

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛЬ-ФАРАБИ



МАТЕРИАЛЫ

МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
СТУДЕНТОВ И МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

«МИР НАУКИ»

под девизом «Интеллектуальный прорыв:
молодежь, наука и инновации»

(19-22 АПРЕЛЯ)

АЛМАТЫ 2010

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ:

| | |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| Бектемесов М.А. | декан механико-математического факультета, доцент |
| Сералин Г.А. | заместитель декана |
| Данаев Н.Т. | директор НИИ ММ, профессор |
| Даирбаева Л.М. | ученый секретарь НИИ ММ, доцент |
| Кабидолданова А.А. | председатель Совета НИРС |
| Абдибеков У.С. | зав. кафедрой математического и компьютерного моделирования, профессор |
| Бадаев С.А. | зав. кафедрой геометрии, алгебры и математической логики, профессор |
| Серовайский С.Я. | зав. кафедрой теории управления, профессор |
| Аканбай Н. | зав. кафедрой функционального анализа и теории вероятностей, доцент |
| Дауылбаев М.К. | зав. кафедрой дифференциальных уравнений и математической физики, профессор |
| Кангужин Б.Е. | зав. кафедрой математического анализа, профессор |
| Ракишева З.Б. | зав. кафедрой механики, доцент |
| Тукеев У.А. | зав. кафедрой информационных систем, профессор |
| Шакенов К.К. | зав. кафедрой вычислительной математики, профессор |
| Ахмед-Заки Д.Ж. | зав. кафедрой информатики |
| Артюхин Т.А. | председатель НСО, студент 4 к., кафедра теории управления |
| Исахов А.А. | магистрант 2 года обучения, кафедра математического и компьютерного моделирования |
| Азанова А.Н. | магистрант 2 года обучения, кафедра дифференциальных уравнений и математической физики |
| Толуханов А.Е. | магистрант 1 года обучения, кафедра математического анализа |
| Бибосинов А. | магистрант 2 года обучения, кафедра механики |
| Грачева О. | магистрант 1 года обучения, кафедра геометрии, алгебры и математической логики |
| Монастырева В.В. | магистрант 2 года обучения, кафедра теории управления |
| Джумабаев А.Д. | магистрант 2 года обучения, кафедра дифференциальных уравнений и математической физики |
| Бектемесов А.Т. | магистрант 2 года обучения, кафедра информатики |
| Кусембаева К.К. | магистрант 1 года обучения, кафедра механики |

Редакционная коллегия:

Бектемесов М.А., Данаев Н.Т., Даирбаева Л.М., Кабидолданова А.А., Алимжанов Е.С.

Материалы Международной конференции студентов и молодых ученых «Мир науки» под девизом «Интеллектуальный прорыв: молодежь, наука и инновации» (19-22 апреля). - Алматы: Казак университети, 2010. - 224 с.

ISBN 9965-29-490-9

Материалы, публикуемые в сборнике, являются изложением докладов студентов и молодых ученых на международной конференции студентов и молодых ученых «Мир науки» по вопросам математики, механики, прикладной математики и информатики.

ISBN 9965-29-490-9

© КазНУ им. аль-Фараби, 2010

Абилга
Азано
уравне
Азатб
Айткү
Акжо:
Алдая
Андр
Бабах
модел
Бухар
есепт
Воро
Грае
Джум
интел
Еспе
шека
Dzh
Жұм
Зам:
Dzh
Кай
Қар
Ток
шен
Қул
слу
Мо
Му
Му
пр
Мі
по
На
То
те
Рі
С
С
С
С
ул
С
Т
Г
Т
Т
Т
Т
Т
Т

