

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
КОМИТЕТ НАУКИ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛЬ-ФАРАБИ

УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ СУЛЕЙМАНА ДЕМИРЕЛЯ

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«АЛГЕБРА, АНАЛИЗ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»

посвящается 60-летию академика НАН РК Аскара Серкуловича Джумадильдаева

Алматы, 8–9 апреля 2016 года

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Алматы – 2016

<i>Арепова Г.Д., Кальменов Т.Ш.</i> О граничном условии поверхностного теплового потенциала	123
<i>Атымбек М.Е., Садыбеков М.А.</i> Восстановление коэффициентов закрепления и нагруженности одного из концов стержня по спектральным данным	125
<i>Атманова Д.М., Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.</i> Многомерном спектрально-нагруженном операторе теплопроводности	127
<i>Бижанова Г.И., Шаймарданова М.Н.</i> О разрешимости в пространстве Гельдера задачи уравнения теплопроводности при рассогласовании начальных и краевых данных	130
<i>Билал Ш.</i> О некоторых свойствах уравнения Штурма-Лиувилля	131
<i>Василина Г.К., Тлеубергенов М.И.</i> Об экспоненциальной p -устойчивости интегрального многообразия	135
<i>Дилдабек Г., Ержанов Н.Е., Тенгаева А.А.</i> Функция Грина задачи теплопроводности с краевым условием Самарского-Ионкина	137
<i>Дилдабек Г., Тенгаева А.А.</i> Существование собственного значения задачи со смещением для уравнения параболо-гиперболического типа	139
<i>Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Алгоритмы нахождения решения нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма	141
<i>Ескермесулы А.</i> Об асимптотике решений сингулярного дифференциального уравнения четвертого порядка с нерегулярными коэффициентами	143
<i>Кальменов Т.Ш., Макен А.К.</i> О свойстве телеграфного потенциала .	146
<i>Кангужин Б.Е., Бекбаев Н.Т.</i> Собственные значения струны с упругими точечными связями	148
<i>Касымов А.А., Садыбеков М.А.</i> Обратные задачи в классах корректности задачи Коши для уравнения Лапласа	149
<i>Кенжебаев К.К., Сартабанов Ж.А.</i> Исследование периодического решения квазилинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе одной матричной функции	151
<i>Кошанов Б.Д., Утеев Т.Б.</i> О разрешимости уравнений магнитной газодинамики с цилиндрической и сферической симметрией	153

<i>Кошанов Б.Д., Кулимбек Ж.К.</i> О поведении решений эллиптических уравнений в неограниченной области	155
<i>Кошанова М.Д., Турметов Б.Х., Усманов К.И.</i> О дробном аналоге задачи Неймана для неоднородного бигармонического уравнения с граничным оператором типа Адамара	156
<i>Лучинина Н.А.</i> Сверточные алгебры	157
<i>Назарова К.Ж., Абдурахман Явуз</i> Об однозначной разрешимости двухточечных краевых задач с импульсными воздействиями для нагруженных дифференциальных уравнений	158
<i>Оспанов К.Н., Ескабылова Ж.Б., Сарбаева Ш.Х.</i> О разрешимости одного вырожденного дифференциального уравнения	160
<i>Садыбеков М.А., Дилдабек Г., Тенгаева А.А.</i> О новой нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного парабола-гиперболического типа	161
<i>Сакабеков А., Аужани Е.</i> Краевые условия Максвелла-Аужана для шестимоментной системы моментных уравнений Больцмана	163
<i>Тасмамбетов Ж.Н.</i> Нормально-регулярные решения системы типа Вильчинского	165
<i>Темешева С.М.</i> О существовании ограниченных на всей оси решений нелинейных обыкновенных нагруженных дифференциальных уравнений	168
<i>Жуманова Л.К., Садыбеков М.А.</i> О корректных сужениях обыкновенного дифференциального оператора первого порядка с инволюцией	170
<i>Жуматов С.С.</i> О неустойчивости программного многообразия неявных дифференциальных систем	172
<i>Assanova A.T.</i> On the nonlocal boundary value problem with integral conditions for system of hyperbolic equations second order	175
<i>Ayaz S.Zh., Sadybekov M.A.</i> Construction of a new stable difference scheme approximating a differential problem for one-dimensional heat equation under Samarskii-Ionkin boundary conditions with perturbation	177
<i>Erdogan A.S., Guvercin S.</i> Numerical solution of an inverse problem for a time fractional parabolic equation	178
<i>Erzhanov N.E., Orazov I.</i> On one Mathematical Model of the Extraction Process of Polydisperse Porous Material	179

$$\varphi_{k_0 l_0}(x, y) = e^{\pm i(k_0 y \pm l_0 x)}, \quad \lambda_{k_0 l_0} = \alpha + \beta \}. \quad (8)$$

Одномерный аналог задач (1) и (2) был изучен в работе [1].

