

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени
АЛЬ-ФАРАБИ

Исатаев С.И., Аскарова А.С.,
Болегенова С.А., Толеуов Г.,
Лаврищев О.А., Исатаев М.С.,
Шакиров А.Л.

СПЕЦИАЛЬНЫЙ ФИЗИЧЕСКИЙ
ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ
ГИДРО-И АЭРОДИНАМИКЕ

Учебное пособие

Алматы, 2015

УДК 536.46:532

Рекомендовано к изданию Ученым советом
физико-технического факультета и РИСО КазНУ им.
аль-Фараби

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук,
профессор Ю.И. Жаврин;

Доктор физико-математических наук,
Профессор А.Ж. Турмухамбетов

Специальный физический практикум по физической гидро-и аэродинамике. Учебное пособие / Исатаев С.И., Аскарлова А.С., Болегенова С.А., Толеуов Г., Лаврищев О.А., Исатаев М.С., Шакиров А.Л. – Алматы: Қазақ университеті, 2015. – 226 с.

Учебное пособие составлено в соответствии с действующими университетскими программами по специальному курсу физики для студентов физических и технических специальностей и содержит описание 20 лабораторных работ. Каждая работа содержит краткое теоретическое введение, описание экспериментальной установки, рабочее задание, а также методику проведения экспериментов и обработки их результатов.

Пособие может быть использовано в высших учебных заведениях для физических и физико-технических специальностей.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие «Специальный физический практикум по физической гидро-и аэродинамике» содержит описание работ по гидродинамике и аэродинамике, выполняемых студентами – бакалаврами и студентами – магистрантами кафедры теплофизики и технической физики физико-технического факультета КазНУ им. аль-Фараби.

Цель специального практикума заключается в том, чтобы позволить студенту самому изучить основные физические явления по гидро-и аэродинамике, научить его обращению с основными измерительными приборами по данному направлению и познакомить с важнейшими методами измерений.

При подготовке к выполнению работы необходимо изучить теоретическое введение, описание лабораторной установки и метод измерений, соблюдать указанный порядок выполнения экспериментальной и расчетной части работы.

В зависимости от специальности студент – бакалавр и студент – магистрант выполняет лишь определенное количество работ, имеющих в данном учебном пособии. Кроме того, надо иметь в виду, что экспериментальные навыки студенты получают также в научных лабораториях кафедры и при выполнении производственной практики. Указания на литературу отнюдь не являются подробными и ограничены главным образом ссылками на учебные и специальные монографии.

Большинство лабораторных работ поставлено почетным заведующим кафедрой теплофизики и технической физики КазНУ им. аль-Фараби профессором С.И. Исатаевым.

Другие авторы учебного пособия входят в профессорско-преподавательский состав кафедры теплофизики и технической физики КазНУ им. аль-Фараби.

ТАРИРОВКА МИКРОМАНОМЕТРА

Цель работы:

1. Приобретение навыков обращения с микроманометрами, ознакомление с инструкцией по их использованию и оценка погрешности измерений;
2. Тарировка микроманометра по эталонному прибору.

Краткое теоретическое введение

Одним из основных измерений в экспериментальной аэродинамике является измерение избыточного давления в потоке воздуха, т.е. разницы между статическим давлением в потоке и атмосферным давлением. Важнейшим измерением является также измерение разности между полным и статическим давлением потока. Кроме этих измерений, на практике часто приходится проводить определение и других разностей давлений. Все эти измерения выполняются при помощи микроманометров [3, 4].

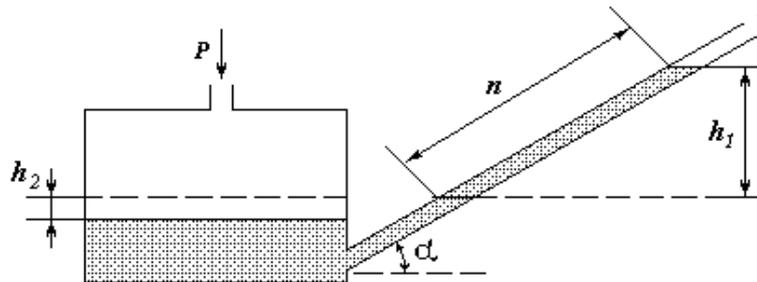


Рис. 1. Схема микроманометра с наклонной трубкой

Микроманометры являются переносными приборами. На рис.1. дана схема микроманометра с наклонной стеклянной измерительной трубкой. Наклон измерительной трубки сделан в приборе с целью уменьшения погрешности измерений. В качестве рабочей жидкости в микроманометрах этого типа применяют этиловый спирт, который заливают в широкий сосуд столько, чтобы уровень его в наклонной трубке находился против нулевой отметки шкалы.

Для измерения давления в каком-либо объекте его присоединяют с помощью резиновой трубки к широкому сосуду манометра (+), а для измерения разрежения – к наклонной трубке (-).

Пусть под действием давления уровень жидкости в трубке, наклоненной под углом α к горизонтальной плоскости, поднимется, и длина столба жидкости в наклонной трубке будет n . Это будет соответствовать поднятию жидкости в узкой трубе по вертикали на высоту

$$h_1 = n \cdot \sin \alpha . \quad (1)$$

Одновременно уровень жидкости в широком сосуде опустится на h_2 . Тогда разность высот уровней рабочей жидкости в приборе, уравнивающая измеряемую величину, будет равна:

$$h = h_1 + h_2 . \quad (2)$$

Если S_1 и S_2 - соответственно площадь сечения наклонной трубки и сосуда, то

$$nS_1 = h_2S_2 , \quad (3)$$

т.е. объем nS_1 жидкости, заключенный в наклонной трубке, равен объему h_2S_2 жидкости, вытесненной из широкого сосуда. Подставив в уравнение (2) h_1 и h_2 из уравнений (1) и (3), получим:

$$h = n\left(\sin \alpha + \frac{S_1}{S_2}\right). \quad (4)$$

Если ρ - плотность рабочей жидкости в кг/м^3 ; g - местное ускорение свободного падения в м/с^2 , а h и n выражены в м., то значение измеряемого давления в Па рассчитывают по формуле

$$p = \rho gh = \rho gn\left(\sin \alpha + \frac{S_1}{S_2}\right) = n\gamma\left(\sin \alpha + \frac{S_1}{S_2}\right), \quad (5)$$

где $\gamma = \rho g$ - удельный вес жидкости в манометре.

С помощью микроманометров давление обычно измеряют в кгс/м^2 . В этом случае уравнение (5) принимает вид:

$$p = 0,102 \rho gn\left(\sin \alpha + \frac{S_1}{S_2}\right), \quad (6)$$

где 0,102 - множитель для перевода значения давления, выраженного в Па, в значение, выраженное в кгс/м^2 .

Если в уравнении (6) принять $0,102 g = 1,000 \pm 0,001$, то получим:

$$p = n\rho\left(\sin \alpha + \frac{S_1}{S_2}\right) = nk, \quad (7)$$

где n – число делений по шкале прибора, ρ – плотность спирта в г/см³; k – постоянная прибора в кгс/м² :

$$k = \rho \left(\sin \alpha + \frac{S_1}{S_2} \right). \quad (8)$$

Если $\frac{S_1}{S_2} < \frac{1}{400}$, то значение постоянной прибора может быть определено и без учета поправки. В этом случае:

$$P = n\rho \sin \alpha = nk_1, \quad (9)$$

где $k_1 = \rho \sin \alpha$ – постоянная прибора.

Поскольку для микроманометра значение постоянной (k или k_1) определяется с учетом ρ , то он должен заполняться спиртом с плотностью, значение которой указано на приборе

Однако, на практике каждый прибор имеет неизбежные индивидуальные особенности, которые зависят от технических условий производства. Например, у микроманометров могут оказаться различно меняющиеся по длине отсчетных трубок внутренние диаметры, вследствие чего будут меняться по длине капиллярные силы и шкала будет неравномерной. Могут существовать различные местные искривления измерительных трубок. Возможны погрешности разного знака в разметке углов наклона, в разметке шкалы и т.д.

Чтобы ввести поправки на общее влияние всех этих особенностей, каждый прибор после изготовления на производстве тарируется. Такое же тарирование необходимо производить и в процессе пользования прибором.

Тарирование сводится к определению для каждого микроманометра необходимого поправочного коэффициента к правой части формул (7) или (9). Эти коэффициенты определяются из условия, чтобы одно и то же давление, измеренное разными приборами, один из которых эталонный, имело одинаковое численное значение.

Описание установки и методика эксперимента

Тарируемый прибор изображен на схеме, показанной на рис.2. Это микроманометры с переменным углом наклона измерительной трубки, благодаря чему прибор может иметь несколько диапазонов измерения.

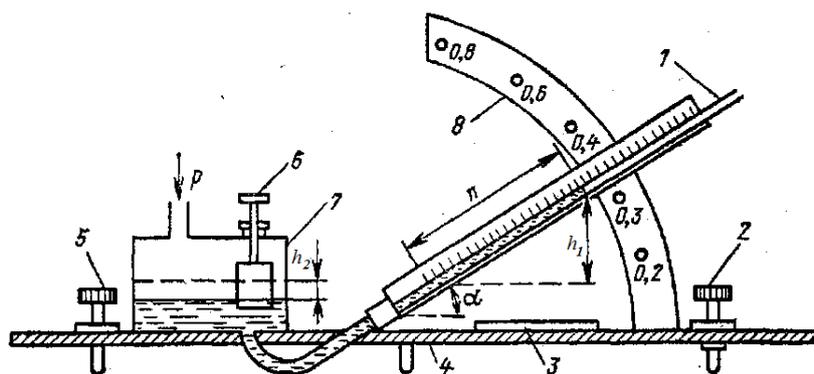


Рис. 2. Схема микроманометра типа ММН

Рассмотрим устройство микроманометра типа ММН. Прибор имеет пять диапазонов измерения (0-50, 0-75, 0-100, 0-150 и 0-200 кгс/м²). Он состоит из широкого сосуда 7, измерительной трубки 1, закрепленной на поворотном кронштейне, и приспособления 8 для фиксации угла наклона α измерительной трубки. Сосуд и все другие детали прибора укреплены на общем основании 4.

Микроманометр имеет шкалу (обычно 0-250 кгс/м²). Прибор снабжен двумя уровнями 3 с цилиндрическими ампулами. Для установки прибора по уровням служат два винта (2 и 5). Для установки в измерительной трубке уровня жидкости против нулевой отметки шкалы служит вытеснитель 6.

Для изменения диапазона измерения кронштейн с измерительной трубкой может быть установлен под пятью различными фиксированными углами наклона к горизонтальной плоскости. Каждому фиксированному углу наклона измерительной трубки, а, следовательно, и заданному диапазону измерения, соответствует определенное значение постоянной прибора.

Для фиксации кронштейна с измерительной трубкой при заданном значении постоянной прибора служит установочная дуга 8 с отверстиями. Кронштейн соединяется с дугой в нужном рабочем положении с помощью конического штифта, который на схеме не показан. Значения постоянных микроманометра (0,2; 0,3; 0,4; 0,6 и 0,8) при заполнении его этиловым спиртом плотностью 0,8095 г/см³ обозначены против отверстий на установочной дуге.

Приборы этого типа выпускаются классов точности 0,1 и 0,5.

Тарировка наклонного манометра производится по эталонному прибору, схеме которого приведена на рис. 3

Микроманометр типа ММ-250, является прибором компенсационного типа и предназначается для измерения давления или разности давлений воздуха и неагрессивных газов. Он состоит из двух сосудов 7 и 8, соединенных между собой резиновой трубкой 10.

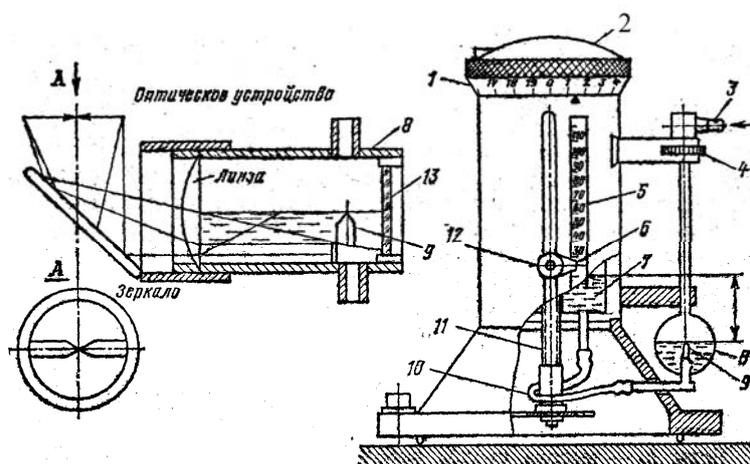


Рис. 3. Микроманометр компенсационного типа ММ

В центре сосуда 7 имеется гайка, через которую проходит микрометрический винт 11. Нижний конец микрометрического винта шарнирно соединен со станиной прибора, а верхний скреплен неподвижно с головкой 2. Таким образом, вращая головку 2, можно сосуд 7 перемещать вверх или вниз вдоль оси винта 11. Сосуд 7 перемещают до тех пор, пока уровень воды в сосуде 8 не коснется острия визирного штифта 9. Луч света, попадающий через боковое стекло 13, дает возможность наблюдать касание острия визирного штифта с его отражением от поверхности воды через специальное оптическое устройство, показанное на рис. 3.

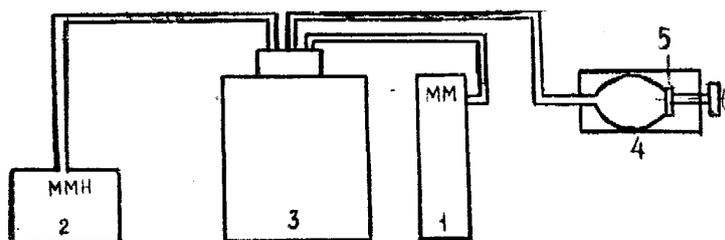
Перед началом работы прибор устанавливают по уровню, а указатель 6 и головку 2 устанавливают на нулевые отметки. Затем наполняют сосуды дистиллированной водой так, чтобы острие визирного штифта, видимое в зеркале, касалось своего отражения. Для точной подгонки нуля поднимают или опускают сосуд

8, вращая гайку 4. При измерении разрежения объект присоединяется к наконечнику 12, а при измерении давления - к наконечнику 3. Если надо измерить разность давлений, то область с большим давлением присоединяют к наконечнику 3, а с меньшим - к наконечнику 12.

Под влиянием давления или разности давлений вода в сосуде 7 поднимется, а в сосуде 8 опустится. Вращая головку 2, поднимают сосуд 7 и добиваются в зеркале совпадения вершины визирного штифта со своим отражением. Отсчет измеренного давления производят в миллиметрах водяного столба непосредственно по двум шкалам: целое число делений отсчитывается по шкале 5, а дробные подразделения - по шкале 1. Шкала 5 имеет деления через 1 мм, а шкала 1 разделяется на 100 частей с ценой деления, равной 0,01 мм.

Пределы допускаемой основной погрешности микроанометров типа ММ не превышают 0,12 мм вод. ст.

Схема тарирования по методу сравнения показаний исследуемого микроанометра с эталонным при измерении ими одного и того же давления приведена на рис. 4.



1-эталонный микроанометр; 2-таримуемый микроанометр; 3- сосуд;
4- сильфон; 5 – винт

Рис. 4. Схема соединения приборов при тарировании микроанометра типа ММН по эталонному микроанометру типа ММ-250

Микроманометры 1 (эталонный) и 2 (тарированный) одновременно присоединяются к сосуду 3, давление в котором может изменяться при помощи сильфона 4 вращением винта 5, которое приводит к изменению объема сильфона. Наконечники манометров, к которым при измерении разности давлений подводится меньшее давление (соответственно 12 у манометра 1 (рис.3)) и у манометра 2 (рис.2) остаются открытыми, т.е. сообщаются с атмосферой.

Задание. Обработка результатов измерений

1. Установить оба прибора по уровню и добиться того, чтобы начальный отсчет на обоих приборах совпадал с нулевым делением на отсчетных шкалах.

2. Винт 5 на установке 4 (рис. 4) выкрутить до отказа так, чтобы сильфон имел максимальный объем.

3. Соединить приборы по схеме, приведенной на рис.4. Проверить после соединения установку по уровням.

4. Установить, вращая головку 2, указатель на эталонном приборе на целое число мм по шкале 5, на шкале 1 должен быть 0 (рис 3).

5. Осторожно вращая винт 5 (рис.4) и глядя через оптическое устройство эталонного манометра, добиться касания указательного штифта и его отражения. Это соответствует равенству давления, установившегося в сосуде 3 (рис. 4) и того давления, которое создано установкой указателя. Одновременно сделать отсчет по тарированному манометру.

6. Дальнейшие измерения производятся при увеличении давления в аналогичном порядке. Начальный отсчет на эталонном приборе, интервал изменения давлений, общее число измерений и угол наклона, при котором тарировается прибор ММН, задается преподавателем.

7. Результаты измерений заносятся в таблицу 1.

8. Построить график зависимости $h_3 = f(n_T)$. Поскольку зависимость между показаниями эталонного и тарируемого манометров $h_3 = f(n_T)$ имеет линейный характер, то наилучшую оценку тарировочного коэффициента k_T дает метод наименьших квадратов. Подробнее с этим методом можно ознакомиться в учебном пособии [6].

Ниже приводится сводка формул и расчетная таблица для определения коэффициента k_T методом наименьших квадратов в случае линейной зависимости $h_3 = f(n_T)$.

Исходные данные: N равноточных измерений ($i=1,2,\dots,N$). Зависимость $h_3 = f(n_T)$ линейная, т.е. $h_3 = k_T n_T + b$ - уравнение прямой, в котором коэффициенты k_T и b подлежат определению методом наименьших квадратов.

Основные расчетные формулы:

$$k_T = \frac{\sum_{i=1}^n (n_{Ti} - \langle n_T \rangle) h_{3i}}{\sum_i (n_{Ti} - \langle n_T \rangle)^2};$$

$$b = \langle h_3 \rangle - k_T \langle n_T \rangle;$$

$$\langle n_T \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_{Ti}; \quad \langle h_3 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_{3i}.$$

Абсолютная погрешность Δk_T искомого тарифовочного коэффициента k_T определяется с помощью формулы:

$$(\Delta k_T)^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (h_{\varepsilon i} - k_T n_{T_i} - b)^2}{(N-2) \sum_{i=1}^N (n_{T_i} - \langle n_T \rangle)^2},$$

а затем $\Delta k_T = \sqrt{(\Delta k_T)^2}$ и относительная погрешность $\varepsilon_{k_T} = \frac{\Delta k_T}{k_T}$. В результате вычислений оценка тарифовочного коэффициента записывается следующим образом:

$$k_T - \Delta k_T \leq k_{T_{\text{г\o n\o d\i i\i a}}} \leq k_T + \Delta k_T;$$

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta k_T}{k_T} 100\%$$

$k = 0,6; 0,4; 0,2$; с доверительной вероятностью 0,95.

Таблица 1.

Таблица результатов измерений и расчетов для определения тарифовочного коэффициента k_T и его погрешности Δk_T

1	2	3	4	5
N	n_{T_i} ($i=1,2,\dots,N$)	$h_{\varepsilon i}$ (мм.вод.ст.)	$n_{T_i} - \langle n_T \rangle$	$(n_{T_i} - \langle n_T \rangle) h_{\varepsilon i}$

Продолжение таблицы 1

6	7	8	9
$(n_{T_i} - \langle n_T \rangle)^2$	$k_T n_{T_i} + b$	$h_{Эi} - (k_T n_{T_i} + b)$	$[h_{Эi} - (k_T n_{T_i} + b)]^2$

Литература

1. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
2. Преображенский В.П. Теплотехнические измерения и приборы. – М: Энергия, 1978.
3. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. - М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
4. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
5. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.
6. Кубышкина В.Д. Основные методы математической обработки результатов физического эксперимента. - Алма-Ата, 1974.

ТАРИРОВКА ТРУБКИ ПРАНДТЛЯ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО НАСАДКА

Цель работы:

1. Ознакомиться с устройством и назначением измерительных приборов – трубки Прандтля и цилиндрического насадка.
2. Установить соответствие показаний тарируемого и эталонного насадков, определить тарировочные коэффициенты.
3. Протарировать насадки по углу скоса потока, т.е. найти степень влияния отклонения оси насадка от направления скорости набегающего потока на показания манометра, соединенного с насадком.
4. По результатам эксперимента представить таблицы опытных данных и тарировочные графики.

Краткое теоретическое введение

Элементарная теория измерений давления и скорости

При экспериментальном исследовании аэродинамических характеристик тел, обтекаемых потоком, необходимо с достаточной достоверностью знать величину, а также направление скорости набегающего потока. Обычно величину скорости потока определяют по измерению давления.

Работа приемников давления и скорости основывается на законе Бернулли и потенциальной теории обтекания тел идеальной жидкостью. При малых скоростях движения в горизонтальном направлении, когда не учитывается сжимаемость жидкости (или газа) и плотность рассматривается как постоянная или как функция одной лишь температуры, уравнение Бернулли имеет вид:

$$\rho \frac{U^2}{2} + P_0 = const . \quad (1)$$

Применяя уравнение (1) к давлению P_0 и скорости U невозмущенного потока, к давлению P'_0 и скорости U' вблизи какого-либо обтекаемого тела, можно выразить связь между ними формулой (см. Рис.1).

$$\rho \frac{U^2}{2} + P_0 = \rho \frac{U'^2}{2} P'_0 . \quad (2)$$

У всякого тела, обтекаемого потоком, существует одна или несколько точек, где поток испытывает полное торможение (скорость потока в этих точках равна нулю). Такие точки называются критическими. Для критической точки уравнение (2) имеет вид:

$$\rho \frac{U^2}{2} + P_0 = P_n . \quad (3)$$

Выражение $\rho \frac{U^2}{2}$, измеряющееся в единицах давления (Па), характеризует динамическое давление (напор); P_0 - статическое давление в набегающем потоке; P_n - полное давление.

Уравнение (3) положено в основу пневмометрического метода измерения скорости потока несжимаемой жидкости.

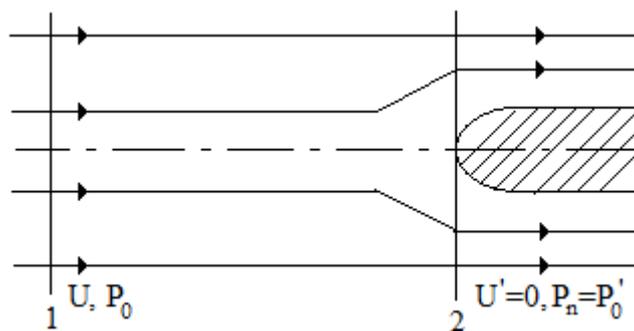


Рис. 1. Обтекание тела потенциальным потоком

В самом деле, если представляется возможность измерить полное давление P_n и статическое давление P_0 в потоке, то при известной плотности газа ρ скорость потока может быть определена выражением

$$U = \sqrt{\frac{2(P_n - P_0)}{\rho}}. \quad (4)$$

Полное давление P_n измеряется различными приемниками давления, помещенными в поток таким образом, что приемное отверстие расположено в критической точке. Простейшим приемником полного давления является изогнутая под прямым углом трубка (трубка Пито). Если находящуюся в воздушном потоке такую трубку (Рис.2) соединить с резервуаром манометра, оставив резервуар манометра открытым, то высота столбика жидкости в манометре уравнивает разность полного и атмосферного давлений.

С помощью трубки Пито можно измерить скорость потока, если статическое давление в потоке равно атмосферному. Для этого достаточно присоединить трубку

ко входному отверстию манометра «+» (давление в потоке больше атмосферного), а отверстие «-» оставить открытым. В этом случае показание манометра соответствует динамическому давлению в данной точке потока.

Часто возникает необходимость знать статическое давление на поверхности обтекаемых потоком тел или вблизи стенок канала. В таких случаях на поверхности или на внутренней стенке канала, параллельной потоку, делается малое отверстие, которое соединяется с манометром (Рис. 3).

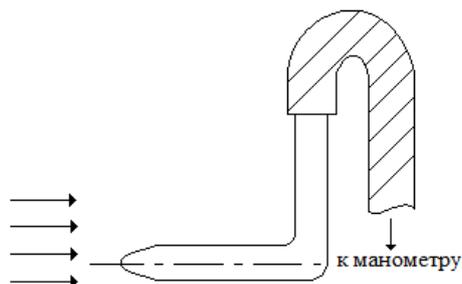


Рис. 2. Схема трубки Пито

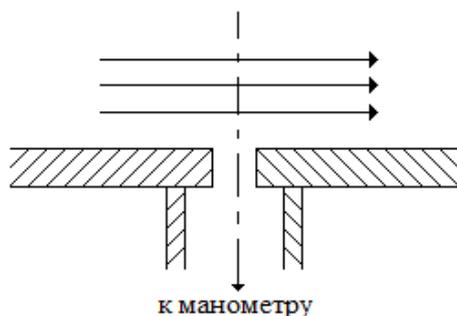


Рис. 3. Схема приемника статического давления

Рассматриваемый способ позволяет измерять статическое давление в потоках только вблизи стенок.

Отождествление статического давления в потоке с давлением на стенке может привести к погрешностям в $1 \div 5\%$ в зависимости от скорости потока. Поэтому для измерения статического давления в потоке применяются специальные трубки статического давления, которые устанавливаются непосредственно в поток (Рис. 4).

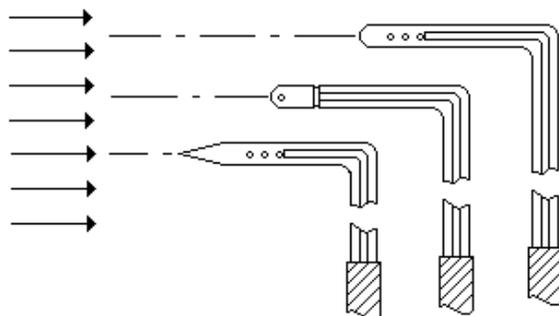


Рис. 4. Схемы различных трубок для измерения статического давления

Трубка Прандтля

Определение скорости потока несжимаемого газа впервые было произведено при помощи измерения статического давления на стенке и трубки полного давления, помещенной в поток. Однако более удобной для измерений и компактной в конструктивном отношении оказалась комбинированная трубка (трубка Пито и трубка статического давления), названная трубкой Прандтля (Рис.5а). В соответствии с потенциальной теорией обтекания полутела несжимаемой идеальной жидкостью на рис.5б приведена кривая распределения давлений (в относительных единицах) по поверхности наконечника трубки Прандтля. По оси ординат отложена величина \bar{P} , представляющая относительный коэффициент давления.

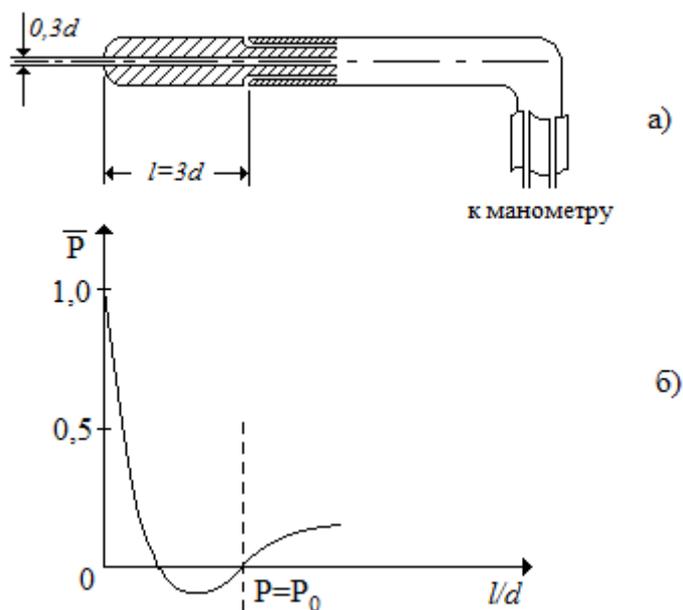


Рис. 5. а) Схема трубки Прандтля; б) Зависимость $\bar{P} = f\left(\frac{l}{d}\right)$.

Как видно из рис.5б, на поверхности трубки имеется область, находящаяся на расстоянии от передней критической точки $l/d = 3 \div 4$, для которой с достаточной точностью можно принять $\bar{P} = 0$ или $P_n = P_0$. Поэтому отверстие для измерения полного давления делается в передней критической точке, а щель (или ряд отверстий) для измерения статического давления – на боковой поверхности на расстоянии $l=3d$ от передней критической точки.

Разность давлений в этих отверстиях измеряется манометром, соединенным с этими отверстиями посредством трубок, проложенных внутри державки

$$P_n - P_0 = \rho \frac{U^2}{2}. \quad (5)$$

Вследствие конечных размеров трубки Прандтля и искажений ею потока динамическое давление измеряется с неизбежной погрешностью, величина которой определяется сравнением показаний трубки Прандтля с показаниями какого-либо эталонного измерителя скорости. Поэтому в формулу (5) вводится поправочный коэффициент ξ :

$$U = \sqrt{\frac{2(P_n - P_0)\xi}{\rho}}. \quad (6)$$

Формула (6) дает возможность определить коэффициент ξ . Величина скорости потока определяется из соотношении (6) при условии, что коэффициент тарировки ξ известен. Величина тарировочного коэффициента ξ имеет определенное значение для каждой измерительной трубки. Разность давлений $P_n - P_0$ измеряется манометром типа ММН, присоединенным к выводным отверстиям тарированной трубки. В данной работе эталонным прибором является трубка Пито. Таким образом, чтобы вычислить величину скорости потока по формуле (6), необходимо знать, кроме измеряемой в опыте величины разности давлений $P_n - P_0$, тарировочный коэффициент трубки Прандтля ξ и плотность воздуха в условиях опыта ρ .

Плотность воздуха в условиях опыта может быть определена приближенно из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$\rho = \frac{\rho_0 B T_0}{B_0 T}, \quad (7)$$

где B - барометрическое давление (Па), T - абсолютная температура (К) в условиях опыта, ρ_0 , B_0 , T_0 – соответственно плотность воздуха, давление и температура при нормальных условиях. Так как $\rho_0=1,225$ кг/м³, $B_0=101325$ Па, $T_0=273$ К, то расчетная формула для определения плотности воздуха имеет вид:

$$\rho = 0,0033 \frac{B}{T} \text{ (кг/м}^3\text{)}. \quad (8)$$

Цилиндрический насадок

Для определения величины и направления скорости в двумерном потоке применяется цилиндрический насадок (рис.6а) он имеет три отверстия на своей боковой поверхности, два из которых (1 и 3) расположены симметрично относительно центрального (2) (см. рис.6б). для определения величины скорости в какой-либо точке потока необходимо измерить давления P_1 , P_2 , P_3 с помощью отверстий 1, 2, 3.

Как следует из теории поперечного обтекания цилиндрической поверхности плоским однородным потоком несжимаемого идеального газа, распределение давления по поверхности цилиндра описывается формулой

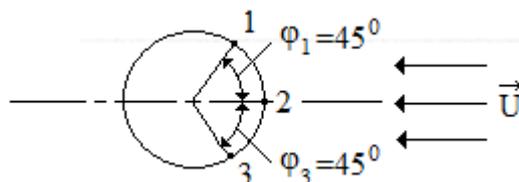
$$\bar{P}_i = \frac{2(P_i - P_0)}{\rho U^2} = 1 - 4 \sin^2 \varphi, \quad (9)$$

где \bar{P}_i - коэффициент давления, относящийся к i -му отверстию ($i=1,2,3$), P_i - давление, фиксируемое i -м

отверстием, P_0 - статическое давление в потоке, U - скорость набегающего потока в месте расположения насадки, φ - угол, отсчитываемый от линии, совпадающей с направлением потока.



а) продольное сечение насадки



б) поперечное сечение насадки

Рис. 6. Схема цилиндрического насадка и расположение отверстий 1,2,3 на его поверхности

С учетом (9) для отверстий 1 и 3 на поверхности цилиндрического насадка относительный коэффициент давления \bar{P}_{13} будет равен :

$$\bar{P}_{13} = \frac{2(P_1 - P_3)}{\rho U^2} = 4(\sin^2 \varphi_3 - \sin^2 \varphi_1). \quad (10)$$

Если отверстия 1 и 3 сделаны под углами $\varphi_1 = -\varphi_3$ по отношению к отверстию 2, для которого принято $\varphi = 0$, расположенному таким образом, чтобы ось ММ совпала с направлением скорости (в этом случае угол α между

направлением скорости потока и осью ММ равен 0, то из (10) следует, что $\bar{P}_{13} = 0$.

Если же скорость набегающего потока \vec{U}' составляет угол α с линией ММ (рис.7), то \bar{P}_{13} будет отличным от нуля и определяется по формуле:

$$\bar{P}_{13} = 4 \sin 2\alpha . \quad (11)$$

Коэффициент давления \bar{P}_{23} в случае, когда отверстие 2 расположено навстречу потоку со скоростью \vec{U} (т.е. $\alpha=0$), имеет вид:

$$\bar{P}_{23} = \frac{2(P_2 - P_3)}{\rho U^2} = 4 \sin^2 \varphi_3, (\varphi_2 = 0) . \quad (12)$$

Введем в равенство (12) тарировочный коэффициент ξ :

$$\bar{P}_{23} = \frac{2(P_2 - P_3)}{\rho U^2} = \xi \cdot 4 \sin^2 \varphi_3, (\varphi_2 = 0) . \quad (13)$$

При условии, что $\varphi_3 = 45^\circ$, теоретическое значение коэффициента $\xi=0,5$. Опыт показывает однако, что величина ξ несколько отличается от значения 0,5. Тарирование цилиндрического насадка по скорости заключается в определении опытным путем значения тарировочного коэффициента ξ .

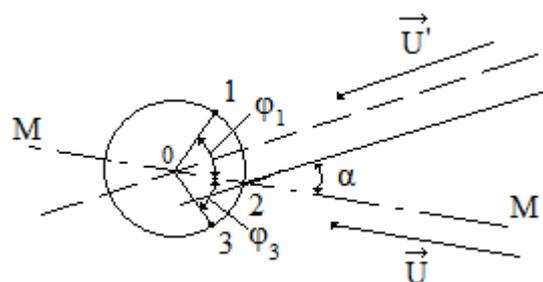


Рис.7. Схематическое изображение обтекания цилиндрической поверхности

Описание установки и методика эксперимента

Тарировка трубки Прандтля по скорости

Для определения тарировочного коэффициента ξ трубки Прандтля используется экспериментальная установка, схема которой изображена на рис. 8, содержащая: 1) устройство для получения однородного по скорости в начальном участке потока воздуха; 2) два микроманометра 1 и 2 (оба типа ММН) с известными постоянными k_ε и k_m ; 3) эталонную трубку Пито, тарировочный коэффициент которой $\xi_\varepsilon=1$; 4) тарируемую трубку Прандтля с приспособлением для ее установки под углом α по отношению к осевой линии потока (лимб, позволяющий устанавливать тарируемую трубку под различными углами α в пределах $\pm 45^\circ$ с ценой деления 1°); 5) резиновые шланги для соединения отводных трубок насадков с микроманометрами; 6) штатив для закрепления трубки Пито.

Коэффициент тарировки трубки Прандтля ξ определяется путем сравнения показаний микроманометров ММН 1 и ММН 2, соединенных соответственно с трубкой Пито и трубкой Прандтля по схеме рис. 8.

