Кыргызско-Российский Славянский Университет

Кыргыз-Орусиялык Славян Университети

Kyrgyz-Russian Slavic University

Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений

Материалы 2-й международной конференции, посвящённой 20-и летию образования Кыргызско-Российского Славянского Университета (КРСУ) им. первого президента Б.Н. Ельцина и 100-летию профессора Якова Васильевича Быкова

(5-7 сентябрь, 2013 год, санаторий «Иссык-Куль Аврора»)

Том 1

Бишкек 2013

К 51
(22.1
3

Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных авнений: Материалы второй международной юбилейной конференции, священной 20-и летию образования Кыргызско-Российского Славянского иверситета (КРСУ) им. первого президента Б.Н. Ельцина и 100-летию профессора ова Васильевича Быкова. Санаторий «Иссык-Куль Аврора»: 5-7 сентября 2013 года Iод общ. ред. проф. А.К. Керимбекова. – Бишкек: Изд-во КРСУ. Том 1. – 254 с.

ISBN 978-9967-19-013-09

Сборник содержит статьи по актуальным проблемам теории управления, пологии, геометрии, динамических систем, операторных уравнений и методики реподавания математики в высшей школе. В статьях сборника рассмотрены задачи елинейного оптимального управления процессами, описываемыми интегро-ифференциальными уравнениями; вопросы управляемости, наблюдаемости и абилизации систем с распределенными параметрами; свойства ультинормированных и мультиунитарных пространств, которые являются обобщением нормированных и унитарных пространств; свойства отображений и авномерных пространств; актуальные проблемы теории дифференциальных, нтегральных и интегро-дифференциальных уравнений и механики твердого тела и ругих разделов механики; актуальные вопросы математического моделирования и омпьютерных методов; а также проблемы преподавания математики в высшей школе.

Сборник предназначен для студентов, аспирантов и научных работников, интересующихся теорией и приложениями теории оптимального управления, топологии и геометрии, дифференциальных, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений, динамических систем, математического моделирования и компьютерных методов, а также проблемами преподавания математики в высшей школе.

А 160201400-08 УДК 51
ISBN 978-9967-19-013-09 ББК 22.1

2. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела.– М.: Наука, 1977.- 416 с.
3. Аманалиев А.А., Жумабаев Б. Напряженное состояние пород вокруг выработок, расположенных в горной местности в слоистом массиве. //Наука и новые технологии/ГКННТ.– 1996.– №2.– С. 45-49.
4. Кирьянов Д.В. MATHCAD 14- Санк-Петербург.:БВХ-Петербург.- 2007.704 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР ЗА ПОПЕРЕЧОЙ СТРУЕЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

А.О. Бекетаева[1], Т.Б. Дуйшеналиев[2], Ш.М. Бердиева[1]

[1]Институт математики и матмоделирования МОиН Республики Казахстан, Алматы, Казахстан, [2]КГТУ им. И. Раззакова, Бишкек, Кыргызстан

Вдув стури в набегающий поток является очень интересной и важной задачей, которая рассматривается для изучения течений, возникающих в различных технологических приложениях. Присутствие зон возвратных течений, турбулентности и если течение сверхзвуковое – то наличие ударных волн и волн разрежения являются огромной проблемой в изучении физики такого рода течения. Одним из самых актуальных вопросов является смешивание потока с вдуваемой струей (например смешение потока с топливом). Целью исследования является численное моделирование вдува круглой звуковой струй перпендикулярно сверхзвуковому потоку в прямоугольном канале. Для удобства вычисления рассматривается вдув струи только с нижней стенки. Схема течения показана на рисунке 1.

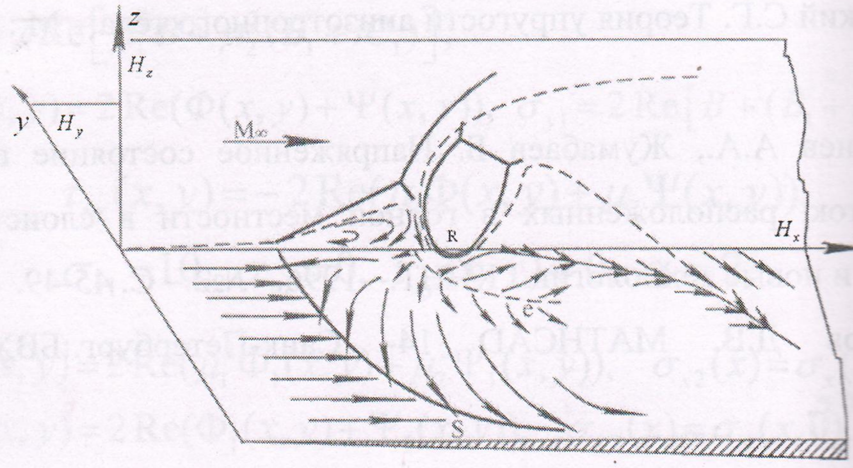

Рисунок 1 - Схема течения

Постановка задачи.