Литература

1. Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. Стабилизация решения уравнения теплопроводности, нагруженного по нуль-мерным многообразиям, с помощью граничных условий // Математический журнал. - 2015. - Т. 15, №4(58). - С. 33-53.

УДК 517.968.7

¹Арепова Г.Д., ²Кальменов Т.Ш.

¹Институт математики и математического моделирования, (Казахстан, Алматы)

²Институт математики и математического моделирования, (Казахстан, Алматы)

e-mail: arepovag@mail.ru, kalmenov@math.kz

О граничном условии поверхностного теплового потенциала

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ конечная область с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$. Через D будем обозначать цилиндрическую область $D = \Omega \times (0, T)$. Для любой $f \in L_2(\Omega)$ тепловой потенциал определяется по формуле

$$u = \diamond^{-1} f = \varepsilon_n * f = \int_0^t d\tau \int_{\Omega} \varepsilon_n(x - \xi, t - \tau) f(\xi, \tau) d\xi \quad (1)$$

Известно, что тепловой потенциал $u = \diamond^{-1} f$ удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$\diamond u = \left(\frac{\partial}{\partial t} - \Delta_x \right) u = f \quad (2)$$

и нулевому начальному условию

$$u|_{t=0} = 0. \quad (3)$$

В работе [1] впервые найдены боковые граничные условия теплового потенциала $u = \diamond^{-1} f$ в следующем виде:

$$-\frac{u(x, t)}{2} + \int_0^t d\tau \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial \varepsilon_n}{\partial n_{\xi}}(x - \xi, t - \tau) u(\xi, \tau) - \varepsilon_n(x - \xi, t - \tau) \frac{\partial u}{\partial n_{\xi}}(\xi, \tau) \right) d\xi \quad (4)$$

для всех $x \in \partial\Omega$.

В этой же работе показано, что если $u \in W_2^{1,2}(D)$ удовлетворяет уравнению (2), начальному условию (3) и боковому граничному условию (4), то является тепловым потенциалом $u = \diamond^{-1} f$.

В области D рассмотрим поверхностный тепловой потенциал

$$u = \dot{\diamond}^{-1} u_0 = \int_{\Omega} \varepsilon_n(x - \xi, t) u_0(\xi) d\xi, \quad (5)$$

где $\varepsilon_n(x, t)$ – фундаментальное решение уравнения теплопроводности

$$\diamond u \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} - a^2 \Delta_x \right) u = 0, \quad (6)$$

которое имеет вид [2, с. 199]

$$\varepsilon_n(x, t) = \frac{\theta(t)}{(2a\sqrt{\pi t})^n} e^{-\frac{|x|^2}{4a^2 t}}.$$

Хорошо известно, что при $u_0 \in C(\bar{\Omega})$, $u_0|_{\partial\Omega} = 0$, поверхностный тепловой потенциал (5) является в области D бесконечно дифференцируемой функцией, принадлежит классу $u \in C(\bar{D})$, удовлетворяет уравнению (6) и начальному условию

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \Omega. \quad (7)$$

Естественно возникает вопрос о краевых условиях поверхностного потенциала. То есть необходимо найти дополнительные условия (не зависящие от $u_0(x)$), которые вместе с уравнением (6) и начальным условием (8) однозначно определяют функцию (5).

Теорема. Для любой $u_0 \in W_2^1(\Omega)$ поверхностный тепловой потенциал $u = \dot{\diamond}^{-1} u_0$ удовлетворяет следующему боковому граничному условию:

$$-\frac{u(x, t)}{2} + \int_0^t d\tau \int_{\partial\Omega} \left(\frac{\partial \varepsilon_n}{\partial n_\xi}(x - \xi, t - \tau) u(\xi, \tau) - \varepsilon_n(x - \xi, t - \tau) \frac{\partial u}{\partial n_\xi}(\xi, \tau) \right) d\xi \quad (8)$$

для всех $x \in \partial\Omega$.