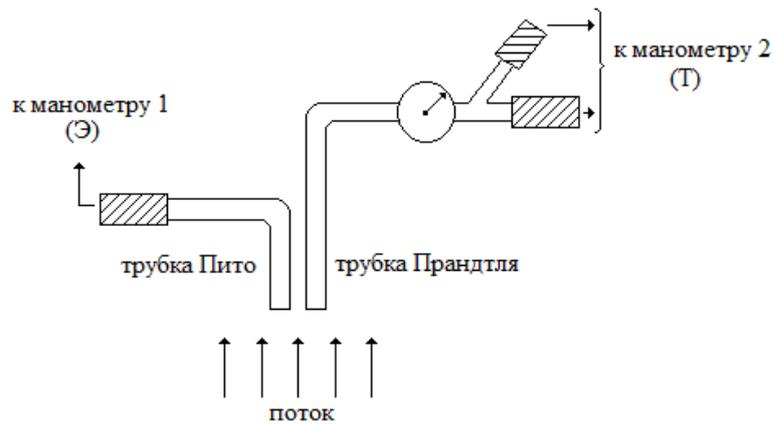


Рис. 8. Схема установки для тарировки трубки Прандтля

Отводное отверстие трубки Пито с помощью резинового шланга подсоединяется к отверстию «+» ММН 1, а резервуар его остается открытым. Тогда показание шкалы этого манометра n_z (в делениях), умноженное на коэффициент k_z , численно равно динамическому давлению $\rho \frac{U^2}{2}$ (при условии, что статическое давление в потоке P_0 равно атмосферному). Отводные отверстия трубки Прандтля присоединяются к ММН 2 следующим образом: отверстие, связанное с критической точкой трубки Прандтля, соединяется с «+» ММН 2, а отверстие для измерения статического давления P_0 – с отверстием резервуара манометра ММН 2 (рис. 9). В этом случае показание шкалы ММН 2 n_T (в делениях) с учетом постоянной k_T соответствует разности давлений $(P_n - P_0)$, выраженной в кгс/м². Таким образом, формула (6) для нахождения коэффициента ζ имеет вид:

$$k_z n_z = \zeta k_T n_T . \quad (14)$$



Рис. 9. Схема подсоединения трубки Прандтля к микроманометру

Оба насадка помещают в начальный участок потока, сформированный соплом прямоугольного сечения, причем оба эти насадка устанавливаются друг от друга на расстоянии не менее десяти диаметров трубки Прандтля. С помощью заслонки задают различные значения скорости потока, измеряемой одновременно манометрами 1 и 2. Поскольку зависимость (14) между показаниями эталонного $k_s n_s$ и тарированного $k_T n_T$ насадков линейна, то наилучшую оценку тарировочного коэффициента ξ дает метод наименьших квадратов. Рассмотрим это применительно к данной задаче. (Подробно этот метод изложен в учебном пособии [6]). Представим (14) в общем виде – в виде уравнения прямой

$$k_s n_s = \xi k_T n_T + b, \quad (15)$$

в котором неизвестные коэффициенты ξ и b подлежат определению методом наименьших квадратов. Исходными данными являются N равнозначных измерений $(k_s n_s)_i$,

$(k_T n_T)_i$, $(i = 1, 2 \dots N)$. Основные расчетные формулы для определения ξ и b имеют вид:

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^N [(k_T n_T)_i - \overline{(k_T n_T)}] (k_3 n_3)_i}{\sum_{i=1}^N [(k_T n_T)_i - \overline{(k_T n_T)}]^2};$$

$$\overline{(k_T n_T)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (k_T n_T)_i;$$

(16.a)

$$b = \overline{(k_3 n_3)} - \xi \overline{(k_T n_T)}; \quad \overline{(k_3 n_3)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (k_3 n_3)_i.$$

Абсолютная погрешность $\Delta \xi$ искомого тарифовочного коэффициента ξ определяется косвенно с помощью формулы для $(\Delta \xi)^2$:

$$(\Delta \xi)^2 = \frac{\sum_i [(k_3 n_3)_i - (k_T n_T)_i - b]^2}{(N - 2) \sum_i [(k_T n_T)_i - \overline{k_T n_T}]^2}, \quad (16.б)$$

следовательно $\Delta \xi = \sqrt{(\Delta \xi)^2}$ и относительная погрешность равна $\varepsilon_\xi = \frac{\Delta \xi}{\xi}$. В результате вычислений оценка тарифовочного коэффициента записывается следующим образом:

$$\xi - \Delta\xi < \xi_{уст} \leq \xi + \Delta\xi .$$

Кроме того записываются относительная погрешность ε_ξ полученного результата и доверительная вероятность $F=0,95$.

Результаты измерений и расчеты для определения тарировочного коэффициента трубки Прандтля ζ оформляются в виде таблицы 1, приведенной в приложении. По данным таблицы 1 и по формулам (16.а) и (16.б) вычисляются: тарировочный коэффициент ζ и его погрешности $\Delta\xi$, ε_ξ .

Тарировка трубки Прандтля по углу скоса

Практически важным свойством измерительного насадка является степень зависимости показаний тарируемой трубки Прандтля от ориентации ее головки относительно направления скорости потока \vec{U} . Поэтому кроме тарировочного коэффициента ζ необходимо знать угловую характеристику насадка, которая определяет зависимость измеряемого им давления от отклонения оси насадка относительно направления скорости набегающего потока. Для определения угловой характеристики задается вполне определенное фиксированное значение скорости потока U , не меняющееся в процессе опыта, а трубку Прандтля при помощи лимба поворачивают на разные углы по отношению к осевой линии потока, считая при этом, что коэффициент ζ при угле поворота α , равно нулю, известен (на основании пункта «Тарировка трубки Прандтля по скорости»).

Угловую характеристику насадка можно представить в виде некоторой функции от угла α поворота:

$$f(\alpha) = \frac{(\Delta P_\alpha - \Delta P_{\alpha=0})}{\Delta P_{\alpha=0}}, \quad (17)$$

где $\Delta P_{\alpha=0} = P_{n,\alpha=0} - P_0$ и $\Delta P_\alpha = P_{n,\alpha} - P_0$ – избыточные давления, измеряемые насадком соответственно при $\alpha=0$ и $\alpha \neq 0$.

При экспериментальном определении угловой характеристики трубки Прандтля используется, как и прежде, установка, изображенная на рис.8, однако теперь с помощью лимба, позволяющего изменять наклон трубки Прандтля по отношению к направлению потока, можно измерять значения ΔP_α . Если при некотором угле α этого наклона избыточное давление, измеренное микроманометром ММН 2, $\Delta P_\alpha = P_{n\alpha} - P_0 = (k_T n_T)_\alpha$, а при $\alpha=0$ $\Delta P_{\alpha=0} = P_{n\alpha=0} - P_0 = (k_T n_T)_{\alpha=0}$, то выражение (17) примет вид:

$$f(\alpha) = \frac{((k_T n_T)_\alpha - (k_T n_T)_{\alpha=0})}{(k_T n_T)_{\alpha=0}}. \quad (18)$$

Измерения заносят в таблицу 2 (см. приложение) производят расчет угловой характеристики трубки Прандтля. По данным измерений строится график функции $f(\alpha)$, при помощи которого определяется «зона чувствительности», т.е. интервал углов α , в котором погрешность измерений не превышает заданной величины (её величина равна примерно $1 \div 1,5$ %).

Тарировка цилиндрического насадка по скорости

Насадок, применяемый для измерения величины скорости потока, должен быть нечувствительным к

отклонениям направления скорости потока в пределах $10 \div 15^{\circ}$ от оси головки насадка. Стандартная трубка Прандтля удовлетворяет этому условию в интервале до углов примерно $\pm 15^{\circ}$, т.к. у нее для отклонений до $\pm 15^{\circ}$ избыточное давление $(P_{n\alpha} - P_0)$ остается нечувствительным, а затем с увеличением угла $\alpha > 15^{\circ}$ уменьшается. Поэтому трубка Прандтля не пригодна для определения направления скорости в поле течения; она служит лишь для измерения величины скорости потока. В отличие от трубки Прандтля, цилиндрический насадок позволяет определять не только величину, но и направление скорости потока.

Тарировка цилиндрического насадка по скорости заключается в том, что опытным путем определяется коэффициент ξ , введенный в формулу (13), которую при условии $\varphi_3 = 45^{\circ}$ представим в виде:

$$P_2 - P_3 = 2\xi \left(\frac{\rho U^2}{2} \right). \quad (19)$$

Цилиндрический насадок (рис.6) устанавливается на координатнике (вместо трубки Прандтля) таким образом, чтобы ось его была перпендикулярна осевой линии потока, и располагается в центре начального участка воздушного потока так, чтобы центральное его отверстие 2 было направлено навстречу потоку. Центральное отверстие 2 и одно из боковых (либо 3, либо 1) подсоединяются к манометру 1. Боковые отверстия 1 и 3 насадка присоединяются к манометру 2. На расстоянии примерно десяти диаметров поперечного сечения насадка в тот же поток вставляют эталонную трубку Пито, присоединенную к манометру 3. Изменяя значения скорости потока (в интервале от U_{min} до U_{max}), производят $10 \div 15$ измерений,

записывая одновременно показания манометра 3 (трубки Пито) и манометра 1 (отверстия насадка 2 и 3). При этом показания манометра 2, соединенного с боковыми отверстиями 1 и 3 насадка, в процессе опыта все время должны быть нулевыми, т.е. должно соблюдаться условие $P_1=P_3$.

Формула (19) для непосредственных измерений имеет вид:

$$(k_T n_T)_{2-3} = 2\xi(k_s n_s), \quad (20)$$

т.е. также, как и (14), представляет собой уравнение прямой $(k_T n_T)_{2-3} = 2\xi(k_s n_s) + b$. Поэтому тарировочный коэффициент ξ и его погрешность $\Delta\xi$ определяется методом наименьших квадратов, аналогично тому, как это делается в пункте «Тарировка трубки Прандтля по скорости».

Результаты измерений и расчеты для определения тарировочного коэффициента цилиндрического насадка ξ , его погрешностей $\Delta\xi$, \mathcal{E}_ξ оформляются в виде таблицы 3, приведенной в приложении.

Тарировка цилиндрического насадка по углу скоса

Для тарировки цилиндрического насадка по углу скоса потока при заданном (одном) значении скорости потока U (которая фиксируется эталонной трубкой Пито) определяют угловые характеристики насадка:

$$f_1(\alpha) = \frac{(k_1 n_1)_\alpha}{k_s n_s}; \quad f_2(\alpha) = \frac{(k_2 n_2)_\alpha - (k_2 n_2)_{\alpha=0}}{k_s n_s};$$

$$f_3(\alpha) = \frac{(k_3 n_3)_\alpha}{k_3 n_3}; \quad f(\alpha) = \frac{f_1(\alpha) - f_3(\alpha)}{f_1(\alpha) + f_3(\alpha)}.$$

К отверстиям цилиндрического насадка 1,2,3 присоединяют микроманометры, вторые колена которых остаются открытыми, и снимают зависимость показаний микроманометров соответственно $k_1 n_1$, $k_2 n_2$, $k_3 n_3$ от угла скоса α (угол α изменяют при помощи лимба от 0° до $\pm 40^\circ$ через каждые 5° , см. рис.10). Данные измерений и расчетов заносят в таблицу 4, приведенную в приложении.

По данным таблицы 4 строят графики функции $f_2(\alpha)$ и $f(\alpha)$. График функции $f_2(\alpha)$ позволяет определить «зону нечувствительности» для угла α , т.е. такие его значения, при которых ошибка измерения полного давления не превышает некоторой заданной величины. График функции $f(\alpha)$ используется в экспериментальных исследованиях для определения по измеренным для симметричных отверстий 1 и 3 значениям $(k_1 n_1)_\alpha$ и $(k_3 n_3)_\alpha$ (а следовательно и разности $[(k_1 n_1)_\alpha - (k_3 n_3)_\alpha]$ угла α , характеризующего наклон насадка, или, что то же самое, направление скорости потока относительно оси насадка.

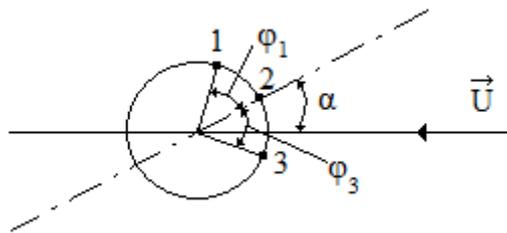


Рис. 10. Схема определения угла цилиндрического насадка (1,2,3- приемные отверстия насадка)

Задание. Обработка результатов измерений

1. Собрать установку по схеме рис.8 для тарировки трубки Прандтля по скорости. Установить микроанометры 2 и 1 по уровням и добиться того, чтобы без подвода к ним давлений извне (в обоих приборах) начальные отсчеты совпадали с нулевыми делениями на отсчетных шкалах (это требование соблюдать и во всех последующих измерениях для всех применяемых в работе микроанометров). Включить компрессор и, задавая значения скорости потока в пределах от U_{min} до U_{max} снять 10÷15 измерений показаний микроанометров n_s и n_t . Результаты измерений и расчетов оформить в виде таблицы 1 и по ним определить значение тарировочного коэффициента трубки Прандтля ζ и его погрешность $\Delta\zeta$ согласно пункту «Тарировка трубки Прандтля по скорости».

По известному значению коэффициента ζ вычислить (в качестве примера) одно значение скорости потока U по формуле (7), предварительно определив плотность воздуха ρ по формуле (8).

2. Протарировать трубку Прандтля с помощью той же самой установки, что и в п.1, по углу скоса α . Для этого все измерения, расчеты и оформление результатов произвести согласно рекомендациями пункта «Тарировка трубки Прандтля по углу скоса». По тарировочному графику угловой характеристики трубки Прандтля оценить экспериментальную «зону нечувствительности» насадка, т.е. интервал углов α , в котором погрешность измерений не превышает 1÷2%.

3. Вынуть из координатика трубку Прандтля и вместо нее закрепить в нем цилиндрический насадок таким образом, чтобы его центральное отверстие 2 было расположено навстречу потоку (условие равенства давлений $P_1=P_3$ по показаниям манометра 2 в схеме рис.6).

Протарировать насадок по скорости и оформить

результаты измерений согласно описанию пункта «Тарировка цилиндрического насадка по скорости». По вычисленному из данных эксперимента тарировочному коэффициенту насадка ξ определить в качестве конкретного примера одно из значений скорости потока U по формуле (19), которая для определения скорости U имеет вид:

$$U = \sqrt{\frac{2(P_2 - P_3)}{\rho 2\xi}} = \sqrt{\frac{(k_T n_T)_{2-3}}{\rho 2\xi}}.$$

4. С помощью схемы установки, применяемой для выполнения задания 3, протарировать цилиндрический насадок по углу скоса и определить его угловые характеристики согласно заданию, подробно описанному в пункте «Тарировка цилиндрического насадка по углу скоса». По данным тарировки из графика $f(\alpha)$ определить направление скорости потока для произвольно выбранного угла скоса α .

5. Результаты измерений и расчеты оформить в виде таблиц 1-4, приведенных в приложении.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Таблица 1.

**Результаты измерений и расчет тарифовочного коэффициента
трубки Прандтля ξ и его погрешности $\Delta\xi$**

Измерения №	n_{Ti} (дел.)	$(k_T n_T)_i$ кгс/м ²	n_{Si} (дел.)	$(k_S n_S)_i$ кгс/м ²	$(k_T n_T)_i - \frac{[(k_T n_T)_i - (k_S n_S)_i]}{k_T n_T}$	$\frac{[(k_T n_T)_i - (k_S n_S)_i]}{k_T n_T} \cdot [(k_T n_T)_i - (k_S n_S)_i]$	$\frac{[(k_T n_T)_i - (k_S n_S)_i]}{k_T n_T} - \frac{[(k_T n_T)_i - (k_S n_S)_i]}{k_T n_T}$	$[(k_S n_S)_i - (k_T n_T)_i - b]^2$
-------------	--------------------	-------------------------------------	--------------------	-------------------------------------	---	---	---	-------------------------------------

Таблица 2.

**Результаты измерений и расчет угловой характеристики
трубки Прандтля**

Измерения №	α^0	n_T (дел.)	$k_T n_T$ кгс/м ²	$(k_T n_T)_{\alpha=0}$	$f(\alpha)$
-------------	------------	-----------------	---------------------------------	------------------------	-------------

Таблица 3.

**Результаты измерений и расчет тарифовочного коэффициента
 2ξ и его погрешности для цилиндрического насадка**

Измерения №	n_{Ti} (дел.)	$(k_T n_T)_i$ кгс/м ²	n_{Si} (дел.)	$(k_S n_S)_i$ кгс/м ²	$(k_S n_S)_i - \frac{[(k_S n_S)_i - (k_T n_T)_i]}{k_S n_S} \times (k_T n_T)_i$	$\frac{[(k_S n_S)_i - (k_T n_T)_i]}{k_S n_S} \times [(k_S n_S)_i - (k_T n_T)_i]$	$\frac{[(k_S n_S)_i - (k_T n_T)_i]}{k_S n_S} - \frac{[(k_S n_S)_i - (k_T n_T)_i]}{k_S n_S}$	$[(k_S n_S)_i - (k_T n_T)_i - b]^2$
-------------	--------------------	-------------------------------------	--------------------	-------------------------------------	--	--	---	-------------------------------------

Таблица 4.

**Результаты измерений и расчет угловой характеристики
цилиндрического насадка**

Измерения №	α^0	$n_{1\alpha}$	$(k_1 n_1)_\alpha$	$f_1(\alpha)$	$n_{2\alpha}$	$(k_2 n_2)_\alpha$	$(k_2 n_2)_\alpha - (k_2 n_2)_{\alpha=0}$	$f_2(\alpha)$	$n_{3\alpha}$	$(k_3 n_3)_\alpha$	$f_3(\alpha)$	$f_1(\alpha) - f_3(\alpha)$	$f_1(\alpha) + f_3(\alpha)$	$f(\alpha)$
-------------	------------	---------------	--------------------	---------------	---------------	--------------------	---	---------------	---------------	--------------------	---------------	-----------------------------	-----------------------------	-------------

Литература

1. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
2. Преображенский В.П. Теплотехнические измерения и приборы. – М: Энергия, 1978.
3. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. - М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
4. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
5. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.
6. Кубышкина В. Д. Основные методы математической обработки результатов физического эксперимента. – Алма-Ата, 1974.

ТАРИРОВКА СФЕРИЧЕСКОГО НАСАДКА

Цель работы:

1. Изучить устройство и принцип действия сферического насадка, применяемого при определении вектора средней скорости тела.
2. Получить тарировочные кривые для определения величины скорости и угла скоса потока относительно первоначально выбранного направления.

Краткое теоретическое введение

Рассмотрим сферический насадок, к которому можно применить, в известной мере, результаты, получаемые из рассмотрения потенциального обтекания сферы идеальной жидкостью. Потенциал скоростей в этом случае имеет вид

$$\varphi = V_0 x \left(1 + \frac{R^3}{2r^3} \right), \quad (1)$$

если скорость течения в бесконечности параллельна оси x , R - радиус сферы, а $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Отсюда скорость на поверхности шара

$$V^2 = V_0^2 \frac{9}{4} \left(1 - \frac{x^3}{r^3} \right) = \frac{9}{4} V_0^2 \sin^2 \varphi. \quad (2)$$

Распределение давлений на поверхности получится из интеграла Бернулли в виде

$$\bar{P} = \left(1 - \frac{9}{4} \sin^2 \varphi\right), \quad (3)$$

где

$$\bar{P} = \frac{P - P_3}{\frac{1}{2} \rho V_0^2}. \quad (4)$$

В критической точке, как обычно, $\bar{P} = 1$ и кроме того в точке $\varphi = 42^\circ$ будет $\bar{P} = 0$. Разность давлений в двух произвольных точках, расположенных на одном меридиане при условии, что вектор скорости находится в плоскости меридиана, будет

$$P_1 - P_3 = \frac{1}{2} \rho V_0^2 \frac{9}{4} (\cos^2 \varphi_1 - \cos^2 \varphi_3), \quad (5)$$

что для критической точки и любой другой дает

$$P_1 - P_3 = \frac{1}{2} \rho V_0^2 \frac{9}{4} \sin^2 \varphi_3. \quad (6)$$

Если одно отверстие расположено под углом φ_1 относительно критической точки, а второе под углом $\varphi_3 = 360^\circ - \varphi_1$, то при отклонении направления потока в плоскости того же меридиана от критической точки на угол $\Delta\varphi$ разность давлений в двух точках будет

$$P_1 - P_3 = -\frac{9}{4} \frac{1}{2} \rho V_0^2 \sin^2 2\Delta\varphi \cdot \sin \varphi_1. \quad (7)$$

При заданном $\Delta\varphi$ наибольшее значение разность $P_1 - P_3$ будет иметь, если $\varphi_1 = 45^\circ$; если же выбраны углы φ_1 и $\varphi_3 = -\varphi_1$, то разность $P_1 - P_3$ пропорциональна $\sin 2\Delta\varphi$.

Распределение давления по сфере, получаемое из опыта, совпадает с теоретическими результатами в пределах изменения угла от $\varphi = 0^\circ$ до $\varphi = 30^\circ \div 60^\circ$.

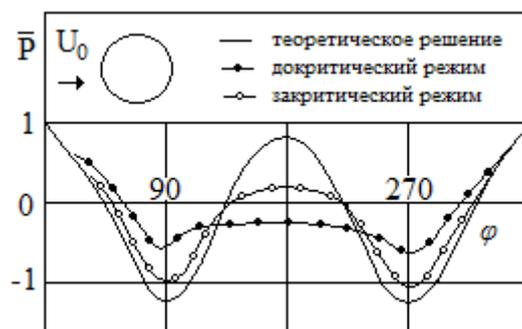


Рис. 1. Распределение давления по сфере

Это дает основание ожидать, что сделанные выводы о величине и разности давлений в разных точках на поверхности сферы верны, если центральный угол между направлением потока и радиусом, проходящим через точку на поверхности сферы, не более $\varphi = 30^\circ \div 60^\circ$. В применяемых на практике сферических насадках крайние отверстия располагаются не далее чем под углами $\varphi \approx 50^\circ$ относительно центрального отверстия, чаще же эти углы равны $\varphi \approx 40^\circ \div 45^\circ$.

Достаточно хорошее совпадение линий опытного и теоретического распределения давления по поверхности сферы не позволяет все же обойтись без тарирования сферических насадков. Основными причинами этого

являются всевозможные неточности в изготовлении насадков (величина, положение и обработка отверстий, постоянство кривизны самой сферы и т.п.) и влияние ручки (державки) прибора.

Описание установки и методики измерений

Воздушный поток, создаваемый вентилятором, вытекает из сопла и распространяется так, что ось потока горизонтальна. В потоке помещается вблизи от выхода из сопла сферический насадок с пятью отверстиями, подключенными каждое к своему манометру. Насадок закрепляется в координатнике, который позволяет вращать насадок вокруг оси (в плоскости, проходящей через отверстия 1, 2, 3), а также в плоскости, проходящей через отверстия 4, 5, 2.

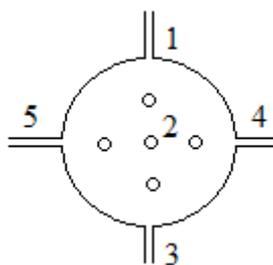


Рис. 2. Схема сферического насадка

В любом отверстии на поверхности насадка величину давлений можно представить в виде:

$$P_1 = P_0 + \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \xi_1 \quad (8)$$

$$P_2 = P_0 + \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 \xi_2 \quad (9)$$

и т.д. где P_0 -статическое давление в потоке вдали от насадка, ρV_∞^2 -динамическое давление, определяемое отдельно по показаниям контрольного манометра или с помощью трубки Пито, установленной на выходе из насадка, ξ_i -поправочный коэффициент, который может быть определен только опытным путем.

Для определения ξ_i надо использовать выражение

$$\xi_i = \frac{P_i - P_0}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2}, \quad (10)$$

где $P_i - P_0$ -показание соответствующего манометра, $i=1,2,3,4,5$. Эти данные служат для построения тарировочной кривой.

ξ_i может быть как больше, так и меньше нуля, не зависит от скорости потока, не зависит от величины угла, определяющего положение отверстия относительно направления потока.

Для определения угла скоса потока φ в плоскости меридиана, проходящего через отверстия 4-2-5, составляется соотношение

$$\xi_\varphi = \frac{\xi_4 - \xi_5}{\xi_2 - \xi_1} = \frac{P_4 - P_5}{P_2 - P_1} = f(\varphi). \quad (11)$$

Отсюда, построив соответствующие графики $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$ и ξ_φ можно определить по ним величину и направление потока в пространстве.

Коэффициенты ξ_1, ξ_2 и ξ_3 определяются, когда сферический насадок вращается в вертикальной плоскости.

При этом давления в отверстиях 4 и 5 должны быть равными ($P_4 = P_5$). Для определения ξ_4 и ξ_5 необходимо насадок вращать в горизонтальной плоскости, при этом давления в отверстиях 1 и 3 должны быть равными ($P_1 = P_3$).

Для выполнения вращения сферического насадка в вертикальной плоскости служит устройство с круговым лимбом, насаживающееся на державку насадка. В горизонтальной плоскости насадок вращается вместе со стойкой крепления. Отсчет углов ведется по круговому лимбу, укрепленному на станине координатника.

Задание. Обработка результатов измерений

1. Подключить к штуцерам, соответствующим отверстиям сферического насадка 1,2,3,4,5 пять манометров. Еще один манометр подключить к контрольному отверстию сопла, из которого вытекает воздушный поток.

2. Установить с помощью круговых лимбов насадок в потоке так, чтобы ($P_1 = P_3$), а ($P_4 = P_5$), при этом показания манометра, присоединенного к отверстию 2 P_2 будут максимальными для данной начальной скорости. В этом случае φ в горизонтальной и вертикальной плоскости равны 0 (отметить начало отсчета). Изменяя начальную скорость потока с помощью заслонки, снять зависимость показаний манометра, подсоединенного к отверстию 2 от показаний контрольного манометра. Построить зависимость $P_2 = f(P_k)$. Из уравнения $u_0 = \xi u_k$ найти тарировочный коэффициент ξ графическим методом (u_0 - скорость по показаниям сферического насадка, u_k - скорость по показаниям контрольного манометра).

3. Установить насадок в горизонтальной плоскости так, чтобы $P_4 = P_5$. Вращая насадок вокруг оси через 5° от -50° до $+50^\circ$ измерить $P_1 P_2 P_3$. Измерения произвести 3 раза. Результаты для каждого угла усреднить. U_0 задается преподавателем.

4. Установить насадок так, чтобы $P_1 = P_3$. Вращая стойку координатника так, чтобы менялись давления P_4 и P_5 , произвести измерения этих давлений в пределах углов $-50^\circ +50^\circ$ через 5° . Измерения произвести 3 раза. Результаты усреднить.

5. Вычислить $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$ - по формуле (10). Вычислить ξ_φ по формуле (11). При этом u_∞ соответствует скорости, вычисленной по показаниям контрольного манометра с учетом коэффициента ξ .

6. Построить график зависимости $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$ от угла φ . Масштаб для ξ_φ необходимо увеличить по сравнению с масштабом $\xi_1 - \xi_5$ в 10 раз.

Таблица 1.

Для результатов измерений давления в контрольном отверстии и в центральном отверстии сферического насадка

№	$k = \frac{P_1}{P_k}$	P_k	$k = \frac{P_3}{P_2}$	P_2	U_k	U_0
1						
2						
3						
⋮						

Таблица 2.

Определение тарировочных коэффициентов сферического насадка

φ^0	$k =$	P_1	$k =$	P_2	$k =$	P_3
	n_1		n_2		n_3	
	измерения		измерения		измерения	
	I	II	III	I	II	III

продолжение таблицы 2

$k =$	P_4	$k =$	P_5	ξ_1	ξ_2	ξ_3	ξ_4	ξ_5
n_4		n_5						
измерения		измерения						
I	II	III	I	II	III			

Литература

1. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
2. Преображенский В.П. Теплотехнические измерения и приборы. – М: Энергия, 1978.
3. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. – М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
4. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
5. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЫ

Цель работы:

1. Ознакомиться с устройством и принципом действия аэродинамической трубы.
2. Определить основные параметры аэродинамической трубы.

Краткое теоретическое введение

Назначение и классификация аэродинамических труб

Лабораторные установки, создающий газовый поток заданных параметров для экспериментального изучения обтекания твердых тел, называют аэродинамическими трубами. Помещая в этот поток исследуемое тело (модель летательного аппарата, автомобиля, поезда и т.п.), можно определить действующие на него аэродинамические нагрузки.

Исследование силового взаимодействия потока и обтекаемого тела представляет собой одну из важнейших задач аэродинамики, решаемых с помощью эксперимента в аэродинамических трубах. В большинстве случаев при проведении таких исследований модель закрепляется в трубе, а газовый поток набегаем на модель с заданной скоростью. Это приводит к тому, что силовое взаимодействие потока и тела происходит в условиях так называемого **обращенного движения** (в противоположность такому движению полет тела в неподвижной газовой среде носит название прямого движения).

Принцип обращения, как это следует из принципа относительности классической механики, применим в

случае прямолинейного равномерного поступательного движения тела. При соблюдении этих условий силовое воздействие потока на тело будет одинаковым как в прямом, так и в обратном движении.

В основном все используемые в настоящее время аэродинамические трубы можно разделить по конструктивным признакам на трубы замкнутого и незамкнутого типа. В трубах первого типа непрерывно циркулирует одна и та же масса газа. Трубы замкнутого типа могут работать при различных давлениях в закрытой рабочей части и использоваться, следовательно, как трубы переменной плотности, обеспечивая тем самым возможность исследований обтекания моделей при

различных числах Рейнольдса $Re_{\infty} = \frac{v_{\infty} l}{\nu_{\infty}}$, где v_{∞} и ν_{∞}

соответственно скорость и кинематический коэффициент вязкости потока в рабочей части.

В незамкнутых трубах газ, попав в рабочую часть через сопло, затем выбрасывается из трубы. В таких трубах происходит непрерывная смена потоков газа. Так как в каждый момент работы незамкнутой трубы в нее попадает новое количество газа, который должен разогнаться до расчетной скорости, расход энергии в такой трубе выше, чем в замкнутой установке, где необходимо лишь поддерживать движение циркулирующего газа.

Во всех случаях изучение обтекания тел в аэродинамических трубах производится на основе соответствующего данному эксперименту закона подобия, в зависимости от основных критериев подобия, например, от чисел Рейнольдса (Re), Маха ($M_{\infty} = \frac{v_{\infty}}{a}$, где a – скорость звука) или других главных критериев для изучаемых явлений.

В зависимости от скорости потока в рабочей части аэродинамические трубы можно подразделить на дозвуковые ($0 < M_\infty < 0,8$), околосзвуковые ($0,8 < M_\infty < 1,2$), сверхзвуковые ($1,2 < M_\infty < 5$) и гиперзвуковые ($M_\infty > 5$). Иногда эта классификация дополняется трубами малых ($0 < M_\infty < 0,5$) и больших дозвуковых ($0,5 < M_\infty < 1$) скоростей.

Первые три вида труб могут выполняться как по замкнутой, так и незамкнутой схемам. Гиперзвуковые трубы строятся обычно незамкнутыми и с обязательным подогревом рабочего газа.

По виду рабочей части аэродинамические трубы разделяются на трубы с открытой и закрытой рабочей частью.

В зависимости от длительности работы трубы бывают кратковременного и постоянного действия. Труба кратковременного действия позволяет испытывать модель лишь в течение малого промежутка времени (несколько минут). Питание такой трубы осуществляется от батареи баллонов высокого давления, куда воздух предварительно накачивается компрессорами. Емкость баллонной батареи определяет продолжительность работы аэродинамической трубы.

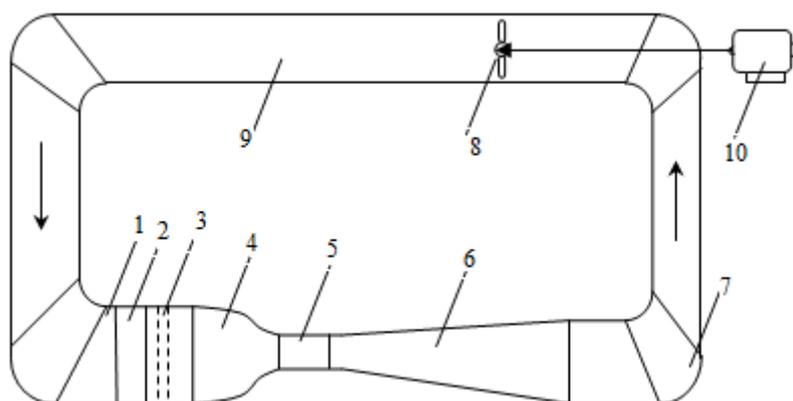
В трубах постоянного действия поток газа создается с помощью осевого компрессора, встроенного в аэродинамическую трубу и обеспечивающего необходимую степень сжатия газа для достижения заданных чисел M_∞ .

Устройство аэродинамической трубы

Из условий обращения движения в аэродинамических трубах следует, что воздушный поток в той части трубы, где устанавливаются при опытах изучаемые тела, т.е. в

рабочей части, должен иметь равномерное поле скоростей и давлений. Для обеспечения такого поля необходимо выполнять аэродинамический контур трубы и устройства, расположенные в трубе, так, чтобы они не создавали условий для возникновения в движущемся газе возмущений (отрыва пограничного слоя и образования вихрей, скасов потока и т.п.). Эти возмущения, возникнув в какой-либо части контура, будут искажать поток, нарушая его равномерность далеко вниз по течению, в том числе и в рабочей части.

Схема аэродинамической трубы замкнутого типа представлена на рис. 1.



1 – форкамера; 2 – хонейкомб; 3 – выравнивающие сетки; 4- сопло; 5 – рабочая часть; 6 – диффузор; 7 – поворотные лопатки; 8 – вентилятор (компрессор); 9 – обратный канал; 10 – двигатель

Рис. 1. Схема замкнутой аэродинамической трубы

Основной частью всякой аэродинамической трубы является ее рабочая часть. Ценность трубы для экспериментальных исследований определяется характеристиками ее полей скорости и давления. Равномерность

скоростей в рабочей части характеризуется величиной отношения $\frac{\Delta v}{v_{cp}} = \frac{v - v_{cp}}{v_{cp}}$, где v и v_{cp} – соответственно

местная и средняя скорости в рассматриваемой точке поперечного сечения рабочей части аэродинамической трубы. Эта величина в хорошо отлаженных трубах составляет несколько десятых процента. Поток в рабочей части должен иметь по возможности малый скос относительно оси трубы. В современных трубах отклонение направления скорости от оси трубы не превышает десятых долей градуса. На внешней границе рабочей части вследствие влияния стенок или внешнего неподвижного воздуха (соответственно у труб с закрытой или открытой рабочей частью), скорость падает до нуля и в этой области поток не является равномерным. Длина рабочей части l_p трубы составляет обычно величину порядка $1 \div 2 d$, где d - диаметр рабочей части.

Основная роль в формировании равномерного поля скоростей в рабочей части принадлежит соплу (коллектору) – плавно сужающейся части трубы перед рабочей частью.

Сопло служит, прежде всего, для уменьшения начальной неравномерности профиля скорости, всегда имеющей место во входном сечении сопла. В самом деле, для двух точек 1 и 2 сечений у входа и выхода из сопла (рис.2), находящихся на одной линии тока, можно написать по уравнению Бернулли, пренебрегая потерями (т.е. для области вне пограничного слоя, прилегающего к стенкам):

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2. \quad (1)$$

Для средних полных давлений в этих сечениях получим путем усреднения (1) по сечениям

$$\left\langle P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \right\rangle = \left\langle P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \right\rangle \quad (2)$$

или

$$\langle P_1 \rangle + \left\langle \frac{1}{2} \rho v_1^2 \right\rangle = \langle P_2 \rangle + \left\langle \frac{1}{2} \rho v_2^2 \right\rangle, \quad (3)$$

где величины $\langle v^2 \rangle$ определяются для сопла круглого сечения равенством $\langle v^2 \rangle = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r v^2(r) dr$, где R – радиус соответственного сечения (1 или 2).

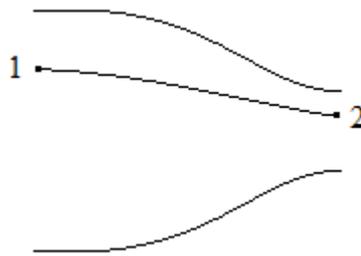


Рис.2. Схема сопла

Если принять далее, что в пределах каждого из рассматриваемых сечений давление не зависит от радиуса, то вычитая (3) из (1), получим, что абсолютные значения неравномерностей скоростных напоров вдоль линии тока сохраняются, т.е.

$$v_1^2 - \langle v_1^2 \rangle = v_2^2 - \langle v_2^2 \rangle. \quad (4)$$

Обозначая относительную неравномерность скоростного напора через

$$K = \frac{v^2 - \langle v^2 \rangle}{\langle v^2 \rangle}, \quad (5)$$

из (4) и (5) получим для взятых сечений $K_1 \langle v_1^2 \rangle = K_2 \langle v_2^2 \rangle$ или

$$K_2 = K_1 \frac{\langle v_1^2 \rangle}{\langle v_2^2 \rangle}. \quad (6)$$

Если площадь сечения входа в сопло будет S_1 , выхода S_2 , т.е. так называемое поджатие будет равно

$$C = \frac{S_1}{S_2}, \quad (7)$$

то, пользуясь при установившемся движении уравнением неразрывности в форме $S_1 \langle v_1 \rangle = S_2 \langle v_2 \rangle$, где величина $\langle v \rangle$ определяется аналогично $\langle v^2 \rangle$, получим из (6) и (7)

$$K_2 = K_1 \frac{\langle v_1^2 \rangle}{\langle v_2^2 \rangle} = K_1 \frac{1}{C^2}. \quad (8)$$

Таким образом, относительная неравномерность скоростных напоров у входа в рабочую часть приближенно пропорциональна квадрату величины поджатия.

Сопло, кроме того, оказывает влияние на начальную турбулентность потока в рабочей части трубы. Как известно, мгновенные значения компонент вектора скорости в любой некоторой точке турбулентного потока выражается в виде суммы средней по времени и пульсационной составляющих

$$u = \langle u \rangle + u', v = \langle v \rangle + v', w = \langle w \rangle + w'. \quad (9)$$

Поскольку при осреднении $\langle u' \rangle = 0$, то вводится средняя квадратичная по времени T компонента турбулентных пульсаций

$$\sqrt{\langle u'^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u'^2(t) dt} \quad (10)$$

и аналогично для других компонент.

