

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
НАУЧНЫЙ СОВЕТ ПО ПРОБЛЕМАМ
МАШИНОВЕДЕНИЯ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО НАУЧНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОСТРОЕНИЯ РАН
– ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО НАУЧНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО»

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ТРУДЫ
X ВСЕРОССИЙСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
им. Ю.И. Неймарка

Нижегород, 26 – 29 сентября 2016 года

Конференция проводится при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
(проект 16-08-20664-г)

Нижегород
2016

ББК В161.6
УДК 517

Труды X Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Нижний Новгород, 26–29 сентября 2016 г.) / Под редакцией Д.В. Баландина, В.И. Ерофеева, И.С.Павлова. Нижний Новгород: Издательский дом «Наш дом», 2016. – 867 с.

ISBN 978-5-211-0628945

В трудах излагаются различные аспекты теории нелинейных колебаний и динамических управляемых систем и их приложения в различных областях науки и техники.

Основной тематикой конференции являются:

- моделирование динамических систем,
- аналитические, качественные и численные методы теории колебаний,
- теория бифуркаций,
- регулярные и хаотические колебания,
- волновая динамика машин и конструкций,
- управление колебаниями механических систем,
- прикладные задачи теории колебаний.

ISBN 978-5-211-0628945

ББК В161.6

© Авторы, 2016
© ИД «Наш дом» – издание, 2016

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУРОВОЙ КОЛОННЫ

Аскар К. Кудайбергенов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби
050040 Алматы, пр. аль-Фараби, 71, e-mail: as5kar@mail.ru

В данной работе разрабатывается нелинейная математическая модель пространственных поперечных колебаний буровой колонны, моделируемой в виде упругого стержня. Стержень подвергается действию продольной сжимающей нагрузки и крутящего момента. Для получения математической модели используются основные соотношения нелинейной теории упругости В.В.Новожилова и применяется вариационный принцип Остроградского-Гамильтона. Находится численное решение модели и проводится визуализация результатов.

Ключевые слова: буровая колонна, нелинейная математическая модель, поперечные колебания, стержень, принцип Остроградского-Гамильтона.

Введение

Буровые колонны, применяемые для проходки нефтяных и газовых скважин, состоят из буровых труб, соединенных между собой буровыми замками. Общая длина объединенных буровых труб может составлять от нескольких десятков до нескольких сотен метров при неглубинном бурении. При бурении глубоких скважин длина буровой колонны может достигать нескольких километров. Если предполагать, что буровая колонна представляет собой единую конструкцию, то ее длина оказывается значительно большей, чем ее поперечные размеры. Поэтому в данной работе, как и в большинстве работ, посвященных проблемам колебаний при бурении скважин, буровая колонна моделируется как удлиненный изгибающийся стержень, подверженный действию внешних нагрузок.

В [1] было показано, что в случае плоского изгиба нелинейная математическая модель дает меньшие амплитудные колебания стержня, чем линейная модель. При увеличении длины буровой колонны или частоты вращения линейные поперечные колебания неограниченно возрастали, тогда как при использовании нелинейной модели наблюдался устойчивый колебательный процесс.

Исследованию взаимодействия нелинейных плоских изгибных, продольных и крутильных волн в стержнях были посвящены работы [2, 3]. В [2] также рассматривалось отдельно уравнение нелинейных изгибных колебаний закрученного стержня, решение которого искалось в классе стационарных волн.

Целью настоящей работы является разработка нелинейной математической модели пространственных поперечных колебаний буровой колонны, возникающих при неглубинном бурении.

Разработка нелинейной математической модели

При построении математической модели движения буровой колонны неглубинного бурения будем основываться на нелинейной теории упругости В.В.Новожилова [4]. Согласно данной теории компоненты тензора деформаций ε_{ij} для общего трехмерного случая деформирования выражаются через проекции перемещений $U(x, y, z, t), V(x, y, z, t), W(x, y, z, t)$ нелинейным образом.

Буровая колонна представляется как изотропный упругий вращающийся стержень симметричного поперечного сечения длиной l .

Вводятся следующие зависимости:

$$\begin{aligned}
 e_{xx} &= \frac{\partial U}{\partial x}, \quad e_{yy} = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad e_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z}, \\
 e_{xy} &= \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}, \quad e_{yz} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y}, \quad e_{zx} = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z}, \\
 \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad \omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x} \right), \quad \omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где e_{xx}, e_{yy}, e_{zz} определяют относительные удлинения параллельно осям x, y, z , соответственно; e_{xy}, e_{yz}, e_{zx} - сдвиги; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - углы поворота относительно соответствующих осей.

