УФА XII 2019

ВСЕРОССИЙСКИЙ СЪЕЗД ПО ФУНДАМЕНТАЛЬНЫМ ПРОБЛЕМАМ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

19-24 августа 2019 г.

Уфа, Республика Башкортостан, Россия

СБОРНИК ТРУДОВ

в 4 томах

ТОМ 1

Общая и прикладная механика

Уфа

РИЦ БашГУ

2019

УДК 531/534
ББК 22.2
Д23

XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах.
Д23 **Т. 1: Общая и прикладная механика.**— Уфа: РИЦ БашГУ, 2019.—780 с.

ISBN 978-5-7477-4951-1

DOI: 10.22226/2410-3535-2019-congress-v1

Том 1 содержит расширенные тезисы пленарных докладов съезда, устных и стендовых докладов секции I.

УДК 531/534
ББК 22.2

ISBN 978-5-7477-4951-1

Краткое содержание

СЕКЦИЯ I

Подсекция I-6

Механика космического полета

ПОСТУПАТЕЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТРЕХОСНОГО ТЕЛА В НЕСТАЦИОНАРНОМ ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ

М.Дж. Минглибаев [1], О.Б. Байсбаева [2]

[1]*Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*
[2]*Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*
minglibayev@gmail.com

Аннотация. Получены дифференциальные уравнения поступательно-вращательного движения трехосного нестационарного тела в относительной системе координат с началом в центре нестационарного сферического тела. Приведены аналитическое выражение силовой функций ньютоновского взаимодействия трехосного тела переменной массы и размера с сферическим телом переменного размера и массы. Получены канонические уравнения возмущенного движения в аналогах элементов Делоне-Андуайе. Выполнены фактическое разложение возмущающей функции через элементы Делоне-Андуайе до второй гармоники включительно. Двойным осреднениям по быстрым переменным, в отсутствие резонанса, вычисляется вековая часть возмущающей функции.

Введение

Наблюдательная астрономия свидетельствует, что реальные небесные тела несферичные и нетвердые. Небесные тела нестационарные, в процессе эволюции меняется их массы, размеры, формы и структуры [1-3]. Эти процессы особенно интенсивно происходят в двойных и кратных системах [4-6]. Целью настоящей работы является исследование поступательно-вращательного движения нестационарных двух тел – сферическое тело и трехосное тело. При этом начальные динамические формы тел сохраняются, но их массы и размеры со временем меняются.

Постановка задачи и уравнения движения

Рассмотрим частный случай поступательно вращательного движения двух нестационарных тел взаимогравитирующих по закону Ньютона [3]. Пусть первое – сферическое тело со сферическими распределениями масс. Пусть второе тело обладает произвольным динамическим строением, его эллипсоид инерции трехосное (трехмерное). Допустим, что масса и размеры второго тело переменные, но при этом его начальная динамическая форма сохраняется. Это означает, что его эллипсоид инерции все время остается трехосным и подобным исходному состоянию. Например, это имеет место в случае, когда в ходе эволюции тело, все время, имеет симметрию относительно трех взаимоперпендикулярных плоскостей. Примем следующие допущения:

1. первое тело – шар со сферическим распределением масс, с переменной массой $m_1 = m_1(t)$ и с переменным радиусом $l^*_1 = l^*_1(t)$. Его моменты инерции второго порядка одинаковы $A_1(t) = B_1(t) = C_1(t)$;
2. второе тело – спутник с переменной массой $m_2 = m_2(t) = m_2(t_0)m(t)$ обладает произвольным динамическим строением и характерным линейным размером $l^*_2 = l_2^*(t) = l(t_0)\chi(t)$, t_0 - начальный момент времени. Его моменты инерции второго порядка переменные и различные

$$A_2 = A_2(t), \quad B_2 = B_2(t), \quad C_2 = C_2(t). \tag{1}$$

3. Динамическая форма второго тела остается неизменной. Его главные моменты инерции меняются в одинаковом темпе

$$A_2(t) = m\chi^2 A_2(t_0), \qquad B_2(t) = m\chi^2 B_2(t_0), \qquad C_2(t) = m\chi^2 C_2(t_0) \tag{2}$$

здесь t_0- начальный момент времени, $m = m(t)$, $\chi = \chi(t)$-заданные известные функции времени.Это означает, что размеры спутника меняются гомотетически, его первоначальная форма остается неизменным, но размеры и массы будут меняться со временем. При условии (2) сжатия – коэффициент при второй зональной гармоники нестационарного трехосного тела постоянная величина.

