ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ және ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
ҚР ҰҒА МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТЫ
Қ.ЖҰБАНОВ атындағы
АҚТӨБЕ МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ
Ministry of Science and Education of the Republic of Kazakhstan
Mathematics' Institute of National Academy of Science of RK
Aktobe's K. Zhubanov State University

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР, АНАЛИЗ ЖӘНЕ АЛГЕБРА ПРОБЛЕМАЛАРЫ
The Problems of Differential Equations, Analysis and Algebra

VI ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ КОНФЕРЕНЦИЯ
VI International Scientific Conference

МАТЕРИАЛДАРЫ
PROCEEDINGS

Ақтөбе, 14-17 қазан 2012 жыл
Aktobe, 14-17 October 2012

І БӨЛІМ (1, 2, 3, 4 секциялары)
Part I (sections 1, 2, 3, 4)

АҚТӨБЕ – 2012
AKTOBE – 2012

МАЗМҰНЫ

СЕКЦИЯ 1
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР

Азанова А.Н., Дауылбаев М.К. Краевые задачи для сингулярно возмущенных линейных интегро-дифференциальных уравнений 4

Алдажарова М.М. Об оценке и устойчивости решений систем дифференциальных уравнений 7

Алдажарова М.М., Алдибеков Т.М. О вполне правильных линейных системах дифференциальных уравнений........ 10

Алдай М. Екінші ретті жартылай сызықты айырымдық теңдеудің тербелімділік және тербелімсіздігінің кнезерлік тәріздес шарттары........ 14

Аттаев А.Х. Задача граничного управления для уравнения колебания струны с закрепленным правым концом........ 15

Бакирова Э.А., Муналбаева Н.Р. Жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін үшнүктелі шеттік есептің бірмәнді шешілімділігі туралы........ 18

Бержанов А.Б., Елешова Г.Е. Басты бөлігі бірдей D-теңдеулер жүйесінің айнымалылардың бір бөлігі бойынша көппериодты шешімінің орнықтылығы........ 22

Бержанов А.Б., Кемаладинова У.У., Мынбаева С.Т. Голоморфность многопериодического по части переменных решения одной системы D-уравнений...... 24

Беркимбаева С.Б. О применении метода Фурье в одной задаче управления........ 28

Бондарев А.Н., Лаптинский В.Н. О разрешимости многоточечной краевой задачи для матричного уравнения Ляпунова в вырожденном случае........ 30

Галамагин А.В. Об одной вырождающейся системе в гильбертовом пространстве....... 35

Галамагин А.В. О дискретности спектра одного дифференциального оператора.......... 39

Дауылбаев М.К., Мирзакулова А.Е. Сингулярлы ауытқыған сызықты интегралды дифференциалдық теңдеуге қойылған шекаралық есеп шешімінің аналитикалық формуласы........ 43

Джумабаев Д.С., Минглибаева Б.Б. Необходимые и достаточные условия существования изолированных решении нелинейных краевых задач с параметром....... 46

Жабко А.П., Медведева И.В. Конструктивный подход к анализу положительной определенности квадратичных функционалов Ляпунова-Красовского........ 52

Жуматов С.С. Асимптотическая устойчивость программного многообразия неявных дифференциальных систем........ 56

Ибатов А. Бір интегро-дифференциалдық теңдеу үшін қойылған корректілік есептер.. 61

Ибраева Г.Т. О построении стохастических дифференциальных систем с вырождающейся диффузией........ 62

Калимбетов Б.Т., Хабибуллаев Ж.О., Темирбеков М.А. Контрастные структуры в сингулярно возмущенной интегро-дифференциальной системе с нестабильным спектром........ 65

Калимолдаев М.Н., Амирханова Г.А., Ахметжанов М.А., Гречко С.М., Жумалина А.С. Периодические функции ляпунова и устойчивость фазовых систем........ 69

Кангужин Б.Е., Ілескенқызы Н. Көп байланысты облыстағы дифференциалдық оператордың кеңейтілуі........ 72

Каримов Ш.Т. Решение задачи Коши для ультрагиперболического уравнения с сингулярными коэффициентами в неограниченной области........ 76

Карпенко О.В., Станжицкий А.Н. О колеблемости решений линейных разностных уравнений второго порядка........ 80

