

ISSN 1694-5050

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

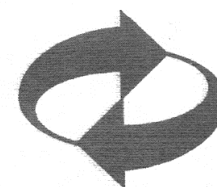
**ИНСТИТУТ АВТОМАТИКИ И
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

**КЫРГЫЗСКАЯ АССОЦИАЦИЯ
ПО АВТОМАТИЧЕСКОМУ УПРАВЛЕНИЮ
И КОМПЬЮТЕРНЫМ СИСТЕМАМ**

ПРОБЛЕМЫ АВТОМАТИКИ И УПРАВЛЕНИЯ

№1

**МАТЕРИАЛЫ
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
“ПРОБЛЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ”**



ИАИТ

БИШКЕК

2010

ИЛИМ

СОДЕРЖАНИЕ

Шаршеналиев Ж.Ш. Институту автоматике и информационных технологий – 50 лет	7
---	---

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

Шокин Ю.И. Вопросы создания и эксплуатации больших корпоративных научно-образовательных информационно-телекоммуникационных сетей (на примере сети передачи данных СО РАН)	12
Mirkin B., Gutman P. (Израиль) Coordinated robust adaptive decentralized tracking for a class of nonlinear plants	17
Бекмуратов Т.Ф., Ишанходжаев Г.К. Проблемы принятия решений в интегрированной информационной логистической системе	22
Калимолдаев М. Н., Мусабаев Р.Р. Синтез и распознавание речевого сигнала с применением унифицированного языкового представления	27
Оморев Р.О. Топологическая теория и метод исследования грубости и бифуркаций синергетических систем	31
Айсагалиев С.А., Белогуров А.П. Задачи управляемости и быстродействия процессов для параболических уравнений с ограниченным управлением	35

СЕКЦИОННЫЕ ДОКЛАДЫ

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Оморев Т.Т., Рахматбай кызы Г., Омурбаев Н.Т., Джолдошев Б.О. Синтез динамического регулятора для многомерной робастной САУ	40
Амангалиева М.М., Дженалиев М.Т., Иманбердиев К.Б. Смятов К. Применение оптимизационного метода к решению некорректной задачи для уравнения Пуассона	45
Айпанов Ш.А., Медетбаева С.А. Частное решение задачи стабилизации Брокетта	50
Джомартова Ш.А. Анализ управляемости динамических систем на основе интервальной математики	54
Пащенко Г.Н. Об одной процедуре исследования асимптотической устойчивости линейной системы управления интервально-заданным объектом с запаздыванием	59
Юничева Н.Р. Исследование динамики нечетких замкнутых систем управления по следу матрицы преобразования	63
Meinsma G., Mirkin L. (Израиль) Design of causal splines by L^2 optimization	67

АНАЛИЗ УПРАВЛЯЕМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИНТЕРВАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Джомартова Ш. А.
Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Казахстан,
jomartova@mail.ru

Рассматривается система управления, описываемая линейными обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (1)$$

где A - $n \times n$ - постоянная матрица, B - n -мерный постоянный вектор, x - n -мерный вектор состояния системы, u - скалярное управление.

На управление накладывается следующее ограничение

$$l_1 \leq u(t) \leq l_2, \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

Ставится задача, определить существует ли управление, удовлетворяющее ограничению (2) и переводящее систему (1) из начального состояния

$$x(0) = x_0 \quad (3)$$

в конечное заданное состояние

$$x(T) = x_1 \quad (4)$$

за фиксированное время T .

Исследование поставленной задачи при наличии ограничений на управление вида (2) представляет определенный интерес, так как до сих пор не существуют эффективных критериев [1]. Кроме того, результаты могут быть использованы при решении практических задач оптимального управления системами, описываемыми обыкновенными дифференциальными уравнениями с закрепленными концами и ограничениями на управляющие воздействия. В частности, уравнениями вида (1) могут описываться робототехнические или электроэнергетические системы, где коэффициенты матрицы A и вектора B определяются через параметры (такие как вес, метрические характеристики, инерционность и т.п.), которые обычно вычисляются с некоторой погрешностью.