4. Оси собственной системы координат второго тела совпадают с главными осями инерции и это положения все время сохраняется.
5. Массы и характерные размеры тел меняются разными удельными темпами

$$\frac{\dot{m}_1(t)}{m_1(t)} \neq \frac{\dot{m}_2(t)}{m_2(t)}, \qquad \frac{\dot{l}_1^*(t)}{l_1^*(t)} \neq \frac{\dot{l}_2^*(t)}{l_2^*(t)}. \tag{3}$$

6. Суммарные реактивные силы равны нулю. Дополнительные моменты, возникающие за счет того, что тела имеют переменный состав также, равны нулю

$$\bar{F}^{(доп)}_{сумм.реак.} = 0, \qquad \bar{M}^{(доп)} = 0\,. \tag{4}$$

7. Ограничимся приближенным выражением силовой функции ньютоновского взаимодействия, включительно второй зональной гармоники

$$U \approx U_1 + U_2. \tag{5}$$

Уравнения поступательно-вращательного движения трехосного нестационарного тела в относительной системе координат имеет вид

$$\mu(t)\ddot{x} = \frac{\partial U}{\partial x}, \qquad \mu(t)\ddot{y} = \frac{\partial U}{\partial y}, \qquad \mu(t)\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z}, \qquad \mu(t) = \frac{m_1(t)m_2(t)}{\left(m_1(t)+m_2(t)\right)} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}(A(t)p)-(B(t)-C(t))qr = \frac{\sin\varphi}{\sin\theta}\left[\frac{\partial U}{\partial \psi} - \cos\theta\frac{\partial U}{\partial \varphi}\right] + \cos\varphi\frac{\partial U}{\partial \theta},\\
&\frac{d}{dt}(B(t)q)-(C(t)-A(t))rp = \frac{\cos\varphi}{\sin\theta}\left[\frac{\partial U}{\partial \psi} - \cos\theta\frac{\partial U}{\partial \varphi}\right] - \sin\varphi\frac{\partial U}{\partial \theta},\\
&\frac{d}{dt}(C(t)r)-(A(t)-B(t))pq = \frac{\partial U}{\partial \varphi},
\end{aligned} \tag{7}$$

$$U \approx U_1 + U_2, \qquad U_1 = \frac{fm_1m_2}{R}, \qquad R^2 = x^2 + y^2 + z^2, \tag{8}$$

$$U_2 = fm_1\frac{A+B+C-3I}{2R^3}, \quad A = A_2, \quad B = B_2, \quad C = C_2, \tag{9}$$

$$I = A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2 \tag{10}$$

f - гравитационная постоянная, I - момент инерции нестационарного трехосного тела относительно вектора $\overline{O_1O_2} = \bar{R}$ -соединяющий центр масс двух тел, $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ - косинусы углов образуемых прямой $\overline{O_1O_2}$ с центральными осями инерции нестационарного трехосного тела, $p = p_2,\ q = q_2,\ r = r_2$ - проекции угловой скорости вращательного движения второго тела на оси собственной системы координат. Соответственно кинематические уравнения Эйлера напишем в виде

$$p = \dot{\psi}\sin\theta\sin\phi + \dot{\theta}\cos\phi, \qquad q = \dot{\psi}\sin\theta\cos\phi - \dot{\theta}\sin\phi, \qquad r = \dot{\psi}\cos\theta + \dot{\phi}, \tag{11}$$

$\varphi = \varphi_2,\ \psi = \psi_2,\ \theta = \theta_2$ - углы Эйлера [7-10]. Приведенные уравнения (6) – (11) полностью характеризует поступательно-вращательное движение нестационарного трехосного тела в поле притяжении нестационарного сферического тела в относительной системе координат в рассматриваемой постановке.

Уравнения движения в оскулирующих элементах

Уравнения движения в аналогах оскулирующих элементов Делоне-Андуайе [3] имеют вид

$$\dot{L} = \frac{\partial F}{\partial l}, \quad \dot{l} = -\frac{\partial F}{\partial L}, \quad \dot{G} = \frac{\partial F}{\partial g}, \quad \dot{g} = -\frac{\partial F}{\partial G}, \quad \dot{H} = \frac{\partial F}{\partial h}, \quad \dot{h} = -\frac{\partial F}{\partial H} \tag{12}$$

$$F = \frac{1}{\nu^2}\frac{\mu_0^2}{2L^2} - H^{пост}_{1возм}, \qquad H^{пост}_{1возм} = -\left(\frac{m_1+m_2}{m_1m_2}U_2 - \frac{1}{2}bR^2\right) \tag{13}$$

$$\dot{L}' = \frac{\partial F'}{\partial l'}, \quad \dot{l}' = -\frac{\partial F'}{\partial L'}, \quad \dot{G}' = \frac{\partial F'}{\partial g'}, \quad \dot{g}' = -\frac{\partial F'}{\partial G'}, \quad \dot{H}' = \frac{\partial F'}{\partial h'}, \quad \dot{h}' = -\frac{\partial F'}{\partial H'} \tag{14}$$

$$F' = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{m\chi^2}\left(\frac{G'^2}{A_0} + \frac{A_0 - C_0}{A_0C_0}L'^2\right)\right] - H^{вр}_{1возм}\,. \tag{15}$$

$$H^{вр}_{1возм} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)\left(G'^2 - L'^2\right)\cos^2 l' - \left\{U_2 - \frac{1}{2}bR^2\right\} \tag{16}$$

Отметим что, возмущающие функции (13), (16) должны быть выражены через аналоги оскулирующих элементов Делоне-Андуайе. В уравнениях (12), (14) явный вид гамильтонианов F и F' очень громоздкие.

