МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ», ПОСВЯЩЕННАЯ 80-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АКАДЕМИКА НАН РК КАСЫМОВА КУЛЖАБАЯ АБДЫКАЛЫКОВИЧА

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Алматы, 2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ»

посвященная 80-летию со дня рождения академика НАН РК Касымова Кулжабая Абдыкалыковича

Алматы 21-23 декабря 2015 года

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Алматы, 2015

УДК 510 (063)
ББК 22.1
А 43

Рекомендовано к изданию Ученым советом
механико-математического факультета

Рецензенты:

академик НАН РК, доктор физико-математических наук,
профессор Т.Ш. Кальменов;
член-корр. НАН РК, доктор физико-математических наук,
профессор М.Н. Калимолдаев.

А 43 «Актуальные проблемы математики и информатики»: Сборник тезисов Международной научной конференции посвященной 80-летию со дня рождения академика НАН РК Касымова Кулжабая Абдыкалыковича. – Алматы, 2015. – 234 с.

ISBN 978-601-04-1536-2

В сборник включены 115 тезисов докладов Международной научной конференции "Актуальные проблемы математики и информатики", посвященной 80-летию со дня рождения академика НАН РК К.А. Касымова.

Основное внимание уделено актуальным проблемам дифференциальных уравнений и математической физики, теории функций и функционального анализа, математического моделирования и информатики, а также методике преподавания математики и информатики.

Предназначен для студентов, магистрантов, докторантов, преподавателей высших учебных заведений, специалистов в области математики, прикладной математики и информационных технологий.

УДК 510 (063)
ББК 22.1

ISBN 978-601-04-1536-2

© Алматы, 2015

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Академик НИА РК Абдибеков У.С. (Казахстан), профессор Алексеева Л.А. (Казахстан), профессор Амиргалиев Е.Н. (Казахстан), профессор Арсланов М.З. (Казахстан), профессор Асанова А.Т. (Казахстан), профессор Ахмед-Заки Д.Ж. (Казахстан), профессор Ахмет М.У. (Турция), профессор Бектемесов М.А. (Казахстан), профессор Бердышев А.С. (Казахстан), профессор Бидайбеков Е.Ы. (Казахстан), профессор Бижанова Г.Е. (Казахстан), профессор Бияшев Р.Г. (Казахстан), академик НАН РК Блиев Н.К. (Казахстан), профессор Бутузов В.Ф. (Россия), профессор Дауылбаев М.К. (Казахстан), профессор Дженалиев М.Т. (Казахстан), профессор Джумабаев Д.С. (Казахстан), профессор Жуматов С.С. (Казахстан), академик НАН КР Иманалиев М.И. (Кыргызстан), член-корр. РАН Кабанихин С.И. (Россия), профессор Кангужин Б.Е. (Казахстан), профессор Кенжебаев К.К. (Казахстан), профессор Кыдырбекулы А.Б. (Казахстан), профессор Мазаков Т.Ж. (Казахстан), профессор Медеуов Е.О. (Казахстан), профессор Мухамбетжанов С.Т. (Казахстан), член-корр. НАН РК Ойнаров Р.О. (Казахстан), академик НАН РК Отелбаев М. О.(Казахстан), академик РАЕН Розов Н.Х. (Россия), член-корр. НАН РК Садыбеков М.А. (Казахстан), профессор Смаилов Е.С. (Казахстан), профессор Темирбеков Н.М. (Казахстан), профессор Темиргалиев Н.Т. (Казахстан), профессор Тлеубергенов М.И. (Казахстан), академик НАН РК Харин С.Н. (Казахстан)

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Профессор Мухамбетжанов С.Т., профессор Сихов М.Б., профессор Дауылбаев М.К., профессор Сулейменов Ж.С., доцент Бияділов Н.Б., доцент Имангалиев Е.И., ст. преп. Уаисов А.Б., доцент Мустафин С.А., доктор PhD Мамырбаев О.Ж., член-корр. МАИН Сахариев Б.Б., Мирзакулова А., Ергалиев М., Абдикеримова Ж., Валиолда А., Мажитов Ш.С., Анищенко Л.Н., Калиева Г.С., Аязбаева А.М. (секретарь)

СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

«Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики»
«Вычислительная математика, математическое моделирование и информатика»
«Теория функций и функциональный анализ»
«Методика преподавания математики и информатики»

СЕКЦИЯ

Дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

где $Df = \frac{d^2}{dt^2}(L_0^{-1}f)$, $L_0^{-1}f$ - обратный оператор невозмущенной задачи (то есть задачи (1), (2), (4) при $\varepsilon = 0$), а $P(x,t,\varepsilon,f)$ - решение задачи

$$\begin{cases} L_\varepsilon P(x,t,\varepsilon,f) = 0; \\ U_i\big(P(x,t,\varepsilon,f)\big) = 0, \qquad i = 1,2; \\ P(x,t,\varepsilon,f)|_{t=0} = 0; \\ \left.\dfrac{\partial P(x,t,\varepsilon,f)}{\partial t}\right|_{t=0} = \left.\dfrac{\partial L_0^{-1}f}{\partial t}\right|_{t=0}. \end{cases}$$

Формула (5) дает возможность построения разложения решений в конечный или бесконечный ряд по степеням ε, в зависимости от порядка гладкости входных данных задачи. На основе этой формулы могут быть построены асимптотические разложения решений и получены соответствующие оценки.

Список литературы

[1] Кальменов Т.Ш., Буркитов А.Б. О равномерной оценке асимптотического решения задачи Коши для сингулярно возмущенного волнового уравнения // Дифференциальные уравнения. – 1992. – Т. 28, № 1. – С. 33 - 41.

[2] Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.А. Об одном рекуррентном методе решения сингулярно возмущенной задачи Коши для уравнения второго порядка // Математические труды. – 2010. – Т. 13, № 2. – С. 128 - 138.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ НАГРУЖЕННЫМ ПАРАБОЛИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ

Касымбекова А.С.
КазНУ имени аль-Фараби, КАЗАХСТАН
E-mail: kasar08@mail.ru

Важной сферой применения нагруженных уравнений параболического типа являются задачи управления по фиксированным многообразиям [1]. В работе получен аналог принципа максимума Понтрягина для случая, когда управление распределено на некотором количестве многообразий из $\overline{\Omega}$, размерность которых строго меньше размерности области Ω [2].

Пусть Ω – ограниченная область в R^n с границей Γ, являющейся бесконечно дифференцируемым (n-1) – мерным многообразием, $t \in (0,T)$ - временная переменная, $T < \infty$, $Q = \Omega \times (0,T), \Sigma = \Gamma \times (0,T)$, $u = u(x,t)$ - решение следующей задачи:

$$D_t^1 u = \sum_{i,j=1}^{n} D_{x_i}^1 (a_{ij} D_{x_j}^1 u) + \sum_{i=1}^{p} v_i(t) \int_{\Gamma_i} e_i(x,\xi,t) u(\xi,t) d\xi + f \quad на\, Q, \tag{1}$$

$$u(x,t) = 0 \quad на \ \Sigma, \tag{2}$$

$$u(x,0) = u_0 \ на \ \Omega, \tag{3}$$

где $e_i \in L^\infty(0,T;L^4(\Omega \times \Gamma_i))$; $\nu_i(t) \in V(0,T), i = 1,...,p, V(0,T)$ - выпуклое, замкнутое подмножество $L^2(0,T)$; $\Gamma_i-(n-1)-$мерные многообразия из $\overline{\Omega}, n \le 3$ (при $n=1, \Gamma_i$ - фиксированные точки из $\overline{\Omega}$); $\Gamma_i, i = 1,..,n$ вместе с Γ из $C^2; a_{ij} \in L^\infty(0,T;C^1(\Omega)), a_{ij} = a_{ji}, i,j = 1,..., p$ для почти всех $\{x,t\} \in Q$:

$$\beta_2 \sum_{i=1}^{n} \zeta_i^2 \ge \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\zeta_i\zeta_j \ge \beta_1 \sum_{i=1}^{n} \zeta_i^2, \tag{4}$$