Кенжебаев К.К., Ахметова А.У. Исследование периодических решений матрично-дифференциального уравнения типа Ляпунова в сильно невырожденном случае........... 81

Список литературы:

1. Галамагин А.В., Оспанов К.Н. О свойствах решения обобщенной системы типа Бельтрами в пространствах L_p //Вестник Карагандинского Университета. Серия математика, 2005, №3(39). - С. 11-17.
2. Оспанов К.Н., Галамагин А.В. О коэрцитивной разрешимости системы типа Бельтрами //Вестник. Павлодар: Научный журнал ПГУ им. С.Торайгырова, Физико-математическая серия, 2009. -№3. –С.72-83.
3. Мынбаев К.Т., Отелбаев М. Весовые функциональные пространства и спектр дифференциальных операторов. - М.: Наука, 1988.-286 с.
4. Оспанов К.Н. Коэрцитивная разрешимость и свойства спектра систем типа Бельтрами и Дирака //Автореф. дис. докт. физ.-мат. наук. - Караганда, 2000. -31 с.

СИНГУЛЯРЛЫ АУЫТҚЫҒАН СЫЗЫҚТЫ ИНТЕГРАЛДЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУГЕ ҚОЙЫЛҒАН ШЕКАРАЛЫҚ ЕСЕП ШЕШІМІНІҢ АНАЛИТИКАЛЫҚ ФОРМУЛАСЫ

Дауылбаев М.К., Мирзакулова А.Е.
azek_1990@mail.ru

1. Есептің қойылуы. Келесі түрдегі сингулярлы ауытқыған сызықты интегралды-дифференциалдық теңдеуге қойылған шекаралық есебін қарастырайық:

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon^2 y''' + \varepsilon A_0(t) y'' + A_1(t) y' + A_2(t) y = F(t) + \int_0^1 \sum_{i=0}^{1} H_i(t,x) y^{(i)}(x,\varepsilon)dx \qquad (1)$$

$$h_1 y \equiv y(0,\varepsilon) = \alpha, \quad h_2 y \equiv y'(0,\varepsilon) = \beta, \quad h_3 y \equiv y(1,\varepsilon) = \gamma, \qquad (2)$$

мұндағы $\varepsilon > 0$ – кіші параметр, ал α, β, γ – белгілі тұрақты шамалар.

Келесі шарттар орындалсын:

I. $A_i(t), i = \overline{0,2}$, $F(t)$ функциялары $0 \le t \le 1$ аралығында, ал $H_0(t,x), H_1(t,x)$ функциялары $D = \{0 \le t \le 1, 0 \le x \le 1\}$ облысында үзіліссіз дифференциалданады.

II. $A_1(t) \ne 0, \ 0 \le t \le 1$.

III. $\mu^2 + A_0(t)\cdot\mu + A_1(t) = 0$ теңдеуінің түбірлері $\mu_1(t) \ne \mu_2(t)$ болсын және $\operatorname{Re}\mu_1(t) < 0, \operatorname{Re}\mu_2(t) > 0$.

2. Іргелі шешімдер жүйесін құру. Келесі түрдегі (1) теңдеуге сәйкес біртекті сингулярлы ауытқыған дифференциалдық теңдеуді

$$L_\varepsilon y \equiv \varepsilon^2 \cdot y''' + \varepsilon \cdot A_0(t) y'' + A_1(t) y' + A_2(t) y = 0 \qquad (3)$$

қарастырамыз. Бұл теңдеудің іргелі шешімдер жүйесі

$$y_1^{(q)}(t,\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^q} \exp\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_0^t \mu_1(x)dx\right) \cdot \left(\mu_1^q(t) y_{10}(t) + O(\varepsilon)\right), q = \overline{0,2}$$

$$y_2^{(q)}(t,\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^q} \exp\left(-\frac{1}{\varepsilon}\int_t^1 \mu_2(x)dx\right) \cdot \left(\mu_2^q(t) y_{20}(t) + O(\varepsilon)\right), q = \overline{0,2}$$

$$y_3^{(q)}(t,\varepsilon) = y_{30}^{(q)}(t) + O(\varepsilon), q = \overline{0,2}$$

түрінде анықталады [1], мұндағы $y_{30}(t) = \exp\left(-\int_0^t \frac{A_2(x)}{A_1(x)}dx\right)$,