Исходной является система трехмерных осредненных по Фавру уравнений Навье-Стокса для сжимаемого турбулентного газа, записанная в декартовой системе координат в консервативной форме:

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial(\boldsymbol{E}\text{-}\boldsymbol{E}_v)}{\partial x}+\frac{\partial(\boldsymbol{F}\text{-}\boldsymbol{F}_v)}{\partial z}+\frac{\partial(G\text{-}\boldsymbol{G}_v)}{\partial y}=S$$

компоненты векторов $\boldsymbol{U},\boldsymbol{E},\boldsymbol{F},\boldsymbol{G}$ определяются выражениями:

$$\boldsymbol{U}=\begin{pmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho w\\ E_t\\ \rho k\\ \rho\omega\end{pmatrix},\ \boldsymbol{E}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+P\\ \rho uv\\ \rho uw\\ (E_t+P)u\\ \rho uk\\ \rho u\omega\end{pmatrix},\ \boldsymbol{F}=\begin{pmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+P\\ (E_t+P)w\\ \rho wk\\ \rho w\omega\end{pmatrix},\ \boldsymbol{G}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+P\\ \rho vw\\ (E_t+P)v\\ \rho vk\\ \rho v\omega\end{pmatrix},$$

а компоненты $\boldsymbol{E}_v,\ \boldsymbol{F}_v,\ \boldsymbol{G}_v$ связаны с вязкими напряжениями:

$$\boldsymbol{E}_v=\left(0,\tau_{xx},\tau_{xy},\tau_{xz},u\tau_{xx}+v\tau_{xz}+w\tau_{xz}-q_x,\frac{1}{Re}(\mu_l+\sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x},\frac{1}{Re}(\mu_l+\sigma_\omega\mu)\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^T$$

$$\boldsymbol{F}_v=\left(0,\tau_{xz},\tau_{yz},\tau_{zz},u\tau_{xz}+v\tau_{yz}+w\tau_{zz}-q_z,\frac{1}{Re}(\mu_l+\sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial z},\frac{1}{Re}(\mu_l+\sigma_\omega\mu)\frac{\partial\omega}{\partial z}\right)^T$$

$$\boldsymbol{G}_v=\left(0,\tau_{xy},\tau_{yy},\tau_{yz},u\tau_{xy}+v\tau_{yy}+w\tau_{yz}-q_y,\frac{1}{Re}\mu_l+\sigma_k\mu_t\frac{\partial k}{\partial y},\frac{1}{Re}(\mu_l+\sigma_\omega\mu)\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)^T$$

Вектор дополнительных членов имеет следующий вид:

$$\vec{S}=\left(0,0,0,0,0,0,\left(P_k-\beta^*\rho\omega k\right),\left(\gamma\rho P_k/\mu_t-\beta\rho\omega^2\right)\right)^T$$

где $$P_k=\mu_t\left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\frac{2}{3}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)^2\right]-\frac{2}{3}\rho k\frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$ где $i,j,k=1,2,3$

Константы принимают следующие значения $\sigma_k=0.5$, $\sigma_\omega=0.5$, $\beta^*=0.09$, $\beta=0.075$, $\gamma=5/9$, здесь k,ω - кинетическая энергия турбулентности и скорость диссипации кинетической энергии турбулентности. P_k - член генерации турбулентности. Система (1) замкнута с помощью алгебраической $k-\omega$ модели турбулентности Вилкокса [1] где турбулентная вязкость определяется по формуле $\mu_t=\dfrac{\rho k}{\omega}$. Давление и температура запишутся:

$$P=(\gamma-1)\left[E_t-\frac{\left(\rho u^2+\rho w^2+\rho v^2\right)}{2}\right],\ T=\left(\frac{1}{\rho c_v}\right)\left[E_t-\frac{\left(\rho u^2+\rho w^2+\rho v^2\right)}{2}\right],\ c_v=\frac{1}{\gamma(\gamma-1)M_\infty^2}$$

Исходная система (1) записана в безразмерной форме. В качестве определяющих параметров приняты параметры на входе $u_\infty,\rho_\infty,T_\infty$, давление и полная энергия отнесены к значению $\rho_\infty u_\infty^2$, характерным размером длины является диаметр круглого отверстия.