Обратно, если $u \in W_2^{1,2}(D)$ является решением однородного уравнения теплопроводности

$$\diamond u = 0, \quad (9)$$

удовлетворяющему начальному условию

$$u|_{t=0} = u_0(x) \quad (10)$$

и боковому граничному условию (8), то u задается в виде поверхностного теплового потенциалом $u = \dot{\diamond}^{-1} u_0$.

Литература

1. Кальменов Т. Ш., Токмагамбетов Н.Е. Об одной нелокальной краевой задаче для многомерного уравнения теплопроводности в нецилиндрической области // Сибирский Математический Журнал. – 2013. – Т. 54, No 6. – С. 1287 – 1293.
2. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – Москва: Наука. – 1981. – 512 с.

Василина Г.К., Тлеубергенов М.И.

Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби (Казахстан, Алматы)
e-mail: v_gulmira@mail.ruИнститут математики и математического моделирования (Казахстан,
Алматы)

e-mail: marat207@mail.ru

Об экспоненциальной р-устойчивости интегрального
многообразия

Данная работа посвящена исследованию экспоненциальной устойчивости аналитически заданного интегрального многообразия при наличии случайных возмущений из класса процессов с независимыми приращениями, которая является обобщением задачи об экспоненциальной р-устойчивости невозмущенного движения стохастического уравнения Ито [1].

Пусть задано стохастическое дифференциальное уравнение

$$dx = X(x(t), t)dt + \sigma(x(t), t)dw(t) + \int_{R^n} f(x(t), t, u)\tilde{\nu}(dt, du), \quad (1)$$

где $X(x, t)$, $\sigma(x, t)$, $f(x, t, u)$ – не случайны, X , f – векторные функции со значениями в R^n , $t \geq 0$, $x \in R^n$, $u \in R^n$, $\sigma(x, t)$ – матричная функция размера $n \times m$, $w(t)$ – m -мерный винеровский процесс с независимыми компонентами, $\tilde{\nu}(t, A) = \nu(t, A) \cdot t\Pi(A)$, $\nu(t, A)$ – пуассоновская мера на R^n , $E\nu(t, A) = t\Pi(A)$, процесс $w(t)$ и мера $\nu(t, A)$ независимы между собой, $\Pi(A)$ – мера на σ -алгебре борелевских множеств R^n .

Предположим, что

1) существует постоянная $L > 0$ такая, что

$$\|X(x, t)\|^2 + \|\sigma(x, t)\|^2 + \int_{R^n} \|f(x, t, u)\|^2 \Pi(du) \leq L(1 + \|x\|^2);$$

2) функции $X(x, t)$, $\sigma(x, t)$, $f(x, t, u)$ – непрерывны по совокупности аргументов;

3) выполнено локальное условие Липшица по x , т.е. для любого $R > 0$ найдется постоянная $C_R > 0$ такая, что при $\|x\| \leq R$, $\|y\| \leq R$

$$\begin{aligned} & \|X(x, t) - X(y, t)\|^2 + \|\sigma(x, t) - \sigma(y, t)\|^2 + \\ & + \int_{R^n} \|f(x, t, u) - f(y, t, u)\|^2 \Pi(du) \leq C_R \|x - y\|^2. \end{aligned}$$

Согласно [2, стр. 276], эти условия обеспечивают существование и единственность с точностью до стохастической эквивалентности решения $x^{x_0, t_0}(t)$ 1 с начальным условием $x(t_0) = x_0$, являющегося непрерывным справа с вероятностью 1 строго марковским случайным процессом.

Рассмотрим в пространстве R^n поверхность $\Lambda(t)$ заданную системой уравнений

$$\Lambda(t) : \lambda(x, t) = 0, \quad (2)$$

где $\lambda = \lambda(x, t) \in C_{xt}^{21}$ — r -мерная вектор-функция, $r \leq n$.

Определение 1. Интегральным многообразием уравнения 1 называется гладкая поверхность $\Lambda(t)$ такая, что из условия $(x(t_0), t_0) \in \Lambda(t_0)$ следует, что с вероятностью 1 $(x(t), t) \in \Lambda(t)$ при всех $t \geq t_0$.

Далее, поверхность 2, являющуюся интегральным многообразием для уравнения 1 (см. теорему 1 из [3]), исследуем на экспоненциальную устойчивость.

Рассмотрим функции Ляпунова вида $V(\lambda; x, t) \in C_{\lambda xt}^{221} : R^r \times R^n \times R^+ \rightarrow R^+$ и $V(0; x, t) \equiv 0$.