Принимается вторая система упрощений по В.В. Новожилову, в соответствии с которой удлинения, сдвиги и углы поворота принимаются бесконечно малыми, а перемещения не ограничиваются.

В отличие от [1, 5], в работе рассматривается случай, когда поперечные колебания стержня происходят в двух плоскостях Oxz и Oyz . Тогда компоненты перемещений стержня задаются в виде:

$$\begin{cases}
 U(x, y, z, t) = u(z, t), \\
 V(x, y, z, t) = v(z, t), \\
 W(x, y, z, t) = \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} x - \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} y,
 \end{cases} \tag{2}$$

где $u(z, t), v(z, t)$ определяют перемещения центра изгиба поперечного сечения стержня вдоль осей x, y вследствие изгиба.

Выражая компоненты деформаций через относительные удлинения, сдвиги и углы поворота с учетом (2), находим выражение для упругого потенциала Φ через перемещения

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \frac{G(1-\nu)}{1-2\nu} (u_{zz}^2 x^2 + 2u_{zz}v_{zz}xy + v_{zz}^2 y^2 - u_z^2 v_z^2) - \frac{G}{2(1-2\nu)} (u_z^4 + v_z^4 - 2(u_{zz}x + v_{zz}y) \times \\
 &\quad \times (u_z^2 + v_z^2) + 3u_z^2 v_z^2) + 2Gu_z^2 v_z^2,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ - модуль сдвига, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона.

Через найденный потенциал Φ определяется потенциальная энергия стержня:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= \frac{G(1-\nu)}{1-2\nu} \int_0^l (u_{zz}^2 I_y + 2u_{zz}v_{zz}I_{xy} + v_{zz}^2 I_x - u_z^2 v_z^2 F) dz + \frac{GF}{2(1-2\nu)} \int_0^l (u_z^4 + v_z^4 + \\
 &\quad + 3u_z^2 v_z^2) dz + 2GF \int_0^l u_z^2 v_z^2 dz.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь I_x, I_y - осевые моменты инерции, I_{xy} - центробежный момент инерции.

Выражение для кинетической энергии стержня, учитывающей вращение бурильной колонны, записывается в виде

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \rho \int_0^l [u_t^2 F + v_t^2 F + u_{zt}^2 I_y + 2u_{zt}v_{zt}I_{xy} + v_{zt}^2 I_x + \omega^2 (I_y + I_x) + \omega^2 F (u^2 + v^2) + \\
 &\quad + 2u_t \omega v F - 2v_t \omega u F] dz,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где ρ - плотность материала, из которого изготовлена бурильная колонна, F - площадь поперечного сечения стержня, ω - угловая скорость вращения стержня.

Чтобы получить уравнения колебаний бурильной колонны в плоскостях Oxz и Oyz , применяем вариационный принцип Остроградского-Гамильтона, согласно которому

$$\delta J = \int_{t_1}^{t_2} \delta(T - U_0 + \Pi) dt = 0, \quad (6)$$

где Π - потенциал внешних сил, учитывающий действие продольной нагрузки $N(z, t)$ и крутящего момента $M(z, t)$.

Принимаем, что координатные оси x и y являются осями симметрии буровой колонны. Тогда относительно этих осей центробежный момент инерции равен нулю, $I_{xy} = 0$. Это означает, что в выражениях для энергий (4)-(5) мы можем пренебречь слагаемыми, содержащими влияние центробежного момента. Кроме того, т.к. бурильная колонна рассматривается как вращающийся стержень симметричного поперечного сечения, то $I_x = I_y = I$.

