

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВЯМИ

С. С. Кабдрахова

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

S_Kabdrachova@mail.ru

На $\bar{\Omega} = [0, T] \times [0, \omega]$ рассматривается полупериодическая краевая задача для линейного гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = A(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} + B(x, t) \frac{\partial u}{\partial t} + C(x, t)u + f(x, t), \quad (1)$$

$$u(0, t) = \psi(t), \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

$$\int_0^T \left[P_2(x, \tau) \frac{\partial u}{\partial x} + P_1(x, \tau) \frac{\partial u}{\partial \tau} + P_0(x, \tau)u(x, \tau) \right] d\tau = \phi(x), \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

где функции $A(x, t)$, $B(x, t)$, $C(x, t)$, $f(x, t)$, $P_i(x, t)$, $i = 0, 1, 2$ непрерывны на $\bar{\Omega}$, функция $\psi(t)$ непрерывно дифференцируема на $[0, T]$ и функция $\phi(x)$ непрерывна на $[0, \omega]$.

Пусть $C(\bar{\Omega})$ -пространство непрерывных на функций $u : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$. Для функции при фиксированном введем норму $\|u\|_C = \max_{\bar{\Omega}} |u(x, t)|$.

Решением задачи (1)-(3) называется функция $u(x, t) \in C(\bar{\Omega})$ которая имеет частные производные $\frac{\partial u}{\partial x} \in C(\bar{\Omega})$, $\frac{\partial u}{\partial t} \in C(\bar{\Omega})$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \in C(\bar{\Omega})$, удовлетворяет уравнению (1) и краевым условиям (2),(3).

В работах [1-2] были получены достаточные условия однозначной разрешимости исследуемой задачи для систем гиперболических уравнений с интегральными краевыми условиями. В интегральном условии (3) присутствовали так же значения искомой функции на характеристиках $t = 0, t = T$. На основе метода параметризации и корректной разрешимости краевой задачи с данными на характеристиках для систем гиперболических уравнений и корректной разрешимости семейства двухточечных краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений установлены необходимые и достаточные условия корректной разрешимости нелокальной краевой задачи с данными на характеристиках для систем гиперболических уравнений.

В настоящем сообщении на основе метода модификации ломаных Эйлера [3] построен алгоритм нахождения приближенного решения, получены признаки однозначной решимости краевой задачи (1)-(3) и установлены оценки обеспечивающие сходимость модификации метода ломаных Эйлера к решению исходной задачи.

1. Асанова А.Т. О краевой задаче для систем гиперболических уравнений с нелокальным интегральным условием //Матем. журнал, Алматы - 2006. - Т. 6, №4(22). - С.17-25.
2. A.T.Asanova. D.S.Dzhumabaev Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations//Journal Mathematical Analysis and Applications, -2013, №402. -С. 167-178.
3. Кабдрахова С.С. Об оценках сходимости модификации метода ломаных Эйлера решения линейной полупериодической краевой задачи для гиперболического уравнения//Математический журнал, Алматы - 2008. Т. 8, №2(28).- С. 55-62.