Граничные условия.

На входе задаются параметры потока. Начальные данные для k,ω параметров определялись с использованием алгебраической модели турбулентности Болдуина –Ломакса по известным осредненным физическим параметрам входного потока. На нижней стенке задавались условия прилипания и теплоизоляции. Вблизи стенки задается пограничный слой продольная составляющая скорости аппроксимируется степенным законом. На струе задавались параметры струи, на верхней границе условие симметрии, на боковых границах и на выходной границе задается условие неотражения [2].

Метод решения.

В соответствии с принципом построения ENO- схемы [1], исходная система уравнений в обобщенных координатах будет формально представляется следующим образом:

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial t}+\left(\hat{A}^{+}+\hat{A}^{-}\right)\frac{\partial \vec{E}^{m}}{\partial \xi}+\left(\hat{B}^{+}+\hat{B}^{-}\right)\frac{\partial \vec{F}^{m}}{\partial \eta}+\left(\hat{Q}^{+}+\hat{Q}^{-}\right)\frac{\partial \vec{G}^{m}}{\partial \zeta}-$$
$$-\left[\frac{\partial(\tilde{E}_{v2}+\tilde{E}_{vm})}{\partial \xi}+\frac{\partial(\tilde{F}_{v2}+\tilde{F}_{vm})}{\partial \eta}-\frac{\partial(\tilde{G}_{v2}+\tilde{G}_{vm})}{\partial \zeta}\right]=0 \quad (2)$$

здесь $\vec{E}^{m}=\tilde{E}+\vec{E}_{\xi}$, $\vec{F}^{m}=\tilde{F}+\vec{E}_{\eta}$, $\vec{G}^{m}=\tilde{G}+\vec{E}_{\zeta}$ - модифицированные потоки узловых точках (i,j,k), состоящих из исходных конвективных векторов ($\tilde{E}, \tilde{F}$) и добавочных членов второго порядка точности (TVD схема) ($\vec{E}_{\xi}$, $\vec{E}_{\eta}$, $\vec{E}$ Для более точного учета течения в пограничном слое, вблизи стенки и уровне струи, вводится сгущение сетки с помощью преобразований $\xi=\xi$ $\eta=\eta(z)$, $\zeta=\zeta(y)$. Неявный алгоритм решения системы уравнений подробно описан в [3].

Анализ результатов

Расчет производился на разнесенной сетке размером $201\times101\times101$ с шагом по пространственным координатам $\Delta x=0.1\div0.5$, $\Delta z=0.06\div0.25$, $\Delta y=0.1$ шаг по времени $\Delta t=0.025$. Использовались следующие значения характерных параметров: $\mathrm{Re}=10^{4}$, $\mathrm{Pr}=0.9$, $M_0=1$, $M_\infty=4$, параметр нерасчетности $n=$ $x_0=16$, $y_0=16$ – расстояние от входной границы до центра струи в калибрах, 58, H_z - 24, H_y - 30 калибров.

На рисунке 2 представлено поле вектора скорости в плоскости сечении x=37 калибров от входной границы. Как видно из рисунка, в данном сечении хорошо просматривается вихревая система, которая возникает вследствии бокового расширения вдуваемой струи и ее взаимодействия набегающим потоком [4]. Эта система состоит из: 1– пары вихрей с изогнутой формой, 2– пары продольных вихрей, 3– пары нижних вихрей.

Вихрь с изогнутой формой возникает вследствие взаимодействия потока струи, прошедшего диск Маха, с набегающим основным потоком. Течение в этом вихре обусловлено в основном вдуваемой струей. Продольный вихрь формируется в зоне смешения между боковой стороной бочки, сформированной в результате расширения струи, и набегающим боковым рмированной в результате расширения струи, и набегающим боковым оком. Вышеуказанные вихревые системы - продольная и изогнутой формы и 2 на рис.2), по мере их движения вниз по течению, уже в сечении x=40, ваются в один вихрь. Этот вихрь вносит основной вклад в смешение струи отока.

