

**«Ықтималдықтар теориясының қосымша тараулары»  
атты таңдау курсының бағдарламасы мен маңыздылығы**

әл-Фараби атындағы ҚазҰУ  
Механика-математика факультеті  
«Іргелі математика» кафедрасының аға оқытушылары  
Сүлейменова Зоя Ізтелеуқызы  
Тапеева Самал Қонысбекқызы

Математика - нақты ғылым, бір қарағанда кездейсоқтыққа ешқандай қатысы жоқ. Бірақ, осы кездейсоқтықтың сандық сипаттамасын, ықтималдық ұғымын берген математика ғылымы. Ықтималдықтар теориясы өмірдегі кездейсоқтықтарды зерттеп, олардың заңдылықтарын ашады. Қазіргі уақытта ықтималдықтар теориясы басқа да ғылым салаларымен тығыз байланыса отырып, қарқынды түрде даму үстінде. Жаңа теориялық нәтижелер ықтималдықтар теориясы әдістерінің қолданылуларына жаңа мүмкіндіктер ашуда, ал табиғат құбылыстарын жан-жақты зерттеу ықтималдықтар теориясын кездейсоқтықпен байланысты жаңа заңдылықтар іздеуге ұмтылдырады. Ықтималдықтар теориясының дамуына байланысты оның адамзат өмірінде қолдану мүмкіндіктері арта түсуде.

Жалпы алғанда ықтималдықтар теориясының әдістері ғылымның барлық салаларына өз үлестерін қосуда. Ықтималдықтық әдістер кеңінен қолданылатын ғылымдар ретінде физика, геодезия, өлшемдер теориясы, биология, медицина, экономика, әскери ғылым және космонавтика, лингвистика, психология және оқыту теориясы т.с.с. ғылым салаларын айтсақ та болады.

Қазіргі кезде ықтималдықтар теориясын оқып үйрену- заман талабы. Сондықтан «Математика» және математикаға жақын мамандықтар мен экономикалық мамандықтардың барлығы жоғарғы оқу орындарында міндетті түрде осы курсты өтеді. Бірақ «Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика» курсына небәрі 3 кредит қана бөлінеді. Ал бұл кредиттер аясында біздің тәжірибеден көріп жүргеніміз бойынша курс материалдарын толық қамту мүмкін емес, бөлінген уақыт тек пәннің негізгі тарауларын ғана қамтуға жетеді. Сол себепті 3-ші курс студенттеріне таңдау курсы ретінде *«Ықтималдықтар теориясының қосымша тараулары»* деген курсты ұсынбақшымыз. Бұл курста ықтималдықтар теориясындағы аз қарастырылған кейбір тараулар толықтырылып, сонымен қоса бірнеше жаңа тараулар қосып оқытылады. Ендеше осы курстың мазмұны мен мағынасына қысқаша тоқтала кетейік.

Ықтималдықтар теориясын практикада қолдануда көп жағдайда тәжірибе нәтижесі бір өлшемді кездейсоқ шамамен ғана емес, екі немесе одан да көп өлшемді кездейсоқ шамалармен сипатталады. Мысалы, снарядтың түскен нүктесі екі кездейсоқ шамамен анықталады: абсциссасы және ординатасымен.

Бірнеше кездейсоқ шамалар жүйесінің қасиеттері олардың құраушыларының қасиеттерін де қанағаттандырады. Сонымен бірге ол кездейсоқ шамалар арасында байланыс болады.

Кездейсоқ шамалар жүйесіне қатысты сұрақтарды қарастырғанда жүйенің геометриялық түсіндірмесін қарастырған жөн. Мысалы  $(X, Y)$  екі өлшемді кездейсоқ шамалар жүйесін жазықтықтағы координаталары  $X$  және  $Y$  болатын кездейсоқ нүкте ретінде алуға болады. Ал үш өлшемді кездейсоқ шамалар жүйесі ретінде үш өлшемді кеңістіктегі кездейсоқ нүктені аламыз. Осыған сәйкес  $n$  өлшемді кездейсоқ шамалар жүйесі « $n$  өлшемді кеңістіктегі кездейсоқ нүкте» ұғымымен беріледі. Бұл курста біз кездейсоқ шамалар жүйесін қарастыра отырып, олардың үлестірімдерін, сонымен қатар сандық сипаттамаларын қарастырамыз.