Тогда, применяя вариационный принцип Остроградского-Гамильтона и проводя необходимые преобразования, получаем следующую нелинейную математическую модель поперечных колебаний бурильной колонны с учетом продольного сжатия и крутящего момента:

$$\begin{aligned} & \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \rho I \frac{\partial^4 u}{\partial z^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(M(z, t) \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(N(z, t) \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \\ & - \frac{EF(5-6\nu)}{2(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right) - \frac{EF}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^3 - \rho F \omega^2 u + 2\rho F \omega \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \\ & \rho F \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - \rho I \frac{\partial^4 v}{\partial z^2 \partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(M(z, t) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(N(z, t) \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \\ & - \frac{EF(5-6\nu)}{2(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right) - \frac{EF}{1-\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^3 - \rho F \omega^2 v - 2\rho F \omega \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Принимается шарнирное закрепление стержня по концам, которое соответствует следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} u(z, t) = v(z, t) = 0 \quad (z = 0, z = l) \\ EI \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} = EI \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial z^2} = 0 \quad (z = 0, z = l). \end{aligned} \quad (8)$$

Опуская слагаемые, несущие в себе геометрическую нелинейность в математической модели (7), мы приходим к ее линейной модели, полученной и изученной в [6].

Численные результаты

Ввиду того, что прямое интегрирование уравнений движения (7) крайне затруднительно, методом Бубнова-Галеркина задача о поперечных колебаниях бурильной колонны сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой далее находится численно с применением метода с переключением жесткости [5].

Чтобы удовлетворить всем условиям метода Бубнова-Галеркина, компоненты вектора перемещений $u(z, t)$, $v(z, t)$ выражаются в виде:

$$\begin{aligned} u(z, t) = \sum_{i=1}^n f_i(t) \sin\left(\frac{i\pi z}{l}\right), \\ v(z, t) = \sum_{i=1}^n g_i(t) \sin\left(\frac{i\pi z}{l}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

Рассматриваются случаи одномодового приближения решения ($n=1$) и двухмодового приближения ($n=2$).

Полагаем, что действие от продольной нагрузки и крутящего момента равномерно распределяется по всей длине штанги, т.е. $N(z, t) = N$, $M(z, t) = M$.

Получены графики поперечных колебаний стальной бурильной колонны с внешним диаметром $D=0.2\text{ м}$, внутренним диаметром $d=0.12\text{ м}$ и следующими значениями остальных параметров: $F=2.01 \times 10^{-2}\text{ м}^2$, $I=6.84 \times 10^{-5}\text{ м}^4$, $N=2.2 \times 10^3\text{ Н}$.

Рис. 1,2 показывают результаты, полученные при рассмотрении одномодового приближения решения по методу Бубнова-Галеркина, который дает затухающий колебательный процесс. Однако характер поперечных колебаний стержня сильно меняется при учете второй моды колебаний. Если в начальный промежуток времени колебания являются затухающими, то при дальнейшем непрерывном процессе бурения они бесконечно возрастают с большой интенсивностью (Рис.3) и наблюдается расхождение поперечных колебаний в плоскостях Oxz и Oyz , что обуславливается действием крутящего момента (Рис.4).

Таким образом, в отличие от [7], была подтверждена необходимость учета второй моды в разложении метода Бубнова-Галеркина для получения достоверной картины возникающих поперечных колебаний бурильной колонны.

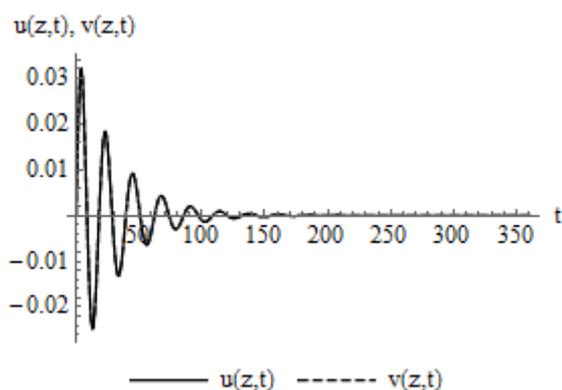


Рис. 1. Поперечные колебания бурильной колонны при $\omega = 0.033\text{ рад/с}$, $M = 5 \times 10^3\text{ Нм}$, $t = 360\text{ с}$ (одномодовое приближение)

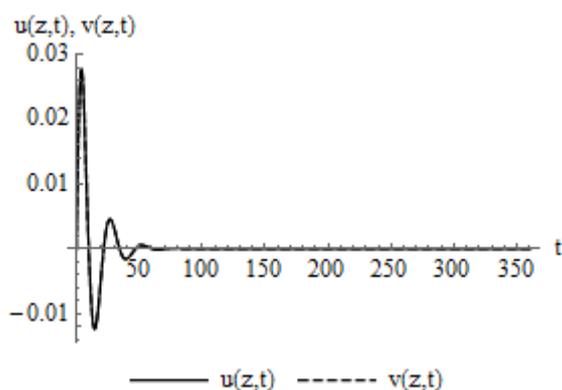


Рис. 2. Поперечные колебания бурильной колонны при $\omega = 0.083\text{ рад/с}$, $M = 5 \times 10^3\text{ Нм}$, $t = 360\text{ с}$ (одномодовое приближение)