ал $y_{10}(t), y_{20}(t)$ – функциялары келесі есептің шешімі болады:

$$p_i(t)\cdot y_{i0}'(t)+q_i(t)\cdot y_{i0}(t)=0,\ \ y_{i0}(0)=1;\ i=1,2\ ,$$

мұндағы $p_i(t)=(A_0(t)+2\mu_i(t))\cdot\mu_i(t)\neq 0;\ \ q_i(t)=A_2(t)+A_0(t)\cdot\mu_i'(t)+3\mu_i(t)\cdot\mu_i'(t).$

3. Коши функциясын құру. Келесі функцияларды енгізейік:

$$K(t,s,\varepsilon)=K_0(t,s,\varepsilon)+K_1(t,s,\varepsilon);\quad K_0(t,s,\varepsilon)=\frac{P_0(t,s,\varepsilon)}{W(s,\varepsilon)};\quad K_1(t,s,\varepsilon)=\frac{P_1(t,s,\varepsilon)}{W(s,\varepsilon)},\tag{4}$$

мұндағы $W(s,\varepsilon)-(3)$ тедеудің іргелі шешімдер жүйесінің вронскианы, $P_0(t,s,\varepsilon), P_1(t,s,\varepsilon)-W(s,\varepsilon)$ анықтауышының үшінші жолы сәйкесінше $y_1(t,\varepsilon),0,y_3(t,\varepsilon)$ және $0,y_2(t,\varepsilon),0$ жолдарымен алмастырылған үшінші ретті анықтауыш. $K(t,s,\varepsilon),K_0(t,s,\varepsilon),K_1(t,s,\varepsilon)$ функциялары келесі қасиеттерге ие:

1. t айнымалысы бойынша (3) теңдеуді қанағаттандырады:

$$L_\varepsilon K(t,s,\varepsilon)=0,\ L_\varepsilon K_0(t,s,\varepsilon)=0,\ L_\varepsilon K_1(t,s,\varepsilon)=0,\ t\in[0,1],\ t\neq s.$$

2. $t=s$ мәні үшін келесі шарттарды қанағаттандырады:

$$K(s,s,\varepsilon)=0,\ K'(s,s,\varepsilon)=0,\ K''(s,s,\varepsilon)=1.$$

$K(t.s,\varepsilon)$ функциясын Коши функциясы деп атаймыз.

4. Шекаралық функцияларды құру. $\Phi_i(t,\varepsilon), i=1,2,3$ функциялары келесі есептің шешімі болсын:

$$i=1,2,3\ \ L_\varepsilon\Phi_i(t,\varepsilon)=0,\quad h_k\Phi_i(t,\varepsilon)=\delta_{ki},\quad i,k=1,2,3\ ,\tag{5}$$

мұндағы δ_{ki} - Кронекер символы. $\Phi_i(t,\varepsilon), i=1,2,3$ функциялары шекаралык функциялар деп аталады және олар келесі түрде анықталады:

$$\Phi_i(t,\varepsilon)=\frac{I_i(t,\varepsilon)}{I(\varepsilon)},\tag{6}$$

мұндағы $I(\varepsilon)-$ (3) теңдеудің іргелі шешімдер жүйесінен құралған үшінші ретті мына түрдегі анықтауыш:

$$I(\varepsilon)=\begin{vmatrix} y_1(0,\varepsilon) & y_2(0,\varepsilon) & y_3(0,\varepsilon)\\ y_1'(0,\varepsilon) & y_2'(0,\varepsilon) & y_3'(0,\varepsilon)\\ y_1(1,\varepsilon) & y_2(1,\varepsilon) & y(1,\varepsilon)\end{vmatrix},$$

ал $I_i(t,\varepsilon)-I(\varepsilon)$ анықтауышының i -ші жатық жолы $y_1(t,\varepsilon),y_2(t,\varepsilon),y_3(t,\varepsilon)-$ (3) теңдеудің іргелі шешімдер жүйесімен алмастырылған үшінші ретті анықтауыш.

