УДК 622.257.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СЖАТО-СКРУЧЕННОЙ ШТАНГИ БУРОВОЙ УСТАНОВКИ

Апсалямов У. Д., Хаджиева Л.А.

Казахский Национальный Университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан, E-mail: u.apsalyamov@gmail.com, khadle@mail.ru

Аннотация: Исследуется движение буровой штанги неглубинного бурения. Рассматривается случай ее сжато скрученного состояния. Разрабатывается динамическая модель буровой штанги. Предложена методика ее численного анализа.

Ключевые слова: буровая штанга, диссипация, модель Макивора-Бернарда, амплитуда, собственный вес, метод Галеркина, модуль Юнга.

MODELING OF MOVEMENT OF THE COMPRESSED-BRAIDED BAR OF CHISEL INSTALLATION

Apsalyamov U. D., Khajiyeva L.A.

Al-Farabi Kazakh National University , Almaty, Kazakhstan, E-mail: ulan.apsalyamov@gmail.com, khadle@mail.ru

Summary: Movement of a not deep drilling chisel bar is investigated. Its case of the compressed and braided conditions is considered. Its case is considered compressed the braided condition. The dynamic model of a chisel bar is developed. The technique of its numerical analysis is offered.

Key words: drill rod, the dissipation, Model of Mc Ivor and Bernard, amplitude, net weight, Galerkin's method, Young's modulus.

Актуальность темы вызвана интересом к проблемам в нефтедобывающей промышленности. К таким проблемам относятся выход из строя буровых скважин за счет поломок буровых колонн. Зачастую это связано с неучтенными большими деформациями буровых колонн, вызванными большими скоростями движения и нагрузок. Актуальным становится своевременная диагностика технического состояния глубинного бурового оборудования, а именно моделирование движения буровых штанг с учетом их колебаний и решение задач их устойчивости.

Целью работы является моделирование продольно-поперечных колебаний буровой штанги в зависимости от ее геометрических и технологических параметров. В работе рассматривается общий случай упругого деформирования – нелинейный, то есть упругие деформации буровой штанги полагаются конечными

Используется модель Макивора-Бернарда движения стержня в плоскости $x - y$ (рис.1) [1]. На рисунке 1 изображен стержень и некоторый его элемент в момент времени t. Движение элемента описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
&\rho \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -N \frac{\partial \theta}{\partial x} \sin\theta + \frac{\partial N}{\partial x} \cos\theta - Q \frac{\partial \theta}{\partial x} \cos\theta - \frac{\partial Q}{\partial x} \sin\theta, \\
&\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = N \frac{\partial \theta}{\partial x} \cos\theta + \frac{\partial N}{\partial x} \sin\theta - Q \frac{\partial \theta}{\partial x} \sin\theta + \frac{\partial Q}{\partial x} \cos\theta, \\
&\frac{\partial M}{\partial x} = Q = 0,
\end{aligned} \qquad (1)$$

где вращательной инерцией пренебрегают.

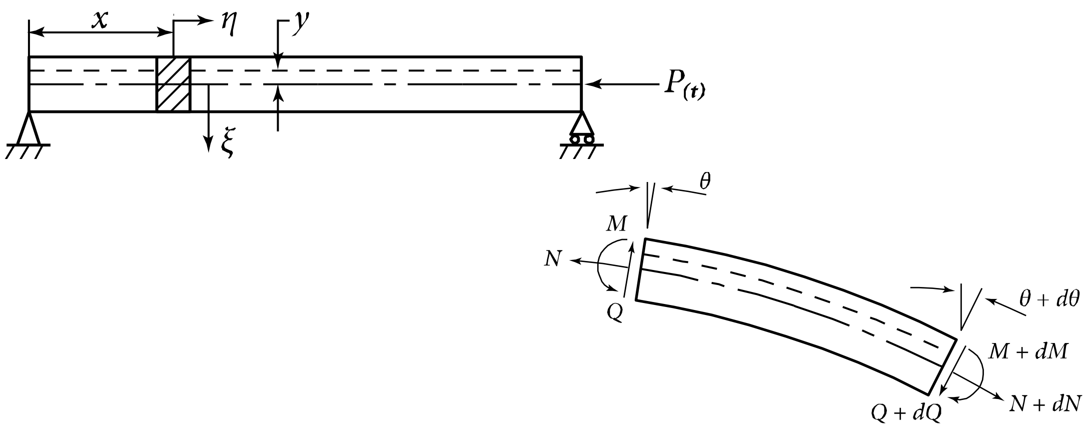

Рис 1. Геометрия стержня и его элемента в момент времени t.

Авторы ограничиваются анализом малых деформаций, но учитывают влияние вращения на осевую деформацию. Это является предпосылками простейшей нелинейной теории, учитывающей взаимное влияние поперечного и продольного движений. В таком случае можно заменить в уравнениях движения $\cos\theta$ единицей, а величины θ и $\sin\theta$ – величиной $\dfrac{\partial \xi}{\partial x}$.