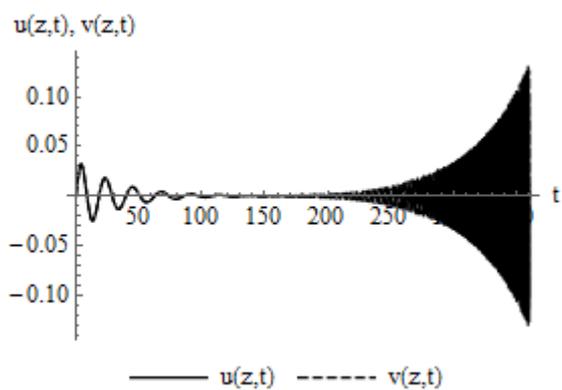


Рис. 3. Поперечные колебания бурильной колонны при $\omega = 0.033\text{ рад/с}$, $M = 5 \times 10^3\text{ Нм}$, $t = 360\text{ с}$ (двухмодовое приближение)

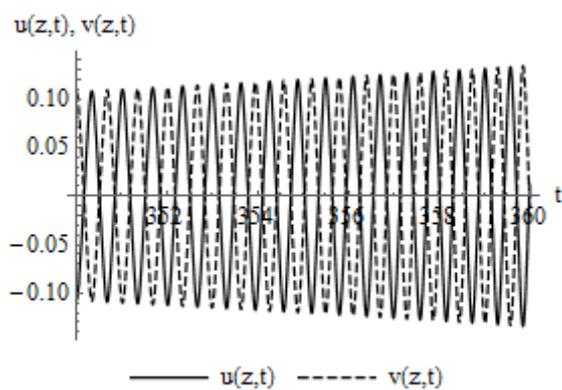


Рис. 4. Поперечные колебания бурильной колонны при $\omega = 0.033\text{ рад/с}$, $M = 5 \times 10^3\text{ Нм}$ за промежуток времени $t = 350 - 360\text{ с}$ (двухмодовое приближение)

Заключение

Основываясь на нелинейной теории упругости В.В. Новожилова и использовании вариационного метода Остроградского-Гамильтона, была разработана новая нелинейная математическая модель поперечных колебаний бурильной колонны в двух плоскостях под действи-

ем продольной силы и крутящего момента. Учет в модели геометрической нелинейности позволит получать более точные результаты и исследовать колебательные процессы буровых колонн на новом качественном и количественном уровне. Проведенные численные расчеты показали важность учета большего числа мод при изучении динамики буровых колонн как упругих стержней методом Бубнова-Галеркина.

Данная работа была выполнена в рамках проекта ГФ4 №311 МОН РК.

Список литературы

1. Khajiyeva L.A., Kudaibergenov A.K. Modeling of nonlinear dynamics of drill strings in a supersonic air flow // Proc. 5th Int. Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling (KAM 2015). Advances in Intelligent Systems Research. 2015. Vol.80. P. 163-167.
2. В.И. Ерофеев. Изгибно-крутильные, продольно-изгибные и продольно-крутильные волны в стержнях // Вестник науч.-техн. развития. 2012. №5 (57). С. 3-18.
3. В.И. Ерофеев, А.С. Зинченко. Распространение нелинейных изгибных и продольно-изгибных волн в упругом стержне // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. 2012. №5 (2). С. 81-83.
4. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. - М.- Л.: ОГИЗ, 1948.
5. Кудайбергенов А.К., Кудайбергенов Аск.К. Сравнительный анализ численных методов при моделировании нелинейной динамики буровых штанг // Известия НАН РК, серия физ.-мат. 2015. №3 (301). С. 37-42.
6. Gulyayev V.I., Borshch O.I., Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // J. Petroleum Science and Engineering. 2011. Vol. 78. P. 759–764.
7. Kudaibergenov Askar K., Kudaibergenov Askat K. Modelling of coupled nonlinear axial and lateral vibrations of drill strings // Int. J. Math. Phys. 2015. Vol.6. No.2. P. 27-35.