IV. $I(\varepsilon)\neq 0$ шарты орындалсын.

5. Шешімнің аналитикалық формуласы. Келесі түрдегі белгілеуді енгізейік:

$$z(t,\varepsilon)=F(t)+\int_0^1[H_0(t,x)y(x,\varepsilon)+H_1(t,x)y'(x,\varepsilon)]dx\tag{7}$$

Онда (1) теңдеу келесі дифференциалдық теңдеуге келеді:

$$L_\varepsilon y\equiv\varepsilon^2\cdot y'''+\varepsilon\cdot A_0(t)y''+A_1(t)y'+A_2(t)y=z(t,\varepsilon)\tag{8}$$

Енді (8) дифференциалдық теңдеудің шешімін келесі түрде іздейік:

$$y(t,\varepsilon)=C_1\Phi_1(t,\varepsilon)+C_2\Phi_2(t,\varepsilon)+C_3\Phi_3(t,\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)z(s,\varepsilon)ds+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_1^t K_1(t,s,\varepsilon)z(s,\varepsilon)ds,\tag{9}$$

мұндағы $\Phi_i(t,\varepsilon), i=1,2,3$ – **шекаралық функциялар, олар (5) есептің шешімі болады және (6) формуламен өрнектеледі,** $K(t,s,\varepsilon)=K_0(t,s,\varepsilon)+K_1(t,s,\varepsilon)$ – **Коши функциясы,** $C_i, i=1,2,3$ – **белгісіз тұрақты шамалар,** $z(t,\varepsilon)$ – **белгісіз функция.**

Осы $z(t,\varepsilon)$ функциясын анықтау үшін (7) формулаға (9) функциясын қоямыз. Нәтижеде $z(t,\varepsilon)$ функциясын анықтайтын Фредгольмдік екінші типті интегралдық теңдеуге келеміз:

$$z(t,\varepsilon)=f(t,\varepsilon)+\int_0^1 H(t,s,\varepsilon)z(s,\varepsilon)ds, \tag{10}$$

мұндағы

$$f(t,\varepsilon)=F(t)+C_1\int_0^1\sum_{i=0}^{1}H_i(t,x)\Phi_1^{(i)}(x,\varepsilon)dx+C_2\int_0^1\sum_{i=0}^{1}H_i(t,x)\Phi_2^{(i)}(x,\varepsilon)dx+$$
$$+C_3\int_0^1\sum_{i=0}^{1}H_i(t,x)\Phi_3^{(i)}(x,\varepsilon)dx, \tag{11}$$

$$H(t,s,\varepsilon)=\frac{1}{\varepsilon^2}\int_s^1\sum_{i=0}^{1}H_i(t,x)K_0^{(i)}(x,s,\varepsilon)dx-\frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^s\sum_{i=0}^{1}H_i(t,x)K_1^{(i)}(x,s,\varepsilon)dx$$

V. 1 саны $H(t,s,\varepsilon)$ өзегінің меншікті мәні болмасын.

Онда (10) интегралдық теңдеудің шешімі жалғыз және келесі түрде анықталады:

$$z(t,\varepsilon)=f(t,\varepsilon)+\int_0^1 R(t,s,\varepsilon)f(s,\varepsilon)ds\ , \tag{12}$$

мұндағы $R(t,s,\varepsilon)-H(t,s,\varepsilon)$ өзегінің резолвентасы және $f(t,\varepsilon)$ функциясы (11) формуласымен анықталады. (12) формуланы (9)- ға қойып, келесі теңдікті аламыз:

$$y(t,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{3}C_i\Big[\Phi_i(t,\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)\overline{\varphi}_i(s,\varepsilon)ds+\int_1^t K_1(t,s,\varepsilon)\overline{\varphi}_i(s,\varepsilon)ds\ \Big]+$$
$$+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)\overline{F}(s)ds+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_1^t K_1(t,s,\varepsilon)\overline{F}(s)ds, \tag{13}$$

мұндағы $\Phi_i(t,\varepsilon), i=1,2,3$ – шекаралық функциялар, $K(t,s,\varepsilon)=K_0(t,s,\varepsilon)+K_1(t,s,\varepsilon)$ – Коши функциясы,

$$\overline{\varphi}_i(s,\varepsilon)=\int_0^1\sum_{j=0}^{1}\overline{H_j}(s,x)\Phi_i^{(j)}(x,\varepsilon)dx, \tag{14}$$

$$\overline{H_j}(s,x)=H_j(s,x)+\int_0^1 R(s,p,\varepsilon)H_j(p,x)dp,\quad \overline{F}(s)=F(s)+\int_0^1 R(s,p,\varepsilon)F(p)dp, \tag{15}$$