Рассмотрим влияние величины поджатия C сопла на продольную и поперечную компоненту турбулентных пульсаций в сопле. Для этого будем исходить из теоремы Гельмгольца о сохранении напряжения $\omega\delta$ вдоль вихревой трубки

$$\omega_1 \delta_1 = \omega_2 \delta_2, \quad (11)$$

где δ , ω – соответственно площади поперечных сечений и угловые скорости вихревой трубки. Если вихревая трубка параллельна оси сопла, то из условия (7) и соотношения

$\frac{\delta_1}{S_1} = \frac{\delta_2}{S_2}$ получим и $\omega_2 = \omega_1 C$. Поскольку для радиусов сечений 1 и 2 круглого сопла имеем $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \sqrt{C}$, то

$$\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1 \sqrt{C}. \quad (12)$$

Для вихревой трубки, перпендикулярной к оси сопла, из условия сохранения объема δl вихревой трубки, получим, используя (11) $\omega_2^* = \omega_1^* \frac{l_2}{l_1} = \omega_1^* \frac{l}{\sqrt{C}}$, так как, кроме того, $r_2^* = \frac{r_1^*}{\sqrt{C}}$, то для случая поперечной вихревой трубки

$$\omega_2^* r_2^* = \frac{\omega_1^* r_1^*}{C}. \quad (13)$$

Таким образом, согласно (12) и (13), вихревые вращения, имеющиеся у входа в сопло, изменяются в связи с поджатием сопла C так, что при выходе вращения вокруг продольной оси (поперечные пульсации) увеличиваются в \sqrt{C} раз, а вращения вокруг поперечной (продольные пульсации) – уменьшается в C раз. Эти результаты находятся в соответствии с данными опыта и более строгой теорией вопроса.

Для уменьшения турбулентных пульсаций и неравномерности скорости вблизи входа в сопло устанавливаются сетки и спрямляющая решетка – хонейкомб – система продолговатых ячеек с тонкими стенками, заполняющая все сечение трубы. Размеры стороны квадрата ячейки имеют порядок сотых долей d ,

отношение длины к стороне сечения ячейки принимается $5 \div 8$; стенки ячеек делаются как можно тоньше.

Действие сопла (коллектора) на течение воздуха в нем и, следовательно, на поле скоростей в рабочей части будет зависеть не только от величины поджатия C , но и от формы сопла. Стенки дозвукового сопла выполняются так, чтобы поток на входе был равномерным, а струя газа в нем двигалась бы параллельно оси рабочей части. Этому требованию отвечает профиль, рассчитанный по формуле Витошинско:

$$r = r_2 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right] \frac{\left(1 - \frac{x^2}{l^2} \right)^2}{\left(1 + \frac{x^2}{l^2} \right)^2}}, \quad (14)$$

где r_1 и r_2 – радиусы соответственного входного и выходного сечений, l – длина сопла; x – координата сечения вдоль оси сопла. Рекомендуется выбирать длину сопла $l=4r_2$, но кроме того, добавлять на выходе цилиндрический участок длиной порядка $0,5r_1$.

Диффузор 6 (рис. 1) служит для преобразования кинетической энергии потока в потенциальную. Для той же цели служит и обратный канал, где, кроме того, расширением обеспечивается плавный переход к форкамере и нужная величина поджатия потока в сопле. Дозвуковой диффузор представляет собой расширяющийся вниз по течению канал, в котором поток постепенно тормозится. На основании опытных данных диффузоры делаются с прямолинейной образующей, причем наименьшие потери энергии имеют место при углах расширения диффузора $6 \div 8^\circ$. Чем больше скорость

течения в диффузоре, тем меньше должен быть угол конусности, чтобы предотвратить срывы течения у стенок и вихреобразование. Вихреобразование приводит к большим потерям энергии. Если же выбрать угол конусности малым, то длина диффузора станет больше, возрастут потери на трение, а также увеличатся размеры трубы.

Диаметр входного сечения диффузора в трубах с открытой рабочей частью делается несколько больше диаметра рабочей части и берется порядка $1,05 \div 1,10 d$ в зависимости от длины рабочей части. В диффузоре ставится сетка для предохранения вентилятора в случае срыва тела из рабочей части.

Для улучшения течения при повороте потока на 90° в коленах трубы устанавливаются направляющие лопатки. Они снижают потери энергии и уменьшают вторичные течения (закручивание потока), возникающие под действием центробежных сил.

Основные характеристики аэродинамической трубы

Достоверность экспериментальных данных, полученных в аэродинамических трубах, зависит от степени турбулентности потока рабочей части, называемой также начальной турбулентностью и определяется выражением:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle)}}{v_0}.$$

Так как в аэродинамических трубах обычно имеет место так называемая изотропная турбулентность, когда

$$\langle u'^2 \rangle = \langle v'^2 \rangle = \langle w'^2 \rangle, \text{ то } \varepsilon = \frac{\sqrt{\langle u'^2 \rangle}}{v}.$$

Установлено, что турбулентность в атмосфере составляет примерно 0,02%. В рабочей части аэродинамической трубы значение ε , как правило, выше и зависит от конструктивных особенностей. Повышенная начальная турбулентность приводит к искажению экспериментальных результатов и поэтому необходимо знать, при каком значении ε проводились опыты.

В ряде случаев при проведении специальных исследований, связанных с турбулентным характером движения, требуется увеличение начальной турбулентности. Это обычно достигается установкой турбулизирующих сеток на выходном срезе сопла.

Одной из важных характеристик аэродинамической трубы является ее качество, которая определяет экономичность установки. Эта характеристика (χ) представляет собой отношение кинетической энергии потока в рабочей части $\frac{mv^2}{2}$ к мощности N , потребляемой приводом, т.е.

$$\chi = \frac{mv^2}{2N} = \frac{\rho v^3 S}{2N}, \quad (15)$$

где m – секундный массовый расход газа в трубе, v – скорость газа в рабочей части, площадь поперечного сечения которой S , N – мощность мотора вентилятора трубы.

Величина качества трубы обычно больше единицы и колеблется для замкнутой трубы с открытой рабочей частью от 1,2 до 4,5. Это обусловлено тем, что кинетическая энергия потока в рабочей части повышена за счет превращения части потенциальной энергии давления

в кинетическую. Поэтому качество трубы всегда больше коэффициента полезного действия.

Установим связь между качеством трубы и потерями энергии в потоке, протекающем внутри трубы. Энергия, сообщаемая вентилятором воздушному потоку при стационарном течении, равна сумме потерь. Следовательно, можно написать соотношение

$\xi_n = \frac{mv^2}{2} = \eta_b N$, где η_b - КПД вентилятора; N – мощность мотора; ξ_n - суммарные потери, отнесенные к кинетической энергии потока в рабочей части трубы. Тогда качество трубы можно записать в виде:

$$\chi = \frac{mv^2}{2N} = \frac{\eta_b}{\xi_n}. \quad (16)$$

Отсюда видно, что качество трубы тем больше, чем выше коэффициент полезного действия вентилятора и чем меньше коэффициент суммарных потерь энергии в трубе.

Скорость потока в аэродинамической трубе можно измерять при помощи насадка (например, трубкой Прандтля, цилиндрическим насадком и др.). Для этого насадок приходится устанавливать в рабочей части аэродинамической трубы вблизи исследуемого тела. В этом случае исследуемое тело в некоторой степени искажает показания насадка, а насадок, в свою очередь, влияет на результаты испытания тела. Во избежание этих недостатков очень часто скорость в рабочей части трубы измеряют по перепаду давления в сопле.

В современных аэродинамических трубах распределения скоростей и давлений в каждом поперечном сечении (исключая края), оказываются равномерными. В этих случаях уравнение Бернулли для несжимаемой среды

можно написать для всего потока в целом. Запишем уравнение Бернулли для входного сечения сопла и рабочей части трубы:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P + \frac{1}{2} \rho v^2, \quad (17)$$

где P – давление и v – скорость в начале аэродинамической трубы, P_1 – давление и v_1 – скорость во входном сечении сопла.

Из уравнения неразрывности имеем:

$$vS = v_1 S_1, \quad (18)$$

где S – площадь поперечного сечения рабочей части трубы, S_1 – площадь входного сечения сопла, где меняется давление.

Подставляя в уравнение (17) вместо v_1 его значение из (18), получим:

$$v = \sqrt{\frac{2\beta(P_1 - P)}{\rho}} \quad (19)$$

или

$$v = \sqrt{\frac{2\beta k n_1}{\rho}}, \quad (20)$$

где

$$\beta = \frac{1}{1 - S^2/S_1^2}, \quad (21)$$

p_1 - показания манометра, соединенного с контрольным отверстием во входной части сопла, k - наклон манометра. Коэффициент β , называемый коэффициентом перепада трубы, обычно определяется из эксперимента и является характеристикой трубы.

Формула (20) является рабочей формулой для определения скорости потока в рабочей части аэродинамической трубы по перепаду давлений в сопле (коллекторе).

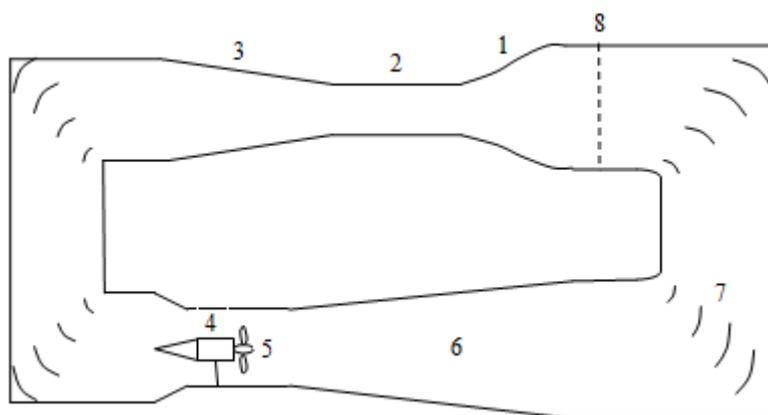
Описание установки и методика эксперимента

Схема и основные размеры аэродинамической трубы КТТФ приведены на рисунке 3. Она представляет собой замкнутую аэродинамическую трубу с закрытой рабочей частью. Рабочая часть имеет на выходе из сопла прямоугольное сечение размером 270x310 мм². Длина

рабочей части 900 мм. Поджатие сопла $\frac{S_1}{S_2} = C = 6,7$.

Воздух в трубе приводится в движение 4-х лопастным осевым вентилятором диаметром 500 мм, укрепленным непосредственно на оси мотора постоянного тока мощностью 1,25 кВт. Электродвигатель питается от выпрямителя. Напряжение, подаваемое на выпрямитель, регулируется с помощью автотрансформатора, ручка которого выведена на панель управления.

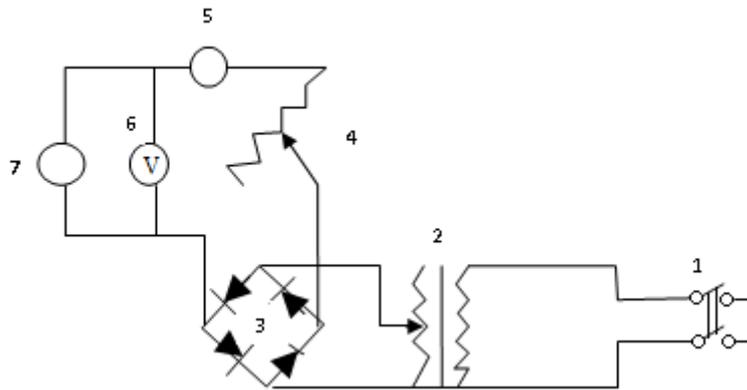
Вся система управления аэродинамической трубой (реостаты, автотрансформатор, выпрямитель и измерительные приборы) смонтированы в блоке управления, схема которого представлена на рисунке 4.



1 – сопло, 2 – рабочая часть, 3 – обратный канал, 4 – электродвигатель, 5 – вентилятор, 6 – диффузор, 7 – поворотные лопатки, 8 – выравнивающие сетки

Рис.3. Схема аэродинамической трубы Т-2

Напряжение подается на блок управления трубы при включении рубильника (1). При пуске аэродинамической трубы сначала устанавливается напряжение 40 В (контроль осуществляется по вольтметру, установленному на панели управления). Затем поворачивая ручку пускового реостата по часовой стрелке до упора, включают двигатель вентилятора. Изменение скорости потока в аэродинамической трубе производится изменением напряжения с помощью автотрансформатора. При выключении аэродинамической трубы сначала ручкой автотрансформатора уменьшают напряжение до 0, выводят пусковой реостат (против часовой стрелки до упора) и выключают рубильник (1).



1 – рубильник, 2 – автотрансформатор, 3 – выпрямитель, 4 – пусковой реостат, 5 – амперметр, 6 – вольтметр, 7 – электродвигатель

Рис. 4. Схема системы управления аэродинамической трубой

Для экспериментального определения коэффициента перепада в центре рабочей части трубы устанавливают эталонный насадок (трубку Прандтля), соединенный с микроманометром. Второй микроманометр присоединяется резиновой трубкой к контрольным отверстиям, находящимся во входной и выходной частях сопла. При помощи этого манометра измеряется перепад давления в сопле. Замеряя показания микроманометров, соединенных с насадком и с отверстиями в переходной части сопла, можно найти зависимость между n_2 и n_1

$$\xi_2 k_2 n_2 = \beta k_1 n_1, \quad (22)$$

где ξ_2 - тарировочный коэффициент эталонного насадка, равный в нашем случае единице, $k_2 n_2$ - показания и коэффициент наклона микроманометра, соединенного с эталонной трубкой.

Исследование полей скорости и давления в рабочей части производится с помощью трубки Прандтля. Трубка закрепляется в координатнике, позволяющем перемещать ее в горизонтальной плоскости вдоль рабочей части (координата x) и поперек (координата y). Перемещая измерительный насадок в различные точки потока, записывают показания микроманометра, соединенного с обоими отверстиями трубки Прандтля (динамическое давление $\frac{\rho v^2}{2}$) и показания микроманометра, соединенного с отверстием статического давления. По динамическому напору рассчитывают скорость потока.

Задание. Обработка результатов измерений

1. Установить трубку Прандтля, соединенную с микроманометром 1, в центре рабочей части аэродинамической трубы. Микроманометр 2 соединить с контрольным отверстием на входе и выходе сопла («+» манометра с отверстием на входе, «-» с отверстием на выходе). Изменяя напряжение от 20 до 240 В через 12 В, записывать показания манометров 1 и 2, вольтметра и амперметра. Результаты измерений занести в таблицу 1. Построить зависимость $k_1 n_1 = f(k_2 n_2)$. Найти коэффициент перепада трубы и сравнить его с теоретическим значением, рассчитанным по формуле (21).

2. По экспериментальным данным вычислить скорость в центре рабочей части трубы в зависимости от напряжения. Для каждого значения скорости рассчитать качество трубы по формуле (15). Построить зависимость качества трубы от скорости.

3. С помощью трубки Прандтля измерить профили скорости и статического давления в различных сечениях трубы при заданном значении начальной скорости. Для

этого к отверстию полного давления подсоединить манометр 1, а к отверстию статического давления манометр 3 с минимальным наклоном. Установить трубку Прандтля вблизи задней стенки трубы ($y=0$) на расстоянии $x=2$ см от выходного сечения сопла. Произвести отсчеты по всем манометрам. Результаты занести в таблицу 2. Перемещая трубку Прандтля по оси y , каждые 2 см производить аналогичные измерения до $y = 26$ см. Далее, смещая трубку Прандтля по оси x на 10 см производить аналогичные измерения. Таким образом, произвести измерения в 8 сечениях рабочей части трубы. По полученным данным рассчитать распределение скорости в 8 поперечных сечениях рабочей части. Построить графики распределения относительной скорости $\frac{v_1}{v_0} = f(y)$, где v_0 - скорость в центре сопла. Построить графики распределения избыточного статического давления $P_0 - P_{атм} = f(y)$ в 8 сечениях рабочей части трубы.

Таблица 1.

Определение коэффициента перепада и качества трубы

№	P =		T =		ρ =				
	$k_1 =$	$k_2 =$	β	v	v^3	I(A)	U(B)	N(кВт)	χ
	n_1	n_2							

Таблица 2.

Исследование поля скорости и статического давления в рабочей части аэродинамической трубы

P =		T =		ρ =		$k_2 n_2 =$		
x, см	y, см	n_1	$k_1 n_1$	n_3	$k_3 n_3$	$k_1 n_1 - k_3 n_3$	$v_1,$ м/с	$P_0 - P_{атм}$

Литература

1. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
2. Преображенский В.П. Теплотехнические измерения и приборы. – М: Энергия, 1978.
3. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. - М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
4. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
5. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.

ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ ШАРА И ЦИЛИНДРА

Цель работы: Изучение распределения давления по поверхности шара и цилиндра при различных значениях числа Рейнольдса. Сравнение с результатами теории идеальной жидкости. Определение коэффициента сопротивления тел.

Краткое теоретическое введение

При движении тел в жидкости и газе наибольший практический интерес представляют силы сопротивления и подъемная сила, действующие на него. Величина этих сил в значительной степени определяется распределением давления по поверхности тела. В частности, сопротивление тела, обтекаемого вязкой жидкостью, обусловлено распределением давления и трением потока на его поверхности.

Для удобообтекаемых тел преобладающим является сопротивление, обусловленное трением, у плохообтекаемых – распределением давления по поверхности. Например, сопротивление давления цилиндра и шара при числе $Re=5 \cdot 10^4$ составляет более 96 % полного сопротивления и менее 4% приходится на долю трения.

Распределение давления по поверхности тела является важной гидродинамической характеристикой, знание которой необходимо для определения сил, действующих на движущееся в жидкости тело.

Для тел удобообтекаемой формы (крыловых профилей, удлиненных тел вращения малой относительной толщины) распределение давления с достаточной точностью находится из теории идеальной жидкости. Однако

наличие вязкости у реальных жидкостей в большинстве случаев приводит к значительному отличию реального распределения давления от рассчитанного по теории идеальной жидкости. Особенно велико это различие, если имеет место отрыв пограничного слоя от поверхности тела. В случаях, когда рассчитать теоретически распределение давления невозможно, проводятся экспериментальные исследования в аэродинамических трубах на моделях, имеющих на поверхности дренажные отверстия для забора давления.

В настоящей работе изучается распределение давления по поверхности плохо обтекаемых тел – цилиндра и шара. Решение задачи об обтекании цилиндра и шара однородным потоком идеальной жидкости получается, наложением комплексного потенциала однородного потока на потенциал диполя с моментом, направленным против скорости потока. Для распределения давления по поверхности цилиндра теория дает соотношение

$$\bar{P} = \frac{P - P_0}{\rho V^2 / 2} = 1 - 4 \sin^2 \alpha. \quad (1)$$

Аналогично решается задача и об обтекании шара. Функция тока однородного потока складывается с функцией тока диполя. В результате получается функция тока обтекания шара. Распределение давления по поверхности шара:

$$\bar{P} = \frac{P - P_0}{\rho V^2 / 2} = 1 - \frac{9}{4} \sin^2 \alpha. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) \bar{P} - коэффициент давления, P – давление на поверхности тела; P_0 - статическое давление в набегающем потоке; α - угол, образованный радиусом, проведенным в рассматриваемую точку на поверхности тела с направлением набегающего потока (угол между радиусами, соединяющими переднюю критическую и рассматриваемую точку с центром тела).

Распределение давления по поверхности шара и цилиндра существенно зависит от числа Рейнольдса $Re=Vd/\nu$ (d – диаметр цилиндра; ν - кинематический коэффициент вязкости жидкости).

Описание установки и методика измерений

Для исследования распределения давления по поверхности шара (или цилиндра) достаточно иметь только одно отверстие, расположенное в диаметральной плоскости, параллельной вектору скорости потока. Поворачивая шар относительно оси симметрии, перпендикулярной к направлению набегающего потока, получим полное распределение давления по поверхности шара.

Исследуемое тело устанавливается в центре рабочей части аэродинамической трубы на специальной державке (трубке), служащей также для передачи давления от дренажного отверстия на поверхности тела к манометру.

Поворачивая державку, будем поворачивать шар (цилиндр), задавая по лимбу угла α разные значения. Таким образом, получим значения давления на поверхности шара при различных α .

Обычно определяют не распределение давления по поверхности тела, а коэффициент давления \bar{P} , который выражается формулой:

$$\bar{P} = \frac{kn}{k_k \beta n_k}, \quad (3)$$

где k – коэффициент наклона и n – показание манометра, соединенного с дренажным отверстием, k_k – коэффициент наклона и n_k – показание контрольного манометра, соединенного с соплом аэродинамической трубы с коэффициентом перепада β .

По результатам измерений строят график $\bar{P} = f(\alpha)$ для каждого значения Re .

По измеренному распределению давления рассчитывается коэффициент сопротивления давления C_{xp} .

Рассмотрим обтекание шара (см. рис. 1). Выделим на поверхности шара элементарную поверхность $dS = 2\pi R r d\alpha$.

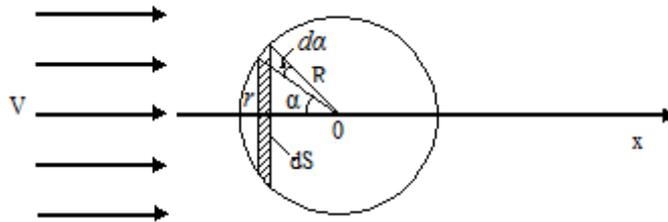


Рис. 1. Схема обтекания шара

Результирующая сил давления, действующая на поверхность dS , совпадает по направлению со скоростью невозмущенного потока и имеет величину

$$dF_p = 2\pi r R (P - P_\infty) \cos \alpha d\alpha = \pi R^2 (P - P_\infty) \sin 2\alpha d\alpha.$$

Интегрируя последнее выражение по α в пределах от 0 до π , получим полное сопротивление давления:

$$F_p = \pi R^2 \int_0^{\pi} (P - P_{\infty}) \sin 2\alpha d\alpha. \quad (4)$$

Так как на опыте измеряют значения $(P - P_{\infty})_i$ для угла α_i , изменяя его величину на $\Delta\alpha_i$ (например, поворачивая державку каждый раз на $\Delta\alpha=5^0$), то интеграл (4) приближенно можно заменить суммой.

$$F_p \approx \pi R^2 \sum_i (P - P_{\infty})_i \sin 2\alpha_i \Delta\alpha_i. \quad (5)$$

Коэффициент сопротивления давления C_{xp} определяется по формуле

$$C_{xp} = \frac{F_p}{S \cdot \frac{\rho V_{\infty}^2}{2}} = \sum_i \bar{P}_i \sin 2\alpha_i \Delta\alpha_i. \quad (6)$$

Если измерения производятся с постоянным интервалом $\Delta\alpha$, то

$$C_{xp} = \Delta\alpha \sum_i \bar{P}_i \sin 2\alpha_i. \quad (7)$$

Следует иметь в виду, что здесь $\Delta\alpha$ нужно выражать в радианах.

Рассуждая аналогично, получим формулу для расчета коэффициента давления для круглого цилиндра:

$$C_{xp} = \Delta\alpha \sum_i \bar{P}_i \cos \alpha_i. \quad (8)$$

Если считать, что $P_\infty = P_{атм}$, то \bar{P}_i определяется по формуле (3).

Задание. Обработка результатов измерений

1. Измерить распределение давления по поверхности шара при трех значениях скорости потока в трубе, поворачивая державку через 5° от 0° до 180° .

При этом лимб нужно установить так, чтобы при $\alpha = 0$ дренажное отверстие совпадало с передней критической точкой.

Распределение давления по поверхности шара снять при значениях скорости в трубе, соответствующих значениям напряжения: $50 \div 70$ В; $100 \div 120$; $200 \div 220$ В.

2. По результатам измерений построить график $\bar{P}_i = f(\alpha)$. На этом же графике привести теоретическое распределение, рассчитанное по формуле (2).

3. Для всех значений скорости рассчитать коэффициент сопротивления давления C_{xp} по формуле (7). Сравнить со значениями полного коэффициента сопротивления C_x , взятыми из литературы, при тех же значениях Re . Все результаты измерений записать в таблицу 1.

4. Измерить распределение давления по поверхности цилиндра, ось которого перпендикулярна к направлению потока, для трех значений скорости. Результаты измерений внести в таблицу 2. По результатам измерений построить график $\bar{P}_i = f(\alpha)$. На этом графике привести теоретическое распределение давления по формуле (1).

5. Для всех значений скорости потока по результатам измерений вычислить по формуле (8) коэффициенты сопротивления давления.

6. Для всех режимов обтекания шара и цилиндра вычислить опытные значения числа Re .

Таблица 1.

Определение распределения давления по поверхности шара и расчет C_{xp}

$d =$		$P_{амм} =$			$T =$	$Re =$		
α	k	n	k_k	n_k	$\bar{P} = \frac{kn}{\beta k_k n_k}$	$\bar{P} \sin 2\alpha$	$\frac{9}{4} \sin^2 \alpha$	$\bar{P}_{теор}$

Таблица 2.

Определение распределения давления по поверхности цилиндра и расчет C_{xp}

$d =$		$P_{амм} =$			$T =$	$Re =$		
α	k	n	k_k	n_k	$\bar{P} = \frac{kn}{\beta k_k n_k}$	$\bar{P} \sin 2\alpha$	$\frac{9}{4} \sin^2 \alpha$	$\bar{P}_{теор}$

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж. Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Гылым, 1996. – 433 с.
4. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
5. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. - М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
6. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
7. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.

ИЗМЕРЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ КРУГЛОЙ ГЛАДКОЙ ТРУБЫ

Цель работы:

1. Экспериментально определить коэффициент гидравлического сопротивления гладкой круглой трубы при ламинарном и турбулентном режимах течения.
2. Рассчитать коэффициент гидравлического сопротивления круглой гладкой трубы по известным теоретическим формулам и произвести сравнение с результатами измерений.
3. Провести экспериментальное измерение профилей скорости на выходе из трубы при ламинарном и турбулентном режимах течения.

Краткое теоретическое введение

При течении жидкости или газа в гладких трубах возможны два режима течения – ламинарный и турбулентный.

При ламинарном установившемся течении имеет место параболический закон распределения скорости в поперечном сечении круглой гладкой трубы (формула Гагена-Пуазейля):

$$u = u_m \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad (1)$$

где R – радиус трубы, r – расстояние от оси трубы до точки, в которой измеряется скорость, u_m – скорость потока на оси трубы.

Падение давления $P_1 - P_2$ на участке трубы длиной L выражается формулой Дарси:

$$P_1 - P_2 = \lambda \frac{L \rho u_{cp}^2}{d \cdot 2}, \quad (2)$$

где λ – коэффициент гидравлического сопротивления, d – диаметр трубы, ρ – плотность газа (в данном случае воздуха), u_{cp} – средняя скорость по сечению скорости потока.

Теоретическое значение λ для ламинарного течения определяется формулой Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{Re}, \quad (3)$$

где $Re = ud/v$ – критерий Рейнольдса, u – скорость, v – кинематический коэффициент вязкости, $v = \mu / \rho_0$.

Секундный расход жидкости Q при ламинарном течении определяется по формуле

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{128 \mu L} \pi d^4,$$

где μ – динамический коэффициент вязкости.

Турбулентный режим течения в круглой гладкой трубе может существовать лишь при значениях $Re \geq 2,0 \cdot 10^3$. Однако при очень гладком закругленном входе в трубу возможно существование ламинарного режима течения и при $Re > 2,3 \cdot 10^3$.

Турбулентный режим характеризуется беспорядочным движением отдельных объемов жидкости («молей») и значительной пульсацией скоростей в каждой точке

потока. Поэтому профили скорости будут более заполненными, чем при ламинарном режиме. Распределение скоростей в поперечном сечении трубы при турбулентном режиме течения описывается степенным законом Прандтля-Кармана:

$$\frac{u}{u_m} = \left[1 - \frac{r}{R}\right]^a, \quad (4)$$

где $0,1 < a < 0,15$. Эта формула справедлива при значениях числа Рейнольдса $2 \cdot 10^4 < Re < 3 \cdot 10^6$.

При этом

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (5)$$

Все приведенные выше рассуждения относятся соответственно к развитому ламинарному и турбулентному режиму течения. Установившийся ламинарный режим течения начинается на расстояниях от входа в круглую гладкую трубу:

$$L_n = 0,065d \cdot Re, \text{ а турбулентный } L_n = 0,659d \cdot Re^{1/4}.$$

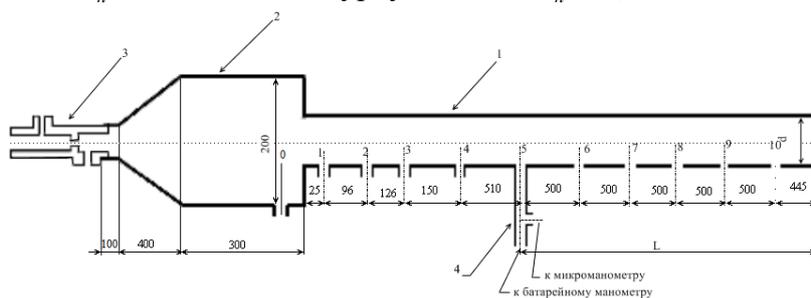


Рис.1. Схема экспериментальной установки

Описание установки и методика эксперимента

Схема установки приведена на рис.1. Установка состоит из длинной горизонтальной круглой трубы 1 диаметром $d=13,7 \cdot 10^{-3}$ м, плавно соединенной с ресивером 2. Воздушный поток в трубе создается пылесосом, число оборотов мотора которого регулируется ЛАТРОм. Ресивер может быть соединен со шлангом пылесоса:

1) через шайбу 3 при малых расходах (ламинарный и переходной режим течения);

2) при больших расходах непосредственно (турбулентный режим).

На поверхности трубы имеется ряд отверстий (1,2,3,...,10), постоянно соединенных с батареей вертикальных манометров, для измерения распределения давлений вдоль трубы при турбулентном режиме течения. Для измерения малых скоростей течения (ламинарный режим) сначала используют шайбу №1, диаметр которой $d=3,5 \cdot 10^{-3}$ м. Скорость при наличии шайбы №1 ($d=3,5 \cdot 10^{-3}$ м) рассчитывается по формуле:

$$u = 0,0415 \sqrt{\frac{2gkn}{\rho}} = 0,13 \sqrt{\frac{2kn}{\rho}}, (м/с), \quad (6)$$

где k – коэффициент наклона манометра, n – показания манометра в делениях.

Для получения больших скоростей пользуются шайбой №2 ($d_2= 5,5 \cdot 10^{-3}$ м). Тогда скорость определяется по формуле

$$u = 0,1354 \sqrt{\frac{2gkn}{\rho}} = 0,424 \sqrt{\frac{2kn}{\rho}}, (м/с). \quad (7)$$

Максимальные скорости получают, соединив ресивер непосредственно со шлангом пылесоса. Манометр 1 (рис.2) при этом соединяют с отверстием 0 на ресивере (раньше шланг, присоединенный к нему, был перекрыт) и отверстием 1 на трубе. Скорость по показаниям манометра рассчитывается в этом случае по формуле

$$u = 0,954 \sqrt{\frac{2gkn}{\rho}} = 2,988 \sqrt{\frac{2kn}{\rho}}, (м / с), \quad (8)$$

где $\rho = 1,05 \text{ кг/м}^3$ – плотность воздуха при $T=303 \text{ К}$ (ρ – определяется по барометру в зависимости от температуры).

Для определения λ при всех режимах течения микроманометром 2 измеряется падение давления вдоль трубы на участке от отверстия 5 до конца трубы ($L/d = 215$). Размеры на рис.1. даны в мм.

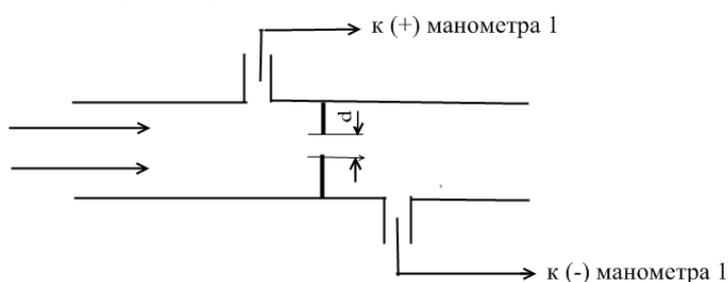


Рис. 2. Схема шайбы

Задание. Обработка результатов измерений

1. Для определения гидравлического сопротивления трубы при ламинарном режиме течения соединить ресивер со шлангом пылесоса через шайбу №1, подсоединить к шайбе, согласно рис. 2., микроманометр 1, коэффициент наклона которого $k=0,8$. Если показания микроманометра малы, наклон можно уменьшить.

Микроманометр 2 подсоединить к тройнику №4, соединенному с отверстием трубы 5. Взять наклон микроманометра 2 наименьший.

Увеличивая напряжение на ЛАТРе, зафиксировать показания обоих манометров для 10 значений напряжения (0-80 В). Далее, установить на ЛАТРе – 0, наклон микроманометра 2 установить на $k=0,2$. Заменить шайбу №1 шайбой №2, меняя напряжение на ЛАТРе от 30 В – 90 В, записать показания обоих манометров для 10 значений напряжения.

Снять шайбу №2 и соединить шланг пылесоса с ресивером. Отверстие 0 ресивера соединить с «плюсом» микроманометра 1, а отверстие 1 трубы – с «минусом» микроманометра 1. Установить наклон микроманометра 1 $k=0,6$, а наклон микроманометра 2 $k=0,4$. Изменяя напряжение на ЛАТРе от 30 В до 200 В, записать показания обоих манометров для 10 значений напряжения.

Для 5–6 любых значений напряжения записать показания батареи вертикальных водяных манометров, одновременно записывая показания всех трубок. При этом получают 5 – 6 значений распределения давления по длине трубы. Занести данные опытов в таблицу 2.

2. По данным таблицы 1 рассчитать зависимость коэффициента гидравлического сопротивления трубы от числа Рейнольдса по формуле (2). Данные расчета занести в таблицу 1.

3. Рассчитать зависимость $\lambda=f(\text{Re})$ по теоретическим формулам для ламинарного режима – (3), для турбулентного режима – (5).

4. Построить на одном графике зависимости $\lg 100\lambda = f(\text{Re})$ по экспериментальным данным таблицы 1 и по данным теоретического расчета.

5. Построить график распределения давления по длине трубы для 5 – 6 значений числа Рейнольдса. Длину

начального участка определить из этих кривых, учитывая, что давление в начальном участке практически не изменяется. Сравнить полученное значение длины начального участка со значением, рассчитанным по формуле

$$L_n = 0,659d \cdot \text{Re}^{1/4}.$$

6. Исследовать распределение скорости на выходе из трубы при ламинарном режиме течения. Установить шайбу №2, подсоединив к ней манометр 1 с наклоном $k = 0,8$, а манометр 2 подсоединить к трубке Пито, установленной на выходе трубы. Тройник 5 зажать зажимом. Наклон микроманометра 2 установить минимальный. Подобрать значение скорости, соответствующее $\text{Re} = ud/\nu = 5000$ при ($d = 13,7 \cdot 10^{-3}$ м). Перемещая трубку Пито посредством микровинта через 1 мм по диаметру трубы снять показания манометров 1 и 2. Измерения произвести 3 раза.

Далее снять шайбу и соединить шланг пылесоса с ресивером. Отверстия 0; 1 подсоединить к манометру 1 с наклоном $k = 0,8$. Наклон манометра 2 установить на $k = 0,2$, произвести измерения, аналогичные предыдущим, при напряжении на ЛАТРе 200 В. Данные измерений занести в таблицу 3.

7. По данным таблицы 3 построить профили скорости для ламинарного и турбулентного режимов течения на одном графике.

8. Определить показатель a в формуле (4) для турбулентного профиля скорости, для чего построить зависимость

$$\lg \frac{u}{u_m} = n \lg \left(1 - \frac{r}{R}\right).$$

Таблица 1.

**Результаты измерений и расчетов коэффициентов
гидравлического сопротивления трубы**

N	k_1	n_1	$k_1 n_1$	u м/с	Re	lgRe	k_2	n_2	$k_2 n_2$	ΔP Па	λ	lg100 λ

Таблица 2.

Результаты измерения распределения давления по длине трубы

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h, мм										

Таблица 3.

**Результаты измерений распределения скорости на выходе из
трубы при ламинарном и турбулентном режимах течения**

Re = Ламинарный режим					Re= Турбулентный режим				
y, мм	k_2	n_2	$k_2 n_2$	u м/с	y, мм	k_2	n_2	$k_2 n_2$	u м/с

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
4. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. - М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
5. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
6. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В СЛЕДЕ ЗА ПЛОХО ОБТЕКАЕМЫМИ ТЕЛАМИ

Цель работы:

1. Экспериментально изучить поле средней скорости за цилиндром, шаром и диском, помещенными в однородный воздушный поток.
2. Установить различия в закономерностях обтекания этих тел.