$\beta_1, \beta_2 = const > 0, \forall \zeta \in R^n, \ f \in L^2(Q), u_0 \in H_0^1(\Omega).$

Задача оптимального управления состоит в следующем: найти пару $\{u(x,t), \nu(t)\}$, удовлетворяющую условиям (1)-(4) и минимизирующую функционал:

$$J(\nu) = \int_\Omega |u(x,T) - z_з|^2 dx + \beta \int_0^T |\nu(t)|^2 dt, \tag{5}$$

где $z_з \in L^2(\Omega), \ \beta = const > 0, \ |\nu(t)|^2 = \sum_{i=1}^{p} |\nu_i(t)|^2, \nu = \{\nu_1,...,\nu_p\}$.

Доказана теорема о существовании решения задачи оптимального управления, описываемой нагруженным уравнением параболического типа с управлением в коэффициентах.

Теорема 1. *Задача оптимального управления (5)-(9) имеет решение.*

В работе при некоторых дополнительных условиях получены необходимые условия оптимальности первого порядка, представляющие собой аналог принципа максимума Понтрягина. Доказаны теоремы об ограниченности решения исходной краевой задачи и соответствующей ей сопряженной задачи.

Определим сопряженное состояние как решение задачи:

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} + \sum_{i,j=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_j}\left(a_{ij}\frac{\partial p(x,t)}{\partial x_i}\right) + \sum_{i=1}^{p} \nu_i(t)\delta(x - \Gamma_i)\int_\Omega e_i(\xi,x,t)p(\xi,t)d\xi = 0$$

на Q,

$p(x,t) = 0$ на Σ,

$p(x,T) = 2(z_з - u(x,T))$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть для задачи (1)-(5) выполнены условия* $f(x,t,\nu):Q\times R^p \to R^1$ *и существует оптимальное управление* $\bar{\nu}$. *Тогда почти всюду в цилиндре* Q

$$\int_\Omega p(x,t_0;\bar{\nu}(t_0))\left[f(x,t_0;\bar{\nu}(t_0))+B(x,t_0;\bar{\nu}(t_0))u(x,t_0;\bar{\nu}(t_0))\right]dx+\beta\bar{\nu}^2(t_0)=$$

$$=\inf_{k\in K}\left[\int_\Omega p(x,t_0,\bar{\nu}(t_0))\left[f(x,t_0,k)+B(x,t_0;k)u(x,t_0;\bar{\nu}(t_0))\right]dx+\beta k^2\right],$$

где $p(x,t,\bar{\nu}(t))$ – решение сопряженной задачи и через $B(\nu)u$ обозначено $B(\nu)u=$ $\sum_{i=1}^{p}\nu_i(t)\int_{\Gamma_i}e_i(x,\xi,t)u(\xi,t)d\xi$.

Варианты теоремы 2, для задач описываемых уравнениями второго порядка, в отсутствии нагруженности рассматривались работе [3].

Список литературы

[1] Дженалиев М.Т. К теории линейных краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений. – Алматы: Компьютерный центр ИТПМ, 1995.-270 с.

[2] Дженалиев М.Т., Касымбекова А.С., Сматов К.С. Задача управления коэффициентами при нагруженных слагаемых для параболического уравнения // Изв. НАН РК. Сер. физ. –матем. –1997. № 3 (196). – С.26-32.

[3] Лионс Ж.Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными - М.: Мир, 1972.-414 с.

ВЕКТОРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УПРУГИМИ КОЛЕБАНИЯМИ, ОПИСЫВАЕМЫМИ ФРЕДГОЛЬМОВО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

Керимбеков А., Абдылдаева Э.Ф.

Кыргызско-Российский Славянский Университет,

Кыргызско-Турецкий университет Манас, КЫРГЫЗСТАН

E-mail: akl7@rambler.ru

В статье исследованы вопросы однозначной разрешимости векторного управления колебательными процессами, описываемыми фредгольмово интегро-дифференциальными уравнениями в частных производных. Разработан алгоритм построения оптимального управления, оптимального процесса и вычисление минимального значения функционала. Установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи оптимизации.