследование течения однофазной жидкости в волокнистых пористых средах.....	199
Қайдасов Ж., Нурмуханбетова М., Сайлыбаева А. Псевдосфералық беттер және олардың пішіндері туралы.....	202
Новицкая А.Н. О линейно-независимых решениях системы уравнений для гипергеометрической функции $F_8^{(4)}$	204
Нуртаева К., Турметов Б.Х. О разрешимости некоторых аналогов задачи Неймана для неоднородного тригармонического уравнения.....	208
Сартабанов Ж.А., Кульжумиева А.А., Мухамбетова Б.Ж. Структура общего интеграла и многопериодическое решение одной квазилинейной системы с дифференциальным оператором в частных производных.....	211
Сартабанов Ж.А., Мухамбетова А.А. Решение одной начально-краевой задачи методом разделения пространственных и временных переменных.....	214
Сахаев Ш.С., Солонников В.А. L_p – оценки решения линейной задачи, возникающей в магнитной гидродинамике.....	219
Сейтмамбетов А.А. Комплекстік анализдің алгебрадағы кейбір қолданыстары.....	223
Сисембаева А.Н., Тасмамбетов Ж.Н. Произведение рядов, представляющих Бесселевы функции.....	226
Сулейменов Ж. С., Сагымжан Б. Один метод построения условно-периодического решения квазилинейной системы дифференциальных уравнений.....	229
Талипова М.Ж. О решении неоднородной системы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.....	232
Темиров Б.К., Ыкынов Р.Т., Сапарова А.Б. Осцилляция решений линейного дифференциально-разностного уравнениями с конечными разностями v–произвольного нечетного порядка с оператором Лапласа.....	235
Тлеубергенов М.И., Ажымбаев Д.Т. Представление уравнения Ито второго порядка в виде уравнения с заданной структурой сил.....	238
Хасанов А.Х., Сеилханова Р.Б. Краевые задачи для обобщенного осе симметрического уравнения Гельмгольца.....	242
Шамсудинов Ф.М. Об исследовании одной переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярной точкой.....	247

СЕКЦИЯ 3

МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЖӘНЕ КОМПЬЮТЕРЛІК МОДЕЛЬДЕУ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Абдикаликов К.А. Анализ каналов некоторые уязвимости криптосистемы RSA.....	251
Абдикеримова Г.Б., Адалбек А., Байбулова М.Г. Кластерлеу алгоритмдері. k-ішкі топтық орташа алгоритмі.....	252
Абдимомынова М.М., Алишева О.Ж. Топографиялық экспресс–карталарды құру және акпараттандыру.....	255
Абдулкаримова Г.А., Гусманова Ф.Р. Педагогикалық зерттеулердегі математикалық модельдер.....	259
Абильдаева А.О., Дүйсегалиева А.Д. Клиент-серверлік мәліметтер қоры қосымшаларын құруда Visual	