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Абилгазиев Ж.Н. Параметрлік емес гипотезаларды модульдік критерий арқылы тексеру..... | 6 |
| Азанова А.Н. Трехточечная краевая задача для линейных интегро-дифференциальных уравнений..... | 8 |
| Азатбек А. $R_+^3 (x_3 \geq 0)$ кеңістігіндегі стационар есептің шешімін бағалау..... | 10 |
| Айтқұлова М.А. Гиперкомплекс сандар және олардың матрицалық тұрпаттары..... | 12 |
| Акжолова Н.К. Гиперкомплекс мәнді функциялар..... | 14 |
| Алдажарова М. Сызықты дифференциалдық теңдеулер жүйесінің бір класы туралы..... | 16 |
| Андреева Е.Д. Интегральные инварианты групп класса 21 | 17 |
| Бабахан А. Ақанбай Н. Туындатқыш функциялар әдісінің бұтақталған процестердің кейбір модельдерде қолданылуы туралы..... | 19 |
| Бухарбаева Г.К., Шерниязов Қ.Е. Тегіс функциялардың Фурье коэффициенттерін жуықтап есептеу..... | 21 |
| Воронин В.Ю. Гомоморфные образы специальных Йордановых диалгебр..... | 22 |
| Grachyova O.A. About algorithms of computer topology..... | 23 |
| Джумабаев А.Д. Однозначная разрешимость одной линейной двухточечной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения второго порядка..... | 25 |
| Еспенбетов К.Т. Үшінші ретті сингулярлы ауытқыған дифференциалдық теңдеулерге қойылған шекаралық есеп..... | 26 |
| Dzhumadil'daev A.S., Zhakhayev V.K. On classifying varieties of right-symmetric algebras..... | 29 |
| Жұмабекова С.Д. Құнды қағаздар нарығында табысты болжау..... | 30 |
| Заманова Ш.Ш. Корректность одной краевой задачи для поликалорических уравнений..... | 31 |
| Dzhumadil'daev A.S., Ismailov N. Free novikov algebras as S_n module..... | 33 |
| Кайгородов И.Б. Новые примеры нетривиальных δ -супердифференцирований..... | 35 |
| Қарымсақова Н.Т. Эпидемиялық процестерді математикалық моделдеу..... | 36 |
| Тоқыбетов Ж.Ә., Косалина П.Б. Бірінші ретті көпөлшемді дифференциалдық теңдеулер үшін шекаралық есеп..... | 38 |
| Куттиева М.Г. Значения для вероятностей полиномиального распределения в симметричном случае..... | 40 |
| Молдабек Ж. Экспоненциалды дифференциалдық теңдеулердің жүйесі туралы..... | 42 |
| Муталип Р. Индуктив синтез теориясында стратегиялардың толық анықталғандығы..... | 43 |
| Мухамбетжанов Т.С. Дифференциальные инварианты одной группы в четырехмерном пространстве..... | 44 |
| Мырзиярова Н.Ж. Нелокальная задача для парабола-гиперболического уравнения третьего порядка..... | 46 |
| Нальжұмбаева Г.М. Жалпы бипараболалық теңдеу үшін аралас есеп..... | 48 |
| Тоқыбетов Ж.Ә., Орынбасарқызы Ж. Екінші ретті параметрден тәуелді дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін шексіз қабатта қойылған Дирихле есебінің қисынсыз жағдайы..... | 49 |
| Рысбекова Г.А. Тиімді инвестициялық стратегияны табудың бір әдісі..... | 51 |
| Садыков А.Д., Роменский Е.И. О моделировании эффекта трансформации частот упругих волн..... | 52 |
| Салиев И.Р. Межотраслевой баланс..... | 53 |
| Сапакова С.З. О краевой задаче в полосе для многомерного аналога системы Коши-Римана..... | 55 |
| Седипков А.А. Прямые и обратные динамические задачи теории распространения волн в упругой неоднородной среде..... | 57 |
| Сураган Д. О граничном условии классических объемных потенциалов и их применение..... | 58 |
| Темирбеков А.Н., Шерниязов К.Е. Дискретизация решений задачи Дирихле для уравнения Пуассона..... | 60 |
| Темирбеков А.Н. Математикалық физика есептерін сандық шешу..... | 62 |
| Токмаганбетов Н.Е. Одна обратная задача для одномерного уравнения теплопроводности..... | 64 |
| Толлеуханов А.Е. Граничное условие объемного волнового потенциала..... | 66 |
| Түлебаев Б.Б. Система массового обслуживания с ожиданием..... | 67 |
| Хомпыш Х. Кельвин-Фойгт сұйығы үшін жылу конфекция есебінің бірімәнді шешімділігі..... | 69 |
| Шамшиден А. Коэффициенттері айнымалы екінші ретті біртекті емес дифференциалдық теңдеулер үшін барлық жерде дерлік шешілетін шекаралық есептер..... | 71 |