Обозначим $V_1(x, t) = V(\lambda(x, t), x, t)$. Очевидно, что $V_1(x, t) \in C_{xt}^{21}$. Будем рассматривать такие функции Ляпунова, чтобы

$$\int_{R^n} \left\| \left[V_1(x + f(x, t, u), t) - V_1(x, t) - \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_i} \right)^T f_i(x, t, u) \right] \right\| \Pi(du) < \infty.$$

Введем следующий производящий оператор

$$\begin{aligned} \tilde{L}V(\lambda(x, t), x, t) &= \tilde{L}V_1(x, t) = \\ &= \frac{\partial V_1}{\partial t} + \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_i} \right)^T X_i + \frac{1}{2} tr \left[\frac{\partial^2 V_1}{\partial x_i \partial x_j} \sigma_{ik} \sigma_{jk}^T \right] + \\ &+ \int_{R^n} \left[V_1(x + f(x, t, u), t) - V_1(x, t) - \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_i} \right)^T f_i(x, t, u) \right] \Pi(du). \end{aligned}$$

Определение 2. Интегральное многообразие $\Lambda(t)$, определяемое формулой 2, уравнения 1 называется p -устойчивым относительно вектор-функции $\lambda = \lambda(x, t)$ ($p > 0$) при $t \geq t_0 > 0$, если

$$\lim_{\| \lambda(x_0, t_0) \| \rightarrow 0} \sup_{t \geq t_0} E \| \lambda(x^{x_0, t_0}(t), t) \|^p = 0.$$

Определение 3. Интегральное многообразие $\Lambda(t)$, определяемое формулой 2, уравнения 1 называется экспоненциально p -устойчивым относительно вектор-функции $\lambda = \lambda(x, t)$ ($p > 0$), если при некоторых положительных постоянных A и γ

$$E \| \lambda(x^{x_0, t_0}(t), t) \|^p \leq A \| \lambda(x_0, t_0) \|^p \exp\{-\gamma(t - t_0)\}.$$

Применением к процессу $V(\lambda; x, t)$ обобщенной формулы Ито [2, стр. 276] доказывается справедливость следующей теоремы.

Теорема. Если для уравнения 1 и множества 2 существует функция Ляпунова $V(\lambda; x, t) \in C_{\lambda xt}^{221}$, удовлетворяющая при некоторых положительных постоянных k_1, k_2, k_3 неравенствам

$$k_1 \| \lambda(x, t) \|^p \leq V(\lambda; x, t) \leq k_2 \| \lambda(x, t) \|^p,$$

$$\tilde{L}V(\lambda; x, t) \leq -k_3 \|\lambda(x, t)\|^p,$$

тогда интегральное многообразие $\Lambda(t)$ 2 уравнения 1 экспоненциально p -устойчиво относительно вектор-функции $\lambda = \lambda(x, t)$ ($p > 0$).

Литература

1. Хасъминский Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. - М.: Наука, 1969. - 368 с.
2. Гитман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. - Киев: Наукова думка, 1968. - 356 с.
3. Василина Г.К., Тлеубергенов М.И. О решении задачи стохастической устойчивости интегрального многообразия вторым методом Ляпунова // Укр. матем. журнал. - 2016. -Т. 68, № 1. -С. 14-27.

УДК 517.95

^{1,2}Дилдабек Г., ^{1,3}Ержанов Н.Е., ^{1,4}Тенгаева А.А.

¹Институт математики и математического моделирования (Казахстан, Алматы)

²Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Казахстан, Алматы)

³Региональный социально-инновационный университет (Казахстан, Шымкент)

⁴Казахский национальный аграрный университет (Казахстан, Алматы)

e-mail: ²dildabek.g@gmail.com, ³imanbaevnur@mail.ru, ⁴aijan0973@mail.ru

Функция Грина задачи теплопроводности с краевым условием Самарского-Ионкина

Наряду с классическими краевыми и начально-краевыми задачами, в последнее время внимание многих учёных привлекают задачи математической физики с нелокальными (неклассическими) дополнительными условиями. Теория нелокальных краевых задач важна сама по себе как раздел общей теории краевых задач для дифференциальных уравнений и как раздел математики, имеющий многочисленные приложения в механике, физике, биологии и других естественно-научных дисциплинах. Нелокальными краевыми задачами принято называть задачи, в которых вместо задания значений решения или его производных на фиксированной части границы задается связь этих значений со значениями тех же функций на иных внутренних или граничных многообразиях. К ним относятся краевые задачи с условиями типа периодичности, с условием Бицадзе-Самарского, с условиями интегрального типа, а также задачи с многоточечными граничными условиями общего вида. Актуальность изучения этих задач обусловлена также наличием ряда физических приложений в области электростатики, электродинамики, теории упругости, физики плазмы, многослойной оптики и т.п.

