МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
КОМИТЕТ НАУКИ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ»

посвящается 50-летию создания
Института математики и механики АН КазССР

Алматы 1–5 июня 2015 года

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Алматы – 2015

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Академик НАН РК Т.Ш. Кальменов (председатель, Казахстан), вице-министр МОН РК Т.О. Балыкбаев (сопредседатель, Казахстан), академик РАН В.А. Левин (Россия), академик РАН И.А. Тайманов (Россия), член-корр. РАН С.И. Кабанихин (Россия), академик НАН Беларуси В.И. Корзюк (Беларусь), академик АН РУз Ш.А. Алимов (Узбекистан), академик АН РУз М.С. Салахитдинов (Узбекистан), академик АН РТ Н.Р. Раджабов (Таджикистан), академик НАНА Ф.А. Алиев (Азербайджан), академик НАН РК М. Отелбаев (Казахстан), академик НАН РК Н.К. Блиев (Казахстан), академик НАН РК С.Н. Харин (Казахстан), академик НАН РК А.С. Джумадильдаев (Казахстан), академик НИА РК С.У. Джолдасбеков (Казахстан), член-корр. НАН РК М.Н. Калимолдаев (Казахстан), проф. А.П. Солдатов (Россия), проф. К.К. Кенжебаев (Казахстан), проф. Д.Ж. Ахмед-Заки (Казахстан).

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Академик НАН РК Т.Ш. Кальменов (председатель), член-корр. НАН РК Байжанов Б.С. (заместитель председателя), профессор Л.А. Алексеева, профессор Г.И. Бижанова, профессор В.Г. Воинов , профессор Н.С. Даирбеков, профессор М.Т. Дженалиев, профессор Д.С. Джумабаев, профессор С.С. Жуматов, профессор А.Ж. Калтаев, профессор Б.Т. Маткаримов, профессор А.Ж. Найманова, профессор Е.Д. Нурсултанов, профессор Р.О.Ойнаров, член-корр. НАН РК М.А. Садыбеков, профессор А.М. Сарсенби, профессор Е.С. Смаилов, к.ф.-м.н. М.А. Сахауева (секретарь).

СЕКЦИИ

1. Дифференциальные уравнения
Руководители секции — Т.Ш. Кальменов, Д.С. Джумабаев, М.А. Садыбеков.

2. Теория функций и функциональный анализ
Руководители секции — Д.Б. Базарханов, Н.К. Блиев, М. Отелбаев.

3. Алгебра, математическая логика и геометрия
Руководители секции — Б.С. Байжанов, А.С. Джумадильдаев, И.А. Тайманов.

4. Математическая физика и математическое моделирование
Руководители секции — Г.И. Бижанова, М.Т. Дженалиев, С.Н. Харин.

4. Информационные технологии и вычислительная математика
Руководители секции — Д.Ж. Ахмед-Заки, М.Н.Калимолдаев, Б.Т. Маткаримов.

6. Механика и машиноведение
Руководители секции — А.А. Алексеева, С.У. Джолдасбеков, А.Ж. Найманова.

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Let us recall that a s-number of a compact operator A is an eigenvalue of the positive operator $(A^*A)^{\frac{1}{2}}$, where A^* is an adjoint operator to operator A.

Consider

$$L_\Omega u := \begin{cases} \Diamond u := \frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u(t,x), \ (t,x) \in ((0,T) \times \Omega) \equiv D, \\ u(0,x) = 0, \ x \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\alpha}{1-\alpha} u = 0, \ x \in \partial\Omega. \end{cases}$$

Theorem 2. *Let Ω^* be a d - ball. We have*

$$s_1^R(\Omega) \le s_1^R(\Omega^*)$$

for all bounded open domains Ω, with $|\Omega| = |\Omega^*|$. Here $s_1(\Omega)$ is the first s-number of the inverse operator L_Ω^{-1}.

Here $\mid \Omega \mid$ denotes the Lebesgue measure of the set Ω.

Remark 1. In other words theorem says that the L_2 norm of the operator L_Ω^{-1} is maximized in a d-ball among the all domains of a given measure.

References

1. *I.Gohberg, M.Krein.* Introduction to the Theory of Linear Nonselfadjoint Operators. – Moscow: Nauka, 1965.

2. *A. Henrot.* On a nonlocal boundary value problem for the multidimensional heat equation in a noncylindrical domain. – Basel-Boston-Berlin.: Birkhauser Verlag, 2006.

3. *T. Sh. Kal'menov, N. E. Tokmagambetov.* On a nonlocal boundary value problem for the multidimensional heat equation in a noncylindrical domain. // Sibirsk. Mat. Zh. – 2013. – Vol. 54, ь 6. – Pp. 1287-1293.

UDC 517.956

Kalmenov T.Sh., Oralsyn G.

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling
(Kazakhstan, Almaty)
e-mail: suragan@list.ru

Constructing correct nonlocal boundary value problems for elliptic differential equations with variable coefficients

Let $\Omega \subset R^d$ be an open bounded domain with a sufficiently smooth boundary $\partial\Omega$. We consider the second order uniformly strongly elliptic equation

$$D(u) = -\sum_{i,j=1}^{d} \frac{\partial}{\partial x_i}(a_{ij}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}) + \sum_{i=1}^{d} b_i(x)\frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x)u = f(x), \ x \in \Omega. \tag{1}$$

The functions a_{ij}, b_j and c are real-valued functions which, for convenience, are supposed to be C^∞-functions.

Definition 1. The second order real-valued scalar linear differential operator D is called strongly elliptic in Ω if there exists a smooth function $\gamma(x) > 0$ such that

$$\sum_{i,j=1}^{d} a_{ij}\xi_i\xi_j \geq \gamma(x)|\xi|^2 \tag{2}$$

for all $\xi \in R^d$. If, in addition, $\gamma > 0$ is a constant independent of x and (2) holds for all $x \in \Omega$, then D is called uniformly strongly elliptic.

Note that strongly elliptic real differential operators are of even order and are properly elliptic.

Definition 2. Let $x \in R^d$ be any chosen point. Then the distribution $E(x, y)$ is called a fundamental solution of the differential operator D (in R^d) if it satisfies the equation

$$D_y(E(x, y)) = \delta(x - y) \tag{3}$$

in the distributional sense where δ is the Dirac distribution.

As usual, in (3) the notation D_y stands for differentiation with respect to y. For strongly elliptic operators it can be shown with the Green formula that (3) implies

$$D_x(E(x, y)) = \delta(x - y) \tag{4}$$

for any fixed $y \in R^d$.

For a general differential operator, the existence of a fundamental solution is by no means trivial. However, we have

Lemma 1. *(Hörmander) Let D be a uniformly strongly elliptic differential operator of even order with real leading coefficients $a_{ij} \in C^\infty$. Then for every compact domain $\overline{\Omega} \subset R^d$ with $\partial\Omega \in C^\infty$ there exists a local fundamental solution $E(x, y)$ which is a C^∞ function of all variables for $x \neq y$ and $x, y \in \overline{\Omega}$.*

In this talk by using properties of fundamental solutions we construct a correct boundary value problem for the differential equation (1).

References

1. *Kal'menov T.Sh., Suragan D.* On spectral problems for the volume potential // Dokl. Akad. Nauk. – 2009. – V. 428, № 1. – Pp. 16-19.