Климина Л.А. (Москва, НИИ Механики МГУ) Качественный анализ динамики шарнирного механизма, взаимодействующего с потоком среды	459
Ковалева М.А., Смирнов В.В., Маневич Л.И. (Москва, Институт химической физики РАН) Исследование системы двух гармонически связанных маятников	464
Комиссарова Т.Н., Хроматов В.Е. (Москва, НИУ «МЭИ») Влияние продольного магнитного поля на динамическую устойчивость ферромагнитных пластин	470
Красинский А.Я., Ильина А.Н. (Москва, МАИ) О стабилизации положений равновесия системы Ball and Beam как мехатронной системы с геометрической связью .	480
Кривоносова О.Э., Жиленко Д.Ю. (Москва, НИИ Механики МГУ) Определение структуры течений путем построения волновых поверхностей	487
Кудайбергенов Аскар К. (Алматы, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби) Моделирование нелинейных поперечных колебаний буровой колонны	490
Кудайбергенов Аскат К. (Алматы, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби) Об устойчивости нелинейных колебаний бурильных колонн	495
Куклина И.Г. (Н.Новгород, ННГАСУ) Динамика машины с линейно-зависимой в продольном направлении подвеской	501
Кулешов А.С., Черняков Г.А. (Москва, МГУ) Применение алгоритма Ковачича для исследования задачи о движении тяжёлого тела вращения по абсолютно шероховатой плоскости	509
Куликов А.Н. (Ярославль, ЯрГУ им. П.Г. Демидова) Некоторые бифуркационные задачи для обобщенного уравнения Курамото-Сивашинского	517
Куликов Д.А. (Ярославль, ЯрГУ им. П.Г. Демидова) Циклы и торы в задаче об обобщенной синхронизации слабосвязанных осцилляторов	523
Лебедев Д.А. (Москва, НИИ механики МГУ) Устойчивость стационарных движений гиригастата	529
Леонтьева А.В., Леонтьев Н.В. (Н.Новгород, ИПМ РАН) Влияние деформируемого основания на установление режима синхронизации в системе двух двигателей	532
Масленников Д.А., Бочков В.С., Лоцилов А.А., Катаева Л.Ю., Ильичева М.Н. (Н.Новгород, НГТУ) Использование роботизированных систем для тушения лесных пожаров на основе анализа физических закономерностей	539
Метрикин В.С., Никифорова И.В. (Н.Новгород, ННГУ) Динамика вибрационных систем с несколькими ударными парами	542
Митенков Ф.М., Овчинников В.Ф., Николаев М.Я., Литвинов В.Н., Фадеева Е.В. (Н.Новгород, НИИМ ННГУ) Компенсация остаточного дисбаланса сложного гибкого ротора на электромагнитном подвесе с помощью штатной системы управления	550
Мишакин В.В., Курашкин К.В., Руденко А.Л., Гончар А.В. (Н.Новгород, ИПМ РАН) Использование метода акустоупругости для оценки напряженно-деформированного состояния ротора гидроагрегата	556
Моренко И.В. (Казань, ИММ КазНЦ РАН) Численное моделирование вынужденных колебаний цилиндра в ламинарном потоке вязкой жидкости	557
Морозов А.Д., Морозов К.Е. (Н.Новгород, ННГУ) О транзиторных маятниковых уравнениях	562
Мотова Е.А., Никитина Н.Е. (Н.Новгород, ИПМ РАН) Экспериментальное исследование поведения конструкционных материалов при циклическом нагружении, с помощью ультразвука	566
Мошкин Р.П. (Москва, МГУ) Неудерживающие связи в случае саней Чаплыгина на наклонной вогнуто-выпуклой негладкой поверхности	571
Мухаммадиев Д.М., Ахмедов Х.А., Мухаммадиев Т.Д. (Ташкент, ТГТУ) Амплитудно–частотные характеристики крутильных колебаний пыльного цилиндра	582
Овсянников В.М. (Москва, МГАВТ) Озвучивание поля скорости течений газа	586
Овсянников В.М. (Москва, МГАВТ) Генерация звука членами второго порядка малости конечно-разностного уравнения неразрывности Леонарда Эйлера	589
Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. (Москва, НИИ Механики МГУ) О колебаниях оси оперенного тела при спуске в атмосфере	591
Ольшанский В.Ю. (Саратов, Институт проблем точной механики и управления РАН) Прецессионное движение в модели Пуанкаре-Жуковского	596