Возможность представления решения задачи в интегральном виде, основанном на функции Грина начально-краевой задачи имеет существенные преимущества для практики. Интегральное представление решения позволяет дать физическую интерпретацию: сопряженная функция Грина в точке с координатой y_0 в момент

Эта работа была поддержана грантом 0825/ГФ4 МОН РК.

Литература

1. Отелбаев М., Шыныбеков А.Н. О корректных задачах типа Бицадзе Самарского // Доклады АН СССР. - 1982. - Т. 265, № 4. - С. 815-819.
2. Кокебаев Б.К., Отелбаев М., Шыныбеков А.Н. К вопросам расширения и сужения операторов // Доклады АН СССР. - 1983. - Т. 271, № 6. - С. 1307-1310.
3. Вишик М.И. Об общих краевых задачах для эллиптических дифференциальных уравнений // Тр. ММО. - 1952. - Т. 1. - М.-Л.: ГИТТЛ. - С. 187-246.
4. Бияров Б.Н. Корректные сужения и расширения с компактными обратными не принадлежащими классам Шаттена // Математический журнал. - 2014. - Т. 14, № 4. - С. 72-83.
5. Cabada A., Tojo F.A.F. Solutions of the first order linear equation with reflection and general linear conditions // Proceedings of the 6th International Federation of Nonlinear Analysts Conference. - 2012. - P. 1-8.
6. Cabada A., Tojo F.A.F. Existence results for a linear equation with reflection, non-constant coefficient and periodic boundary conditions // J. Math. Anal. Appl. - 2014. - V. 412. - P. 529-546.

УДК 517.925, 62.50

Жуматов С.С.

*Институт математики и математического моделирования (Казахстан,
Алматы)*

e-mail: sailau.math@mail.ru

О неустойчивости программного многообразия неявных дифференциальных систем

Неявные дифференциальные системы возникают при моделировании вырожденных физических систем, решении задач робототехники, динамики космических аппаратов, в задачах оптимального управления и т. д. Неявные системы имеют приложения также и в теории построения систем программного движения.

Исследованию неявных дифференциальных систем посвящено ограниченное число работ. В работе [1] эти системы рассмотрены в общем виде. В ней получены достаточные условия устойчивости и ограниченности решений неявных систем относительно некоторых заданных нелинейных функций. Обзор работ по дальнейшим исследованиям приведены в [2].

Целью данной работы является установление некоторых качественных свойств программного многообразия неявных дифференциальных систем с помощью прямого метода Ляпунова.

Рассмотрим неявную дифференциальную систему

$$f(t, x(t), \dot{x}(t)) = 0, \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $f \in R^k$, $t \in I = (\alpha, \beta)$.

Предположим, что векторная функция $f(t, x, \dot{x})$ обеспечивает существование решений системы (1).

Под решением системы (1) будем понимать непрерывную функцию времени t , существующую на временном интервале $T \subseteq I$, которая всюду $T \setminus S$ удовлетворяет систему (1), где S - не более чем счётное множество.

Программное многообразие $\Omega(t)$ задается следующим образом

$$\Omega(t) \equiv \omega(t, x) = 0, \quad \omega \in R^s \quad (s \leq n).$$

Обозначим через Φ множество, образованное при $t \in [t_0, \beta)$, значениями $x(t, t_0, x_0)$ всех решений $x(t)$, существующих на $[t_0, \beta)$, $t_0 \in \bar{T}$, где \bar{T} - связное множество всевозможных начальных моментов, а через Ψ - многозначную функцию, которая обладает свойством $\Phi(t_0, t) \subset \Psi(t_0, t)$, $t_0 \leq t$. Пусть $x_u(t)$ - известное решение системы (1), $\omega(t, x_u(t)) = 0$.