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА

А.Н. ТЕМИРБЕКОВ, К.Е. ШЕРНИЯЗОВ

В работе рассматривается задача дискретизации решения уравнения Пуассона в прямоугольнике

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f \quad ((x, y) \in (0, a) \times (0, b))$$

непрерывного вплоть до границы $T \equiv [0, a] \times [0, b]$ и удовлетворяющих граничным условиям

$$\begin{aligned} u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, b) = g_2(x) \quad (0 \leq x \leq a) \\ u(0, y) = g_3(y), \quad u(a, y) = g_4(y) \quad (0 \leq y \leq b) \end{aligned}$$

где правая часть $f(x, y)$ – периодическая функция из пространства Соболева $W_2^{r_1}([0, a] \times [0, b])$ ($r_1 > 1$), граничные условия $g_1(x), g_2(x)$ из класса $W_2^{r_2}([0, a])$, а $g_3(y), g_4(y)$ из класса $W_2^{r_2}([0, b])$ ($r_2 > \frac{1}{2}$), удовлетворяющие условию $g_i(0) = g_i(a) = 0$ ($i=1, 2$), $g_i(0) = g_i(b) = 0$ ($i=3, 4$).

Отметим, что для уравнения Лапласа (т.е. при $f \equiv 0$) задача дискретизации рассмотрена в [1], где получены оптимальные на рассматриваемых классах алгоритмы.

В случае ненулевой правой части f (т.е. уравнения Пуассона) и нулевых граничных условий $g_i \equiv 0$ ($i=1, 2, 3, 4$) для произвольного числа переменных задача дискретизации рассматривалась в работах Н.М. Коробова [2], а также в [3]. Но в этих работах на f накладывалось существенное ограничение. А именно, требовалось нечетное число по каждой переменной.

В настоящей работе в рассматриваемом двумерном случае при любой непрерывной и периодической правой части $f(x, y)$ и при любых непрерывных граничных условиях g_i ($i=1, 2, 3, 4$) для дискретизации соответствующего решения $u(x, y; f, g)$ задачи (2) предлагается следующий алгоритм (или оператор приближенного восстановления)

$$\begin{aligned} T_{N_1, N_2}(f, g)(x, y) = T_{N_1}^{(0)} f(x, y) + T_{N_1, N_2}^{(1)}(f, g_1)(x, y) + T_{N_1, N_2}^{(2)}(f, g_2)(x, y) + \\ + T_{N_1, N_2}^{(3)}(f, g_3)(x, y) + T_{N_1, N_2}^{(4)}(f, g_4)(x, y) - T_{N_1}^{(0)} f(0, 0), \end{aligned}$$

где

$$T_{N_1}^{(0)} f(x, y) = \frac{1}{N_1} \sum_{k_1=1}^n \sum_{k_2=1}^n f\left(a \frac{k_1}{n}, b \frac{k_2}{n}\right) \cdot \left(\omega_0(x, y) + V_{N_1}^{(0)}\left(x - a \frac{k_1}{n}, y - b \frac{k_2}{n}\right) \right) \quad (N_1 = n^2)$$

с

$$\begin{aligned} V_{N_1}^{(0)}(x, y) = -\frac{1}{4\pi^2} \sum_{m \in (Z^2 \setminus \{0\}) \cap \left(-\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right)^2} \left(\frac{m_1^2}{a^2} + \frac{m_2^2}{b^2} \right)^{-1} \exp\left(2\pi i \left(\frac{m_1 x}{a} + \frac{m_2 y}{b} \right) \right), \\ \omega_0(x, y) = \left(\left(x - \frac{a}{2} \right)^2 + \left(y - \frac{b}{2} \right)^2 \right) / 4, \end{aligned}$$

