ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
AL-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY
КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛЬ-ФАРАБИ

ІРГЕЛІ МАТЕМАТИКА КАФЕДРАСЫ
FUNDAMENTAL MATHEMATICS DEPARTMENT
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИКА ЖӘНЕ МЕХАНИКА ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУ ИНСТИТУТЫ
SCIENTIFIC RESEARCH INSTITUTE OF MATHEMATICS AND MECHANICS
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Профессор Қ.Ж. Наурызбаевтың 80 жылдығына арналған
«ФУНКЦИЯЛАР ТЕОРИЯСЫ, ФУНКЦИОНАЛДЫҚ АНАЛИЗ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ҚОЛДАНЫЛУЛАРЫ»
халықаралық ғылыми конференциясының

МАТЕРИАЛДАРЫ

Алматы, 9-10 желтоқсан 2014 жыл

MATERIALS

of the international scientific conference «FUNCTION THEORY, FUNCTIONAL ANALYSIS AND THEIR APPLICATIONS» devoted to the 80-year anniversary of professor K.N. Nauryzbaev

December 9-10, 2014, Almaty

МАТЕРИАЛЫ

международной научной конференции «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ», посвященной 80-летию профессора К.Ж. Наурызбаева

9-10 декабря 2014 г., Алматы

Алматы 2014

Об одной краевой задаче для эллиптических систем с сингулярной точкой

Абдуахитова Г. Е.

Казахский национальный университет им.аль-Фараби,
Алматы, Казахстан; `gulzhan_ae@mail.ru`

Пусть $G = \{z : |z| < R\}$.

Рассмотрим в G уравнение

$$\partial_z V + \frac{\gamma}{2\bar{z}} V + \frac{\lambda}{2\bar{z}} \left(\frac{\bar{z}}{z}\right)^n \bar{V} = 0, \tag{1}$$

где $\dfrac{\partial}{\partial \bar{z}} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial}{\partial x} + i\dfrac{\partial}{\partial y}\right)$, $\lambda = \lambda_1 + i\lambda_2$, γ – действительный параметр, n – неотрицательное целое число.

Решения уравнения (1) будем искать в классе

$$C(\bar{G}) \cap W_p^1(G), \qquad 1 < p < 2. \tag{2}$$

Здесь $W_p^1(G)$ – пространство С.Л.Соболева [1].

В [2] было получено общее решение уравнения (1). Для уравнения (1) рассмотрим краевую задачу со сдвигом.

Задача: Требуется найти решение уравнения (1) из класса (2), удовлетворяющее условиям:

$$ReV(t) = Re\left[\frac{1}{\pi i}\int_\Gamma \frac{V(\tau)}{\tau - t} d\tau\right], \qquad t \in \Gamma,$$

$$ImV(0) = Im\left[\frac{1}{\pi i}\int_\Gamma \frac{V(\tau)}{\tau} d\tau\right] + \beta, \tag{3}$$

где β – действительный параметр.

Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $\nu_0^2 = n^2 + |\lambda|^2$. Тогда

1. Если $\lambda_1 \neq \nu_0 + n$, то задача имеет единственное решение

$$V(z) = \begin{cases} \left(\dfrac{\lambda_2 \beta}{2(\lambda_1 - \nu_0 - n)} - \dfrac{i\beta}{2}\right) \cdot r^{\nu_0 - n - \gamma}, & \lambda_2 \neq 0, \\[2ex] \left(\dfrac{\lambda_1 + \nu_0 + n}{\nu_0} - \dfrac{i\beta}{2}\right) \cdot r^{\nu_0 - n - \gamma}, & \lambda_2 = 0. \end{cases}$$

2. Если $\lambda_1 = \nu_0 + n$ и $\lambda_2 = 0$, то задача имеет бесконечное множество решений, которое определяется по формуле $V(z) = c \cdot r^{\nu_0 - n - \gamma}$, где c – действительное число.

3. Если $\lambda_1 = \nu_0 + n$ и $\lambda_2 \neq 0$, то задача разрешима только при $\beta = 0$. В этом случае она имеет только тривиальное решение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. М.: Наука, 1988

[2] Абдуахитова Г.Е. Об одном классе эллиптических систем с сингулярной точкой на плоскости // Вестник КазНУ. Сер.матем., мех., инф-ка.Название журнала.2000. №2 (21). С. 34-40.