Кривизна и осевая деформация записываются тогда как:

$$k = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_a = \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2, \qquad (2)$$

соответственно. Диссипативные свойства материала моделируется, исходя из предположения, что материал ведет себя, как тело Кельвина, подчиняющееся конститутивному уравнению для одноосного напряженного состояния [2],:

$$\sigma = E\varepsilon + \mu \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{3}$$

Использование уравнений (2) и (3) при обычном определении напряжений дает

$$N = EA\left(\varepsilon_a + \frac{\mu}{E}\frac{\partial \varepsilon_a}{\partial t}\right), \qquad M = EI\left(k + \frac{\mu}{E}\frac{\partial k}{\partial t}\right). \tag{4}$$

Указанная модель рассматривается применительно к вертикальному буровому стержню с добавлением погонного собственного веса. Движение элемента данного стержня описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
&\rho\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -N\frac{\partial \theta}{\partial x}\sin\theta + \frac{\partial N}{\partial x}\cos\theta - Q\frac{\partial \theta}{\partial x}\cos\theta - \frac{\partial Q}{\partial x}\sin\theta - \frac{\rho g\cos\theta}{L},\\
&\rho\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = N\frac{\partial \theta}{\partial x}\cos\theta + \frac{\partial N}{\partial x}\sin\theta - Q\frac{\partial \theta}{\partial x}\sin\theta + \frac{\partial Q}{\partial x}\cos\theta - \frac{\rho g\cos\theta}{L},\\
&\frac{\partial M}{\partial x} = Q = 0,
\end{aligned} \tag{5}$$

Вводя безразмерные величины

$$u = \frac{\eta}{L}, v = \frac{\xi}{L},\ s = \frac{x}{L},\ \tau = \frac{aL}{t},\ \alpha^2 = \frac{r^2}{L^2}, \beta^2 = \frac{A\mu}{\rho La},\ \gamma = \frac{\rho gL}{EA}\ , \tag{6}$$

где $a^2 = EA/\rho,\ r^2 = 1/A$, уравнения (5) приводятся к виду:

$$\begin{aligned}
&\ddot{u} - \left[u' + \frac{1}{2}v'^2 + \beta\left(\dot{u}' + v'\dot{v}'\right)\right]' ts\gamma = 0,\\
&\ddot{v} + \alpha^2\left(v'''' + \beta^2\dot{v} \rightarrow'''\right) - \left[\left(\dot{u}' + \beta^2\dot{u}'\right)v'\right]' tv\gamma = 0,
\end{aligned} \tag{7}$$

где точками обозначено дифференцирование $\dfrac{\partial}{\partial \tau}$, а штрихами – $\dfrac{\partial}{\partial s}$. Величина α мала по сравнению с единицей в случае тонких стержней. Величина a представляет собой скорость распространения упругих продольных волн. Таким образом, единичный промежуток времени τ соответствует промежутку реального времени, необходимого для распространения упругой волны на расстояние, равное длине буровой штанги. При переходе к уравнения вида (7) члены второго и третьего рядка малости с коэффициентами α^2 не принимались в расчет.

Для модели упругого деформирования буровой штанги (рис.1) ставятся соответствующие граничные условия:

$$u(1,\tau)=0;\ \ v(0,\tau)=0;\ \ v(1,\tau)=0, \tag{8}$$

$$\bar{M}(0,\tau)=0;\ \ \bar{M}(1,\tau)=0;\ \ \ \bar{N}(0,\tau)=-\frac{-P(\tau)}{EA}, \tag{9}$$

где

$$\bar{M}=\frac{ML}{EI}=v''+\beta^2\dot{v}'';\ \ \bar{N}=\frac{N}{EA}=u'+\frac{1}{2}v'^2+\beta\left(\dot{u}'+\dot{v}v'\right). \tag{10}$$

Постановка начальных условий замкнет модель продольно-поперечных колебаний буровой штанги.

Как и в работе [1], к системе уравнений (7)-(9) применяется вариационный метод Галеркина, приводящий ее к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для этого систему (7) умножаем на произвольные вариации, удовлетворяющие геометрически ограничениям (8). Решение системы (7) выбираем как:

$$\begin{aligned} u&=\sum q_j\sin\left(\frac{j\pi s}{2}\right),\quad j=1,3,5,\ldots,\\ v&=\sum T_m\cos m\pi s,\quad m=1,2,3,\ldots, \end{aligned} \tag{11}$$

удовлетворяющее геометрическим ограничениям. В результате многомерная модель продольно-поперечных колебаний буровой штанги (7) приводится к системе уравнений движения с одной степенью свободы:

$$\begin{aligned} &\ddot{q}_j+\left(\frac{j\pi s}{2}\right)^2\beta^2\dot{q}_j+\left(\frac{j\pi s}{2}\right)^2 q_j+\left(j\pi\right)^2\sum_m\sum_n A_{jmn}\left(\frac{T_mT_n}{2}+\beta^2T_m\dot{T}_n\right)=-(-1)^{\frac{j-1}{2}}\frac{2P(\tau)}{AE},\\ &\ddot{T}_m+\alpha^2(mn)^4(T_m+\beta^2\dot{T}_m)+\pi^2\sum_{i=1,3}\sum_n i^2A_{imn}\left(q_i+\beta^2\dot{q}_i\right)T_n=0, \end{aligned} \tag{12}$$

где $A_{jmn}=(-1)^{\frac{j-1}{2}}(-1)^{m+n}mn\left[\left(j^2-4(m+n)^2\right)^{-1}\right]$, численно решаемых на ПЭВМ.

Заключение. На основе модели Макивора-Бернарда разработана линеаризованная модель продольно поперечных колебаний буровой штанги. Предложена методика ее квазианалитического анализа, заключающаяся в приведении модели к удобному виду для дальнейшего численного расчета на ПЭВМ.

Литература

1. McIvor I.K., Bernard J.E., The Dynamic Response of Columns Under Shor Duration Axial Loads, University of Michigan, 1973

2. Lazan B.J. Damping of Materials and Members in Strutural Mechanics. – New York: Pergamon Press, Oxford, 1968.