

Смағұл М.Ж.

Функцияны зерттеуге туындыны қолдануды оқытудың методикасы

Функцияны зерттеуге туындыны қолдану, функцияның графигін салу, функцияның берілген аралықта ең үлкен мәнін және ең кіші мәнін табу «Туынды және оның қолданылуы» тақырыбының маңызды бөлімі. Бұл тақырыптың материалдары дәрежелік, тригонометриялық, көрсеткіштік, логарифмдік және т.б. функцияларды зерттеуге қолданылады және тақырыптың қолданбалылық маңызы өте зор, пәнаралық байланыстарды орнатуда үлкен рөл атқарады (әсіресе физика пәнімен байланыс).

«Туындыны функцияны зерттеуге қолдану» тақырыбы бұрын оқытылған кейбір анықтамалар мен теоремаларды білуді талап етеді. Тақырыпты оқуға дейін мына мағлұматтарды қайталау керек:

Функцияның өсуі мен кемуі ұғымдары;

Туындының анықтамасы және оның геометриялық мағынасы, жанама ұғымы, түзулердің бұрыштық коэффициенті, түзулердің параллельдік шарты;

Туындының таңбасын анықтағанда мына тұжырымды қолдану керек: (a, b) интервалында үзіліссіз және нөлді қабалдамайтын функция осы интервалда таңбасын сақтайды.

Есепті шешу барысында оқушыларға туында табуларына және функциялардың графигін салу үшін белгілі графиктерді қолдануларына тура келеді. Интервалдар әдісін білу керек.

Берілген нүктеде туындының бар болуын айтқанда, сол жақты және оң жақты жанамалар, сол жақты немесе оң жақты туындылар жайында айтып кету керек.

Берілген нүктеде сол жақты жанама мен оң жақты жанама беттесетін болса, онда берілген нүктеде туынды бар болады, ал беттеспесе туынды жоқ болады. Мұндай нүктелерді **сыну нүктелері** (точки излома) деп атайды.

Берілген нүктеде сол жақты туынды мен оң жақты туынды тең болса, онда берілген нүктеде туынды бар болады. Тең болмаса туынды жоқ болады.

Оқулықтарда максимум және минимум нүктелерге әртүрлі анықтамалар беріледі.

Анықтама-1. Егер анықталу облысынан алынған x_0 нүктесінің δ аймағы $(x_0 - \delta; x_0 + \delta)$ табылып, осы аймақтың $x \neq x_0$, болатын барлық нүктелері үшін $f(x) < f(x_0)$ теңсіздігі орындалатын болса, онда x_0 нүктесін максимум нүкте деп атайды.

Анықтама-2. Егер x_0 нүктесінің аймағы табылып, осы аймақтың барлық нүктелері үшін $f(x_0) \geq f(x)$ теңсіздігі орындалатын болса, онда x_0 нүктесін максимум нүкте деп атайды.

Осы екі анықтаманың біріншісін қолданған дұрыс болады. Екінші анықтаманы кейбір жағдайларда қолдануға болмайды.

Ферма теоремасы: Функция экстремумы бар болуының қажетті шарты. Егер x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының экстремумы болса және осы нүктеде туынды бар болса, онда ол нөлге тең болады $f'(x) = 0$.

Бұл тұжырымды жанаманы қолданып көз жеткізуімізге болады. Экстремум нүктелерде жанамалар ОХ өсіне паралель болады. Сондықтан бұл нүктелердің жанамаларының бұрыштық коэффициенттері нөлге тең болады. Олай болса бұл нүктелерде туындылар да нөлге тең болады.

Экстремум нүктені табуда Ферма теоремасы экстремум нүктенің бар болуының қажетті шарты, жеткілікті шарты емес екенін айтып кету керек. Туындысы нөлге тең нүктелердің бәрінде бірдей экстремум болмайтындығын мысалмен көрсетіп кету керек. $y = x^3$ функциясын мысалға алсақ, $x = 0$ нүктесінде функцияның туындысы нөлге тең, бірақ бұл нүкте экстремум нүкте емес. Мұндай нүктелер **иілу нүктелері** деп аталады. Иілу нүктесінде функцияның графигі дөңестіктен ойыстыққа немесе ойыстықтан дөңестікке өтеді.

Экстремум нүктелерді қарастырғанда, кризистік нүктелер жайында айтып кету керек.

Анықтама: Функцияның туындысы нөлге тең болатын немесе туындысы болмайтын анықталу облысының ішкі нүктелерін **кризистік нүктелер** деп атайды.

Кризистік нүктелер маңызды рөл атқарады, себебі тек сол нүктелерде ғана функциялардың экстремумы болады.

Кризистік нүктелердің барлығы бірдей экстремум нүкте бола бермейді. Сондықтан сол кризистік нүкте экстремум бола ма деген мәселе қосымша зерттеуді талап ететінін көреміз.

Мұндай зерттеуде көбінесе экстремумның бар болуының жеткілікті шарттары көмектеседі.

Функцияның максимумының белгісі: Егер f функциясы x_0 нүктесінде үзіліссіз болса және (a, x_0) интервалында $f'(x) > 0$, ал (x_0, b) интервалында $f'(x) < 0$ болса, онда x_0 нүктесі f функциясының максимум нүктесі болып табылады.

Бұл белгінің қысқаша тұжырымдамасы: егер x_0 нүктесінде туынды таңбасын плюстен минусқа өзгертетін болса, онда x_0 нүктесі максимум нүктесі болады.

Қолданылған әдебиеттер

1. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа: Учебное пособие для 9 и 10 классов средней школы. / Под ред. А.Н.Колмогорова – М.: Просвещение, 1985.
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа: Учебное пособие для 9 класса средней школы. / Под ред. А.Н.Колмогорова – М.: Просвещение, 1975.
3. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа: Учебное пособие для 10 класса средней школы. / Под ред. А.Н.Колмогорова – М.: Просвещение, 1978.
4. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа: Учебное пособие для подготовительных отделений высших учебных заведений.– М.: Высшая школа, 1979.

Түйіндеме

Мақалада “Туындыны функцияны зерттеуге қолдану” тақырыбын оқытуда кездесетін, мектеп оқулықтарында қамтылмаған мағлұматтар қарастырылады.