и, кроме того, при $i=1, 2$

Е ДЛ

$$(f, g_i)(x, y) = \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{[N_2/2]} \left(g_i \left(2a \frac{k}{N_2} \right) - T_{N_1}^{(0)} f \left(2a \frac{k}{N_2}, 0 \right) + T_{N_1}^{(0)} f(0, 0) \right) \cdot V_{N_2}^{(i)} \left(x - 2a \frac{k}{N_2}, y \right) + \frac{1}{N_2} \sum_{k=[N_2/2]+1}^{N_2} \left(-g_i \left(2a \left(1 - \frac{k}{N_2} \right) \right) + T_{N_1}^{(0)} f \left(2a \left(1 - \frac{k}{N_2} \right), 0 \right) - T_{N_1}^{(0)} f(0, 0) \right) \cdot V_{N_2}^{(i)} \left(x - 2a \frac{k}{N_2}, y \right)$$

$$V_{N_2}^{(1)}(x, y) = \sum_{\substack{m=-[N_2/4] \\ m \neq 0}}^{[N_2/4]} \frac{\text{sh}(m(b-y))}{\text{sh}(m|b|)} \cdot e^{\frac{\pi}{a} imx} ; V_{N_2}^{(2)}(x, y) = \sum_{\substack{m=-[N_2/4] \\ m \neq 0}}^{[N_2/4]} \frac{\text{sh}(m|y|)}{\text{sh}(m|b|)} \cdot e^{\frac{\pi}{a} imx}$$

и, при $i=3, 4$

$$(f, g_i)(x, y) = \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{[N_2/2]} \left(g_i \left(2b \frac{k}{N_2} \right) - T_{N_1}^{(0)} f \left(0, 2b \frac{k}{N_2} \right) + T_{N_1}^{(0)} f(0, 0) \right) \cdot V_{N_2}^{(i)} \left(x, y - 2b \frac{k}{N_2} \right) + \frac{1}{N_2} \sum_{k=[N_2/2]+1}^{N_2} \left(-g_i \left(2b \left(1 - \frac{k}{N_2} \right) \right) + T_{N_1}^{(0)} f \left(0, 2b \left(1 - \frac{k}{N_2} \right) \right) - T_{N_1}^{(0)} f(0, 0) \right) \cdot V_{N_2}^{(i)} \left(x, y - 2b \frac{k}{N_2} \right)$$

$$V_{N_2}^{(3)}(x, y) = \sum_{\substack{m=-[N_2/4] \\ m \neq 0}}^{[N_2/4]} \frac{\text{sh}(m(a-x))}{\text{sh}(m|a|)} \cdot e^{\frac{\pi}{b} imy} ; V_{N_2}^{(4)}(x, y) = \sum_{\substack{m=-[N_2/4] \\ m \neq 0}}^{[N_2/4]} \frac{\text{sh}(m|x|)}{\text{sh}(m|a|)} \cdot e^{\frac{\pi}{b} imy}$$

можно показать, что на указанных выше классах Соболева при некоторых $\alpha_i = \alpha_i(r_1, r_2) > 0$ имеет место

$$\sup_{(x,y) \in [0,a] \times [0,b]} |u(x, y; f, g) - T_N(f, g)(x, y)| \leq c(f, g, r_1, r_2) \cdot (N_1^{-\alpha_1} + N_2^{-\alpha_2}).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Берикханова М.Е., Наурызбаев К.Ж., Шерниязов К.Е. Дискретизация решений задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике по значениям граничных функций // Тез. Межд. конф. "Современные проблемы дифференциальных уравнений, теории операторов и космических технологий". - Алматы, 2006. - с. 159-160.
2. Каробов Н.М. Теоретико-числовые методы в приближенном анализе. - М.: Физмат-гиз, 1963. - с. 159-160.
3. Биклов Е.А., Темиргалиев Н. О дискретизации решений уравнения Пуассона // Журнал численной математики и математической физики. - 2006. - Т. 46, №9. - С. 1594-1604.
4. Берикханова М.Е. Об информативных мощностях всевозможных линейных функционалов при дискретизации решений задачи Дирихле для уравнения Лапласа // Автореф. дисс. на соиск. уч. ст. канд. физ.-мат. наук по спец. 01.01.01 – мат. ан. – Алматы, 2007.