Краткое теоретическое введение

При обтекании различных тел потоком жидкости или газа позади тела возникает область заторможенной жидкости - след за телом. Качественная картина движения за плохо обтекаемым телом представлена на рис. 1.

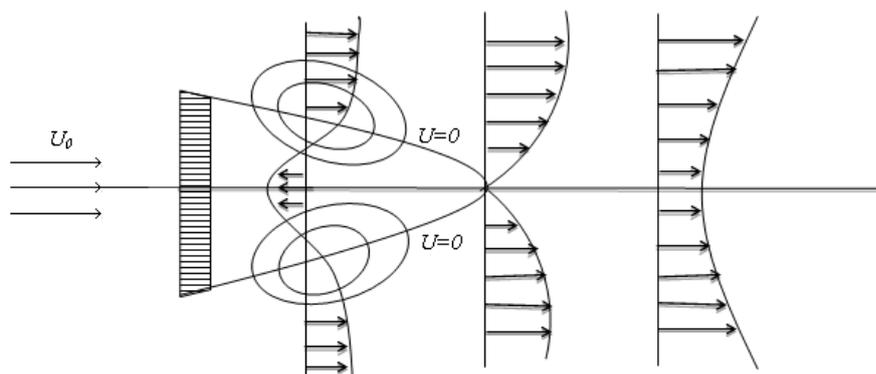


Рис. 1. Качественная схема обтекания плоскости

Как видно из рисунка, можно выделить две основные характерные области течения: в непосредственной

близости к телу и вдали от него. Первая из этих областей характеризуется образованием замкнутой зоны циркуляционного движения. При этом в приосевой области жидкость движется по направлению к телу, т.е. в сторону, противоположную набегающему потоку. Вне этой части течения, ограниченной поверхностью, на которой продольная компонента скорости равна 0, жидкость движется по направлению невозмущенного течения.

Во второй области течения - вдали от тела, жидкость повсюду течет в одну сторону; обтекание тела оказывается здесь в виде «провала» в эпюре продольной компоненты скорости в приосевой области. Существенным для этой области течения является незначительность «дефекта скорости», т.е. разность между скоростью набегающего потока U_0 и скоростью в данной точке. Анализ движения жидкости для обеих областей целесообразно провести отдельно.

а) *Турбулентный след вдали от тела*

В следе вдали от тела скорость меньше, чем во внешнем течении. Такое понижение скорости означает, что здесь происходит потеря импульса, причиной которого является сопротивление тела. Для расчета течения в следе за телом используются дифференциальные уравнения пограничного слоя, которые для плоской стационарной задачи имеют вид

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad (1)$$

где U, V - продольная и поперечная компоненты скорости, τ - касательное напряжение, обусловленное турбулентным трением.

В уравнении движения член, зависящий от давления, опущен, т.к. во всех случаях свободной турбулентности без ограничивающих стенок давление можно считать в первом приближении постоянным и равным атмосферному.

Для того чтобы проинтегрировать систему уравнений (1), необходимо использовать для турбулентного касательного напряжения полуэмпирическую формулу Прандтля

$$\tau = \rho \chi_1 b (U_{\max} - U_{\min}) \frac{\partial U}{\partial y} = C \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (2)$$

где C - коэффициент турбулентного обмена, b - толщина зоны смешения, χ_1 - эмпирическая постоянная.

Коэффициент турбулентного обмена

$$C = \rho \chi_1 b (U_{\max} - U_{\min}) = \rho \nu_T \quad (3)$$

принимается постоянным в любом поперечном сечении зоны перемешивания и, следовательно, зависит только от x .

В дальнейшем следе за телом течение автомодельно, т.е. профили скорости подобны. На больших расстояниях x от тела скорость спутного течения $U_1 = U_0 - U$ мала по сравнению со скоростью набегающего потока. Используя все эти предположения, произведем в системе уравнений (1) соответствующие упрощения. Получим уравнение в следующем виде:

$$U_0 \frac{\partial U_1}{\partial x} = \nu_T \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}. \quad (4)$$

Членом $V \frac{\partial U_1}{\partial y}$ пренебрегаем ввиду его малости. При этом уравнение для U_1 получается таким же, как и при ламинарном движении, с той только разницей, что вместо коэффициента кинематической вязкости ν в уравнение входит коэффициент кинематической турбулентной вязкости ν_T . Уравнение (4) интегрируется при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial U_1}{\partial y} = 0 \text{ при } y=0; \quad U_1=0 \text{ при } .$$

Уравнение в частных производных (4) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению путем преобразований автомодельности. Примем, что

$$\frac{U_1}{U_0} = Ax^{-1/2} F'(\varphi), \quad U_m = Ax^{-1/2},$$

где

$$\varphi = y \sqrt{\frac{U_0}{\nu_T x}}, \quad b \sim x^{1/2}.$$

Получим для функции $F'(\varphi)$, определяющей скорость в следе за телом, обыкновенное дифференциальное уравнение

$$F''' + \frac{1}{2} \varphi F'' + \frac{1}{2} F' = 0 \quad (5)$$

с граничными условиями:

$$F''(0) = 0, \quad F'(\infty) = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$F'(\varphi) = \exp(-\varphi^2/4),$$

т.е.

$$\frac{U_1}{U_0} = Ax^{-\frac{1}{2}} \exp(-\varphi^2/4). \quad (6)$$

Для сравнения с экспериментальными данными это решение удобно представить в виде:

$$\frac{U_1}{U_0} = Ax^{-\frac{1}{2}} \exp(-\varphi^2/4),$$

$$\frac{U_{1\max}}{U_0} = Ax^{-\frac{1}{2}},$$

$$\frac{U_1}{U_{1\max}} = \exp(-\varphi^2/4), \quad \frac{U_{1(1/2\max)}}{U_{1\max}} = \frac{1}{2} = \exp(-\varphi_{1/2}^2/4),$$

$$\frac{U_1}{U_{1\max}} = \frac{1}{2} \exp[-(\varphi^2 - \varphi_{1/2}^2)/4],$$

$$\frac{U_1}{U_{1\max}} = \frac{1}{2} \exp\left[-\varphi_{1/2}^2 \left(1 - \frac{y^2}{y_{1/2}^2}\right) / 4\right], \quad (7)$$

где U_{1max} – «дефект скорости» на оси, $y_{1/2}$ -координата точки, где «дефект скорости» равен половине «дефекта скорости» на оси.

Расчет осесимметричного следа за телом вращения (шаром) дает уравнение, аналогичное (5). Отличие состоит лишь в том, что для ширины зоны перемешивания b и максимальной избыточной скорости получаются другие зависимости от координаты x :

$$b \sim x^{1/3}, \quad U_{1max} \sim x^{-2/3}.$$

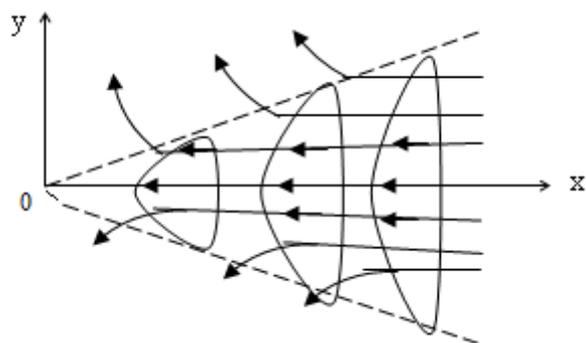
б) Турбулентный след вблизи тела

Возвращаясь к картине течения, изображенной на рис.1, укажем, что внешней границей зоны циркуляционного течения является линия $\psi=0$, построенная согласно условию равенства нулю интегрального расхода жидкости в осредненном турбулентном движении. Некоторую количественную оценку размеров зоны, в первую очередь ее длины, можно получить, если построить приближенную схему течения в следе за плохо обтекаемым телом методом наложения потоков. Сущность метода наложения потоков сводится к следующему. Заменим реальный источник возмущения - плохо обтекаемое тело - фиктивным турбулентным стоком, приводящим к потере однородным потоком суммарного импульса, равной действительной потере из-за сопротивления тела:

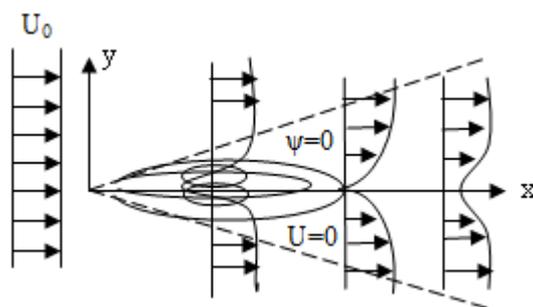
$$K = F = C \frac{\rho U_0^2}{2} S, \quad (8)$$

где K - импульс турбулентной струи-стока, F - сопротивление тела, C - коэффициент сопротивления, S - миделево сечение тела, ρ - плотность жидкости.

Налагая однородный поток на поле течения такого турбулентного стока, изображенного на рис.2 приходим к картине течения, показанной на рис.2б. При этом скорость сложного движения получается простым суммированием скорости стока и скорости однородного потока в каждой точке поля: $U=U_{ст}+U_0$.



a



б

- а) движение в «турбулентном стоке»
- б) движение за телом, имитируемым точечным стоком импульса

Рис. 2. Схема образования циркуляционной зоны за телом

Подробные исследования турбулентного следа за плохо обтекаемым телом вблизи него показали, что за плохо обтекаемыми телами устанавливается область замкнутого

циркуляционного течения жидкости, ограниченная нулевыми поверхностями тока $\psi=0$. Внутри этой области выделяется граница зоны обратного течения $U=0$. В полном соответствии со схемой, предложенной Л.А. Вулисом, внешние струи жидкости в области циркуляционного течения движутся в сторону набегающего потока под влиянием турбулентного трения, а внутреннее - возвращаются обратно, обеспечивая выполнение уравнения неразрывности. Линии тока в этой области представляет собой замкнутые кривые, расположенные симметрично относительно оси следа. Через поверхность $\psi=0$ происходит молярный обмен массой и количеством движения между жидкостью в циркуляционной зоне и внешним потоком. Опытами было установлено, что течение в следе автомодельно. Относительные размеры зоны обратного течения и относительные профили скорости в диапазоне чисел Рейнольдса (10^4-10^5) не зависят от скорости и абсолютных размеров тел.

Описание экспериментальной установки и методика измерений

Для изучения следа за плохо обтекаемыми телами используется аэродинамическая труба, описанная в работе № 4. В качестве плохо обтекаемых тел берутся диск диаметром 15 см, цилиндр диаметром 7 см и шар диаметром 15 см. Эти тела с помощью специального крепления устанавливаются в центре рабочей части аэродинамической трубы.

При измерении скорости в ближнем следе за плохо обтекаемыми телами нельзя пользоваться трубкой Пито, т.к. статическое давление отлично от атмосферного. Трубка Прандтля тоже неприменима, поскольку в следе существуют значительные градиенты давления.

Простым и достаточно надежным способом измерения скоростей и давлений в следе является метод встречных трубок Пито [8].

Сущность этого метода состоит в следующем:

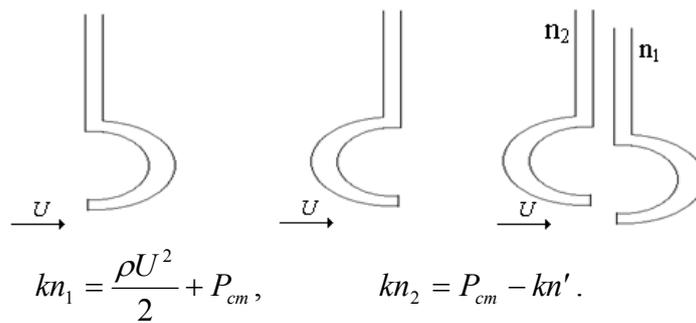
Если трубка Пито, направлена навстречу потоку, то она измеряет давление

$$kn_1 = \frac{\rho U^2}{2} + P_{cm}, \quad (9)$$

где P_{cm} – статическое давление в данной точке потока. Если мы повернем трубку Пито по потоку и установим ее так, чтобы носик ее находился в той же точке, что и первая трубка, то она будет иметь давление

$$kn_2 = P_{cm} - kn', \quad (10)$$

n' - некоторое разрежение, возникающее за носиком трубки.



При этом $kn' \sim \rho U^2 / 2$, $kn' = \alpha \rho U^2 / 2$, $kn_2 = P_{cm} - \alpha \frac{\rho U^2}{2}$.

Из уравнения (9) и (10) получаем

$$kn_1 - kn_2 = \frac{\rho U^2}{2} + kn' = \frac{\rho U^2}{2}(1 + \alpha), \quad (11)$$

где $1 + \alpha = 1/\zeta$.

Следовательно:

$$\xi(kn_1 - kn_2) = \frac{\rho U^2}{2},$$

$$U = \sqrt{2\xi(kn_1 - kn_2)/\rho}. \quad (12)$$

Из уравнения (9) имеем

$$P_{cm} = kn_1 - \frac{\rho U^2}{2} = kn_1 - \xi(kn_1 - kn_2). \quad (13)$$

Практически измерительный насадок состоит из двух трубок Пито, укрепленных на общей державке так, чтобы их носики были направлены навстречу друг другу и слегка разведены. При расчетах используются формулы (12) и (13). Коэффициент ξ определяется при тарировке насадка в аэродинамической трубе.

Измерительный насадок из двух трубок Пито, выводы которых присоединены к одному наклонному микроманометру, устанавливается в центре рабочей части аэродинамической трубы. Вывод трубки, носик которой расположен по потоку, соединяется с (-) микроманометра, а второй вывод - с (+) микроманометра. Второй контрольный микроманометр подключается к контрольным отверстиям на коллекторе трубы. В этом случае

$$\xi = \frac{\beta k_k n_k}{kn_2 - kn_1}, \quad (14)$$

где β – коэффициент перепада трубы (см. работу №4), $(kn_2 - kn_1)$ – разность показаний манометра, подсоединенного к измерительному насадку, $k_k n_k$ – показание контрольного манометра.

Задание. Обработка результатов измерений

1. Протарировать измерительный насадок по скорости, изменяя напряжение на пульте аэродинамической трубы от 20 В до 240 В через 12 В, записывая одновременно значения показаний контрольного и измерительного манометров. Полученные результаты занести в таблицу 1. Построить график зависимости $\beta k_k n_k = f(kn_2 - kn_1)$, ξ определить по наклону прямой.

2. Установить в центре рабочей части аэродинамической трубы диск. Произвести измерения распределения скорости по оси следа за телом. Измерения проводить через каждые 2 см во всей области течения. По данным этих измерений определить границу зоны обратных течений. В области обратных течений произвести измерение профилей скорости в 5-6 сечениях. Аналогичные измерения произвести вдали от тела. Занести данные измерений в таблицу 2. Построить картину обтекания диска (распределение скорости в следе).

3. Аналогичные измерения произвести в следе за цилиндром и шаром. Данные измерений занести в таблицу 3 и таблицу 4. Построить картины обтекания цилиндра и шара.

4. Построить на одном графике для всех трех обтекаемых тел зависимость $y_0/d = f(x_0/d)$, где x_0 , y_0 –

координаты точек, в которых скорость равна нулю, d - диаметр тела.

5. Построить на одном графике для всех трех обтекаемых тел зависимость $U_{\max}/U_0 = f\left(\frac{x}{d}\right)$.

6. Построить универсальную зависимость $U_1/U_{1\max} = f\left(\frac{y}{y_{U_m/2}}\right)$ для цилиндра вдали от тела и сравнить с результатами расчета по формуле (7).

Таблица 1.

Тарировка измерительного насадка

U (В)	$k_k n_k$	$kn_2 - kn_1$	ξ

Таблица 2-4.

Поле скоростей в следе

Вид обтекаемого тела		$d=$		
$k_k n_k=$		U_0	β	
x (см)	y (мм)	$kn_2 - kn_1$	U , м/с	U/U_0

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж. Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Ғылым, 1996. – 433 с.
4. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
5. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. - М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
6. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
7. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.

8. Исатаев С.И., Айнабекова С.С. Исследование пристенной турбулентной струи, распространяющейся вдоль криволинейной поверхности // Проблемы физики газа, плазмы и жидкости. – Алматы: Ёылым. – 1998, Т. 2. – С. 37-49.

Специальная лабораторная работа № 8

ИЗУЧЕНИЕ БЕСЦИРКУЛЯЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ ЦИЛИНДРА МЕТОДОМ ЭГДА

Цель работы: Ознакомиться с методом электроанalogии на примере исследования бесциркуляционного обтекания цилиндра потоком невязкой несжимаемой жидкости. В результате работы изучить распределение безразмерной скорости по поверхности цилиндра.

Краткое теоретическое введение

Движение электрического тока в проводящей среде и течение невязкой жидкости описываются одинаковыми по форме дифференциальными уравнениями в частных производных эллиптического типа. Такая аналогия между двумя физическими явлениями, проявляющимися в одной и той же форме их математического описания, используется как метод исследования потока жидкости на основе известных, заданных свойств электрической проводимости. В данном случае электрический ток в проводящей среде является своеобразной моделью картины потока. Этот метод изучения движения несжимаемой жидкости называется методом электродинамической аналогии (ЭГДА).

Рассмотрим дифференциальные уравнения движения жидкости и электрического тока. Плоский несжимаемый поток исследуется при помощи уравнения неразрывности.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

где U и V – компоненты вектора скорости по оси x и y .

Для потенциального течения составляющие скорости можно выразить через гидродинамический потенциал скоростей Φ_{2D} в виде

$$U = \frac{\partial \Phi_{z0}}{\partial x} ; M = -\frac{\partial \Phi_{z0}}{\partial y} . \quad (2)$$

Тогда (1) примет форму уравнения для потенциала скорости

$$\frac{\partial^2 \Phi_{z0}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{z0}}{\partial y^2} = 0 . \quad (3)$$

Это уравнение является основным в гидродинамике двумерных плоских установившихся течений.

Изучение стационарного электрического тока в проводнике основано на использовании уравнения

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = 0 , \quad (4)$$

это следует из уравнения

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt} ,$$

в котором J_x и J_y – компоненты плотности электрического тока $\vec{J} = J_x \vec{i} + J_y \vec{j}$ в данной точке электрического поля (\vec{i} и \vec{j} – единичные вектора соответственно по осям x и y). Эти компоненты могут быть выражены через коэффициент электропроводности σ и электрический потенциал Φ :

$$J_x = -\sigma \frac{d\Phi}{dx} , \quad J_y = -\sigma \frac{d\Phi}{dy} . \quad (5)$$

В соответствии с этим уравнение (4) преобразуется к виду

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) = 0. \quad (6)$$

В частном случае движения электрического тока в однородной среде коэффициент $\sigma = const$ и (6) преобразуется в уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (7)$$

Если принять, что $\Phi = A\Phi_{\infty} + B$, где A и B – некоторые постоянные параметры, то уравнение (7) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi_{\infty}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{\infty}}{\partial y^2} = 0, \quad (8)$$

тождественный (3).

Из (7) и (8) $\Phi_{\infty} = A_1 \Phi$

Таким образом, решение (8) соответствует некоторому решению (3) и наоборот.

Кроме того, при $\Phi = const$ будет иметь место равенство $\Phi_{\infty} = const$, а при $\partial \Phi / \partial n = 0$ – равенство $\partial \Phi_{\infty} / \partial n = 0$. Согласно этому линиям равного потенциала на электрической модели соответствуют эквипотенциальные линии в потоке жидкости, а силовым линиям – линии тока.

Используя метод ЭГДА, можно решать ряд задач гидродинамики, в частности, задачу об обтекании цилиндра потоком идеальной жидкости или газа. Эта

задача может быть решена теоретически с помощью применения функций комплексного переменного.

Наложим плоский, параллельный оси Ox однородный поток со скоростью $|V_\infty|$ и комплексным потенциалом

$$\chi_1 = |V_\infty|z, \quad (9)$$

на скоростное поле диполя с комплексным потенциалом

$$\chi_2 = \frac{q}{2\pi z}, \quad (10)$$

с положительным моментом диполя q , что соответствует вытеканию жидкости из диполя навстречу набегающему потоку. Составим комплексный потенциал сложного движения

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 = |V_\infty|z + \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{1}{z}. \quad (11)$$

Чтобы найти уравнение семейства линий тока, учтем, что комплексная координата $z = x+iy$, $\chi = \Phi + i\Phi_\sigma$. Отсюда можно найти выражение для функции тока Ψ . Положим, что

$$\psi = |V_\infty|y - \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2} = const. \quad (12)$$

Нулевая линия тока

$$\left(|V_\infty|y - \frac{q}{2\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}\right)y = 0, \quad (13)$$

распадается на две кривые: окружность

$$x^2 + y^2 = \frac{q}{2\pi|V_\infty|} \quad (14)$$

и ось Ox

$$y = 0. \quad (15)$$

Выбирая произвольную до сих пор величину момента диполя равной

$$q = 2\pi R^2 |V_\infty|, \quad (16)$$

получим нулевую линию тока в виде совокупности окружности радиуса R с центром в начале координат и оси Ox ; (см. рис. 1); остальные линии тока легко получить, задавая различные значения констант в уравнении (12).

Практический интерес представляет течение при $z \geq R$. Найдем распределение скоростей в этой области

$$\bar{V} = \frac{d\chi}{dz} = |V_\infty| \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right), \quad (17)$$

и применим его к поверхности цилиндра, т.е. на контуре круга, где можно положить (λ - полярный угол между радиусом-вектором и осью Ox)

$$z = Re^{i\lambda}. \quad (18)$$

Будем иметь из (17)

$$|\bar{V}|_{z=R} = |V_\infty| (1 - e^{iz\lambda}) = |V_\infty| e^{-i\lambda} (e^{i\lambda} - e^{-i\lambda}) = 2i|V_\infty| e^{-i\lambda} \sin \lambda. \quad (19)$$

Откуда модуль скорости на контуре круга

$$|V_\lambda| = 2|V_\infty| |\sin \lambda|. \quad (20)$$

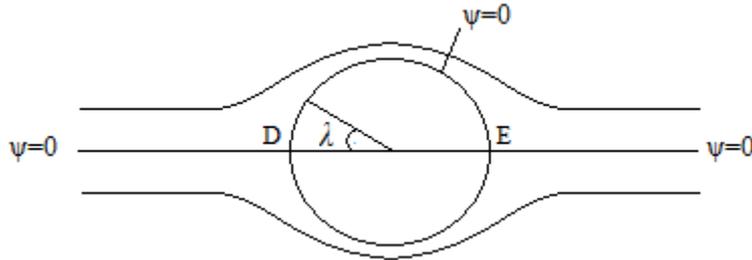


Рис. 1 Нулевые линии тока

Точки D ($\lambda = 0$) и E ($\lambda = \pi$) разветвления потока называются критическими точками потока. Скорость на поверхности цилиндра принимает максимальное значение при $\lambda = \pm \frac{\pi}{2}$. Это значение скорости

$$|V_{\max}| = 2|V_\infty|. \quad (21)$$

Имея распределение скоростей по поверхности цилиндра (20) и используя уравнение Бернулли:

$$P + \rho \frac{|V|^2}{2} = P_\infty + \rho \frac{|V_\infty|^2}{2} = const, \quad (22)$$

определим безразмерный коэффициент давления

$$\bar{P} = \frac{P - P_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho |V_{\infty}|^2} = 1 - \frac{|V|^2}{|V_{\infty}|^2} = 1 - 4 \sin^2 \lambda. \quad (23)$$

Описание установки и методика эксперимента

На рис. 2. представлена принципиальная схема интегратор ЭГДА – 9160.

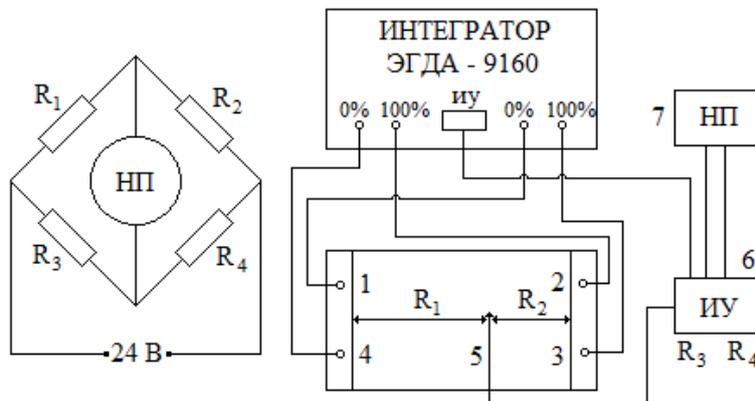


Рис.2. Принципиальная схема интегратора ЭГДА

Схема представляет уравновешенный мост, состоящий из градуированного потенциометра (ИУ) - 6, составляющего два плеча моста R_3 и R_4 и гальванометра-индикатора равновесия моста (НП) - 7. Другие два плеча моста R_1 и R_2 составляют модель задачи, изготовленной на специальной электропроводной бумаге, являющейся сопротивлением с большой поверхностью. В качестве источника питания применен выпрямитель, включаемый в электрическую сеть переменного тока. Соединив модель с измерительным устройством, и подключив к ней источник

питания, получим схему обычного четырехплечевого моста. Применение мостового метода измерений дает возможность отсчитать потенциал не в абсолютных единицах (вольтах), а в процентах от разности потенциалов напряжения источника питания, принятого за 100%.

Моделирование на интеграторе ЭГДА возможно по аналогии "А", когда эквипотенциальные линии $\Phi\% = \text{const}$ соответствуют $\Phi_{20}\% = \text{const}$ и по аналогии "Б" (обращенная задача), когда $\Phi\% = \text{const}$ соответствует $\Phi_{20}\% = \text{const}$.

В данном случае используется аналогия "А", которая осуществляется следующим образом: в середине прямоугольника из электропроводной бумаги вырезается круг заданного радиуса, имитирующий цилиндр. При этом получается область движения электрического тока, геометрически подобная области движения жидкости, обтекающей заданный профиль (цилиндр). В этом случае моделируется обтекание цилиндра потоком, который пространственно ограничен, следовательно, степень загромождения потока следует учитывать.

Укрепив шины-зажимы вдоль сторон 1-4 и 2-3 электропроводной бумаги (рис.2) и приложив к ним рабочее напряжение, величина которого Φ_0 условно принимается равным 100% с помощью иглы 5 определяют положение эквипотенциальных линий $\Phi\% = \text{const}$. Шкала потенциометра градуирована непосредственно в % от Φ_0 . Тем самым определяют поле гидродинамического потенциала Φ_{20} . Таким образом, по аналогии "А" линии тока можно будет определить, если использовать условие ортогональности Ψ_{20} к эквипотенциальным поверхностям Φ_{20} . При этом векторы скорости будут иметь то же направление, что и векторы плотности электрического тока в каждой точке на электропроводной бумаге.

Для того, чтобы определить величину скорости в той или иной точке пространства, используем условия Коши-Римана для гидродинамики:

$$V_x = \frac{\partial \Phi_{z\partial}}{\partial x}, \quad V_y = \frac{\partial \Phi_{z\partial}}{\partial y}. \quad (24)$$

Приближенно, это условие можно использовать в виде:

$$V_x = \frac{\Delta \Phi_{z\partial}}{\Delta x}, \quad V_y = \frac{\Delta \Phi_{z\partial}}{\Delta y}. \quad (25)$$

В условиях, когда моделируется плоско-параллельный невозмущенный поток вдали от цилиндра, составляющая $V_y = 0$, $V_x = V_\infty = const$ и

$$V_x = V_\infty = \frac{\Delta \Phi_{z\partial}}{\Delta x} = N \cdot \frac{\Delta \Phi_{z\partial}}{\Delta x}, \quad (26)$$

где N – произвольная постоянная.

Непосредственно на поверхности цилиндра, используя полярные координаты, можно определить величину скорости

$$V = V_\lambda = \frac{d\Phi_{z\partial}}{dl}, \quad (27)$$

где dl – элемент окружности с радиусом, равным радиусу цилиндра R , V_λ – радиальная составляющая скорости, равная нулю из условия непроницаемости поверхности. Из (27) получим:

$$V_{\lambda} = \frac{d\Phi_{\lambda}}{dl} = N \cdot \frac{\Delta\Phi\%}{\Delta l} = N \cdot \frac{\Delta\Phi_{\lambda}}{\frac{2\pi R \Delta\lambda}{360}}. \quad (28)$$

Отсюда скорость на поверхности цилиндра, отнесенная к скорости вдали от него определится как

$$\frac{V_x}{V_{\infty}} = \frac{\Delta\Phi\%}{\Delta x} \Big/ \frac{\Delta\Phi_{\lambda}\%}{2\pi R \Delta\lambda / 360}. \quad (29)$$

Из формулы (26) и (23) можно определить изменение безразмерного коэффициента давления по поверхности цилиндра:

$$\bar{P} = 1 - \left(\frac{V_{\lambda}}{V_{\infty}} \right)^2. \quad (30)$$

В связи с тем, что при моделировании с помощью ЭГДА ширина модели конечна, результаты распределения скорости и давления отличаются от теоретического тем сильнее, чем больше степень загромождения

$$m = d/h \quad (31)$$

(d – диаметр цилиндра, h – ширина модели).

Задание. Обработка результатов измерений

1. Вырезать электропроводную бумагу размером (15x35) см², представляющую модель канала. Начертить в центре модели окружность заданного преподавателем радиуса. Провести строго горизонтальную линию 0-0, делящую окружность и всю остальную модель пополам. Все метки

на электропроводной бумаге наносить только цветным (не графитовым) карандашом! С помощью транспортира нанести на внешней стороне окружности метки через каждые $\Delta\lambda = 5^\circ$, отсчитывая угол от передней критической точки. После этого аккуратно вырезать круг. Вычислить степень загромождения q по (31).

2. Собрать электрическую схему согласно рис.2, отрегулировать на шинах значения потенциалов 0 и 100% соответственно с помощью потенциометров на блоке интегратора.

3. С помощью иглы 5 и нуль-прибора НП найти распределение потенциала $\Phi\%$ через 1 см по линии 0 - 0, проходящей через критические точки цилиндра, исключая место расположения на бумаге вырезанного круга.

4. Построить график зависимости распределения потенциала $\Phi\%$ от расстояния между шинами. x меняется от 0 до L , где L – длина модели от шины до шины. Из графика определить $\operatorname{tg}\lambda_1 = (\Delta\varphi/\Delta x)_1$ по данным измерений от шины с $\Phi\%=0$ до цилиндра и $\operatorname{tg}\lambda_2 = (\Delta\varphi/\Delta x)_2$ по данным измерений от цилиндра до шины с $\Phi\% = 100$. (см.рис.3.).

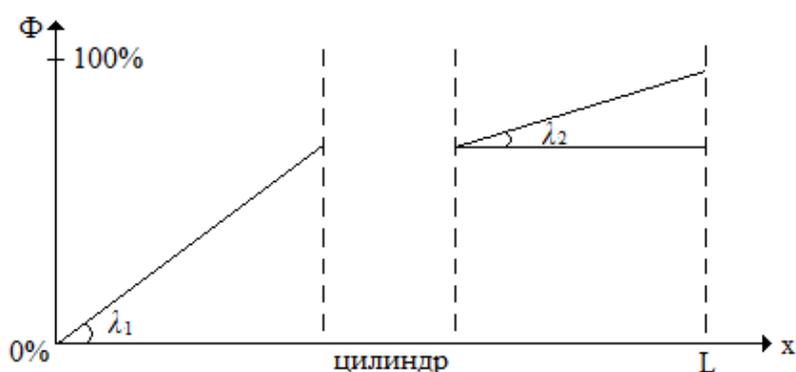


Рис.3. Зависимость распределения потенциала от расстояния между шинами

Средняя скорость вдали от цилиндра

$$V_{\infty} = \frac{1}{2} N \left[\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta x} \right)_1 + \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta x} \right)_2 \right] = N \frac{tg\lambda_1 + tg\lambda_2}{2}. \quad (32)$$

5. Измерить распределение потенциала $\Phi\%$ по поверхности цилиндра через каждые $\Delta\lambda = 5^\circ$ от передней критической точки до $\Delta\lambda = 360^\circ$.

По формуле (29) найти V_{∞} . При этом $\Delta\Phi_{\lambda}$ – разность потенциалов в двух соседних точках, положение которых определяется углом λ и углом $\lambda + \Delta\lambda$ соответственно. Например: $\lambda_1 = 45^\circ$; $\Phi_1 = 40,2\%$; $\lambda_2 = 50^\circ$, $\Phi_2 = 41,3\%$.

Следовательно, для $\lambda = 45^\circ$ $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 1,1\%$

6. По полученным данным вычислить распределение $V/V_{\infty} = f(\lambda)$. Построить график этой зависимости. На этот же график нанести результаты расчета по формуле (20). Сюда же нанести, для данного m значения V_{λ}/V_{∞} из таблицы 3.

7. По формуле (30) вычислить, используя данные собственного расчета, безразмерный коэффициент давления \bar{P} . Построить график $\bar{P} = f(\lambda)$. На этот же график нанести данные теоретического расчета по формуле (23) и результаты расчета \bar{P} для данного коэффициента загромождения m , вычисленного по результатам из таблицы 3.

8. Результаты эксперимента занести в таблицы 1 и 2.

Таблица 1.

Распределение скорости V_∞ вдали от цилиндра

x	
$\Phi\%$	
$tg\lambda_1$	
$tg\lambda_2$	
V_∞	

Таблица 2.

Распределение скорости и безразмерного коэффициента давления по поверхности цилиндра

Радиус цилиндра $R =$ Степень загромождения $m =$

λ °	Φ %	V_λ	$\left(\frac{V_\lambda}{V_\infty}\right)_s$	$\left(\frac{V_\lambda}{V_\infty}\right)_q$	$\left(\frac{V_\lambda}{V_\infty}\right)_{теор}$	\bar{P}	\bar{P}_q	$\bar{P}_{теор}$
				и з т а б л . 3				

Таблица 3.

Таблица значений безразмерной скорости V_λ/V_∞ в зависимости от угла λ для различных загромождений величины m (теоретический расчет)

m/λ°	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0,50	0,000	0,410	0,812	1,198	1,562	1,891	2,175	2,402	2,541	2,589
0,55	0,000	0,421	0,836	1,237	1,625	1,988	2,300	2,560	2,720	2,780
0,60	0,000	0,432	0,861	1,283	1,695	2,096	2,443	2,743	2,948	3,022
0,65	0,000	0,444	0,888	1,330	1,770	2,212	2,622	2,972	3,240	3,350
0,70	0,000	0,457	0,916	1,383	1,860	2,352	2,850	3,283	3,657	3,795
0,75	0,000	0,470	0,945	1,438	1,950	2,520	3,140	3,720	4,240	4,450
0,80	0,000	0,482	0,976	1,499	2,068	2,736	3,505	4,360	5,098	5,411
0,85	0,000	0,494	1,007	1,566	2,200	3,000	4,020	5,290	6,510	6,920
0,90	0,000	0,507	1,040	1,637	2,363	3,330	4,725	6,734	9,119	10,367
0,95	0,000	0,519	1,073	1,716	2,546	3,752	5,811	9,520	16,166	20,343

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж. Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Ғылым, 1996. – 433 с.
4. Фабрикант И.Я. Аэродинамика. – М: Наука, 1964. – 814 с.
5. Повх И.Л. Аэродинамический эксперимент в машиностроении. - М: Машиностроение, 1965. – 480 с.
6. Горлин С.М. Слезингер И.И. Аэромеханические измерения (методы и приборы). – М: Наука, 1964. – 720 с.
7. Прикладная аэродинамика. Под.ред.Краснова Н.Ф. – М: ВШ, 1974. – 732 с.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ЦИРКУЛЯЦИОННОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА МЕТОДОМ ЭГДА

Цель работы: Изучить на модели, условия циркуляционного обтекания цилиндра при различных соотношениях величины циркуляции и скорости набегающего потока.

Краткое теоретическое введение

Применение метода электроанalogии [2] для изучения циркуляционного обтекания идеальной жидкостью тел различной формы основано на следующем: пусть компоненты плотности электрического тока в точке с координатами (x, y) плоской пластинки одинаковой толщины h будут j_x и j_y по осям x и y соответственно (рис.1).

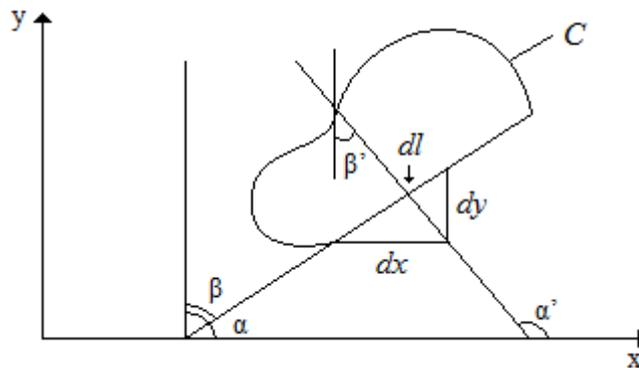


Рис. 1. К выводу зависимости между электрическим потенциалом и линиями тока

Если α, β углы направления элемента dl , а α', β' – углы внутренней нормали с осями x и y , то

$$\alpha' = \alpha + \frac{\pi}{2} ; \beta' = \frac{\pi}{2} - \beta . \quad (1)$$

Поэтому

$$\cos \alpha' = -\sin \alpha = -\cos \beta = -\frac{dy}{dl} , \quad (2)$$

$$\cos \beta' = \sin \beta = \cos \alpha = \frac{dx}{dl} .$$

При изучении плоских течений все величины, характеризующие поток, считаются отнесенными к единице толщины h .