Уравнение вековых возмущений

В отсутствие резонанса, осредняя по переменным l и l', получим уравнение вековых возмущений

$$\dot{G} = \frac{\partial \tilde{\tilde{F}}_{век}}{\partial g}, \quad \dot{H} = \frac{\partial \tilde{\tilde{F}}_{век}}{\partial h}, \quad \dot{g} = -\frac{\partial \tilde{\tilde{F}}_{век}}{\partial G}, \quad \dot{h} = -\frac{\partial \tilde{\tilde{F}}_{век}}{\partial H}, \tag{17}$$

$$\dot{G}' = \frac{\partial \tilde{\tilde{F}}'_{век}}{\partial g'}, \quad \dot{H}' = \frac{\partial \tilde{\tilde{F}}'_{век}}{\partial h'}, \quad \dot{g}' = -\frac{\partial \tilde{\tilde{F}}'_{век}}{\partial G'}, \quad \dot{h}' = -\frac{\partial \tilde{\tilde{F}}'_{век}}{\partial H'}. \tag{18}$$

Остальные четыре уравнения системы (12), (14) отщепляется, которые интегрируется после решения системы

$$\dot{l} = -\frac{\partial \tilde{\tilde{F}}}{\partial L}, \qquad \dot{L} = 0, \quad \dot{l}' = -\frac{\partial \tilde{\tilde{F}}'}{\partial L'}, \qquad \dot{L}' = 0. \tag{19}$$

В уравнениях (17)-(19) явный вид осредненных гамильтонианов $\tilde{\tilde{F}}$ и $\tilde{\tilde{F}}'$ вычисляется с помощью системы символьных вычислении Mathematica [11].

Заключение

Получены уравнения вековых возмущений поступательно-вращательного движения трехосного нестационарного тела в аналогах оскулирующих элементов Делоне-Андуайе. Использованные невозмущенные движения эффективные при исследовании динамики трехосного нестационарного тела эллипсоид инерции которых близкие к соответствующим эллипсоидам вращения. Полученные, в настоящей работе, уравнения вековых возмущений поступательно-вращательного движения трехосного тела постоянной динамической формы и переменного размера, массы исследуется различными численными методами.

В случаях, когда эллипсоид инерции трехосного тела заметно отличается от соответствующего эллипсоида вращения, для описания вращательного движения предпочтительно использовать аналоги элементов Пуассона. На базе аналогов переменных Делоне-Андуайе, в дальнейшем следуя Киношита [12], будут введены аналоги переменных Делоне-Пуассона («действие-угол»).

Литература

1. T. B. Omarov (Editor). Non-Stationary Dynamical Problems in Astronomy. New-York: Nova Science Publ. Inc., 2002. 260 p.
2. A. A. Bekov, T. B. Omarov. The theory of Orbits in Non-Stationary Stellar Systems //Astron. and Astrophys. Transactions. 2003. Vol.22. P.145-153.
3. М.Дж. Минглибаев. Динамика гравитирующих тел с переменными массами и размерами. Поступательное и поступательно-вращательное движение. Germany: Lambert Academic Publishing, 2012. 224 с.
4. А.М. Черепащук. Тесные двойные звезды. Часть II. М.: Физматлит, 2013. 572 с.
5. P. Eggleton. Evolutionary processes in binary and multiple stars. Cambridge University Press, 2006. 332 p.
6. L.G. Luk'yanov. Dynamical evolution of stellar orbits in close binary systems with conservative mass transfer // Astron. Rep. 2008. Vol. 52, no. 8. P.680–693.
7. Г.Н. Дубошин. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975. 799 с.
8. В.В. Белецкий. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.:МГУ им. Ломоносова, 1975. 308с.
9. В.В. Видякин. Поступательно-вращательное движение двух твердых тел: Учебное пособие. Архангельск:ДКПО «Норд», 1996. 184с.
10. Ю.В. Баркин, В.Г. Демин. Поступательно-вращательное движение небесных тел // Итоги науки и техники АН СССР. Астрономия. 1982.Т.20. С.115-134.
11. А.Н. Прокопеня. Решение физических задач с использованием системы Mathematica. Брест: Издательство БГТУ, 2005. 260 с.
12. Kinoshita H. First-Order Perturbations of the Two Finite Body Problem // Publ. Astron. Soc. Japan. 1972. V.24. P.423-457.