Кездейсоқ құбылыстарға байланысты кейбір есептерді шығару барысында заманауи ықтималдықтар теориясында кездейсоқ шама ұғымы кеңінен пайдаланылады. Біз ол кездейсоқ шамалардың үлестірім заңын білуіміз керек. Жалпы жағдайда кездейсоқ шаманың үлестірім заңы жасалынып отырған тәжірибе арқылы анықталады. Бірақ, бұл тәжірибе өте күрделі немесе әртүрлі қиындықтарға толы болуы мүмкін. Сондықтан тәжірибе санын мейлінше азайтып, кездейсоқ шаманың үлестірімі жайлы тұжырымға қосымша мағлұматтарды пайдалану көзделеді. Осындай кездейсоқ шаманы зерттеудің қосымша тәсілдері ықтималдықтар теориясында үлкен орын алады. Яғни бізге керек кездейсоқ шаманы басқа үлестірімі белгілі кездейсоқ шаманың функциясы ретінде қарастырамыз. Біз осы курста бірнеше осы типтегі есептерді шығарамыз.

Бірақ та іс жүзінде кейбір жағдайларда кездейсоқ шаманың үлестірімін анықтаудың қажеті болмайды. Оның сандық сипаттамаларын, яғни математикалық күтімін, дисперсиясын, т.б. моменттерін анықтау жеткілікті. Біз бұл курста сандық сипаттамаларға толығымен тоқталып, олардың қасиеттерін кеңінен қарастырамыз.

Ықтималдықтар теориясында тағы бір көп қолданылатын ұғым-сипаттамалық функциялар. Ол анализде үлестірім функциясының Фурье-Стилтьес түрлендіруі деген атпен белгілі. Оны ықтималдықтар теориясында алғаш қолданған А.М.Ляпунов болған. Тәуелсіз кездейсоқ шамалардың қосындысына байланысты есептерде осы теорияны жиі қолдануға болады. Сондықтан осы курста сипаттамалық функция ұғымына, оның әртүрлі қасиеттеріне кеңінен тоқталамыз.

Дискрет кездейсоқ шамалардың ішіндегі маңызы зор теріс емес бүтін мәндер қабылдайтын кездейсоқ шамаларды (бүтін мәнді кездейсоқ шама) зерттеуде туындатқыш функциялар әдісі кеңінен қолданылады. Бұл біз жоғарыда қарастырған сипаттамалық функциялар әдісінің жеке түрі. Бұл әдіс Муавр мен Лаплас кезінен бері белгілі. Жалпы бүтін теріс емес мәндер ғана қабылдайтын кездейсоқ шамалар үшін туындатқыш функциясының қасиеттері ол кездейсоқ шаманың қандай ықтималдық кеңістігінде анықталғандығына байланыссыз. Бұл функцияның қасиеттерін дәлелдегенде математикалық күтімнің қасиеттері пайдаланылады.

Жоғарыда айтылған мәселелерді ескере отырып, біз осы курстың бағдарламасын төмендегідей 6 тарау мен бірнеше ішкі тақырыптарға бөлдік. Мұнда теориямен қатар мысалдар мен есептер де кеңінен қарастырылады.