Электрический ток, протекающий через элементарную площадку hdl , будет

$$hdl(j_x \cos \alpha' + j_y \cos \beta') = hj_y dx - hj_x dy , \quad (3)$$

а через замкнутый контур C

$$\int_C (hj_y dx - hj_x dy) . \quad (4)$$

Не предполагая в пластинке наличия источников тока, получим

$$\int_C (hj_y dx - hj_x dy) = 0 \quad (5)$$

или

$$\iint_S \left[\frac{\partial(hj_x)}{\partial x} + \frac{\partial(hj_y)}{\partial y} \right] dx dy = 0, \quad (6)$$

где S - площадь ограниченная контуром C .

Вследствие произвольности площадки S из последнего выражения следует, что

$$\frac{\partial(hj_x)}{\partial x} + \frac{\partial(hj_y)}{\partial y} = 0, \quad (7)$$

поэтому, если через $\psi_\vartheta(x,y)$ обозначить интеграл, взятый по любому пути от точки (a,b) до (x,y) :

$$\psi_\vartheta(x,y) = \int_{(a,b)}^{(x,y)} (hj_y dx - hj_x dy), \quad (8)$$

то будет

$$\frac{\partial \psi_\vartheta}{\partial x} = hj_y; \quad \frac{\partial \psi_\vartheta}{\partial y} = -hj_x, \quad (9)$$

где $\psi_\vartheta(x,y)$ – функция электрического тока.

В то же время изменение электрического потенциала φ_ϑ выражается в виде

$$d\varphi_\vartheta = -\rho_\vartheta(j_x dx + j_y dy), \quad (10)$$

где ρ_ϑ - сопротивление пластинки единичной длины и сечения. Отсюда также следует:

$$\frac{\partial \varphi_{\circlearrowleft}}{\partial x} = -\rho_{\circlearrowleft} j_x, \quad \frac{\partial \varphi_{\circlearrowleft}}{\partial y} = -\rho_{\circlearrowleft} j_y. \quad (11)$$

С другой стороны, в случае плоского установившегося и безвихревого течения идеальной жидкости компоненты скорости движения жидкости U и V связаны с производными потенциала скоростей φ_{rg} и функции тока ψ_{rg} известными соотношениями

$$\frac{\partial \varphi_{rg}}{\partial x} = -U, \quad \frac{\partial \varphi_{rg}}{\partial y} = -V, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \psi_{rg}}{\partial x} = V, \quad \frac{\partial \psi_{rg}}{\partial y} = -U.$$

Из анализа уравнений (2)-(12) следует электродинамическая аналогия двух видов. Уравнения (2)-(12) идентичны, если положить

$$\varphi_{\circlearrowleft} = \varphi_{rg}, \quad \psi_{\circlearrowleft} = \frac{h}{\rho_{\circlearrowleft}} \psi_{rg}, \quad (13)$$

$$\rho_{\circlearrowleft} j_x = U, \quad \rho_{\circlearrowleft} j_y = V,$$

тогда получим аналогию A , где устанавливается соответствие между гидродинамическим и электрическим потенциалами.

Для исследований циркуляционного обтекания тел чаще используется аналогия B . Если положить в соотношениях (2)-(12)

$$\varphi_{\vartheta} = -\frac{\rho_{\vartheta}}{h}\psi_{rg}, \quad \psi_{\vartheta} = \varphi_{rg}, \quad (14)$$

$$hj_y = -U, \quad hj_x = V,$$

то получим соответствие между линиями электрического тока и гидродинамического потенциала. В дальнейшем, положим ρ_{ϑ} , h равным единице. Эквипотенциальные линии электрического потенциала будут соответствовать гидродинамическим линиям тока. Вектор скорости идеальной жидкости и вектор плотности электрического тока ортогональны.

В случае аналогии B обтекаемым телом служит хороший проводник. Для изучения циркуляционного обтекания на проводник подается дополнительный электрический потенциал.

Рассмотрим гидродинамическую задачу о циркуляционном обтекании круглого цилиндра.

Комплексный потенциал циркуляционного обтекания цилиндра напишем в виде:

$$\chi(z) = |V_{\infty}| \left(z + \frac{R^2}{z} \right) - \frac{\Gamma i}{2\pi} \ln z, \quad (15)$$

где z - комплексная координата, R - радиус цилиндра, $|V_{\infty}|$ - скорость невозмущенного потока, а Γ - циркуляция скорости. Условие $\Gamma > 0$ соответствует циркуляционному движению против часовой стрелки.

Сопряженная скорость

$$\bar{V} = \frac{d\chi}{dz} = |V_\infty| \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right) - \frac{\Gamma i}{2\pi z}. \quad (16)$$

Положение критических точек найдем, решая уравнение

$$|V_\infty| \left(1 - \frac{R^2}{z^2} \right) - \frac{\Gamma i}{2\pi z} = 0, \quad (17)$$

которое можно переписать в виде

$$z^2 - \frac{\Gamma i}{2\pi |V_\infty|} z - R^2 = 0. \quad (18)$$

Корни этого квадратного уравнения равны

$$z_{1,2} = \frac{\Gamma i}{2\pi |V_\infty|} \pm \sqrt{R^2 - \frac{\Gamma^2}{16\pi^2 |V_\infty|^2}}. \quad (19)$$

В зависимости от величины циркуляции возможны три типа обтекания:

а) Циркуляция велика $\Gamma > 4\pi R |V_\infty|$. В этом случае в выражении (19) под знаком радикала будет стоять отрицательная величина и можно написать

$$z_{1,2} = \left(\frac{\Gamma}{4\pi |V_\infty|} \pm \sqrt{\frac{\Gamma^2}{16\pi^2 |V_\infty|^2} - R^2} \right) i. \quad (20)$$

Оба корня квадратного уравнения мнимы, причем $|z_1| > R$, $|z_2| < R$.

Первый корень дает критическую точку А (рис.2) вне цилиндра на положительной стороне мнимой оси, второй - критическую точку В на той же оси, но внутри цилиндра

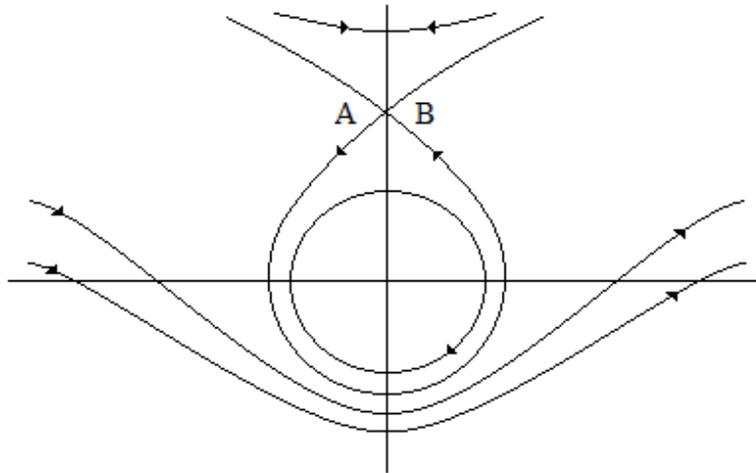


Рис. 2. Расположение критических точек при $\Gamma > 4\pi R|V_\infty|$

б) Предельный случай $\Gamma = 4\pi R|V_\infty|$. Корни z_1 и z_2 мнимы и равны между собой, критические точки совпадают (рис.3) и находятся на мнимой оси в точке

$$z_1 = z_2 = R_i \quad (21)$$

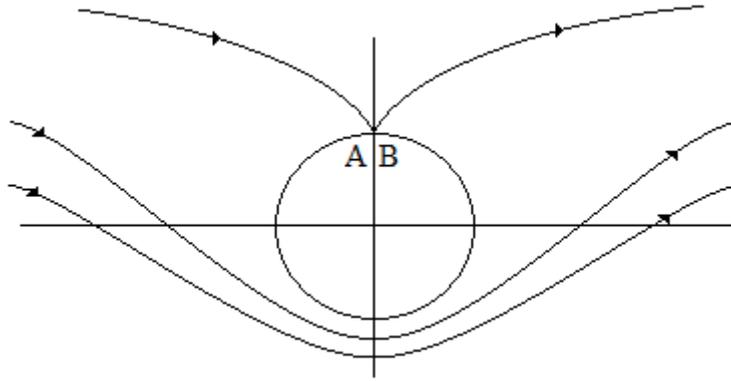


Рис.3. Расположение критических точек при $\Gamma=4\pi R|V_\infty|$

в) Циркуляция мала $\Gamma < 4\pi R|V_\infty|$. Корни, определяемые соотношением (19), в этом случае комплексные

$$z_{1,2} = \pm \sqrt{R^2 - \frac{\Gamma^2}{16\pi^2|V_\infty|^2}} + \frac{\Gamma}{4\pi|V_\infty|}i, \quad (22)$$

имеют общую ординату $\frac{\Gamma}{4\pi|V_\infty|}$, а составляющие по оси абсцисс по модулю одинаковы и меньше R , а по знаку противоположны. Модуль каждого из корней равен R , т.е. они расположены на окружности радиуса R . Положение критических точек показано на рис.4.

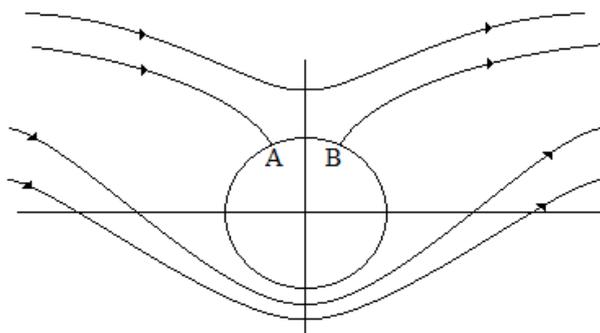


Рис. 4. Расположение критических точек при $\Gamma < 4\pi R |V_\infty|$

Описание установки и методика измерения

Для моделирования циркуляционного обтекания цилиндра лучший результат дает применение аналогии Б. Применим электроинтегратор ЭГДА. В качестве проводящей среды используется электропроводная бумага, модель цилиндра изготовлена из металла и закрепляется в центре листа электропроводной бумаги. Затем собирается схема, изображенная на рис.5.

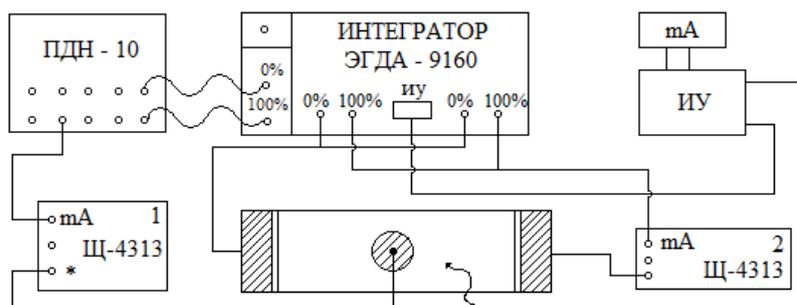


Рис. 5. Принципиальная схема установки

Для создания условий а), б) и в) циркуляционного обтекания цилиндра воспользуемся следующим выражением для моделирования циркуляции:

$$\Gamma = \oint_l V_l dl = \frac{b}{b_m} \cdot \frac{V_\infty}{j_\infty} \cdot j_n dl, \quad (23)$$

где V_l - скорость в некоторой точке на профиле, V_∞ - скорость набегающего потока жидкости, j_n - нормальная составляющая плотности электрического тока, j_∞ - плотность тока в невозмущенном электрическом поле, b_n и b - масштабы размеров модели и природы. Переходя от плотности тока к силе тока, получим

$$J_m = \oint_l j_n dl. \quad (24)$$

Ток в невозмущенном поле:

$$J_\infty = j_\infty L,$$

где L - размер стороны бумаги, параллельной шинам. Отсюда:

$$\Gamma = V_\infty L \frac{b}{b_m} \cdot \frac{J_m}{J_\infty}. \quad (25)$$

В качестве масштабов b_m и b выберем радиусы цилиндров модели и природы:

$$b_m = R_m, \quad b = R. \quad (26)$$

Тогда

$$\Gamma = V_{\infty} L \frac{R}{R_m} \cdot \frac{J_m}{J_{\infty}}. \quad (27)$$

Отнесем циркуляцию к величине RV_{∞}

$$\frac{\Gamma}{RV_{\infty}} = \frac{L}{R_m} \cdot \frac{J_m}{J_{\infty}}. \quad (28)$$

Согласно теории циркуляционного обтекания в режимах а), б) и в) должны выполняться следующие условия

$$\frac{\Gamma}{RV_{\infty}} < 4\pi, \quad \frac{\Gamma}{RV_{\infty}} > 4\pi. \quad (29)$$

Сопоставляя (28) и (29), получим следующие условия создания циркуляционного обтекания:

$$\begin{aligned} \text{а) } J_m &< 4\pi \frac{R_m}{L} J_{\infty}; \\ \text{б) } J_m &= 4\pi \frac{R_m}{L} J_{\infty}; \\ \text{в) } J_m &> 4\pi \frac{R_m}{L} J_{\infty}. \end{aligned} \quad (30)$$

Для измерения токов J_{∞} в цепи, моделирующей не возмущенный поток (бумага), необходимо в эту цепь последовательно подключить цифровой ампер-вольтметр. К модели цилиндра ток подводится от одного из выходов потенциометра ПДН-10. Ток в этой цепи измеряется вторым цифровым ампер-вольтметром. Сначала изучается

распределение эквипотенциальных линий без циркуляции. Затем подбираются токи J_m и J_∞ таким образом, чтобы выполнялось условие а), после чего изучается распределение эквипотенциальных линий.

Далее подбираются токи для условия б) и определяется расположение эквипотенциальных линий. Аналогичные эксперименты проводятся для условия в).

Задание. Обработка результатов измерений

1. Вырезать электропроводную бумагу размером $300 \times 300 \text{ мм}^2$, укрепить в центре вырезанного квадрата проводящий цилиндр заданного преподавателем радиуса. Собрать схему согласно рис.5.

2. Отключить провод, идущий от потенциометра к креплению цилиндра. Определить относительный потенциал цилиндра φ_3 в % (найти относительно полной разности потенциалов между шинами) и эквипотенциальную линию, соответствующую данному потенциалу вне цилиндра, найти эквипотенциальные линии, отличающиеся от $\varphi_{03} = const$ на интервал (в %), указанный преподавателем. Измерить прибором 2 ток J_∞ .

3. Подобрать J_m соответственно условию а) (30). Подать на цилиндр ток J_m от потенциометра, подключив провод от потенциометра к цилиндру через цифровой ампер-вольтметр 1. Определить потенциал цилиндра в % и эквипотенциальную линию, соответствующую этому потенциалу вне цилиндра. Относительно данного потенциала найти эквипотенциальные линии для интервала, заданного преподавателем.

4. Картина обтекания цилиндра при условиях а), б), в) должна быть показана на электропроводной бумаге различными цветными карандашами. Данные измерений

представляются в виде картины обтекания непосредственно на электропроводной бумаге.

5. Подать на цилиндр ток J_m , соответствующий условию б) (30). Повторить измерения, указанные в пункте 3.

6. Подать на цилиндр ток J_m соответствующий условию в) (30). Повторить измерения, указанные в пункте 3 и расчет в пункте 4.

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Дзибалов Ю.И., Жеребятъев И.Ф., Лукьянов А.Т. Статический электроинтегратор «СЭИ-2». Алматы: КазГУ, 1979. – 67 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛАМИНАРНОГО И ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ НА ПЛАСТИНЕ

Цель работы:

1. Освоить методику экспериментального исследования пограничного слоя на плоской поверхности.
2. Определить основные характеристики пограничного слоя в ламинарной и турбулентной областях течения.
3. Определить критическое значение числа Рейнольдса в области перехода от ламинарного течения к турбулентному.

Краткое теоретическое введение.

При обтекании поверхности реальной жидкостью всю область течения можно условно разбить на две зоны: пограничный слой, непосредственно примыкающий к поверхности, и внешний поток. В пограничном слое, образуемом при больших числах Рейнольдса, вследствие прилипания жидкости к поверхности и действия сил вязкости происходит торможение прилегающего к стенкам тонкого слоя жидкости. Скорость течения возрастает от нуля на стенке (прилипание) до своего максимального значения во внешнем потоке U_∞ . Существенное значение в пограничном слое имеют силы вязкого трения, сравнимые по величине с силами инерции.

На рис. 1. приводится схема пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой однородным потоком жидкости (или газа) в продольном направлении, причем для наглядности поперечный масштаб сильно увеличен.

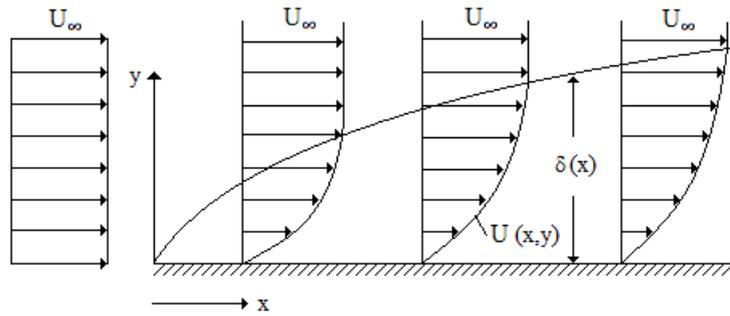


Рис. 1. Схема пограничного слоя на пластине, обтекаемой однородным потоком жидкости в продольном направлении

Толщина пограничного слоя δ постепенно возрастает с удалением от передней кромки пластины ($\delta = \delta(x)$), т.к. количество заторможенной жидкости увеличивается. Очевидно, что пограничный слой тем тоньше, чем больше скорость набегающего потока и чем меньше кинематический коэффициент вязкости жидкости ν . Расчет показывает, что для ламинарного течения

$$\delta(x) = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}.$$

Отсюда следует, что $\delta(x)/x = 5\sqrt{\text{Re}_x}$.

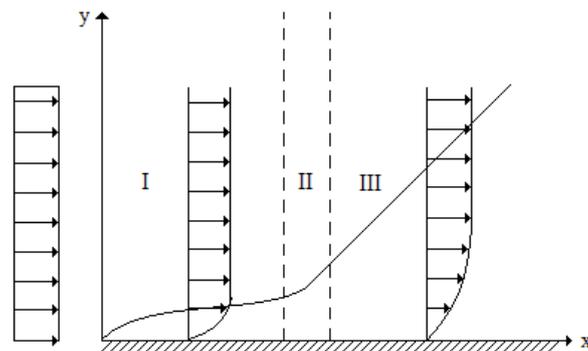
Здесь $\text{Re}_x = U_\infty x / \nu$ локальное число Рейнольдса (x - расстояние от передней кромки пластины). Поскольку изменение продольной компоненты скорости по оси y в пограничном слое происходит асимптотически, то определение толщины пограничного слоя в известной степени произвольно. Условно за внешнюю границу пограничного слоя принимают линию, на которой

скорость течения отличается от скорости набегающего потока на 1%.

Для более точного определения толщины пограничного слоя используются толщина вытеснения $\delta^*(x)$ и толщина потери импульса $\delta^{**}(x)$.

Изучение пограничного слоя состоит в нахождении распределения продольной компоненты скорости $U(x,y)$, толщины пограничного слоя $\delta(x)$, толщины вытеснения $\delta^*(x)$ и толщины потери импульса $\delta^{**}(x)$. Статическое давление в пограничном слое практически постоянно $P_0 \approx const$ и мало отличается от атмосферного.

По характеру течения пограничный слой может быть ламинарным и турбулентным. При движении жидкости вдоль пластины начальный участок обычно бывает ламинарным, за ним располагается переходная область, где сосуществуют турбулентные зоны потока с ламинарными, и наконец, область турбулентного течения. На рис. 2. представлена схема развития течения вдоль пластины. Положение переходной области определяется значением критического числа Рейнольдса.



I - Область ламинарного течения; II - Область перехода; III - Область турбулентного течения

Рис.2. Схема развития течения в пограничном слое

Переход от ламинарного течения к турбулентному связан с возникновением в потоке незатухающих возмущений, которые приводят к разрушению ламинарного движения в пограничном слое и турбулентному перемешиванию отдельных объемов жидкости.

Рассмотрим закономерности движения во всех трех областях пограничного слоя.

Дифференциальные уравнение ламинарного пограничного слоя на тонкой пластине, обтекаемой продольным потоком несжимаемой жидкости, имеют вид:

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho v \frac{\partial U}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Граничные условия:

$$U=0, v=0 \text{ при } y=0, \quad (2)$$

$$U=U_\infty \text{ при } y \rightarrow \infty.$$

Решение уравнений (1) с граничными условиями (2) позволяет рассчитать поле скорости $\frac{U}{U_\infty} = f\left(\frac{y}{\delta}\right)$, напряжение трения на пластине τ_w и коэффициент сопротивления C_f при безотрывном обтекании [1,2]:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0} = 0,332 \sqrt{\frac{\mu \rho U_\infty^3}{x}}, \quad (3)$$

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = \frac{0,664}{\sqrt{\text{Re}_x}}. \quad (4)$$

Закон сопротивления Блазиуса (4) справедлив в области ламинарного течения для чисел Рейнольдса

$$\text{Re}_x < 5 \cdot 10^5 \div 1 \cdot 10^6.$$

Условная толщина пограничного слоя, согласно решению Блазиуса, рассчитывается по формуле

$$\delta(x) = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}. \quad (5)$$

Толщина вытеснения $\delta^*(x)$ определяется посредством соотношения:

$$U_\infty \delta^*(x) = \int_0^\infty (U_\infty - U) dy,$$

откуда

$$\delta^*(x) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U}{U_\infty} \right) dy. \quad (6)$$

Толщина вытеснения δ^* представляет собой расстояние, на которое отодвигаются от тела линии тока

потенциального течения вследствие образования пограничного слоя (вытесняющее действие пограничного слоя). Для пластины, обтекаемой однородным потоком,

$$\delta^* \approx \frac{1}{3} \delta. \quad (6^*)$$

Вследствие трения поток импульса в пограничном слое уменьшается по сравнению с потоком импульса в потенциальном течении на величину

$$\rho \int_0^{\infty} U(U_{\infty} - U) dy.$$

С другой стороны, такое же уменьшение потока импульса идеальной жидкости вследствие торможения слоя толщиной δ^{**} равно $\rho U_{\infty}^2 \delta^{**}$.

Следовательно,

$$\rho U_{\infty}^2 \delta^{**} = \rho \int_0^{\infty} U(U_{\infty} - U) dy$$

и толщина потери импульса

$$\delta^{**} = \int_0^{\infty} \frac{U}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{U}{U_{\infty}} \right) dy. \quad (7)$$

Сопоставление (7) с (5) показывает, что

$$\delta^{**} \approx \frac{1}{7} \delta. \quad (7^*)$$

Рассмотрим закономерности течения в турбулентном пограничном слое. При удалении от передней кромки пластины возрастает число Re_x и в пограничном слое наблюдается отчетливо выраженный переход ламинарного течения в турбулентное. Турбулентное течение качественно отличается от ламинарного вследствие молярного механизма перемешивания отдельных объемов жидкости. Уравнения турбулентного пограничного слоя на плоской пластине имеет вид:

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho v \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu_T \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \langle \rho U'v' \rangle, \quad (8)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0,$$

где U, v - осредненные значения продольной и поперечной компонент скорости, μ_T - коэффициент турбулентной вязкости, $\langle \rho U'v' \rangle$ - Рейнольдского напряжение трения.

Граничные условия сохраняются в том же виде, что и при ламинарном обтекании пластины:

$$y=0: U=0, v=0; \quad (9)$$

$$y \rightarrow \infty: U=U_\infty.$$

Ввиду сложности решения этих уравнений используются эмпирические законы распределения скоростей [1,2]: так называемый “закон 1/7”.

$$\frac{U}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \quad (10)$$

справедливый для значений чисел Рейнольдса $10^5 < \text{Re}_x < 10^7$, и логарифмический “закон стенки”

$$\frac{U}{U_\infty} = \frac{1}{\beta} \ln \frac{y v_*}{\nu} + C, \quad (11)$$

верный при $\text{Re}_x > 10^7$ ($v_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ - динамическая скорость, β ,

C - эмпирические постоянные). При использовании “закона 1/7” получаются следующие зависимости для расчета параметров турбулентного пограничного слоя:

$$\begin{aligned} \frac{\delta(x)}{x} &= 0,37 \cdot \text{Re}_x^{-0,2}, \\ \frac{\delta^*(x)}{x} &= 0,046 \cdot \text{Re}_x^{-0,2}, \\ \frac{\delta^{**}(x)}{x} &= 0,036 \cdot \text{Re}_x^{-0,2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Отсюда

$$\delta^* \approx \frac{1}{8} \delta. \quad (12^*)$$

Описание установки и методики измерений

Работа проводится в аэродинамической трубе, в рабочей части которой устанавливается пластина размерами (0,3 x

0,6) м². На пластине имеются дренажные отверстия для непосредственного измерения распределения статического давления вдоль пластины. Каждое из отверстий поочередно соединяется с микроманометром.

Пластина устанавливается строго параллельно линиям тока воздушного потока, скорость которого U_∞ может изменяться в пределах от 5 м/с до 30 м/с.

Измерение динамического давления проводится с помощью трубки Пито с плоским носиком, соединенной с микроманометром ММН. Трубка Пито закрепляется в двухходовом координатнике с точностью отсчета $1 \cdot 10^{-4}$ м. Начало отсчета определяется касанием плоской поверхности носика трубки о пластину. Момент касания определяется по отклонению стрелки микроамперметра (рис. 3).

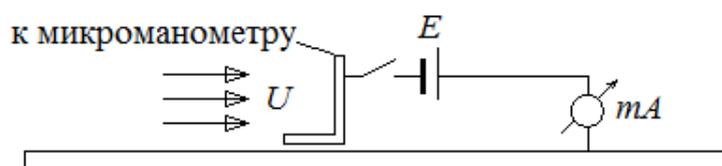


Рис. 3. Схема для определения момента касания трубки Пито с поверхностью пластины

Минимальное расстояние от поверхности пластины до точки замера составляет половину поперечного размера примерного отверстия трубки Пито.

Для измерения скорости и построения ее профиля трубка Пито перемещается от стенки до внешней границы пограничного слоя, где показания давления на шкале микроманометра перестанут изменяться. Особенно тщательные измерения надо проводить у стенки - через каждые $1 \cdot 10^{-4}$ м. Измерения проводятся вдоль всей длины пластины, начиная с ее передней кромки.

Скорости течения в пограничном слое вычисляется по формуле

$$U = \sqrt{\frac{2}{\rho} kn},$$

где n - показание микроманометра в делениях его шкалы, k - коэффициент наклона манометра.

Задание. Обработка результатов измерений

1. Убедиться в том, что пластина установлена параллельно потоку к рабочей части аэродинамической трубы. Соединить один из манометров с отверстием в выходном сечении сопла. По указанию преподавателя задать требуемое значение скорости потока U_∞ на выходе из сопла и контролировать его на протяжении всего опыта. Другой микроманометр соединить с трубкой Пито.

2. Экспериментально определить границу областей ламинарного течения вдоль пластины. Для этого трубкой Пито, установленной вблизи поверхности пластины - на расстоянии $5 \cdot 10^{-4}$ м от оси трубки, измерить динамическое давление вдоль пластины с интервалом $2 \cdot 10^{-2}$ м, начиная с ее передней кромки. В области перехода от ламинарного течения к турбулентному, где давление начинает расти, измерения надо проводить чаще - с интервалом $5 \cdot 10^{-3}$ м. Необходимо заметить, что надо строго контролировать при каждом измерении расстояние от стенки и скорость потока U_∞ .

3. По полученным данным построить график $\Delta P = \frac{\rho U^2}{2} = f(\text{Re}_x)$ и по графику найти области ламинарного течения, перехода и турбулентного течения. Определить критическое число Рейнольдса, выбирая в качестве $x_{кр}$ середину переходного участка.

4. Измерить распределение статического давления вдоль пластины в семи точках, соответствующих дренажным отверстиям, последовательно соединяя выход каждого отверстия с микроманометром. Построить график зависимости $P_0 - P_a = f(x)$.

5. Для ламинарной области течения измерить скорость в 5 поперечных сечениях потока. Число экспериментальных значений скорости в каждом сечении должно быть достаточно большим (15÷20).

6. Аналогичные измерения скорости (см. пункт 5) провести в турбулентной области течения.

7. Построить профили скорости $U/U_\infty = f(y)$ для ламинарной и турбулентной области течения.

8. По этим профилям методом графического интегрирования (рис.4) найти толщину вытеснения δ^* , как функцию x . Для этого выбрать достаточно малый шаг интегрирования Δy и разбить всю площадь графика на узкие полоски шириной Δy .

Толщина вытеснения

$$\delta^*(x) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy,$$

определяется площадью, ограниченной кривой $U/U_\infty = f(y)$, начальной ординатой $y=0$ и прямой $U/U_\infty = 1$. Эту площадь можно представить как сумму площадей трапеций высотой Δy :

$$\delta^* = \Delta y \left(\frac{a+b}{2} + \frac{b+c}{2} + \frac{c+d}{2} + \dots \right)$$

или

$$\delta^* = \Delta y \left(\frac{a}{2} + b + c + d + \dots \right).$$

Отметим, что величина δ^* имеет размерность Δy . Очевидно, число вычисленных графическим интегрированием $\delta^*(x)$ равно числу использованных для расчета профилей скорости.

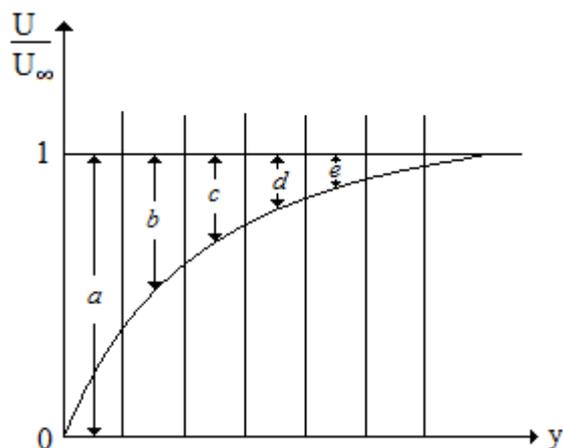


Рис. 4. К определению толщины вытеснения δ^* для одного значения x

9. По вычисленным значениям $\delta^*(x)$ найти толщину пограничного слоя $\delta(x)$ согласно формуле (6^{*}) в ламинарной области течения и формуле (12^{*}) в турбулентной области течения. Построить на одном

графике экспериментальную зависимость $\frac{\delta}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}} = f(\text{Re}_x)$

для обеих областей течения и сравнить с теоретическими зависимостями (5) и первой формулой в (12).

10. Для ламинарной и турбулентной областей течения построить универсальные профили скорости

$$\frac{U}{U_{\infty}} = f\left(\frac{y}{\delta}\right).$$

11. Считая для турбулентной области закон изменения скорости степенным

$$\frac{U}{U_{\infty}} = C\left(\frac{y}{\delta}\right)^n,$$

определить показатель степени n и постоянную C . Для этого построить зависимость

$$\lg \frac{U}{U_{\infty}} = \lg C + n \lg \frac{y}{\delta}$$

и из графика найти значения n и C .

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж. Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Ғылым, 1996. – 433 с.
4. Абрамович Г.Н., Гиршович Г.А., Крашенинников С.Ю. и другие. Теория турбулентных струй. Изд. 2 – ое перераб. и доп. Под.ред. Г.Н. Абрамовича. – М: 1984. – 720 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО ТРЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПО МЕТОДУ КЛАУЗЕРА

Цель работы:

1. Освоить метод Клаузера, применяемый для определения коэффициента поверхностного трения в пограничном слое на пластине.
2. По экспериментальным профилям средней скорости определить с помощью диаграммы Клаузера распределение поверхностного трения вдоль пластины.

Краткое теоретическое введение

Определение сил, действующих на движущиеся в среде крылья, фюзеляжи самолетов, корабли и т.д., является практически важной задачей. Одна из составляющих силы лобового сопротивления - сила поверхностного трения. Напряжение трения на поверхности определяется свойствами жидкости или газа и градиентом скорости

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0} . \quad (1)$$

Введем в рассмотрение, как это обычно принято, локальный коэффициент поверхностного трения, характеризующий потерю энергии потока, расходуемой на совершение работы против сил трения:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} . \quad (2)$$

Ввиду того, что сила поверхностного трения мала по величине ($C_f \approx 3 \cdot 10^{-3} \div 6 \cdot 10^{-3}$) и ее измерение представляет известные экспериментальные трудности, используются расчетные методы определения коэффициентов поверхностного трения. Одним из таких методов является метод Клаузера, позволяющий определить коэффициенты поверхностного трения по экспериментальным профилям средней скорости.

Приближенный расчет коэффициентов поверхностного трения основан на использовании двухслойной модели турбулентного пограничного слоя. При движении жидкости вдоль твердой стенки образуется сложный по своей структуре пограничный слой: тонкая пристенная область чисто вязкого движения (ламинарный подслой) и область турбулентного движения (турбулентное ядро потока). В ламинарном подслое существенную роль играют процессы молекулярного переноса, и профиль скорости имеет линейный характер

$$U = \frac{\tau_w}{\mu} y, \quad (3)$$

а напряжение трения между любыми слоями жидкости является постоянным и равным τ_w .

Перейдем теперь к турбулентному движению. Для выяснения главной особенности турбулентного движения вблизи твердой стенки рассмотрим идеализированный пример. Пусть плоской поток движется параллельно безграничной твердой стенке. В этом случае поле осредненной скорости в пограничном слое описывается решением уравнения Рейнольдса

$$\mu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0.$$

Интегрирование этого уравнения с учетом граничного условия

$$\tau = -\langle \rho U'v' \rangle = 0 \text{ при } y=0$$

дает

$$\mu \frac{\partial U}{\partial y} + \tau = \tau_w, \quad (4)$$

Отсюда следует, что в области, удаленной от стенки, где слагаемое $\mu \frac{\partial U}{\partial y}$ мало по сравнению с турбулентным трением и может быть опущено, допустимо считать, что $\tau = \tau_w = \text{const.}$

Напряжение турбулентного трения можно задать формулой Прандтля

$$\tau = \rho l^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 = \tau_w, \quad (5)$$

где l - путь смешения.

Поскольку расстояние данной точки от твердой стенки y представляет единственную характерную для потока длину, Прандтль полагает l пропорциональным y т.е.

$$l = \beta y, \quad (6)$$

где $\beta=0,41$ опытная константа. Уравнение (5) при использовании (6) просто интегрируется:

$$U = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \ln y + C_1, \quad (7)$$

где C_1 – эмпирическая постоянная, определяемая из условия на границе ламинарного подслоя и равная 5,45.

Запишем (7) в безразмерных переменных. Для этого введем динамическую скорость u_* и динамическую координату y_* :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}; \quad y_* = \frac{y}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} = \frac{y}{u_*}$$

и используем их в качестве масштаба скорости и длины:

$$U^+ = \frac{U}{u_*}; \quad y^+ = \frac{y}{y_*} = \frac{y u_*}{\nu}$$

Тогда уравнение (7) можно записать в виде:

$$U^+ = \frac{1}{\beta} \ln y^+ + C \quad (8)$$

Это соотношение называется “законом стенки” и представляет собой универсальный профиль скорости в турбулентном ядре пограничного слоя. Обратим внимание на то, что уравнение (8) справедливо вблизи стенки за пределами ламинарного подслоя. В ламинарном подслое

линейный профиль скорости (3) в динамических координатах имеет вид

$$U^+ = y^+ . \quad (9)$$

Поэтому полный универсальный профиль скорости будет иметь вид:

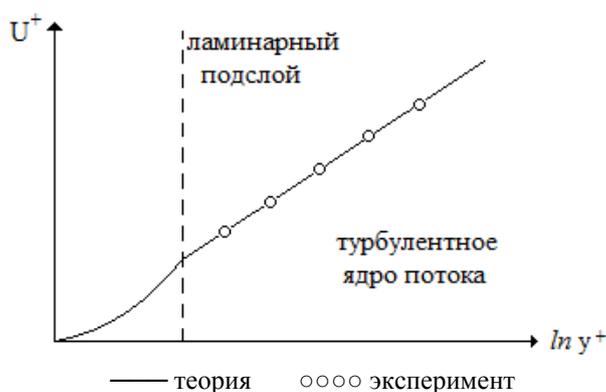


Рис. 1. Профиль скорости в безразмерных переменных

Логарифмический “закон стенки” является теоретической основой метода Клаузера определения коэффициента поверхностного трения. Действительно, если учесть, что $v_* = U_\infty \sqrt{\frac{C_f}{2}}$ то уравнение (8) можно записать следующим образом

$$\frac{U}{U_\infty} = \frac{U^+ v_*}{U_\infty} = U^+ \sqrt{\frac{C_f}{2}} = \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left\{ \frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{y U_\infty}{\nu} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \right] + C \right\} . \quad (10)$$

Если в этом уравнении $\frac{C_f}{2}$ считать известным параметром, то уравнение (10) в полулогарифмических координатах

$$\frac{U}{U_\infty} = f\left(\ln \frac{yU_\infty}{\nu}\right)$$

даст семейство прямых линий, каждая из которых соответствует заданному значению коэффициента поверхностного трения C_f . Это семейство прямых называется диаграммой Клаузера.