И наконец, третья пара вихрей (3 на рис.2), расположена у поверхности ской пластины. Эта пара вихрей возникает вследствие того, что кообразная структура струи, отделяясь от поверхности пластины, создает асть с низким давлением. В образовавшуюся область низкого давления жется набегающий поток по направлению к линии симметрии и формирует кний вихрь. Этот вихрь полностью состоит из окружающего пограничного я.

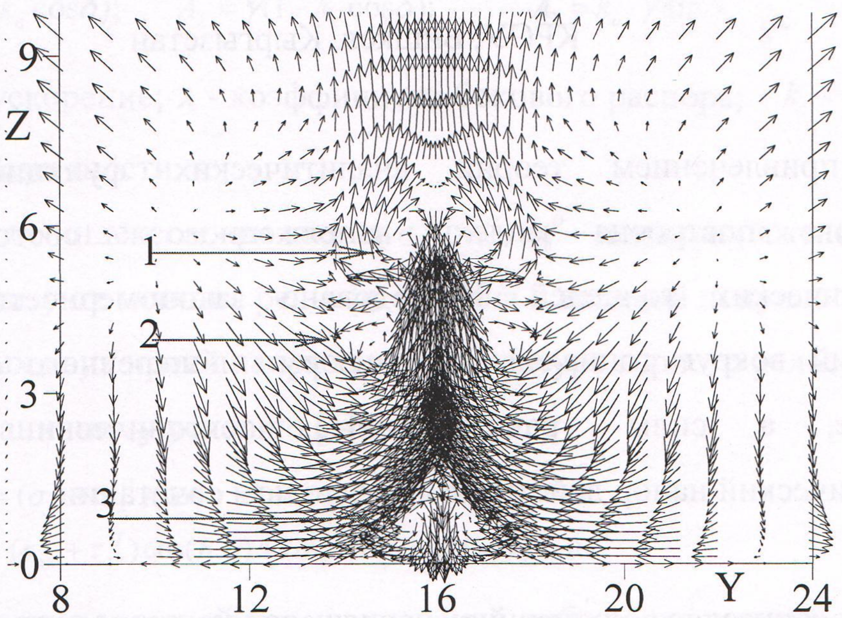

Рисунок 2. Поле вектора скорости в плоскости yz в сечении x=37.

Из рисунка следует, что при сверхзвуковых течениях все вертикальные кревые структуры формируются за счет ударных волн и зон взаимодействия уи и потока.

Литература

D.C. Wilcox, A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-share flow // AIAA paper 93-2905,1993.

2 Poinsot T.J., Lele S.K. Boundary Conditions for Direct Simulati Compressible Viscous Flows // Journal of Comp. Physics.1992. № 101. P. 129.

3 Бекетаева А.О. Найманова А.Ж. Применение ENO (Essentially Oscillatory) схемы для моделирования течения многокомпонентной газ смеси. // Вычислительные технологии , 2007. Т.12, № 4. С. 17-25

4 Viti V., Neel R., Schetz J. "Detailed Flow Physics of the Supersonic Interaction Flow Field" // Physics of Fluids, Vol. 21, April, 2009.

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОД ВОКР НАПОРНЫХ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ ТОННЕЛЕЙ

Ботоканова Б.А., Жумабаев Б.

КРСУ, Бишкек, Кыргызстан

С привлечением теории аналитических функций комплекс переменного построена модель напряженного состояния напор гидротехнических тоннелей. Исследовано закономерности распределе напряжений вокруг тоннелей, когда формы поперечного сечения типи проектные, а силы гравитационные, тектонически сжимающие гидростатический напор действует в различном сочетании.

Аналитическое описание напряженного состояния массивов п вокруг напорных гидротехнических тоннелей, расположенных в гор местности, достигнуто путем склеивание четырёх полей напряжений.

$$\sigma_x = \sigma_x^{П} + \sigma_x^{р} + \sigma_x^{в} + \sigma_x^{н},\ \sigma_y = \sigma_y^{П} + \sigma_y^{р} + \sigma_y^{в} + \sigma_y^{н},\ \tau_{xy} = \tau_{xy}^{П} + \tau_{xy}^{р} + \tau_{xy}^{в} + \tau$$

Первое поле – распределение напряжений весомой полуплоскост рамках гипотезы А.Н. Динника. Второе поле напряжений обуслов влиянием рельефа каньона и характеризуется наличием выреза на конт весомой полуплоскости. Третий поле напряжений характеризует образов тоннеля в произвольном месте весомой полуплоскости с выре