Введём некоторые векторные функции q, p, l , удовлетворяющие следующим условиям:

$$\begin{aligned} \bar{Q}(t, \varepsilon) &= (x \in R^n : |q(t, \omega) - q(t, 0)| \leq \varepsilon, q(t, \omega) \in R^q, \\ \bar{P}(t, \varepsilon) &= (x \in R^n : |p(t, \omega) - p(t, 0)| \leq \varepsilon, p(t, \omega) \in R^p, \\ \bar{L}(t, \varepsilon) &= (x \in R^n : |l(t, \omega) - l(t, 0)| \leq \varepsilon, l(t, \omega) \in R^l. \end{aligned} \quad (2)$$

Ставится задача. Получить условия неустойчивости программного многообразия неявной системы (1) относительно функций q, p, l .

Введём множества:

$$B_\varepsilon = Q(t, \varepsilon) \cap \Phi(t_0, t);$$

$$B_\delta(\varepsilon) = B_\delta \cap B_\varepsilon;$$

$$\bar{A}_\varepsilon = \bar{L}(t, \varepsilon) \cap \bar{\Psi}(t_0, t).$$

Определение 1. Программное многообразие неявной дифференциальной системы (1) называется неустойчивым относительно заданных функций q, p , если для заданных $\varepsilon > 0$ и $t_0 \in T$, $T \subseteq I$ найдётся $\delta(t_0, \varepsilon) \geq 0$ такое, что $\forall x_0 \in B_\delta(\varepsilon)$, и $t_0 \leq t$ имеет место соотношение $\omega(t, t_0, x_0) \notin \bar{A}_\varepsilon$. Здесь $\bar{A}_\varepsilon(t_0) = \bar{P}(t, \varepsilon) \cap \bar{\Psi}(t_0, t)$.

Определение 2. Программное многообразие неявной дифференциальной системы (1) называется ограниченным относительно заданных функций q, p , если для заданных $\delta \geq 0$ и $t_0 \in T$, $T \subseteq I$ найдётся $\varepsilon(t_0, \delta) \geq 0$ такое, что $\forall x_0 \in B_\varepsilon(\delta)$, и $t_0 \in T$ имеет место соотношение $\omega(t, t_0, x_0) \in \bar{A}_\varepsilon$. Здесь $\bar{A}_\varepsilon(t_0) = \bar{P}(t, \varepsilon) \cap \bar{\Psi}(t_0, t)$.

Определение 3. Многозначная функция $S(t) \in S_p(R^n)$, $t \in I$ называется незатухающей, если для непрерывной функции $k(t) \in R$, удовлетворяющей

соотношениям $k(t_0) \in \text{int}S(t_0)$ и $k(t_2) \in S(t_2)$ при $t_0, t_2 \in I, t_0 < t_2$ существует $t_1 \in (t_0, t_2)$ такое, что $k(t) \in S(t), \forall t \in [t_0, t_1[$ и $k(t_1) \in \partial S(t_1)$.

Для формулировки основных результатов введём следующие обозначения:

$$a(t, \omega) = p(t, \omega) - p(t, 0);$$

$$D(t_0, t, \Phi) = P(t, \gamma) \bigcap \Phi(t_0, t), \gamma > 0;$$

$$D^+ f(t_0) = \limsup_{t \rightarrow t_0^+} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$$

и $\forall v > 0$, удовлетворяющей $\bar{B}_v \subset B$, где $B \subset R^n$ - открытая область, положим, что $V_v = \{x \in R^n : V(t, q(t, \omega)) \leq \theta(v)\}$.

Здесь D^+ - правая верхняя производная Дини.

Теорема . Пусть заданы функции q, p , удовлетворяющие условию (2), и существуют непрерывная функция V , которая является локально липшицевой по x , и решение $x_n(t) \in D(t_0, t, \Phi)$ такие, что:

1. $\Phi(t_0, \delta) \neq \emptyset, \forall \delta > 0, \forall t_0 \in T$;
2. $V(t, q(t, 0)) \equiv 0, \theta(\|a(t, \omega)\|) \leq V(t, q(t, \omega))$;
3. $P(\cdot, \varepsilon)$ было не затухающим $\forall \varepsilon \in (0, \gamma)$;
4. $D^+ V(t, q(t, \omega)) \geq 0$.

Тогда программное многообразие неявной дифференциальной системы (1) неустойчиво относительно функций q, p .

Литература

1. *Vajik V. N.* Non-linear function and stability of motions implicit systems // Int. J. Cont. - 1990. - V. 52, No 5. - P. 1167-1187.
2. *Жуматов С.С.* Асимптотическая устойчивость неявных дифференциальных систем в окрестности программного многообразия // Укр. матем. журнал. - 2014. - Т.66, No 4. - С. 558-565.