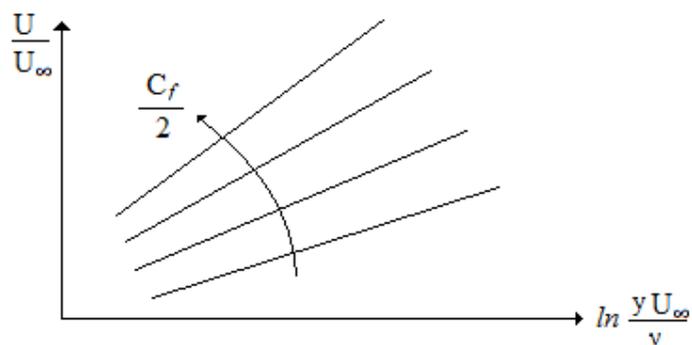


Рис. 2. Диаграмма Клаузера

Если на эту диаграмму нанести экспериментально найденные значения скорости в тех же координатах, то они, как правило, расположатся между каким-то двумя прямыми с известными $\frac{C_f}{2}$.

В полосе, ограниченной этими значениями $\frac{C_f}{2}$, следует провести в соответствии с уравнением (10) серию прямых, отвечающих промежуточным величинам $\frac{C_f}{2}$ и выбрать среди этих прямых ту, которая наилучшим образом приближается к экспериментальным точкам. Это и даст искомое значение $\frac{C_f}{2}$.

Описание методики и установки измерений

Измерение скорости производится в пограничном слое на пластине, установленной в рабочей части аэродинамической трубы. Измерения производятся с помощью трубки Пито, соединенной с наклонным микроманометром, показывающим разность полного и статического давлений. По этой разности можно определить скорость потока в каждой точке пограничного слоя

$$U = \sqrt{\frac{2}{\rho} kn} ,$$

где n - показание микроманометра в делениях, k - коэффициент наклона манометра.

Трубка Пито установлена на координатнике точною отсчета поперечной координаты 0,1мм.

Задание. Обработка результатов измерений

1. Измерить на разных расстояниях от передней кромки пластины среднюю скорость в 8÷10 поперечных сечениях пограничного слоя на пластине так, что бы на каждом профиле скорости было не менее десяти экспериментальных точек

2. Построить диаграмму Клаузера для значений $\frac{C_f}{2}$ в интервале от $(2,0 \div 6,0) \cdot 10^{-3}$ через $0,2 \cdot 10^{-3}$. Каждую прямую проводить по двум точкам.
3. Нанести на диаграмму Клаузера экспериментальные профили скорости в соответствующих координатах

$$\frac{U}{U_\infty} = f\left(\ln \frac{yU_\infty}{\nu}\right).$$

4. Путем интерполяции определить значения локальных коэффициентов поверхностного трения для всех 8÷10 профилей средней скорости.

5. Построить график изменения локального коэффициента поверхностного трения вдоль пластины, т.е.

$$\frac{C_f}{2} = \varphi(x).$$

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж. Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Ғылым, 1996. – 433 с.

ИЗМЕРЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ТРЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ МЕТОДОМ ПРЕСТОНА

Цель работы:

1. Ознакомиться с экспериментальным методом определения коэффициента сопротивления в пограничном слое на пластине.
2. Измерить распределение поверхностного трения вдоль пластины методом Престона.

Краткое теоретическое введение

Поверхностное трение является одной из причин профильного сопротивления самолета при дозвуковых скоростей и составляет большую долю сопротивления кораблей. Данные о поверхностном трении на крыльях и стенках в значительной степени основываются на сведениях о поверхностном трении на плоских пластинах и на предположении о том, что малые градиенты давления оказывают на него незначительное влияние.

Поверхностное напряжение трения τ_w определяется произведением коэффициента вязкости μ на градиент продольной компоненты скорости на стенке:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial U}{\partial y} \right|_{y=0} . \quad (1)$$

На практике вводится безразмерный коэффициент сопротивления, характеризующий потерю энергии потока, расходуемой на совершение работы против сил трения:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad \text{или} \quad \frac{C_f}{2} = \frac{\tau_w}{\rho U_\infty^2}, \quad (2)$$

где U_∞ - скорость набегающего потока, ρ - плотность.

Как известно, течение в пограничном слое на пластине является довольно сложным: на передней части пластины течение ламинарное, затем следует переходная область, где происходит перестройка течения от ламинарного режима к турбулентному и, наконец, течение превращается в полностью развитое турбулентное. Каждая область характеризуется своим законом трения.

В ламинарной области, согласно решению Блаузиса для продольно обтекаемой пластины, локальный коэффициент сопротивления

$$\frac{C_{fл}}{2} = 0,664 \text{Re}_x^{-0,5}, \quad (3)$$

где $\text{Re}_x = \frac{U_\infty x}{\nu}$ - местное число Рейнольдса, $\nu = \mu/\rho$ - кинематический коэффициент вязкости.

В турбулентной области течения для локального коэффициента сопротивления найдена иная эмпирическая зависимость:

$$\frac{C_{фт}}{2} = 0,037 \text{Re}_x^{-0,2}. \quad (4)$$

Эта формула справедлива при условии, что пограничный слой турбулентен, начиная с передней кромки пластины. Однако в действительности пограничный слой вблизи передней кромки пластины

остается ламинарным и становится турбулентным только на некотором расстоянии от передней кромки, определяемой критическим числом Рейнольдса

$$\text{Re}_{x,кр} = \frac{U_{\infty} x_{кр}}{\nu},$$

которое в зависимости от степени

турбулентности внешнего течения может меняться в пределах $3 \cdot 10^5 \div 3 \cdot 10^6$. Наличие ламинарного участка уменьшает общее сопротивление пластины. Для оценки этого уменьшения предположим, следуя Прандтлю, что турбулентный пограничный слой позади точки перехода такой же, как если бы он был турбулентным, начиная от передней кромки пластины. Тогда, вычтя из турбулентного сопротивления всей пластины турбулентное сопротивление ее участка от передней кромки до точки перехода $x_{кр}$ и прибавив к полученной разности ламинарное сопротивление только что указанного участка, получим требуемую оценку. Это означает, что из сопротивления пластины, вычисленного в предположении, что пограничный слой турбулентен, начиная от передней кромки, необходимо вычесть

$$\Delta W = \frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 b x_{\partial\partial} (C_{fT} - C_{f\partial}), \quad (5)$$

где C_{fT} и $C_{f\partial}$ - полные коэффициенты сопротивления пластины для турбулентного и ламинарного течений при критическом числе Рейнольдса $\text{Re}_{x,кр}$. Следовательно, поправка для коэффициента C_f составляет

$$\Delta C_f = -\frac{x_{кр}}{l} (C_{fT} - C_{f\partial}) = -\frac{\text{Re}_{x,кр}}{\text{Re}_l} (C_{fT} - C_{f\partial}).$$

Если мы предположим, что

$$\Delta C_f = -\frac{A}{Re_l}$$

то постоянная A будет определяться положением точки перехода $Re_{x_{кр}}$ ламинарной формы течения в турбулентную, а именно она будет равна

$$A = Re_{x_{кр}}(C_{fT} - C_{fл}).$$

Таким образом, полный коэффициент сопротивления пластины длиной l с учетом существования ламинарного участка течения в передней части пластины равен

$$C_f = \frac{0,074}{Re_l^{1/5}} - \frac{A}{Re_l}, \quad (6)$$

причем эта формула справедлива в области чисел Рейнольдса

$$5 \cdot 10^5 < Re_l < 10^7.$$

Имея значение C_{fT} из (4) и $C_{fл}$ из (3), получим для A следующие значения

$Re_{x_{кр}}$	$3 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	10^6	$3 \cdot 10^6$
A	1050	1700	3300	8700

Для экспериментального определения локального напряжения трения Престоном был предложен метод, основанный на гипотезе о том, что вблизи стенки существует область динамического подобия, в которой характеристики течения однозначно определяются трением на поверхности и физическими свойствами газа. В

этой области выполняется универсальный закон распределения скорости, определяемый формулой

$$\frac{U}{v_*} = f\left(\frac{v_* y}{\nu}\right), \quad (7)$$

в которой $v_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ - динамическая скорость.

Престоном было показано, что существует функциональная связь между двумя безразмерными комплексами $\frac{(P - P_0)d_i^2}{4\rho v^2}$ и $\frac{\tau_w d_i^2}{4\rho v^2}$ в виде

$$\frac{\tau_w d_i^2}{4\rho v^2} = F\left[\frac{(P - P_0)d_i^2}{4\rho v^2}\right], \quad (8)$$

и получена явная форма этой зависимости:

$$\lg\left(\frac{\tau_w d_i^2}{4\rho v^2}\right) = a + b \lg\left[\frac{(P - P_0)d_i^2}{4\rho v^2}\right]. \quad (9)$$

В формулах (8) и (9) $P - P_0$ - динамическое давление, измеренное в том месте, где напряжение трения равно τ_w , d_i - внутренний диаметр трубки Пито, используемой при измерении динамического давления.

В экспериментах Престона константы a и b в (9) имели следующие значения:

$$a = -1,396, \quad b = 0,875. \quad (10)$$

Чтобы воспользоваться формулой (9) для определения τ_w по измеренным значениям $P-P_0$, нужно предварительно провести тарировку трубок Пито. Делается это таким образом. В длинной цилиндрической трубе известного диаметра D при помощи вентилятора создается турбулентный поток воздуха. В гидродинамически стабилизированном участке течения на расстоянии L от конца трубы измеряют при помощи микроманометра перепад статического давления ΔP (рис. 1), после чего по известной формуле для развитого турбулентного течения в трубе

$$\tau_w = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{D}{4}, \quad (11)$$

определяют одинаковое во всех сечениях трубы напряжение трения τ_w . При изменении скорости течения в трубе изменится величина ΔP , а следовательно, и τ_w - каждому значению ΔP отвечает соответствующее значение τ_w .

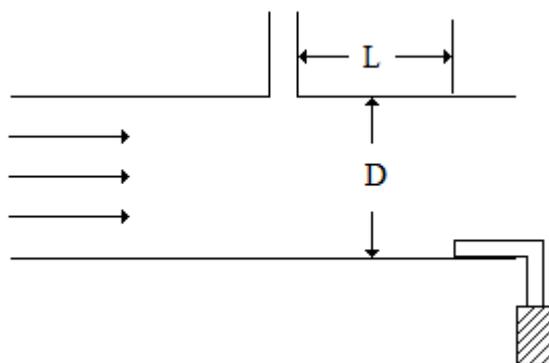


Рис. 1. Схема для тарировки трубок Пито

Если при этом одновременно при помощи трубки Пито, соединенной с микроманометром и расположенной внутри

трубы у ее стенки, измерить динамическое давление $P-P_0$, отвечающее каждому значению скорости движения воздуха в трубе (и, значит, τ_w), то для данной трубки Пито можно построить график зависимости τ_w от $P-P_0$. То же самое следует проделать и с трубками Пито другого внутреннего диаметра.

Если считать, что установленная таким образом связь с $P-P_0$ для трубы справедлива и для обтекания пластины однородным потоком, то согласно формуле (9)

зависимость комплекса $\frac{\tau_w d_i^2}{4\rho v^2}$ от $\frac{(P-P_0)d_i^2}{4\rho v^2}$ в

логарифмических координатах на графике должна изображаться прямой линией. Это можно проверить, выполнив измерение динамического давления в точках пограничного слоя на пластине, отстоящих на разных расстояниях от ее переднего края, при различных скоростях потока.

Откладывая на оси абсцисс логарифм комплекса $\frac{(P-P_0)d_i^2}{4\rho v^2}$ для разных значений d_i , а на оси ординат -

логарифм комплекса $\frac{\tau_w d_i^2}{4\rho v^2}$ для тех же d_i , мы должны

получить прямую линию и по ней определить значения постоянных a и b в формуле (9). Они могут оказаться другими по сравнению с приведенными Престоном. Дело в том, что хотя в формулу (9) входит только внутренний диаметр трубки Пито d_i , не следует думать, что наружный ее диаметр d_e не сказывается на результатах измерения. При замене одной трубки другой должно быть выдержанно требование геометрического подобия всех трубок - постоянство отношения d_i / d_e . Возможно, что имеющийся в лаборатории набор трубок Пито имеет характеристики,

отличающиеся от престоновских. В этом случае могут отличаться и коэффициенты a и b в уравнении (9).

Необходимо учесть еще следующее замечание. Трубка Пито, установленная на поверхности пластины, позволяет измерить лишь осредненное по площади ее (трубки) поперечного сечения динамическое давление. Это связано с неравномерным распределением скорости в пограничном слое. Для учета этих погрешностей вводят понятие эффективного центра трубки Пито. Престоном было показано, что эффективный центр смещается от геометрического центра в сторону потока.

Выберем для измерений несколько геометрически подобных цилиндрических трубок Пито – с постоянным отношением внутреннего диаметра d_i к внешнему d_e ($d_i/d_e = const$).

Если эффективные центры этих трубок не выходят за пределы слоя подобия, то данные измерений, полученные при помощи этих трубок, должны укладываться на одну универсальную прямую, представленную уравнением (9).

Задание. Обработка результатов измерений

1. Провести, как указано выше, тарировку трех геометрически подобных цилиндрических трубок Пито с различными диаметрами d_1 , d_2 , d_3 при помощи калибровочной трубы длиной $L=2,95$ м и диаметром $D=0,0137$ м. Для этого носик трубки Пито поместить на внутреннюю поверхность трубы у ее среза и соединить трубку Пито с микроманометром. Изменяя скорость течения воздуха по трубе, снять зависимость показания микроманометра от перепада давления на длине L (между пятым отверстием и концом трубы).

2. Построить тарировочную зависимость $\lg\left(\frac{\tau_w d_i^2}{4\rho v^2}\right) = F\left[\frac{\lg(P-P_0)d_i^2}{4\rho v^2}\right]$ для всех трех трубок Пито с

различными внутренними диаметрами d_i . Проверить, получается ли единая универсальная зависимость.

3. Измерить одной из протарированных трубок распределение динамического давления $P-P_0$ в пограничном слое на пластине, расположенной в рабочей части аэродинамической трубы вдоль всей ее длины при двух значениях скорости потока U_∞ .

4. При помощи тарировочной зависимости, полученной в п.2., определить в местах измерения $P-P_0$ напряжение трения τ_w , по нему рассчитать коэффициент сопротивления $C_f=f(x)$ для двух значений скорости потока U_∞ .

5. Проверить справедливость формулы (9), и если она выполняется, определить постоянные a и b . В случае отклонения полученных экспериментальных данных от зависимости (9) попытаться дать этому объяснение.

6. По построенной для локального коэффициента сопротивления зависимости $C_f=f(x)$ найти графическим интегрированием полный коэффициент сопротивления

пластины длиной l $C_f = \int_0^l c_f dx$. Результат сопоставить с

формулой (6). В случае расхождения данных привести объяснение.

7. Оценить погрешность измерений для максимального и минимального значения локального коэффициента C_f , учитывая, что погрешность определяется погрешностью тарировки и погрешностью измерения давления в пограничном слое.

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.

3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж.
Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Ғылым,
1996. – 433 с.

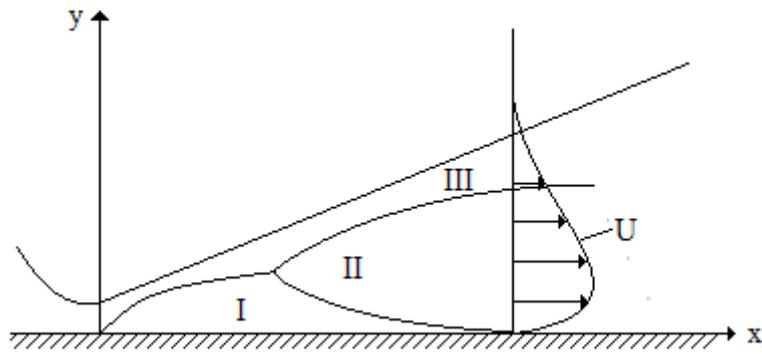
ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПРИСТЕННОЙ СТРУИ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Цель работы: изучить основные характеристики и закономерности распространения плоской пристенной струи.

Краткое теоретическое введение.

Пристенная струя образуется при истечении вязкой жидкости из тонкой длинной щели и распространении ее вдоль твердой поверхности. Движение жидкости в пограничном слое, образованном пристенной струей, довольно сложно: в нем сочетаются различные формы пограничного слоя - пристенного и свободного струйного. Вблизи стенки, во внутренней области, течению присущи закономерности пристенного пограничного слоя, во внешней области, за линией максимальной скорости - течение подобно свободному струйному.

Как показывает опыт, течение в пристенной струе на некотором расстоянии от насадка становится турбулентным. Это относится к внешней области течения. Во внутренней области, как обычно при движении вдоль стенки, вначале развивается ламинарный пограничный слой, который на некотором расстоянии от насадка переходит в турбулентный. У стенки сохраняется тонкий вязкий подслой (рис.1).



I-ламинарный слой; II-турбулентный пристенный слой; III-свободный турбулентный слой.

Рис. 1. Схема пограничного слоя пристенной струи

Сложная структура пограничного слоя в пристенной струе предопределяет трудности предсказания основных закономерностей распространения струи.

В случае плоской ламинарной пристенной струи-источника удастся получить аналитическое решение задачи и установить закономерности изменения вдоль струи основных параметров течения. Действительно, течение в плоской ламинарной пристенной струе описывается решением системы дифференциальных уравнений пограничного слоя:

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

с граничными условиями:

$$u = 0, v = 0 \quad \text{при } y = 0$$

$$u = 0 \quad \text{при } y \rightarrow \infty$$

С помощью преобразований автомодельности

$$u = u_m F'(\varphi), \quad \text{где } \varphi = Bux^\beta, \quad u_m = Ax^2,$$

Система уравнений (1) сводится к одному обыкновенному дифференциальному уравнению

$$F''' + \frac{A}{2\nu B^2} [(\alpha + 1)FF''' - 2\alpha F'^2] = 0 \quad (3)$$

С граничными условиями: $F(0) = 0, F'(0) = 0, F'(\infty) = 0$.

Задача доводится до конца при использовании интегрального условия сохранения

$$\int_0^\infty \rho u^2 \left(\int_0^y u du \right) dy = const \quad (4)$$

или более просто

$$\int_0^\infty u^{3/2} dy = const. \quad (5)$$

Результаты решения сводятся к следующему:

1. Получаем универсальный профиль скорости в пристенной струе (рис.2).

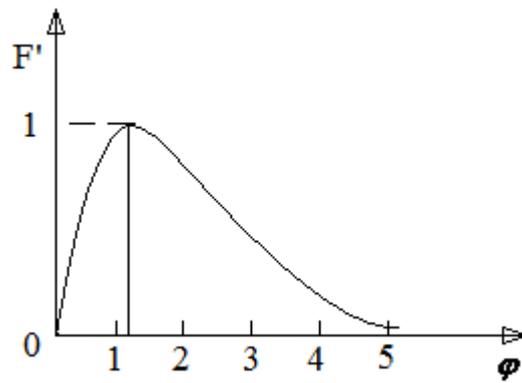


Рис. 2. Универсальный профиль скорости в ламинарной пристенной струе

2. Получены закономерности изменения вдоль струи секундного массового расхода

$$G = \int_0^{\infty} \rho u dy \sim x^{1/4},$$

импульса

$$I_x = \int_0^{\infty} \rho u^2 dy \sim x^{-1/4},$$

кинетической энергии

$$E = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \rho u^3 dy \sim x^{-3/4},$$

напряжения трения

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \sim x^{-5/4}.$$

Найдены значения констант автомодельности α и β , характеризующих падение максимальной скорости ($u_m = Ax^\alpha$) и быстроту нарастания толщины струйного пограничного слоя вдоль пластины ($\delta \sim x^{-\beta}$): $\alpha = -\frac{1}{2}$,

$$\beta = -\frac{3}{4}.$$

В случае турбулентной пристенной струи ($\nu_T \neq const$) расчет характеристик течения становится очень сложным и может быть выполнен, например, методом «стыковки» двух самостоятельных решений - для внутренней и внешней области течения. Во внутренней (пристенной) области используются степенной или логарифмический закон распределения скорости, а во внешней - решение, описывающее распространение свободной турбулентной струи. Затем оба решения объединяются условиями непрерывности функций и их производных на линии максимума скорости. Такая модель позволяет рассчитать универсальный профиль скорости, определить константы автомодельности для течения в основном участке струи, а также интегральные характеристики течения. Необходимость использования этого метода стыковки диктуется различным характером зависимости от координат коэффициента кинематической турбулентной вязкости $\nu_T(x, y)$ во внутренней и внешней областях турбулентной пристенной струи. Л.А. Вулисом и В.П. Кашкаровым предложен сравнительно простой приближенный метод расчета пристенной струи, основанный на построении интерполяционной формулы для кинематического коэффициента турбулентной вязкости:

$$v_T = (1 - e^{-C\varphi^2})\delta(x)u_m(x). \quad (6)$$

Здесь C - эмпирическая константа, равная 30, $\delta(x)$ - толщина пограничного слоя. При этом предложенная система уравнений турбулентного пограничного слоя для усредненных скоростей

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(v_T \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} u = v = 0 & \text{ при } y = 0 \\ u = 0 & \text{ при } y \rightarrow \infty \end{aligned}$$

сводится путем обычных автомодельных преобразований к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\left[(1 - e^{-C\varphi^2}) F'' \right] + FF''' + 2F'^2 = 0 \quad (8)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} F = F' = 0 & \text{ при } \varphi = 0 \\ F' = 0 & \text{ при } \varphi \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

При этих преобразованиях принято $3\varphi_0 B = 1$. Здесь φ_0 - значение переменной φ , определенной равенством $\varphi_0 = B\delta x^\beta$ а δ - условная толщина пограничного слоя.

Определив экспериментально закон нарастания толщины пограничного слоя

$$\delta(x) = \frac{\varphi_0}{B} x^{-\varphi}.$$

Можно найти величину φ_0/B , что в совокупности с равенством $3\varphi_0 B = 1$ позволяет найти постоянные B и φ_0 .

Численное решение уравнения (8) удовлетворительно согласуется с опытными данными для развитого турбулентного движения (рис. 3).

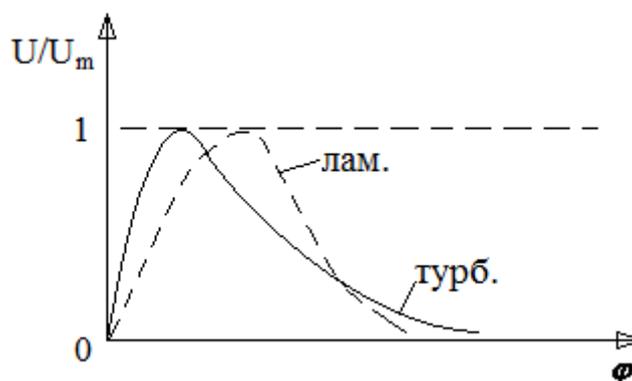


Рис. 3. Универсальный профиль скорости в турбулентной пристенной струе

Константы автомодельности для турбулентной пристенной струи, полученные при преобразовании уравнения импульсов и использовании интегрального условия (4), имеют следующие значения:

$$\alpha = -\frac{2}{3}, \quad \beta = -1.$$

Как видно из сказанного выше, существующие методы расчета не являются универсальными. В связи с этим большое внимание уделяется экспериментальному изучению пристенных струй.

Одним из интересных результатов экспериментального исследования пристенных струй является обнаружение явления перехода от ламинарного режима течения к турбулентному в пристенной области течения. Л.А. Вулис с сотрудниками [4] показали, что в пристенной части течения существует две области с существенно различными характеристиками течения, между которыми имеется зона перехода. Существование перехода подтверждается резким изменением локальных характеристик струи, а также резким увеличением уровня турбулентных пульсаций скорости.

Описание установки и методики измерений

Экспериментальная установка для исследования пристенной плоской струи схематически изображена на рис 4.

Струя, создаваемая вентилятором, проходит через насадок с 30 - кратным поджатием, вытекает из щели $100 \times 10 \text{ мм}^2$ и распространяется вдоль гладкой пластины. Начальная скорость струи регулируется с помощью заслонки. Для горизонтальной установки пластины и сопла имеется 4 установочных винта. Для определения начала отсчета поперечной координаты y используется электрический контакт измерительного датчика с пластиной.

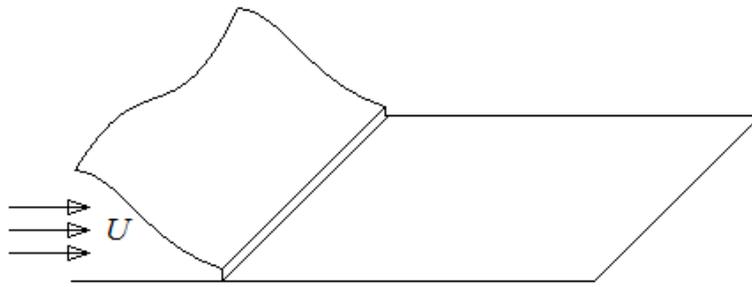


Рис. 4. Схема экспериментальной установки

Измерение динамического давления в поперечных сечениях пристенной струи производится микроманометром, соединенным трубкой Пито с плоским носиком, закрепленной в двухходовом координатнике с точностью отсчета поперечной координаты 10^{-5} м, продольной координаты - 10^{-3} м. По значениям динамического давления рассчитывается скорость.

Задание. Математическая обработка результатов

1. Установить пластину в сопло строго горизонтально с помощью отвеса и уровня.
2. Собрать указанную ниже схему (рис. 5) для определения начала отсчета поперечной координаты.

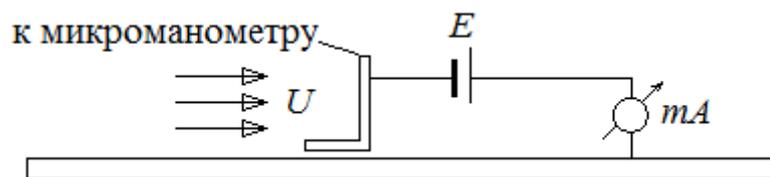


Рис. 5. Схема для определения начала отсчета поперечной координаты

3. Включить вентилятор и установить заданную начальную скорость u_0

4. Измерить динамическое давление и по нему построить профили средней скорости в 10 поперечных течениях струи. (через каждые 0,02м, начиная от среза сопла, 15-20 измерений в каждом поперечном сечении струи).

5. Построить на одном графике профили безразмерной скорости u/u_0 в относительных координатах y/d .

$$\frac{u}{u_0} = f\left(\frac{y}{d}\right) \quad (d \text{ - ширина щели) в сечениях, указанных в}$$

п. 4. На основе построенных профилей провести условную границу струи через точки $y_{u_{m/2}}$, в которых скорость равна половине максимальной. (Точки выбирать по внешней границе струи). Найти положение полюса относительно выходного среза сопла экстраполированием условной границы струи до пересечения с осью x . Расстояние от точки пересечения с пластиной прямой $y_{u_{m/2}} = \omega(x)$ до среза сопла называется полюсом струи S .

6. Построить функцию, отражающую изменение максимальной скорости вдоль струи:

$$\frac{u_m}{u_0} = F\left(\frac{x}{d}\right).$$

Найти закон изменения максимальной скорости $u_m = Ax^2$ вдоль струи: Для этого построить графики функции $\lg \frac{u_m}{u_0} = \Phi\left(\lg \frac{x+s}{d}\right)$ и определить по наклону кривой постоянные α и A .

7. Построить универсальный профиль скорости $\frac{u_m}{u_0} = f\left(y/y_{u_{m/2}}\right)$, используя 4-5 точек из каждого сечения основного участка струи.

8. Рассчитать интеграл сохранения $K = \int_0^{\infty} u^{3/2} dy$ для 5 сечений струи и убедиться в том, что он одинаков во всех сечениях.

9. Рассчитать сечение импульса вдоль струи $I_0 = \int_0^{\infty} \rho u^2 dy = I_0(x)$

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж. Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Гылым, 1996. – 433 с.
4. Вулис Л.А., Сакипов З.Б., Трофименко А.Т. О переходе ламинарного пограничного слоя в турбулентный при струйном обтекании пластины. Изв. АН СССР, ОТН, Мех. и маш. №3, 1962.

ПЛОСКАЯ ТУРБУЛЕНТНАЯ ПРИСТЕННАЯ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ ВОЗДУШНАЯ СТРУЯ

Цель работы:

Изучить распределение температуры и основные характеристики турбулентной слабо подогретой плоской пристенной струи.

Краткое теоретическое введение.

Лабораторная работа №13 посвящена исследованию динамической задачи для плоской полуограниченной турбулентной изотермической струи. Будем считать поле скорости в этой струе известным и обратимся к изучению поля температуры в слабо подогретой неизотермической струе. При этом предполагается, что течение существенно дозвуковое (число Маха $M \ll 1$), а температура воздушной струи на срезе сопла не слишком превышает температуру окружающей среды, в которую происходит истечение струи. При таких условиях физические характеристики движущейся среды можно считать постоянными (в частности, плотность $\rho = const$), а поле скорости - независимым от распределения температуры струи.

Поле температуры описывается решением уравнения энергии

$$u \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + v \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha_T \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \right). \quad (1)$$

При соответствующих граничных условиях. В уравнении (1) компоненты осредненной скорости u и v считаются известными из лабораторной работы №13,

величина α_T представляет собой коэффициент турбулентной температуропроводности, $\Delta T = T - T_\infty$ - разность между температурой в какой-либо точке струи и температурой окружающей среды.

Граничные условия для уравнения (1) могут быть записаны в двух вариантах:

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0, \quad \Delta T = 0 \text{ при } y \rightarrow \infty \quad (2)$$

-в случае нетеплопроводной пластины, вдоль которой распространяется струя, и

$$\Delta T = \Delta T_w = const \text{ при } y = 0, \quad \Delta T = 0 \text{ при } y \rightarrow \infty \quad (3)$$

-при фиксированной температуре пластины.

Приведем решение задачи для плоской струи-источника. Наряду с автомодельными переменными для динамической задачи

$$u = u_m F'(y), \quad \varphi = B y x^\beta, \quad u_m = A x^\alpha, \quad (4)$$

известными из работы №13, введем аналогичные преобразования и для избыточной температуры ΔT :

$$\Delta T = \Delta T_m \cdot \theta(\varphi), \quad \Delta T_m = \Gamma x^\delta. \quad (5)$$

Константы автомодельности A, B, α, β определены в лабораторной работе №13 вместе с функцией $F(\varphi)$, входящей в выражения для компонент вектора скорости:

$$u = Ax^\alpha F'(\varphi), \quad v = -\frac{A}{B}x^{\alpha-\beta-1}[(\alpha-\beta)F + \beta\varphi F'] \quad (6)$$

Если предположить, что коэффициент турбулентной теплопроводности α_T может быть представлен в виде, аналогичном коэффициенту турбулентной кинематической вязкости т.е.

$$\alpha_T = (1 - e^{-c\varphi^2})\delta_T(x)u_m(x), \quad (7)$$

то совершая автомодельные преобразования уравнения (1) при помощи (5)-(7), получим, с учетом значений $\alpha = -\frac{2}{3}$ и $\beta = -1$, обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\left[(1 - e^{-c\varphi^2})\vartheta' \right] + \frac{1}{3B\varphi_{0T}}(F\vartheta' - 3\gamma F'\vartheta) = 0. \quad (8)$$

Здесь φ_{0T} - константа, входящая в выражение, определяющее толщину теплового пограничного слоя

$$\delta_T(x) = \frac{\varphi_{0T}}{B}x^{-\beta} = \frac{\varphi_{0T}}{B}x. \quad (9)$$

Заметим, что в теории турбулентных струй величина

$$\frac{v_T}{\alpha_T} = \frac{\delta(x)}{\delta_T(x)} = \frac{\varphi_0}{\varphi_{0T}} = P_{rT} \quad (10)$$

называется турбулентным числом Прандтля, которое для воздуха оказывается равным $P_{rT} \approx 0,7$.

Коэффициент $1/3B\varphi_{0T}$ в уравнении (8) можно представить в виде

$$\frac{1}{3B\varphi_{0T}} = \frac{1}{3B\varphi_0} \frac{\varphi_0}{\varphi_{0T}} = P_{r\gamma} \cong 0,7. \quad (11)$$

Для определения констант автомодельности Γ и γ воспользуемся интегральным условием сохранения потока избыточной энтальпии в струе на нетеплопроводной поверхности

$$Q = \int_0^{\infty} \rho C_p u \Delta T dy = \text{const}, \quad (12)$$

откуда находим

$$\gamma = \beta - \alpha = -\frac{1}{3}, \quad \Gamma = \frac{QB}{\rho C_{pA} \int_0^{\infty} F' \theta d\varphi}. \quad (13)$$

Учитывая (11) и (13), запишем уравнение (8) в окончательной форме:

$$\left[\left(1 - e^{-C\varphi^2} \right) \theta' \right] + 0,7 (F \theta)' = 0. \quad (14)$$

В случае нетеплопроводной поверхности граничные условия (2) преобразуются в следующие:

$$\theta'(0) = 0, \quad \theta(\infty) = 0. \quad (15)$$

Нетрудно получить решение уравнения (14) при условиях (15)

$$\theta(\varphi) = \exp\left\{-0,7 \int_0^{\varphi} \frac{F d\varphi}{1 - e^{-c\varphi^2}}\right\}. \quad (16)$$

В случае распространения струи вдоль пластины с фиксированной температурой граничные условия (3) дают

$$\theta(0) = 1, \quad \theta(\infty) = 0 \quad (17)$$

и поскольку теперь $\gamma = 0$, то уравнение (8), которое можно записать в виде:

$$\left[(1 - e^{-c\varphi^2}) \theta' \right] + 0,7 F \theta' = 0, \quad (18)$$

имеет решение

$$\theta(\varphi) = \frac{T - T_{\infty}}{T_w - T_{\infty}} = 1 - \frac{\int_0^{\varphi} \frac{1}{f(\varphi)} \exp\left\{-0,7 \int_0^{\varphi} \frac{F d\varphi}{f(\varphi)}\right\} d\varphi}{\int_0^{\infty} \frac{1}{f(\varphi)} \exp\left\{-0,7 \int_0^{\varphi} \frac{F d\varphi}{f(\varphi)}\right\} d\varphi}. \quad (19)$$

Здесь для сокращения записи введено обозначение

$$f(\varphi) = 1 - e^{-c\varphi^2} \quad (20)$$

Описание установки и методика измерений

Для исследования неизотермической пристенной струи используется установка, схематически изображенная на рис. 1

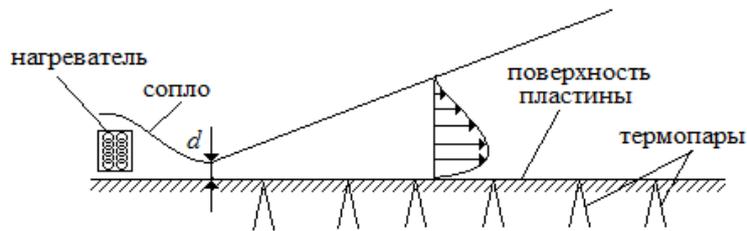


Рис. 1. Схема неизоотермической пристенной струи

Струя, распространяющаяся вдоль нетеплопроводной пластины, подогревается с помощью нагревателя, установленного перед соплом и состоящего из системы спиралей, по которым пропускается ток. На выходе из сопла можно получить струю, перегретую относительно окружающей среды примерно на 50 градусов. Для измерения распределения избыточной температуры используется термопара, термоЭДС которой измеряется с помощью чувствительного цифрового вольтметра. Предварительно тарировка медь-константановой термопары показала, что тарировочный коэффициент термопары равен $\alpha = 24 \frac{\text{град}}{\text{мВ}}$. Для измерения температуры пластины на ее поверхности укреплены термопары, которые поочередно соединяются с цифровым вольтметром.

Задание. Математическая обработка результатов измерений.