1. Кездейсоқ шамалар жүйесі.
  - 1.1. Кездейсоқ шамалар жүйесі туралы түсінік.
  - 1.2. Екі өлшемді кездейсоқ шаманың бірлескен үлестірім функциясы, бірлескен үлестірім тығыздығы.
  - 1.3. Жеке (маргинал) үлестірім тығыздығы. Шартты үлестірім.
  - 1.4. Тәуелді және тәуелсіз кездейсоқ шамалар.
  - 1.5. Екі өлшемді кездейсоқ шаманың сандық сипаттамалары. Корреляциялық момент. Корреляция коэффициенті.
  - 1.6. Жазықтықтағы нормал үлестірім.
  - 1.7. Шашырау эллипсі. Нормал үлестірімді канондық түрге келтіру.
  - 1.8. Қабырғалары кординат өстеріне параллел болатын шашырау тік төртбұрышына түсу ықтималдығы.
  - 1.9. Шашырау эллипсіне түсу ықтималдығы.
  - 1.10. Кез келген формалы облысқа түсу ықтималдығы.
2. Көп өлшемді кездейсоқ шамалар (кездейсоқ векторлар)
  - 2.1. Көп өлшемді кездейсоқ шамалар және олардың үлестірімдері. Маргинал үлестірім.
  - 2.2. Көп өлшемді дискрет және абсолют үзіліссіз кездейсоқ шамалар.
  - 2.3. Кездейсоқ шамалардың тәуелсіздігі.
  - 2.4. Кездейсоқ шамалардың функциялары: екі кездейсоқ шаманың қосындысының, қатынасының және көбейтіндісінің үлестірімдері.
  - 2.5. Кездейсоқ шамаларды сызықты түрлендіру.
  - 2.6. Шартты үлестірімдер.
  - 2.7. Үш өлшемді кеңістіктегі нормал үлестірім. Кез келген санды кездейсоқ шамалар жүйесі үшін нормал заңның жалпы жазылуы.
3. Математикалық күтімнің жалпы анықтамасы. Қасиеттері
  - 3.1. Мультипликативтік қасиет.
  - 3.2. Ақиқат дерлік қасиеттері.
  - 3.3. Жинақталу қасиеттері.
  - 3.4. Ақырлылық қасиеттері.
  - 3.5. Сызықтық қасиеттері.
  - 3.6. Теріс еместік қасиеттері.
  - 3.7. Математикалық күтімді есептеу формулалары.
  - 3.8. Лебег-Стильтес, Риман-Стильтес және Риман интегралдары арасындағы байланыстар.
4. Шартты математикалық күтімдер. Бөліктеулерге байланысты шартты математикалық күтім.
  - 4.1. Сигма-алгебраларға байланысты шартты математикалық күтімнің жалпы анықтамасы.
  - 4.2. Шартты математикалық күтімнің бар болуы.

- 4.3. Сигма-алгебраларға және бөліктеулерге байланысты шартты математикалық күтім ұғымдарының келісімділігі.
- 4.4. Шартты математикалық күтімнің қасиеттері және есептеу формулалары.
- 4.5. Кездейсоқ шаманың екінші кездейсоқ шамаға байланысты шартты математикалық күтімінің құрылымы.
- 4.6. Шартты математикалық күтім және орташа квадраттық мағынадағы тиімді баға.
5. Туындытқыш функциялар.
  - 5.1. Бүтін мәнді кездейсоқ шамалар және олардың туындатқыш функциялары.
  - 5.2. Мультипликативтік қасиет және үйірткілер.
  - 5.3. Бернуллі сынақтарындағы күту уақыттары мен бастапқы күйге оралу.
  - 5.4. Кездейсоқ санды кездейсоқ шамалардың қосындысы.
  - 5.5. Көп өлшемді туындатқыш функциялар.
6. Сипаттамалық функциялар.
  - 6.1. Сипаттамалық функция және оның қасиеттері.
  - 6.2. Жалғыздық теоремасы.
  - 6.3. Сипаттамалық функцияның кейбір қосымша қасиеттері. Симметриялы үлестірімнің сипаттамалық функциясы. Семиинварианталар мен моменттер. Сипаттамалық функцияның Лебегтік жіктеуі. Композиция формуласы.
  - 6.4. Сипаттамалық функциялар туралы критерийлер. Сипаттамалық функция болудың қажетті және жеткілікті шарттары.

#### Қолданылған әдебиеттер

1. Ақанбай Нұрсадық. Ықтималдықтар теориясы. I бөлім. Оқу құралы.- Алматы: Қазақ университеті, 2007.-325 бет.
2. Ақанбай Нұрсадық. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика курсы. I бөлім. Оқу құралы.- Алматы: Қазақ университеті, 2011.-291 бет.
3. Н.Ақанбай. Ықтималдықтар теориясының есептері мен жаттығуларының жинағы- Алматы.: Қазақ университеті, II бөлім. 2004.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: учебник. 11-е изд., стер.-М.: КНОРУС, 2010.- 664 с.
5. Б.В.Гнеденко. Курс теории вероятностей- Москва.: Наука, 1988. -448 с.
6. Б.А.Севастьянов. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1982. – 255 б.
7. А.Н.Ширяев. Вероятность. – М.: Наука, 1980. – 576 б.