ал $R(t,s,\varepsilon)-H(t,s,\varepsilon)$ өзегінің резолвентасы. $C_i, i=1,2,3$ тұрақтыларын анықтау үшін (13) формулаға (2) шекаралық шартты қолданып, келесі алгебралық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$\begin{cases} C_1(1-\Delta_{11}(0,\varepsilon))-C_2\Delta_{12}(0,\varepsilon)-C_3\Delta_{13}(0,\varepsilon)=\alpha+d_1(0,\varepsilon), \\ -C_1\Delta'_{11}(0,\varepsilon)+C_2(1-\Delta'_{12}(0,\varepsilon))-C_3\Delta'_{13}(0,\varepsilon)=\beta+d'_1(0,\varepsilon), \\ C_1\Delta_{01}(1,\varepsilon)+C_2\Delta_{02}(1,\varepsilon)+C_3(1+\Delta_{03}(1,\varepsilon))=\gamma-d_0(1,\varepsilon), \end{cases} \tag{16}$$

мұндағы

$\Delta_{ij}(t,\varepsilon)=\dfrac{1}{\varepsilon^2}\int_0^1 K_i(t,s,\varepsilon)\overline{\varphi}_j(s,\varepsilon)ds,\ d_i(t,\varepsilon)=\dfrac{1}{\varepsilon^2}\int_0^1 K_i(t,s,\varepsilon)\overline{F}(s)ds, i=0,1;\ j=1,2,3,$ ал

$\overline{\varphi}_i(s,\varepsilon),\overline{F}(s)$ функциялары (14), (15) формулаларымен анықталады. (16) жүйенің бас анықтауышы $\Delta(\varepsilon)$ болсын және келесі шарт орындалсын:

VI. $\Delta(\varepsilon)\neq 0$.

Онда (16) жүйеден $C_i, i=1,2,3$ тұрақтыларын бірмәнді анықтаймыз. Оларды $\overline{C}_i, i=1,2,3$ деп белгілейік. Сонымен, келесі теорема дұрыс болады.

Теорема. Егер I-VI шарттар орындалса, онда (1), (2) шекаралық есебінің шешімі $[0,1]$ кесіндісінде бар, жалғыз және

$$y(t,\varepsilon)=\sum_{i=1}^{3}\overline{C}_i\left[\Phi_i(t,\varepsilon)+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)\overline{\varphi}_i(s,\varepsilon)ds+\int_1^t K_1(t,s,\varepsilon)\overline{\varphi}_i(s,\varepsilon)ds\ \right]+$$

$$+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t K_0(t,s,\varepsilon)\overline{F}(s)ds+\frac{1}{\varepsilon^2}\int_1^t K_1(t,s,\varepsilon)\overline{F}(s)ds$$

формуласымен өрнектеледі, мұндағы $\Phi_i(t,\varepsilon), i=1,2,3$ – шекаралық функциялар. $K(t,s,\varepsilon)=K_0(t,s,\varepsilon)+K_1(t,s,\varepsilon)$ – Коши функциясы, $\overline{\varphi}_i(s,\varepsilon),\overline{F}(s)$ функциялары (14), (15) формулаларымен анықталады, ал $\overline{C}_i, i=1,2,3$ - (16) жүйенің шешімі.

Әдебиеттер тізімі:

1. Касымов К.А., Жакипбекова Д.А., Нургабыл Д.Н. Представление решения краевой задачи для линейного дифференциального уравнения с малым параметром при старших производных // Вестник КазНУ им. аль-Фараби, серия мат., мех., инф.,- 2001, №3, С. 73-78.

НЕОБХОДИМЫЕ И ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ИЗОЛИРОВАННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРОМ

Джумабаев Д.С., Минглибаева Б.Б.
dzhumabaev@list.ru, bayan_math@mail.ru

Статья посвящена исследованию нелинейной краевой задачи с параметром для систем обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt}=f(t,x,\mu),\quad t\in[0,T],\quad x\in R^n,\quad \mu\in R^m, \tag{1}$$

$$g(\mu,x(0),x(T))=0, \tag{2}$$

где $f:[0,T]\times R^n\times R^m\to R^n,\quad g:R^m\times R^n\times R^n\to R^{n+m}$ непрерывны.