1. Установить пластину в сопло строго горизонтально.
2. Определить u_0 , ΔT_0 - скорость и избыточную температуру на выходе из сопла.
3. В десяти поперечных сечениях струи через каждые 2 см, начиная от среза сопла, измерить избыточную

температуру (15-20 точек в каждом сечении) для построения профилей температуры.

4. Построить профили избыточной температуры $\frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = f\left(\frac{y}{d}\right)$ для всех значений X , указанных в п.

3.

5. Построить температурную границу струи $y_{\frac{\Delta T_m}{2}}/d = F\left(\frac{x}{d}\right)$, где $y_{\frac{\Delta T_m}{2}}$ - координата точки, в которой избыточная температура ΔT равна половине максимальной, т.е. $\frac{\Delta T_m}{2}$. Для сравнения на этот же график

нанести условную динамическую границу пристенной струи (по данным работы №13).

6. Построить универсальный профиль избыточной температуры $\frac{\Delta T}{\Delta T_m} = f\left(\frac{y}{y_{\frac{\Delta T_m}{2}}}\right)$ и сравнить с универсальным

профилем скорости (по данным работы №13).

7. Определить характер изменения максимальной избыточной температуры ΔT_m вдоль нетеплопроводной пластины. Для этого построить график функции

$$\lg \frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = \lg \frac{T_m - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = F\left(\lg \frac{x + S}{d}\right)$$

(S - полюсное расстояние, известное из работы № 13). По наклону полученной кривой определить значения констант γ и Γ .

8. Проверить постоянство значений интеграла в различных сечениях струи, отражающего сохранение

потока избыточной энтальпии в струе на нетеплопроводной поверхности

$$Q = \int_0^{\infty} \rho C_p u \Delta T dy = \rho C_p u_0 \Delta T_0 d = const.$$

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Исатаев С.И., Акылбаев Ж.С., Турмухамбетов А.Ж. Аэродинамика и теплообмен криволинейных тел. Алматы: Ғылым, 1996. – 433 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОЙ СВОБОДНОЙ СТРУИ

Цель работы:

1. Изучить основные закономерности распространения плоской турбулентной струи;
2. Сопоставить полученные экспериментальные данные с теоретическим расчетом.

Краткое теоретическое введение

Плоская свободная струя образуется при истечении жидкости или газа из узкой длинной щели. После истечения струя смешивается с окружающей ее жидкостью: вследствие трения струя увлекает за собой граничащую с ней жидкость, количество жидкости, протекающее через поперечное сечение (расход) увеличивается, струя расширяется вниз по течению, в то время как скорость струи уменьшается. Полный импульс струи остается постоянным. Принято всю область течения делить на три участка: начальный, переходной и основной (рис.1). На начальном участке имеется ядро постоянной скорости.

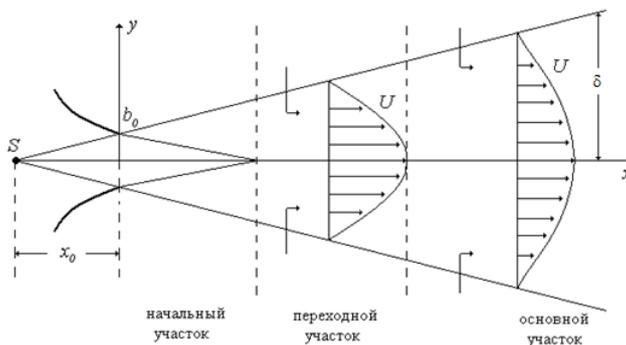


Рис.1. Схема плоской свободной струи

Как показывают многочисленные опыты, вследствие постоянства статического давления во всей области течения скорость в потенциальном ядре струи остается постоянной и равной U_0 . Далее следует наименее изученный переходной участок струи, где осуществляется плавный переход от постоянной осевой скорости (на начальном участке) к быстро падающей осевой скорости на основном участке.

Давление в струе, как показывают опыты, практически неизменно и равно давлению в окружающем пространстве. Благодаря этому полное количество движения секундной массы воздуха во всех сечениях струи должно оставаться одним и тем же:

$$\int_0^m U dm = \int_0^S \rho U^2 dS = const, \quad (1)$$

где dm -масса, протекающая в единицу времени через элемент поперечного сечения струи; ρ -плотность воздуха, dS -площадь элемента сечения струи.

Для плоскопараллельной затопленной струи постоянство количества движения приводит к соотношению

$$U_m^2 x \int_0^{\delta/x} \left(\frac{U}{U_m} \right)^2 \frac{dy}{x} = const, \quad (2)$$

где δ - полутолщина сечения струи. Вследствие универсальности профилей скорости

$$\int_0^{\delta/x} \left(\frac{U}{U_m} \right)^2 \frac{dy}{x} = const. \quad (3)$$

Поэтому закон падения скорости вдоль оси плоскопараллельной струи (U_m) имеет следующий вид:

$$U_m = \frac{const}{\sqrt{x}}, \quad (4)$$

где расстояние x в формуле отсчитывается от полюса струи S , т.е. от точки, где пересекаются границы струи (см. рис.1).

Турбулентная плоская свободная струя обладает всеми свойствами турбулентного пограничного слоя ($P_{cm}=const$, $U \gg v$, $\frac{\partial}{\partial y} \gg \frac{\partial}{\partial x}$). Поэтому для расчета течения в струе можно использовать уравнение турбулентного пограничного слоя:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_T}{\partial y}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (6)$$

где τ_T - турбулентное напряжение трения. Граничные условия, отражающие симметрию течения относительно оси x , имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{при } y = 0 \quad \frac{\partial U}{\partial y} = 0, \quad v = 0, \\ \text{при } y = \infty \quad U = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Для интегрирования системы уравнений (6) необходимо задать закон турбулентного трения, т.е. τ_T как функцию координат и скорости. Согласно новой теории Прандтля

$$\tau_T = \mu_T \frac{\partial U}{\partial y} = \rho \chi x U_m \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (8)$$

где χ – эмпирическая постоянная.

Тогда систему уравнений (6) можно записать в виде:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} = \chi x U_m \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial y} = 0. \quad (9)$$

Для исследования скоростного поля на основном участке струи используем преобразования автомодельности в обычной форме

$$\frac{U}{U_m} = F'(\varphi), \quad U_m = Ax^\alpha, \quad \varphi = B y x^\beta,$$

где α , β , A , B - константы автомодельности. Сведем систему уравнений (9) к одному обыкновенному дифференциальному уравнению

$$F''' + \frac{1}{2\chi B^2} (F'^2 + FF'') = 0$$

с граничными условиями для функции $F(\varphi)$, вытекающими из (7)

$$F''(0) = 0, F(0) = 0, F'(\infty) = 0. \quad (11)$$

Заметим, что при этом постоянная β оказывается равной единице с минусом: $\beta = -1$. В силу произвольности константы B положим $\frac{1}{2\chi B^2} = 2$, тогда уравнение (10) примет вид:

$$F''' + 2(F'^2 + FF'') = 0. \quad (12)$$

Решение уравнения (12) с граничными условиями (11) дается функцией $F(\varphi) = th \varphi$, где th -гиперболический тангенс.

Следовательно,

$$F'(\varphi) = \frac{U}{U_m} = 1 - th^2 \varphi = \frac{1}{ch^2 \varphi}. \quad (13)$$

Значение констант α и A может быть найдено из условия сохранения импульса струи I_x :

$\alpha = -\frac{1}{2}, A = \left(\frac{I_x}{2\rho c}\right)^{0,5}$. Таким образом, обобщенная переменная φ равна

$$\varphi = Bux^\beta = B\frac{y}{x},$$

согласно измерениям Райхардта $B = 7,67$.

Описание установки. Методика измерений

Изучение закономерностей распространения плоской свободной струи проводится на установке, схематично изображенной на рис.2.

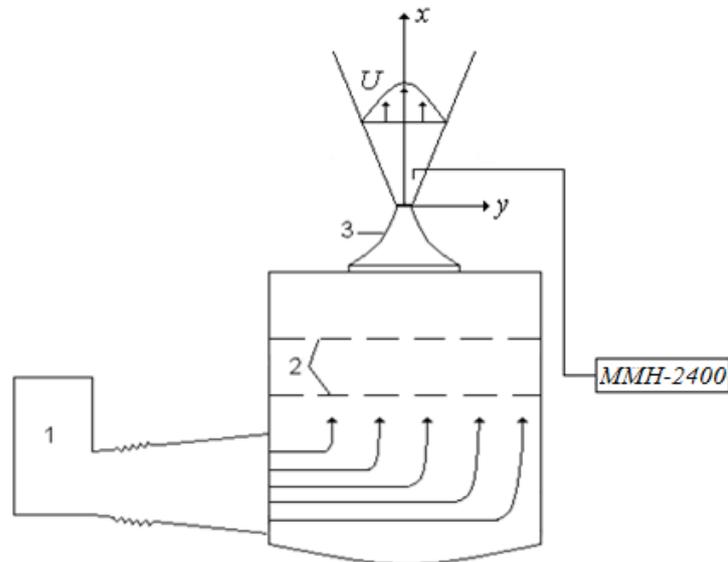


Рис.2. Экспериментальная установка

Поток воздуха, создаваемый вентилятором 1, поступает в ресивер с успокоительными сетками 2 и истекает из сопла 3 в виде узкой длинной щели $1 \times 20 \text{ см}^2$. Для того, чтобы не нарушалась двумерность потока, с торцов щели установлены защитные пластины. На выходе из сопла имеется практически равномерный профиль скорости. Для контроля постоянства начальной скорости потока в стенке успокоительной камеры установлен патрубок, соединенный с контрольным микроманометром.

Для измерения полного давления используется трубка Пито – микронасадок, изготовленный из тонкой стальной

иглы со сплюснутым приемным отверстием. Динамическое давление, измеряется микроманометром ММН-2400. Перемещение насадка в поле течения осуществляется с помощью координатника, позволяющего отсчитывать поперечную координату с точностью 0,1 мм, а продольную – с точностью 0,5 мм.

По измеренным значениям динамического давления Δp скорость определяется с помощью формулы

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p}.$$

Задание. Математическая обработка результатов измерений

1. С помощью трубки полного напора провести определение скорости по оси плоской свободной струи и установить границы начального, переходного и основного участков струи.

2. По измеренным значениям Δp в двух поперечных сечениях начального участка построить два профиля скорости для заданных значений продольной координаты x .

3. Измерить в 10 сечениях основного участка значения Δp и построить профили средней скорости. В каждом сечении струи измерения начинать с края струи, где манометр показывает $\Delta p=0$ и заканчивать на противоположном крае струи, где снова $\Delta p=0$. В каждом поперечном сечении необходимо определить давление в 25-30 точках.

4. Построить схему струи. Для этого с соблюдением масштаба по x построить профили скорости на начальном и основном участках струи.

5. На каждом профиле найти значения координаты $y_{\frac{U_m}{2}}$,

где скорость равна половине максимальной, и через эти точки провести прямые линии, которые являются условными границами струи. Точка пересечения границ струи называется полюсом струи. Полюс струи – это точка, из которой истекала бы эквивалентная струя – источник. По схеме струи определить расстояние от среза сопла до полюса.

6. Построить для $x \geq x_0$ график изменения максимальной скорости вдоль оси струи

$$\frac{U_m}{U_0} = f\left(\frac{x}{b_0}\right), \frac{U_m}{U_0} = A\left(\frac{x+x_0}{b_0}\right)^\alpha.$$

7. Установить закон падения максимальной скорости вдоль оси струи. Для этого построить график

$$\lg \frac{U_m}{U_0} = \lg A + \alpha \lg \left(\frac{x+x_0}{b_0}\right).$$

Найти значения α и A .

8. Построить универсальный профиль скорости, в

координатах $\frac{U}{U_m} = f\left(\frac{y}{y_{\frac{U_m}{2}}}\right)$, взяв из каждого профиля

основного участка по 5-6 точек.

9. Сравнить универсальный профиль скорости с теоретическим

$$\frac{U}{U_m} = 1 - th^2 \varphi, \varphi = 7,67 \frac{y}{x}.$$

10. Оценить погрешность измерений скорости на краю и на оси струи.

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СВОБОДНОЙ СТРУИ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Цель работы:

1. Изучить основные закономерности распространения осесимметричной турбулентной струи;
2. Сравнить универсальный профиль скорости с решением Толмина.

Краткое теоретическое введение

Струя, вытекающая из малого круглого отверстия и распространяющаяся в покоящейся среде тех же свойств, называется осесимметричной затопленной струей. Струя смешивается с окружающей средой, образуя зону смешения. Как известно, струю можно разделить на три области (рис. 1).

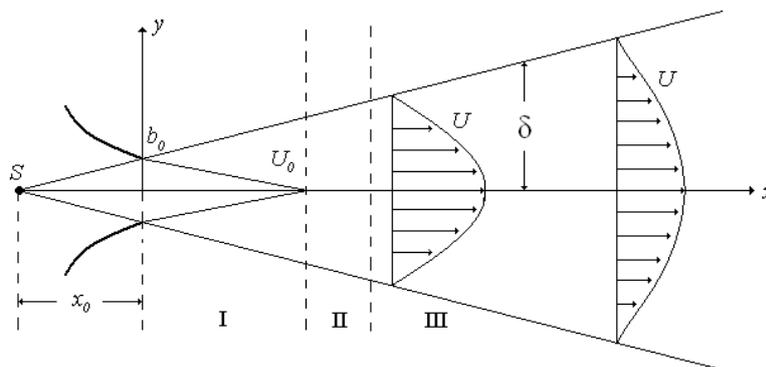


Рис. 1. Схема круглой затопленной струи

Начальный участок I, состоящий из потенциального ядра в центральной части струи и зоны смешения, находящейся между потенциальным ядром и окружающей средой. Скорость, измеренная по оси струи, на начальном участке остается постоянной; переходная зона смешения II, в которой происходит постепенное изменение профиля скорости потока и основной участок III, где профили скорости становятся аффинноподобными и струя приобретает такой же вид, как течение созданное источником бесконечно малого размера (струя-источник). Местоположение точки, из которой истекала бы струя-источник (так называемый полюс струи S), находится на пересечении внешних границ струи внутри сопла.

Статическое давление в струе, как показывают опыты, практически неизменно и равно давлению в окружающем пространстве. Благодаря этому, полный импульс струи во всех сечениях струи должен оставаться одним и тем же.

Для струи круглого сечения

$$2\pi\rho\int_0^{\delta}yU^2dy = I_x = const. \quad (1)$$

Это условие сохранения импульса можно записать в другом виде:

$$2\pi\rho U_m^2 x^2 \int_0^{\frac{\delta}{x}} \left(\frac{U}{U_m}\right)^2 \frac{y}{x} \frac{dy}{x} = const, \quad (2)$$

где δ – радиус внешней границы струи.

Как показывает опыт, на основном участке струи профили скорости подобны. Вследствие универсальности

скоростных профилей безразмерная скорость $\frac{U}{U_m}$ в выбранной точке зависит только от безразмерной координаты $\frac{y}{x}$:

$$\frac{U}{U_m} = f\left(\frac{y}{x}\right).$$

Отсюда

$$\int_0^{\frac{\delta}{x}} \left(\frac{U}{U_m}\right)^2 \frac{y}{x} \frac{dy}{x} = const.$$

В результате из равенства (2) получаем, что скорость в центре сечения осесимметричной затопленной струи обратно пропорциональна расстоянию от полюса

$$U_m = \frac{const}{x}. \quad (3)$$

Течение в струе при больших значениях числа Рейнольдса обладает всеми свойствами пограничного слоя: поперечные размеры этого течения и поперечные скорости существенно меньше продольных, давление поперек струи меняется незначительно. Поэтому для расчета струйных течений можно использовать уравнение пограничного слоя:

$$\rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho v \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} (y^i \tau_T), \frac{\partial(U_{y^i})}{\partial x} + \frac{\partial(v_{y^i})}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где $\tau_T = -\rho \overline{U'v'}$ – турбулентное напряжение трения, $i = 1$ – для осесимметричной струи.

Пусть турбулентная струя вытекает из точечного источника в неподвижное пространство, заполненное той же жидкостью, с бесконечной скоростью. Это течение обладает интересной особенностью: оно не имеет ни характерного размера, ни характерной скорости. Единственной величиной, количественно определяющей течение, является полный импульс струи $I_x = const$, сохраняющий свое значение. Следует отметить, что это условие является условием нетривиальности решения.

Очевидно, при истечении жидкости из точечного источника вся область течения представляет собой свободный пограничный слой и, следовательно, распределение скоростей должно удовлетворять системе (4) с граничными условиями

$$\begin{aligned} \text{при } y = 0, \frac{\partial U}{\partial y} = 0, v = 0, \\ y = \delta, \frac{\partial U}{\partial y} = 0, U = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Для замыкания систем (4) используем формулу Прандтля

$$\tau_T = -\rho \overline{U'v'} = -\rho l^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2,$$

в которой $l = cx$ – длина смешения. Следовательно,

$$\tau_T = -\rho c^2 x^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2.$$

Система уравнений (4) при этом примет вид:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{y^i} \frac{\partial}{\partial y} \left[y^i c^2 x^2 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \right],$$

$$\frac{\partial(U_{y^i})}{\partial x} + \frac{\partial(v_{y^i})}{\partial y} = 0.$$
(6)

С помощью уравнения неразрывности введем функцию тока ψ :

$$U = \frac{1}{y^i} \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{1}{y^i} \frac{\partial \psi}{\partial x},$$
(7)

тогда уравнение (6) примет вид:

$$\frac{1}{y^i} \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{y^i} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) = -\frac{\partial}{\partial y} \left[y^i c^2 x^2 \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{y^i} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right)^2 \right].$$
(8)

Будем искать функцию тока в виде $\psi = nx^\alpha F\left(\frac{y}{ax}\right)$.

Обозначим $\frac{y}{ax} = \varphi$, тогда условие сохранения импульса

$$I_x = \frac{n^2 x^{2\alpha}}{(ax)^2} 2\pi\rho \int_0^{\varphi_{gp}} \frac{1}{\varphi} F'^2 d\varphi = const,$$
(9)

где $\varphi_{gp} = \frac{\delta}{ax}$.

Так как интеграл $\int_0^{\varphi} \frac{1}{\varphi} F'^2 d\varphi$ - постоянная величина, то множитель перед интегралом тоже не должен зависеть от x . Отсюда, $2\alpha - 2 = 0$, т.е. $\alpha = 1$. Следовательно, $\psi = nxF(\varphi)$. Уравнение (8) преобразуется к виду

$$-\varphi F'' \frac{F'}{\varphi} - (F - \varphi F') \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{F'}{\varphi} \right) = -\frac{c^2}{a^3} \frac{d}{d\varphi} \left\{ \varphi \left[\frac{d}{d\varphi} \left(\frac{F'}{\varphi} \right) \right]^2 \right\}.$$

При этом составляющие скорости равны:

$$U = \frac{n}{a^2 x} \frac{F'(\varphi)}{\varphi}, v = \frac{n}{a \varphi x} [\varphi F'(\varphi) - F(\varphi)]. \quad (10)$$

Используя свойств подобия профилей скорости в струе, согласно которому $\frac{U}{U_m} = \frac{F'(\varphi)}{\varphi}$, находим

$$\frac{v}{a U_m} = \frac{1}{\varphi} [\varphi F'(\varphi) - F(\varphi)].$$

Выберем $a = c^{\frac{2}{3}}$. Тогда из (9) получим уравнение

$$\left(\frac{FF'}{\varphi} \right)' = \left\{ \varphi \left(\frac{1}{\varphi} F' \right)' \right\}^2, \quad (11)$$

которое после интегрирования имеет вид:

$$\frac{FF'}{\varphi} = \varphi \left[\left(\frac{F'}{\varphi} \right)' \right]^2 + c_1.$$

Постоянная c_1 , определенная из граничных условий:

$$F'(\varphi_{zp}) = 0, F''(\varphi_{zp}) = 0,$$

оказывается равной нулю. Имеем окончательно:

$$FF' = \left(F'' - \frac{F'}{\varphi} \right)^2. \quad (12)$$

Уравнение (12) было решено численно Толминым [3].
Решение приводится на рис.2 и 3.

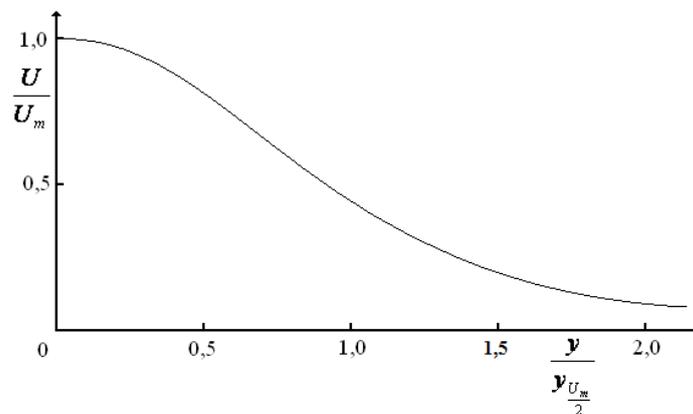


Рис.2. Поле продольной составляющей скорости на основном участке осесимметричной струи по Толмину

Для осесимметричной струи $\varphi_{zp} = 3,4$ следовательно,
 $\delta = 3,4a$ где a – эмпирическая постоянная.

В выражении для осевой скорости остается неизвестной величина n . Для ее определения воспользуемся условием постоянства импульса в струе (9). Так как в реальных струях истечение происходит из сопла конечного размера, то начальный импульс определим формулой:

$$I_0 = \pi \rho r_0^2 U_0^2,$$

r_0 и U_0 – соответственно радиус сопла и скорость струи на выходе из него. Тогда

$$\frac{n^2}{a^2} \int_0^{\varphi_{sp}} \frac{F'^2}{\varphi} d\varphi = \frac{r_0^2}{2} U_0^2.$$

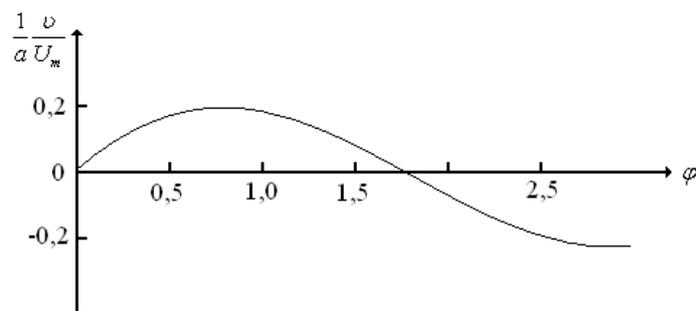


Рис.3. Поле поперечной составляющей скорости на основном участке осесимметричной струи по Толмину

Отсюда

$$n = \frac{U_0 a r_0}{\left(2 \int_0^{\varphi_{sp}} \frac{F'^2}{\varphi} d\varphi \right)^{\frac{1}{2}}}, \quad \frac{U_m}{U_0} = \frac{r_0}{ax} \left[2 \int_0^{\varphi_{sp}} \frac{F'^2}{\varphi} d\varphi \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Поскольку $\int_0^{\varphi_{sp}} \frac{F'^2(\varphi)}{\varphi} d\varphi = 0,536$ (вычисляется из таблиц решения Толмина [3]) закон падения максимальной скорости на основном участке струи (отсчитывается от полюса струи) принимает вид:

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{0,96r_0}{ax}. \quad (13)$$

Описание установки. Методика измерений

Для использования круглой свободной струи используется установка, изображенная на рис. 4.

Поток воздуха, создаваемый вентилятором 1, проходит через ряд успокоительных сеток 2, и вытекает из сопла круглого сечения. Начальная скорость потока U_0 регулируется напряжением, подаваемым на обмотку мотора через ЛАТР 3.

Для измерения начальной скорости и контроля за ее постоянством в боковой стенке сопла имеется патрубок 6. Соединенный с наклонным микроманометром типа ММН-2400, измеряющим $p_{дин} = p_n - p_{ст}$, а так как в струе $p_{ст} \approx p_a$, то $p_{дин} = p_n - p_a$. Скорость рассчитывается по закону Бернулли

$$p_n = \frac{\rho v^2}{2} + p_a, v = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_a)}.$$

Трубка Пито закрепляется в двухходовом координатнике 4 с точностью отсчета поперечной и продольной координате 0,01 мм.

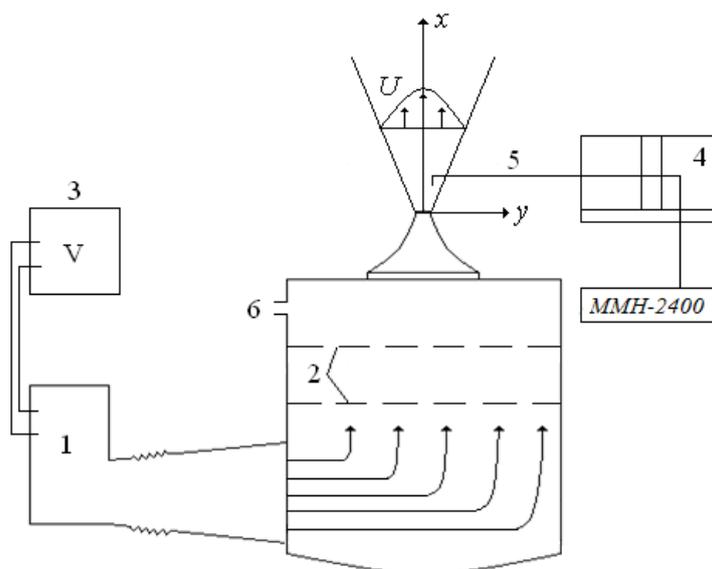


Рис.4. Схема экспериментальной установки

Задание. Математическая обработка результатов и измерений

1. Задать определенную начальную скорость струи. Измерить скорость вдоль оси струи через 2 см. Определить область начального, переходного и основного участков струи.

2. По измеренным значениям $p_{дин}$ построить профили средней скорости в 5 сечениях начального и 10 поперечных сечениях основного участка струи. Профили скорости измерить от одного края струи (где $p_{дин}=0$) до другого, где снова $p_{дин}=0$.

3. Построить схему струи, нанести на схему профили скорости в разных сечениях, провести условные границы струи через точки $y_{\frac{U_m}{2}}$, где скорость равна половине U_m , найти полюс струи S .

4. Построить на схеме изотакти – линии равных скоростей.

5. Построить график изменения максимальной скорости вдоль оси струи $\frac{U_m}{U_0} = f\left(\frac{ax}{r_0}\right)$. Постоянную a определить

из нескольких профилей основного участка по формуле

$$a = \frac{0,96r_0}{\frac{U_m}{U_0} x}. \text{ Сравнить с теоретическим решением (13).}$$

6. Для основного участка струи построить

универсальный профиль $\frac{U}{U_m} = f\left(\frac{y}{y_{\frac{U_m}{2}}}\right)$, используя 4-5

точек из каждого профиля.

7. На этот же график нанести численное решение Толмина [3] (рис.2).

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Абрамович Г.Н., Гиршович Г.А., Крашенинников С.Ю. и другие. Теория турбулентных струй. Изд. 2 – ое перераб. и доп. Под ред. Г.Н. Абрамовича. – М: 1984. – 720 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СВОБОДНОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СТРУИ

Цель работы:

1. Изучить закономерности распространения неизотермической круглой струи;
2. Сравнить профили температуры и профили скорости в круглой затопленной струе.

Краткое теоретическое введение

Свободной затопленной неизотермической струей называется струя, вытекающая в неподвижную среду с температурой, отличающейся от температуры окружающей среды. Схема такой струи изображена на рис.1.

Решение задачи о переносе тепла из покоящейся среды в струю (и обратно) возможно лишь после того, как станут известны законы изменения температуры вдоль струи в ее поперечных сечениях. Введем в рассмотрение избыточной температуры:

а) разность между температурой в данной точке струи и в окружающей среде:

$$\Delta T = T - T_n,$$

б) разность между температурой на оси струи и в окружающем пространстве:

$$\Delta T_m = T_m - T_n,$$

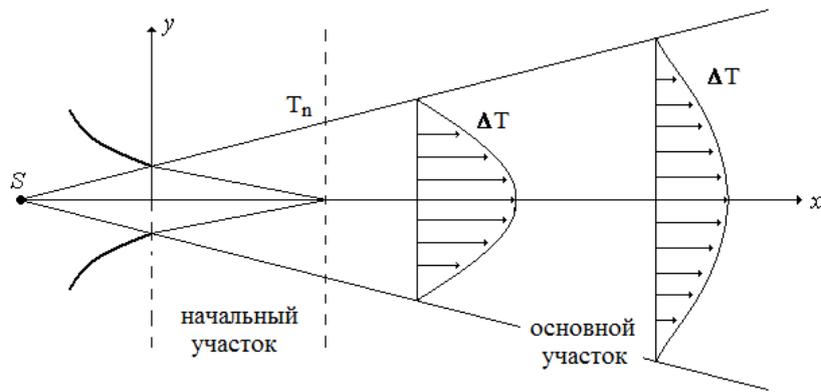


Рис.1. Схема неизоотермической свободной струи

в) разность между температурой на начальном сечении струи (в устье насадка) и в окружающем пространстве:

$$\Delta T_0 = T_0 - T_n.$$

Характер распределения избыточных значений температуры в затопленной струе аналогичен характеру распределения скорости. В ядре постоянной скорости начального участка струи температура постоянна и равна температуре воздуха на начальном сечении струи. На основном участке по мере удаления от сопла температурные границы струи расширяются, тогда как избыточная температура на оси потока убывает.

Распределение осредненной температуры в изобарической слабо подогретой осесимметричной турбулентной струе несжимаемой жидкости дается решением уравнения энергии [1]

$$\rho C_p \left(U \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y q_T), \quad (1)$$

в котором плотность потока тепла $q_T = -\rho C_p \overline{v'T'}$.

Представим эту величину в виде, аналогичном касательному напряжению трения

$$\begin{aligned} \tau_T &= \rho l_U^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \frac{\partial U}{\partial y} = \mu_T \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|: \\ q_T &= \lambda_T \frac{\partial T}{\partial y} = C_p a_T \frac{\partial T}{\partial y}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $a_T = \rho l_U l_q \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|$ – коэффициент турбулентной температуропроводности (l_q – путь смешения для переноса тепла).

По аналогии с молекулярным числом Прандтля $Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$ введем турбулентное число Прандтля

$$Pr_T = \frac{\mu_T C_p}{\lambda_T} = \frac{l_U}{l_q}. \quad (3)$$

Эта величина, как показывает опыт, для основного участка осесимметричной струи равна $\approx 0,75 \div 0,8$, а для начального 0,5. Подставим в выражение для a_T величину

$l_q = \frac{l_U}{Pr_T}$, тогда плотность потока тепла

$$q_T = -\rho C_p \frac{l_U^2}{\text{Pr}_T} \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (4)$$

(здесь учтено, что в осесимметричной струе $\frac{\partial U}{\partial y} < 0$) и уравнение энергии (1) принимает вид

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + \nu \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{1}{y} \frac{l_U^2}{\text{Pr}_T} \left(y \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right). \quad (5)$$

Ему соответствуют граничные условия для основного участка струи

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial y} &= 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \\ T &= T_\delta \quad \text{при} \quad y = \delta \end{aligned} \quad (6)$$

(в силу близости числа Прандтля к единице различием толщин теплового и динамического пограничных слоев пренебрегаем).

Заменим в уравнении (5) T на $\Delta T = T - T_\delta$ и l_U^2 на $c^2 x^2$, тогда получим окончательно

$$U \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + \nu \frac{\partial \Delta T}{\partial y} = -\frac{c^2 x^2}{\text{Pr}_T} \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \right). \quad (7)$$

и

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta T}{\partial y} &= 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \\ \Delta T &= 0 \quad \text{при} \quad y = \delta. \end{aligned} \quad (8)$$

Предположим, что наряду с подобием профилей скорости на основном участке струи имеет место также и подобие профилей избыточной температуры

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_m} = \theta(\varphi), \text{ где } \varphi = \frac{y}{ax}, \Delta T_m = T_m - T_\delta. \quad (9)$$

Нетрудно определить характер зависимости избыточной температуры ΔT от координаты ΔT_m . Для этого воспользуемся условием сохранения избыточной энтальпии в струе:

$$2\pi\rho C_p \int_0^\delta U \Delta T y dy = Q = const. \quad (10)$$

Подставим сюда U из формулы (10) из предыдущей работы и из (9):

$$2\pi\rho C_p a^2 x^2 U_m \Delta T_m \int_0^{\varphi_{\delta 0}} F' \theta d\varphi = Q.$$

Если учесть, что $U_m = \frac{n}{a^2 x}$, то из последнего равенства видно, что

$$\Delta T_m = \frac{k}{x}, \quad (11)$$

$$\text{где } k = \frac{Q}{2\pi\rho C_p n \int_0^{\varphi_{a0}} F'\theta d\phi} = \frac{r_0^2 U_0 \Delta T_0}{2n \int_0^{\varphi_{a0}} F'\theta d\phi} = \text{const} \quad (r_0 - \text{радиус}$$

выходного сечения сопла, U_0 , $\Delta T_0 = T_0 - T_\delta$, скорость и избыточная температура на срезе сопла).

Подставим выражение U и v из формулы (10) из предыдущей работы и из (9) и (11) в уравнение (7), тогда после несложных преобразований получим (при $c^2 = a^3$)

$$\text{Pr}_T (F\theta)' = \left[\varphi \left(\frac{F'}{\varphi} \right)' \theta' \right]'$$

Интегрируя это уравнение с учетом граничных условий

$$F = \theta' = \left(\frac{F'}{\varphi} \right)' = 0 \text{ при } \varphi = 0, \text{ находим}$$

$$\text{Pr}_T F\theta = \left(F'' - \frac{F'}{\varphi} \right) \theta'.$$

Принимая во внимание уравнение (12)

$$FF' = \left(F'' - \frac{F'}{\varphi} \right)^2 \text{ из предыдущей работы получим}$$

$$\frac{\theta'}{\theta} = \text{Pr}_T \left(\frac{F''}{F'} - \frac{1}{\varphi} \right).$$

Поскольку на оси (при $\varphi = 0$) струи безразмерные величины скорости и температуры равны единицы ($\frac{F'}{\varphi} = \theta = 1$), то из последнего уравнения получаем

$$\theta(\varphi) = \left(\frac{F'(\varphi)}{\varphi} \right)^{\text{Pr}_r} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta T}{\Delta T_m} = \left(\frac{U}{U_m} \right)^{\text{Pr}_r}. \quad (12)$$

Описание установки и методика измерений

Для изучения неизотермической круглой струи используются установка, изображенная на рис.2. Поток воздуха, создаваемый вентилятором 1, проходит через ряд успокоительных сеток 2, и вытекает из сопла круглого сечения. Начальная скорость потока регулируется напряжением, подаваемым по обмотке мотора, через ЛАТР 3. Для создания неизотермического потока в ресивере устанавливается сетка из спиралей 4, по которым пропускается ток, регулируемый ЛАТРОм 7. Поток воздуха, проходя через этот нагреватель, имеет на выходе избыточную температуру $\Delta T_0 = 50^0$.

Измерение избыточной температуры ΔT в поле течения струи осуществляется медь-константановой термопарой 5, э.д.с. которой измеряется с помощью цифрового вольтметра. Предварительно производится тарировка термопары по двум точкам: 0^0 и температура кипения воды (с учетом атмосферного давления). Строится тарировочный график $V(B) = f(\Delta T)$, по которому можно переводить показания вольтметра в значения избыточной температуры.

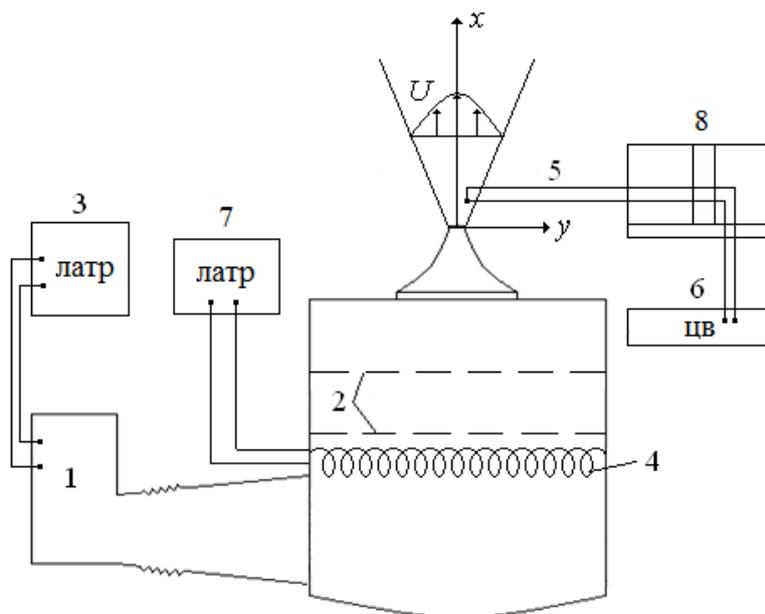


Рис.2. Схема установки

Задание. Математическая обработка результатов

1. Включить мотор вентилятора, получить свободную круглую струю определенной начальной скорости.

