

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт математики им. С. Л. Соболева  
Сибирского отделения Российской академии наук

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Новосибирский национальный исследовательский государственный  
университет»

Международная конференция

## МАЛЬЦЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ

19–22 ноября 2018 г.

Тезисы докладов



Конференция проведена при финансовой поддержке  
Российского фонда фундаментальных исследований  
(код проекта 18-01-20098)



Новосибирский государственный университет

Новосибирск • 2018

Sobolev Institute of Mathematics

Novosibirsk State University

International Conference

## **MAL'TSEV MEETING**

November 19–22, 2018

Collection of Abstracts



Supported by  
Russian Foundation for Basic Research  
(grant 18-01-20098)



Novosibirsk State University

Novosibirsk • 2018

## Полурешетки Роджерса семейств отношений эквивалентности

Б. С. КАЛМУРЗАЕВ, Н. А. БАЖЕНОВ

В работе [1] для произвольного  $n \geq 1$  доказано существование универсальной  $\Sigma_n^{-1}$ -вычислимой нумерации для семейства всех  $\Sigma_n^{-1}$ -отношений эквивалентности. В работе для произвольного обозначения  $a$  ненулевого вычислимого ординала рассматривается  $\Sigma_a^{-1}$ -вычислимые нумерации семейства всех  $\Sigma_a^{-1}$ -отношений эквивалентности. Для таких семейств установлено существование бесконечного числа попарно несравнимых фридберговских нумераций и бесконечного числа попарно несравнимых позитивных неразрешимых нумераций. В установлении этого факта ключевую роль играет следующий результат:

**Теорема.** Для бесконечного множества  $A = \{a_0 < a_1 < a_2 < \dots\} \subseteq \omega$  зададим семейства отношений эквивалентности

$$\mathcal{F}_A := \{Id_1\} \cup \{E([0; a_i]) : i \in \omega\},$$

$$\mathcal{G}_A := \{Id\} \cup \{E(\omega \setminus [0; a_i]) : i \in \omega\}.$$

Пусть  $a \in \mathcal{O}$ ,  $|a|_{\mathcal{O}} \neq 0$ ,  $\mathcal{E}$  — это  $\Sigma_a^{-1}$ -вычислимое семейство отношений эквивалентности. Предположим, что существует бесконечное вычислимое множество  $A$ , для которого  $\mathcal{E}$  удовлетворяет одному из следующих условий:

- (i)  $\mathcal{F}_A \subseteq \mathcal{E}$  и при этом  $e(a) = 1$  или  $|a|_{\mathcal{O}} \geq \omega$ ;
- (ii)  $\mathcal{G}_A \subseteq \mathcal{E}$  и при этом  $e(a) = 0$  или  $|a|_{\mathcal{O}} \geq \omega$ .

Тогда  $\mathcal{E}$  имеет  $\Sigma_a^{-1}$ -вычислимую фридбергову нумерацию.

Для семейства всех в.п. отношений эквивалентности, с помощью результатов [2], дополнительно показываем существование бесконечного числа попарно несравнимых минимальных непозитивных нумераций и существование бесконечного числа главных идеалов без минимальных нумераций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ng K.M., Yu H., On the degree structure of equivalence relations under computable reducibility. (Preprint)
- [2] Хуторецкий А.Б., Две теоремы существования для вычислимых нумераций, Алгебра и логика, 1969, Т.8, N4, с. 483–492.

КазНУ им. Аль-Фараби, Алматы (Казахстан)

E-mail: [birzhan.kalmurzayev@gmail.com](mailto:birzhan.kalmurzayev@gmail.com)

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

E-mail: [bazhenov@math.nsc.ru](mailto:bazhenov@math.nsc.ru)