2. Включить нагреватель установки, установить термопару на выходе струи и в ядре постоянной скорости и температуры. Выждать, пока струя прогревается и показания термопары перестанут изменяться со временем (отсчет температуры ведется в мВ шкалы цифрового вольтметра).

3. Перемещая термопару по оси струи найти область начального и основного температурного участка.

4. Измерить избыточную температуру $\Delta T = T - T_n$ в 2-3 сечениях начального участка и в 10-12 сечениях основного участка.

5. Выключить нагреватель и только затем вентилятор.

6. Построить температурную схему струи, нанося на схему значения ΔT в различных сечениях. Найти полюс струи.

7. Для основного участка струи построить зависимость

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_m} = f\left(\frac{y}{\frac{y_{\Delta T_m}}{2}}\right), \text{ где } \frac{y_{\Delta T_m}}{2} - \text{координата точки, где}$$

избыточная температура равна половине максимальной избыточной температуры. Из каждого сечения использовать 4-5 точек.

8. Записать уравнение $\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = \frac{b}{a \frac{S}{r_0} + 0,29}$, для нескольких

сечений. Найти a и b .

9. Построить зависимость $\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = f\left(\frac{aS}{r_0}\right)$. Сравнить с

теоретической зависимостью (4), которую нанести на график.

10. Сравнить результаты, полученные для полей скорости в круглой изотермической струе и для полей температуры в неизотермической струе.

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.

ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ТЕРМОАНЕМОМЕТРА ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

Цель работы:

1. Ознакомиться с принципом работы термоанемометра и его конструкцией;
2. Освоить метод его настройки;
3. Провести тарировку термоанемометра по средней скорости;
4. Освоить методику расчета пульсаций скорости.

Краткое теоретическое введение

Термоанемометр представляет собой электронный прибор с выносным чувствительным элементом в виде очень тонкой короткой металлической нити, нагреваемой электрическим током. В потоке газа нить охлаждается, что вызывает падение ее температуры и сопротивления. Реакция изменения сопротивления нити используется для получения информации о характеристике течения в измеряемой локальной области течения. Для измерения турбулентности в потоках воздуха обычно используются нити диаметром от 2 до 10 мкм длиной от 0,5 до 2 мм. Материалом нити может служить вольфрам, никель, платина или сплав платины с иридием [4,5].

Количество тепла, отдаваемое нитью, зависит от скорости и температуры потока, физических свойств газа и нити, ее размеров. Если пренебречь влиянием сжимаемости газа и свободной конвекцией от нити, то теплообмен с газом, движущимся перпендикулярно нити, можно рассчитать, пользуясь эмпирической зависимостью Крамера в критериальной форме:

$$Nu = 0,42 Pr_f^{0,2} + 0,57 Pr_f^{0,33} Re^{0,5}, \quad (1)$$

где индекс f означает, что свойства газа взяты при температуре $T_f = 1/2(T_w + T_g)$: T_w и T_g – температуры нити и газа. Эта формула справедлива в диапазоне чисел Рейнольдса от 0,01 до 10000 и если диаметр нити равен 5 мкм, то интервал скоростей, в котором справедливо соотношение (1), находится в пределах от 4 см/с до 4×10^6 см/с, т.е. охватывает все случаи практического применения термоанемометра.

Предполагая, что нить нагрета равномерно (теплоотводом через торцы к державкам датчика пренебрегаем), определим количество тепла, переносимого в единицу времени от нити длиной диаметром d :

$$Q = I^2 R_w = \alpha \pi d l (T_w - T_g).$$

Учитывая (1) и что $Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$, где α – коэффициент теплоотдачи, λ – коэффициент теплопроводности, запишем:

$$I^2 R_w = \pi \lambda_f l (T_w - T_g) [0,42 Pr_f^{0,2} + 0,57 Pr_f^{0,33} Re^{0,5}]. \quad (2)$$

Выразим температурную зависимость сопротивления нити в виде разложения в ряд по разности $T_w - T_g$:

$$R_w = R_g [1 + b_1 (T_w - T_g) + b_2 (T_w - T_g)^2 + \dots],$$

где R_g – сопротивление нити при характерной температуре окружающей среды T_g , b_1 , b_2 , ... b_n температурные

коэффициенты удельного электрического сопротивления материала нити.

Ограничиваясь первым членом разложения, определим разность температур через сопротивления

$$T_w - T_g = \frac{R_w - R_g}{b_1 R_g}$$

и подставим в (2):

$$I^2 R_w = \frac{\pi \lambda_f l (R_w - R_g)}{b_1 R_g} [0,42 \text{Pr}_f^{0,2} + 0,57 \text{Pr}_f^{0,33} \text{Re}^{0,5}].$$

Следовательно, напряжение на нити:

$$E^2 = \frac{\pi \lambda_f l R_w (R_w - R_g)}{b_1 R_g} [0,42 \text{Pr}_f^{0,2} + 0,57 \text{Pr}_f^{0,33} \text{Re}^{0,5}]$$

Обозначим первый член в правой части через A , а второй – через B при скорости потока U и учитывая, что $\text{Re} = Ud/\nu_f$ запишем:

$$E^2 = A + B\sqrt{U}, \quad (3)$$

$$A = \frac{0,42 \pi \lambda_f l R_w (R_w - R_g)}{b_1 R_g} \text{Pr}_f^{0,2}, \quad (4)$$

$$B = \frac{0,57 \pi \lambda_f l R_w (R_w - R_g)}{b_1 R_g} \left(\frac{d}{\nu_f} \right)^{0,5} \text{Pr}_f^{0,33}, \quad (5)$$

ν_f – кинематическая вязкость газа при температуре T_f .

Существуют два режима использования нагретой нити для исследования потоков: в режиме постоянного тока и постоянной температуры. В режиме постоянного тока через нить пропускается неизменный во времени ток, а изменение сопротивления нити под действием потока газа несет информацию о нем. В режиме постоянной температуры (или, что то же самое – постоянного сопротивления) величина тока через нить изменяется в зависимости от параметров потока настолько, что температура нити (или ее сопротивление) поддерживается постоянной. Оба метода применяются в настоящее время, однако предпочтение отдается режиму постоянной температуры из-за более широкой полосы воспроизведения частот пульсаций скорости, меньших погрешностей и удобства в работе. Поэтому рассмотрим второй вариант применения термоанемометра по методу постоянной температуры.

Термоанемометр постоянной температуры представляет собой автобалансирующийся с помощью специального усилителя мост, в одно из плеч которого включен датчик с описанной ранее тонкой нитью. Блок-схема термоанемометра приведена на рис. 1.

При разомкнутом ключе K_1 мост, состоящий из резисторов R_1 , R_2 , $R_3 \div R_5$, R_w , L и R_6 , балансируется резисторами R_3 - R_5 так, чтобы напряжение в точках A и B его диагонали были одинаковыми, а на выходе усилителя равно нулю. Измерительный ток $I \approx 1$ мА служит для измерения начального сопротивления нити датчика R_g , значение которого можно отсчитать по положениям резисторов $R_3 \div R_5$, выполненных в виде трех декад.

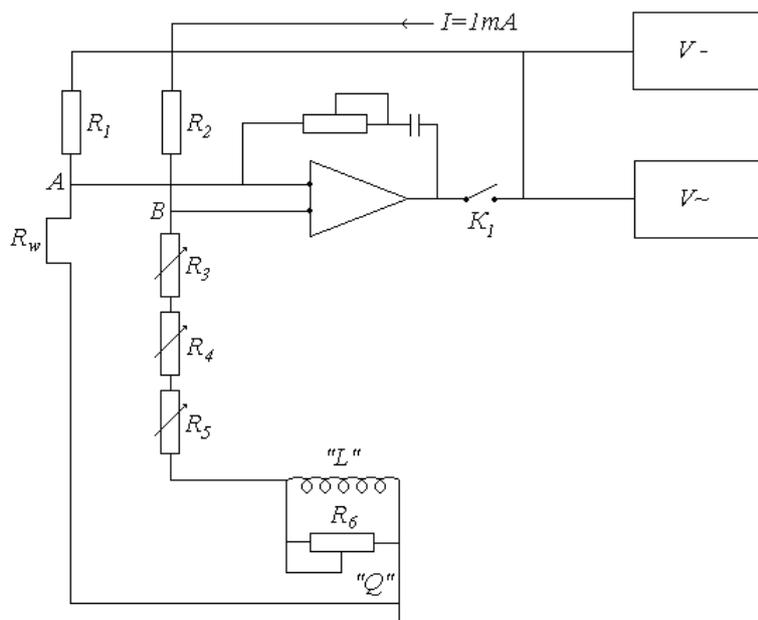


Рис.1. Блок-схема термоанемометра

Условием балансировки служит соотношение плеч моста:

$$\frac{R_1}{R_w} = \frac{R_2}{R_1 + R_4 + R_5} . \quad (6)$$

Если теперь вызвать разбаланс путем увеличения резисторов $R_3 \div R_5$ и замкнуть обратную связь ключом K_1 , то усилитель задаст через мост такой ток, что нить нагреется до значения сопротивления R_w и соотношение (6) снова будет выполнено. Величина R_w / R_g называется перегревом и обычно лежит в пределах от 1,1 до 2,0. Оптимальный перегрев для нитей из вольфрама и платины составляет 1,7-1,8, что соответствует нагреву нити датчика на $180-200^{\circ}$. Катушка индуктивности «L» и резистор R_6

(«Q») служат для создания положительной обратной связи на высоких частотах, и способствует расширению диапазона частот преобразования пульсаций скорости в пульсации выходного напряжения усилителя.

Охлаждающее действие турбулентного потока вызывает изменение температуры и сопротивления нити. Но усилитель вырабатывает сигнал и задает ток нагрева нити, препятствующий этому изменению. Поэтому выходной ток или выходное напряжение усилителя является функцией параметров потока.

Пусть температура турбулентного потока и его плотность газа постоянны. Тогда выражение (4) и (5) сводятся к постоянным величинам $A=const$, $B=const$, а выходной сигнал термоанемометра E несет информацию только о скорости потока. На практике, коэффициент \sqrt{A} означает выходное напряжение усилителя при скорости потока равной нулю. Следовательно, формулу (3) можно записать в виде:

$$E^2 = E_0^2 + B\sqrt{U} . \quad (7)$$

Описание установки и методика эксперимента

Для изучения работы термоанемометра постоянной температуры используется тарировочная труба, термоанемометр, его описание и инструкция по эксплуатации, датчик с позолоченной вольфрамовой нитью. Датчик с помощью специального приспособления крепится на выходе тарировочной трубы, так, чтобы чувствительный элемент (нить) находился приблизительно в центре потока.

Коэффициенты E_0 и B определяются экспериментально при тарировке термоанемометра в потоке с известной скоростью (рис.2). экстраполяция экспериментальной

кривой до пересечения с осью E^2 дает квадрат начального значения выходного напряжения, подставляемого в формулу (7). $B = tg\varphi$.

Необходимо знать, что подобные графики строятся для каждого датчика отдельно из-за разброса параметров нити (диаметр, длина, качество пайки и др.).

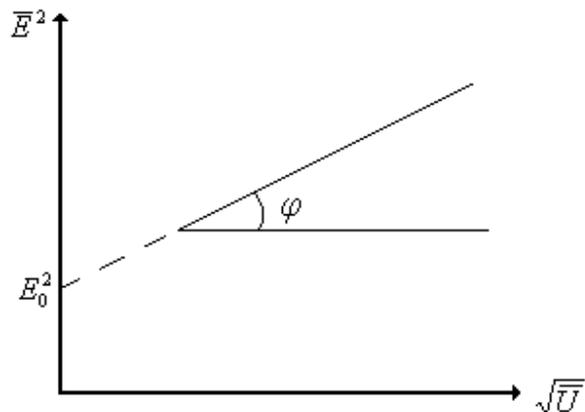


Рис.2. Тарировочный график термоанемометра постоянной температуры

Разложим скорость турбулентного потока на две составляющие – осредненную и пульсационную:

$$U = \bar{U} + U', \text{ причем } U' \ll U .$$

Соответствующие им составляющие выходного напряжения усилителя обозначим через E и e' :

$$E = \bar{E} + e', \text{ где также } e' \ll \bar{E} .$$

Подставим эти выражения в формулу (7):

$$(\bar{E} + e')^2 = E_0^2 + B\sqrt{\bar{U}} + U'$$

Решим это уравнение относительно скорости и пренебрегая малыми величинами получим:

$$\varepsilon_U = \frac{\sqrt{U'^2}}{\bar{U}} = \frac{4\bar{E}\sqrt{e'^2}}{\bar{E}^2 - E_0^2}. \quad (8)$$

Величина ε_U называется относительной интенсивностью турбулентности. Чтобы выразить ее в процентах, нужно умножить на 100 правую часть равенства. Пульсационная составляющая напряжения на выходе усилителя $\sqrt{e'^2}$ измеряется вольтметром среднеквадратичных значений, а усредненная вольтметром постоянного тока.

Профили относительных средних скоростей можно измерить термоанемометром постоянной температуры, для чего используем формулу (7):

$$B\sqrt{\bar{U}} = \bar{E}^2 - E_0^2; \quad B\sqrt{\bar{U}_m} = \bar{E}_m^2 - E_0^2;$$

$$\frac{\bar{U}}{\bar{U}_m} = \left(\frac{\bar{E}^2 - E_0^2}{\bar{E}_m^2 - E_0^2} \right)^2. \quad (9)$$

Рассчитаем выражение для интенсивности пульсаций скорости, отнесенной к начальной скорости истечения U_n , используя формулу (9) и (8)

$$\frac{\bar{U}}{\bar{U}_n} = \left(\frac{\bar{E}^2 - E_0^2}{\bar{E}_n^2 - E_0^2} \right)^2,$$

$$\varepsilon_n = \frac{\sqrt{U'^2}}{\bar{U}_n} = \frac{4\bar{E}\sqrt{e'^2}}{\bar{E}^2 - E_0^2} \left(\frac{\bar{E}^2 - E_0^2}{\bar{E}_n^2 - E_0^2} \right)^2 = \frac{4\bar{E}(\bar{E}^2 - E_0^2)\sqrt{e'^2}}{(\bar{E}_n^2 - E_0^2)^2}. \quad (10)$$

Задание. Обработка результатов измерений

1. Внимательно прочитать описание и инструкцию по эксплуатации термоанемометра постоянной температуры.

2. Включить термоанемометр и ввести датчик в поток с максимальной скоростью. Настроить частотную характеристику термоанемометра на максимальную полосу пропускания.

3. Протарировать датчик в трубе в диапазоне средних скоростей от 5 до 40 м/с через 3-4 м/с. Построить тарировочную кривую $\bar{E}^2 = f(\sqrt{\bar{U}})$.

4. Измерить относительный уровень турбулентности в одной точке на оси трубы ($n=10$).

5. Рассчитать среднеквадратичную погрешность измерения уровня турбулентности по формуле

$$S_{\varepsilon_U} = \sqrt{\frac{\sum(\Delta e'_i)^2}{n(n-1)}},$$

где $\Delta e'_i$ - отклонение измерений от среднего значения

n - число измерений.

Вычислить доверительный интервал для вероятности $\alpha=0,95$ по формуле:

$$\Delta\varepsilon_U = t_{\alpha n} S_{\varepsilon_U}.$$

Таблица 1

Тарировка датчика термоанемометра по скорости

№	\bar{U} , м/с	$\bar{E}(B)$	$\sqrt{\bar{U}}$	\bar{E}^2	Примечание
1					
2					
3					

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Абрамович Г.Н., Гиршович Г.А., Крашенинников С.Ю. и другие. Теория турбулентных струй. Изд. 2 – ое перераб. и доп. Под ред. Г.Н. Абрамовича. – М: 1984. – 720 с.
4. Устименко Б.П., Змейков В.Н., Шишкин А.А. Термоанемометрические методы исследования турбулентности в газовых потоках и факелах. – Алма-ата: Наука, 1983.
5. Ярин Л.П., Генкин А.Л., Кукес В.И. Термоанемометрия газовых потоков. – Л: Машиностроение, 1983.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ

Цель работы:

1. Определить точку перехода ламинарного слоя в турбулентный;
2. Измерить электротермоанемометром профили средней скорости и продольных пульсаций скорости в пограничном слое.
3. По осциллограммам для каждого профиля скорости найти коэффициенты перемежаемости.

Краткое теоретическое введение

Как показывают экспериментальные исследования пограничного слоя, течение в пограничном слое является довольно сложным. Вблизи передней кромки пластины течение ламинарное, далее следует переходная область, где ламинарный режим течения сменяется турбулентным, далее течение превращается в полностью развитый турбулентный пограничный слой [1].

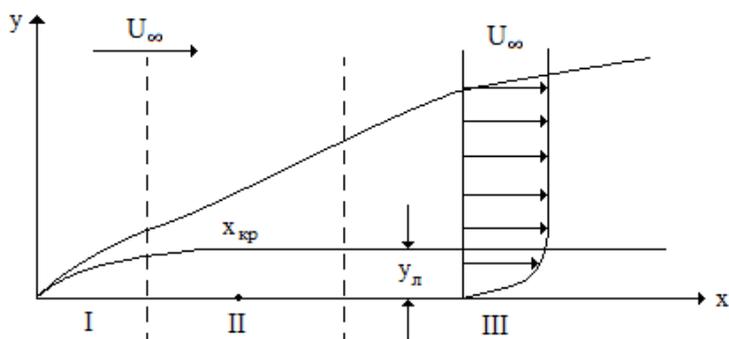


Рис. 1. Пограничный слой на пластине

Ламинарное течение устойчиво только при некоторых условиях, определяемых критическим значением числа Рейнольдса $Re_{кр} = \frac{U_{\infty} x_{кр}}{\nu_{\infty}}$, где U_{∞} и ν_{∞} - скорость и кинематическая вязкость невозмущенного потока, $x_{кр}$ - координата точки перехода, равная среднему значению координат, соответствующих началу и концу области перехода.

При значениях $Re > Re_{кр}$ в пограничном слое возникают незатухающие возмущения, ламинарное течение становится неустойчивым и переходит в турбулентное. Турбулентное течение отличается высоким уровнем турбулентности. Уровень или интенсивность турбулентности определяется отношением среднеквадратичной пульсации скорости к среднему значению скорости в этой же точке

$$\varepsilon_U = \frac{\sqrt{U'^2}}{\bar{U}}.$$

Непосредственно вблизи стенки существует ламинарный вязкий подслой. Поэтому принята двухслойная схема пристенной турбулентности: вязкий подслой и турбулентное ядро потока. Если в ламинарном подслое процессы переноса импульса осуществляются молекулярным механизмом и поэтому $\tau_l = \mu \frac{\partial U}{\partial y}$, то в турбулентном ядре потока напряжение трения $\tau_T = -\rho \overline{U'v'}$ во много раз превышает τ_l , т.е. $\tau_T \gg \tau_l$.

Эти закономерности и определяют профиль пульсаций скорости в пограничном слое. Интенсивность турбулентности равна нулю на обтекаемой поверхности

(условие прилипания) и, внутри вязкого подслоя. Затем достигает своего максимума на границе ламинарного подслоя, где имеет место не только большая диссипация, но и высокая степень порождения турбулентности. Далее, при удалении от стенки интенсивность турбулентности постепенно уменьшается.

Основное свойство течения в пограничном слое заключается в том, что вблизи его внешней границы существуют перемежаемость, т.е. пульсации перемежаются, чередуются с областями более спокойного течения. Обнаружение явления перемежаемости является одним из наиболее важных результатов экспериментального исследования турбулентного пограничного слоя. В любой точке пограничного слоя по мере того, как турбулентные возмущения переносятся в направлении потока, течение попеременно будет ламинарным по мере того, как турбулентные возмущения переносятся в направлении потока, течение попеременно будет ламинарным, то турбулентным. Коэффициент перемежаемости γ определяется как отношение времени, в течение которого движение турбулентное ко всему времени наблюдения [8].

$$\gamma = \frac{T_{турб}}{T_{общ}}$$

Это время $T_{турб}$ можно измерить по осциллограммам пульсаций скорости. Коэффициент перемежаемости количественно характеризует перемежаемость, и как показывают измерения, распределение $\gamma(y)$ поперек пограничного слоя достаточно точно описывается кривой Гаусса с максимумом при $y/\delta = 0,78$. Однако следует иметь в виду, что эта граница может изменять свое

положение и поэтому интервал значений $1,0 > y/\delta > 0,4$ определяется как область перемежаемости и именно в этом интервале надо следить за экранами осциллографов и наблюдать осциллограммы.

Описание установки и методика измерений

Исследование турбулентного пограничного слоя проводится на пластине, установленной на нижней поверхности рабочей части аэродинамической трубы. Скорость потока U_∞ может регулироваться от 10 до 30 м/с.

Для измерения средней скорости и пульсаций скорости используется электротермоанемометр СТБ-1. Датчик термоанемометра следует предварительно протарировать по скорости и получить тарировочную кривую $U = f(E)$.

Датчик следует установить так, чтобы его нить была перпендикулярна потоку. Для измерения профиля средней скорости и профиля продольных пульсаций скорости датчик следует перемещать от стенки с интервалом 0,1 мм. Одновременно в области $y/\delta > 0,4$ наблюдать осциллограммы и определять по ним коэффициент перемежаемости. Время $T_{турб}$ и $T_{общ}$ измерить по осциллограмме.

Для определения области перехода датчик электротермоанемометра следует установить у передней кромки пластины вблизи поверхности ($y=1,0$ мм, 1,5 мм, 2 мм) и перемещать вдоль пластины, записывая показания приборов. В процессе перемещения датчика необходимо следить за изменением характера пульсаций скорости с тем, чтобы установить протяженность ламинарного пограничного слоя, переходной области и полностью развитого турбулентного пограничного слоя.

В ламинарном пограничном слое пульсации незначительны, в переходной области пульсации велики по

амплитуде, но носят редкий, случайный характер, в турбулентном участке происходит увеличение пульсаций. По этим наблюдениям можно определить границы области перехода и соответственно среднее значение координаты $x_{кр}$.

Задание. Математическая обработка результатов

1. Предварительно протарировать датчик электротермоанемометра по скорости и построить тарировочную кривую $U = f(E)$ (см. лабораторную работу №18).

2. Закрепить датчик в координатнике и установить его вблизи передней кромки пластины на расстоянии 1 мм от поверхности.

3. Включить аппаратуру и произвести балансировку измерительного канала электротермоанемометра.

4. Включить аэродинамическую трубу и определить скорость по контрольному манометру. Определить U_∞ , $\varepsilon_0|_{x=0}$.

5. Перемещать датчик вдоль пластины на расстояниях от нее 1, 1.5, 2 мм и записывать показания приборов через $\Delta x = 2$ см. По изменению характера пульсаций установить границы характерных областей течения. Определить $Re_{кр}$.

6. Построить график зависимости $\varepsilon_{U_0} = \frac{\sqrt{U'^2}}{\bar{U}} = f\left(\frac{x}{d}\right)$.

7. В турбулентной области течения выбрать 5 сечений, снять профили пульсаций скорости, средней скорости и коэффициента перемежаемости.

8. Построить профили средней скорости $\frac{U}{U_n} = f(\frac{y}{d})$, профили пульсаций скорости $\varepsilon_{U_0} = f(\frac{y}{d})$ и профили относительных пульсаций скорости $\varepsilon_U = f(\frac{y}{d})$, профили коэффициента перемежаемости $\gamma = f(\frac{y}{d})$.

9. Оценить погрешность измерений средней скорости и пульсаций скорости.

Таблица 1

Определение $Re_{кр}$

x, см	$y_0 = 1$ мм		$y_0 = 1,5$ мм		$y_0 = 2$ мм	
	$E, (B)$	$\sqrt{e'^2}, (mB)$	$E, (B)$	$\sqrt{e'^2}, (mB)$	$E, (B)$	$\sqrt{e'^2}, (mB)$
0						
2						
4						
6						

Таблица 2

Профили скорости, пульсаций скорости и перемежаемости на пограничном слое

x / y, мм	$E, (B)$	$\sqrt{e'^2}, (mB)$	γ	$\bar{U}, (м/с)$	ε_{U_0}	ε_U
0						
0,2						
0,4						
0,6						
0,8						
1,0						

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Абрамович Г.Н., Гиршович Г.А., Крашенинников С.Ю. и другие. Теория турбулентных струй. Изд. 2 – ое перераб. и доп. Под.ред. Г.Н. Абрамовича. – М: 1984. – 720 с.
4. Устименко Б.П., Змейков В.Н., Шишкин А.А. Термоанемометрические методы исследования турбулентности в газовых потоках и факелах. – Алма-ата: Наука, 1983.
5. Ярин Л.П., Генкин А.Л., Кукес В.И. Термоанемометрия газовых потоков. – Л: Машиностроение, 1983.

ИЗУЧЕНИЕ ПУЛЬСАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВОБОДНОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ СТРУИ

Цель работы:

1. Экспериментально термоанемометрическим методом изучить распределение пульсационных характеристик вдоль оси и в поперечных сечениях начального, переходного и основного участках струи;
2. Установить различия в закономерностях формирования поля пульсаций скорости на начальном и основном участках струи.

Краткое теоретическое введение

При истечении жидкости из отверстия в покоящуюся или движущуюся среду в области соприкосновения потоков возникают так называемые поверхности тангенциального разрыва. Тангенциальный разрыв терпят такие параметры, как скорость течения, температура, концентрация примеси; распределение же статического давления оказывается непрерывным.

Известно, что на поверхности тангенциального разрыва в связи с ее неустойчивостью возникают вначале волны, из которых затем формируются и развиваются вихри, движущиеся вдоль потока.

Структура этих вихрей такова, что они производят поперечный перенос количества движения тепла и примеси. При своем движении вихри увеличиваются в размере, взаимодействуют между собой, образуя более крупные и мелкие вихри, беспорядочно движущиеся вдоль и поперек потока. В результате вблизи границы струи формируется область конечной толщины с непрерывным распределением скорости концентрации примеси и

температуры. При очень малых значениях числа Рейнольдса струйный пограничный слой может быть ламинарным.

Утолщение струйного пограничного слоя, состоящего из увлеченных частиц окружающей среды и заторможенных частиц самой струи приводит, с одной стороны, к увеличению поперечного сечения, а с другой стороны – к постоянному сокращению потенциального ядра струи – области, лежащей между внутренними границами пограничного слоя. Принципиальная схема струи изображена на рис.1. Часть струи, в которой имеется потенциальное ядро течения, называется начальным участком.

На рис.2 приведен снимок картины течения на начальном участке подогретой струи. Снимок получен с помощью теневого прибора ИАБ-451 при импульсном освещении, так что он демонстрирует мгновенную картину распределения перепадов температуры. По нему можно определить области начала возникновения волновых возмущений, формирования вихрей и их разрушения.

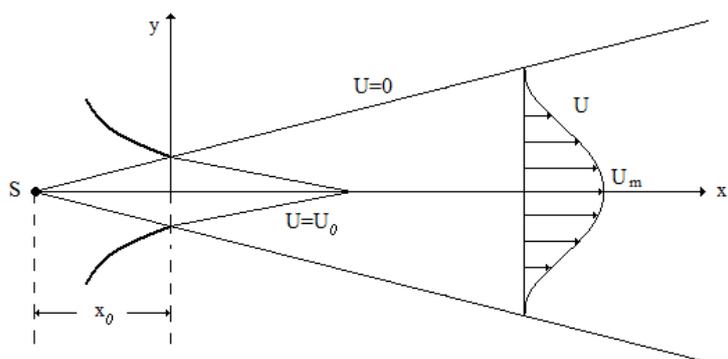


Рис.1. Схема осесимметричной свободной струи

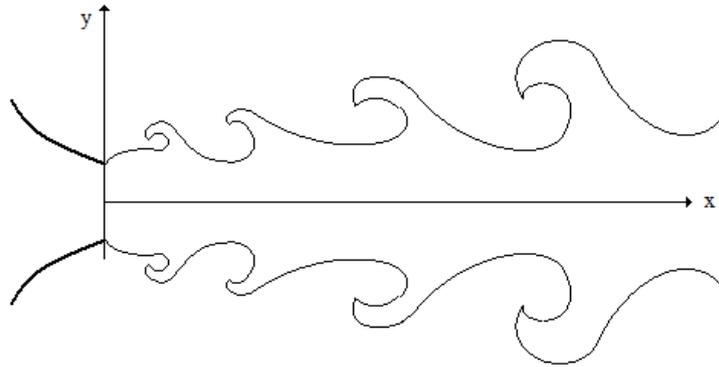


Рис.2. Картина течения на начальном участке осесимметричной свободной струи

На этом же снимке показаны формы осциллограмм пульсаций скорости в области начала возникновения возмущений и в конце начального участка. При больших числах Рейнольдса начальные возмущения создают более высокую частоту колебаний скорости по сравнению с частотой колебаний скорости в конце начального участка. Это обусловлено тем, что путем попарного слияния первоначальных вихрей к концу начального участка успевают сформироваться более крупные вихри. Сравнительную оценку размеров вихрей в области возникновения и к концу начального участка можно произвести по снимку картины течения (см.рис.2).

Многочисленные опыты показали, что одним из основных свойств свободной струи является постоянство статического давления во всей области течения, вследствие чего скорость в потенциальном ядре струи остается постоянной. Размывание струи за пределами начального участка выражается не только в ее утолщении, но также и в изменении скорости вдоль ее оси.

На некотором расстоянии от конца начального участка струйное течение приобретает такой же вид, как течение жидкости из источника бесконечно малого размера (точки); этот участок струи называется основным. Между основным и начальным участком струи заключен переходной участок.

Известно, что значения критического числа Рейнольдса для струи равно $5 \div 10$, поэтому в подавляющем большинстве случаев течения в струях является турбулентным. При этом скорость, давления, температура и другие параметры хаотически пульсируют, непрерывно изменяясь как во времени, так и в пространстве.

Ясно, что в турбулентном потоке мгновенная реализация поля скорости $U(x, y, z, t)$ или другого параметра не представляет интереса, и для описания течения необходимо какие-то статистические подходы, позволяющие выделить осредненные параметры, учитывающие только обобщенные характеристики пульсаций.

В турбулентном потоке компоненты скорости в любой точке можно разложить на средние по времени и пульсационные составляющие:

$$U = \bar{U} + U', \quad v = \bar{v} + v', \quad W = \bar{W} + W'.$$

При осреднении за некоторый конечный промежуток времени пульсационные составляющие U', v', W' исчезают, однако, их среднеквадратичные величины

$$\sqrt{U'^2}, \quad \sqrt{v'^2}, \quad \sqrt{W'^2}$$

отнесенные к местной или общей средней скорости определяют первые статистические характеристики

турбулентного потока – интенсивности турбулентности в разных направлениях.

Возьмем в данный момент времени t две точки в пространстве: $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$; обозначим проекции пульсаций скорости в этих точках соответственно U'_1, v'_1, W'_1 и U'_2, v'_2, W'_2 . Тензор второго ранга (в общем случае несимметричный) с таблицей

$$\begin{pmatrix} \overline{U'_1 U'_2} & \overline{U'_1 v'_2} & \overline{U'_1 W'_2} \\ \overline{v'_1 U'_2} & \overline{v'_1 v'_2} & \overline{v'_1 W'_2} \\ \overline{W'_1 U'_2} & \overline{W'_1 v'_2} & \overline{W'_1 W'_2} \end{pmatrix}.$$

Назовем тензором моментов двухточечной корреляцией между пульсационными скоростями. Устремив точку M_1 и M_2 , получим в пределе симметричный тензор моментов одноточечной связи

$$\begin{pmatrix} \overline{U'^2} & \overline{U'v'} & \overline{U'W'} \\ \overline{v'U'} & \overline{v'^2} & \overline{v'W'} \\ \overline{W'U'} & \overline{W'v'} & \overline{W'^2} \end{pmatrix}$$

компоненты, которого только постоянным множителем (ρ) отличаются от компонент тензора турбулентных напряжений. Удаляя точку M_1 , от точки M_2 , будем получать моменты двухточечной связи между собой статистически связанных. В пределе на большом расстоянии компоненты этого тензора будут стремиться к нулю.

Коэффициентом корреляции между двумя случайными пульсирующими величинами U' и v' называют величину

$$R_{Uv} = \frac{\overline{U'v'}}{\sqrt{\overline{U'^2}} \cdot \sqrt{\overline{v'^2}}}.$$

Если между величинами U' и v' нет статистической связи, то числитель, равный среднему интегральному значению за достаточно большой промежуток времени произведения этих величин будет равен нулю. Если пульсирующие величины U' и v' полностью связаны, то коэффициент корреляции, благодаря принятому способу нормирования, в зависимости от разности фаз будет равен ± 1 . Промежуточным степеням связанности будут соответствовать абсолютные значения коэффициента корреляции, лежащие между нулем и единицей. Коэффициент корреляции характеризует меру связанности между двумя, содержащими в себе элемент случайности, пульсирующими величинами. По форме распределения коэффициент корреляции можно определить такие важные статистические характеристики как турбулентное трение и масштаб турбулентности.

Описание установки и методика измерений

Для исследования свободной осесимметричной струи используется установка, позволяющая получить струю с равномерным профилем скорости на выходе из сопла. Круглого сечения диаметром 3 см. Начальная скорость регулируется напряжением, подаваемым на обмотку мотора. Для измерения продольной пульсации $\sqrt{\overline{U'^2}}$, поперечной пульсации $\sqrt{\overline{v'^2}}$ и коэффициента корреляции $R_{Uv} = \frac{\overline{U'v'}}{\sqrt{\overline{U'^2}} \cdot \sqrt{\overline{v'^2}}}$ используется методика трех поворотов нити насадка на $\alpha=45^0$ относительно основного

направления распространения струи, описанная в работе [6].

Таблица 1

Распределение скорости и интенсивности пульсаций скорости вдоль оси струи

$\frac{x}{d}$	$E, (B)$	$\sqrt{e'^2}, (mB)$	$\frac{U}{U_0}$	$\frac{\sqrt{U'^2}}{U_0}$

Таблица 2

Профили скорости и интенсивности пульсаций скорости в поперечных сечениях струи

$\frac{y}{d}$	$E, (B)$	$\sqrt{e'^2}, (mB)$	$\frac{U}{U_0}$	$\frac{\sqrt{U'^2}}{U_0}$

Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Перевод на русский язык. – М.: 1974. – 711 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: 1987. – 840 с.
3. Абрамович Г.Н., Гиршович Г.А., Крашенинников С.Ю. и другие. Теория турбулентных струй. Изд. 2 –ое перераб. и доп. Под.ред. Г.Н. Абрамовича. – М: 1984 – 720 с.
4. Устименко Б.П., Змейков В.Н., Шишкин А.А. Термоанемометрические методы исследования турбулентности в газовых потоках и факелах. – Алма-ата: Наука, 1983.
5. Ярин Л.П., Генкин А.Л., Кукес В.И. Термоане-мометрия газовых потоков. – Л: Машиностроение, 1983.
6. Хинце О. Турбулентность. ФМЛ, 1963.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Специальная лабораторная работа №1. Тарировка микроманометра	4
Специальная лабораторная работа №2. Тарировка трубки Прандтля и цилиндрического насадка	16
Специальная лабораторная работа №3. Тарировка сферического насадка	39
Специальная лабораторная работа №4. Изучение работы аэродинамической трубы	47
Специальная лабораторная работа №5. Изучение распределения давления по поверхности шара и цилиндра	67
Специальная лабораторная работа №6. Измерение гидравлического сопротивления круглой гладкой трубы	74
Специальная лабораторная работа №7. Изучение движения несжимаемой жидкости в следе за плохо обтекаемыми телами	82
Специальная лабораторная работа №8. Изучение бесциркуляционного обтекания цилиндра методом ЭГДА	95
Специальная лабораторная работа №9. Решение задачи о циркуляционном обтекании цилиндра методом ЭГДА	109
Специальная лабораторная работа №10. Исследование ламинарного и турбулентного пограничных слоев на пластине	122
Специальная лабораторная работа №11. Определение коэффициента поверхностного трения в турбулентном пограничном слое по методу Клаузера	135
Специальная лабораторная работа №12. Измерения поверхностного трения в пограничном слое на пластине методом Престона	143
Специальная лабораторная работа №13. Исследование плоской турбулентной пристенной струи несжимаемой жидкости	153
Специальная лабораторная работа №14. Плоская турбулентная пристенная неизотермическая воздушная струя	164
Специальная лабораторная работа №15. Исследование плоской свободной струи	172
Специальная лабораторная работа №16. Исследование осесимметричной свободной струи несжимаемой жидкости	181
Специальная лабораторная работа №17. Исследование осесимметричной свободной неизотермической струи	192
Специальная лабораторная работа №18. Изучение работы	

термоанемометра постоянной температуры	201
Специальная лабораторная работа №19. Исследование турбулентных характеристик пограничного слоя на пластине	211
Специальная лабораторная работа №20. Изучение пульсационных характеристик свободной осесимметричной струи	218