В последние годы получило развитие такое направление вычислительной математики как интервальная, оперирующая не с числами, а интервалами (которые позволяют учитывать погрешности задания исходных данных) [2].

Далее применим результаты интервальной математики к исследуемой задаче управляемости.

Пусть $\Phi(t, \tau) = \theta(t) * \theta^{-1}(\tau)$, где $\theta(t) = \exp(At)$ - фундаментальная матрица решений системы, описываемой однородным векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = Ax. \quad (6)$$

Введем обозначения:

$$u = v + \frac{l_1 + l_2}{2}, \quad L = \frac{l_2 - l_1}{2}.$$

Тогда систему (1) можно представить в виде

$$\dot{x} = Ax + B \frac{l_1 + l_2}{2} + Bv, \quad (7)$$

где

$$-L \leq v(t) \leq L, \quad \forall t \in [t_0, t_1]. \quad (8)$$

Решение уравнения (7) можно представить в виде

$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0) + \frac{l_1 + l_2}{2} \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B d\tau + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau) B v(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Введем обозначения

$$y_1 = x_1 - \Phi(T, 0)x_0 - \frac{l_1 + l_2}{2} \int_0^T \Phi(T, \tau) B d\tau, \\ f(\tau) = \Phi(T, \tau) B.$$

Тогда задача управляемости сводится к существованию решения интегрального уравнения

$$y_1 = \int_0^T f_1(\tau) v(\tau) d\tau, \quad (10)$$

удовлетворяющего условию (8).

Для решения поставленной задачи применим результаты интервального анализа [2].

Заменяем интеграл в правой части (10) рядом

$$h \sum_{i=1}^n f_i v_i$$

где

$$n = \frac{T}{h}, \quad h \geq 0, \quad -L \leq v_i \leq L, \quad i = \overline{1, n}.$$

Обозначим через $\overline{f_i} = (f_i, 0)$ - интервал с центром в f_i и радиусом 0, $\overline{v_i} = (0, L)$ - интервал от $-L$ до L [2].

Пусть $i = 1$. Вычислим $\overline{f_1 v_1} = (0, |f_1 L|)$ - интервал с центром в точке 0 и радиуса $|f_1 * L|$, здесь все арифметические операции выполняются по правилам определенных для интервальных вычислений [2].

Очевидно множество

$$\{h f_1 v_1 \mid \forall v_1 \in (-L, L)\}$$

совпадает с интервалом

$$h(0, |f_1 L|) \text{ для } \forall h \geq 0.$$

Методом математической индукции можно показать, что множество

$$\{h \sum_{i=1}^n f_i v_i \mid \forall v_i \in (-L, L), i = \overline{1, n}\}$$

совпадает с интервалом

$$h(0, \sum_{i=1}^n |f_i L|), \text{ для } \forall h \geq 0.$$

Отсюда видно, что множество

$$\left\{ \int_0^T f(\tau)v(\tau) d\tau \mid v(t) \in (-L, L), \forall t \in [0, T] \right\}$$

совпадает с интервалом $y_2 = \int_0^T f(\tau)\bar{v} d\tau$, где все арифметические операции выполняются с помощью интервальных вычислений [2].

Тем самым доказана следующая теорема.

Теорема. Для того чтобы система (7)-(8) была управляемой необходимо и достаточно, чтобы вектор y_1 принадлежал интервальному вектору y_2 .

Для численного моделирования на языке Паскаль разработано программное обеспечение, реализующее вычисления предложенного критерия и использующее библиотеку интервального вычисления [3].

Лемма (Гронуолла-Белмана) [4]. Пусть скалярные непрерывные функции $x(t)$ и $g(t) \geq 0$ удовлетворяют неравенству

$$x(t) \leq \alpha(t) + \int_0^t g(s)x(s)ds, \quad t \geq 0,$$

где $\alpha(t)$ – некоторая неубывающая функция. Тогда

$$x(t) \leq \alpha(t) \exp\left(\int_0^t g(s)ds\right).$$

Применяя лемму Гронуолла-Белмана к задаче (1) и (4) получим следующее неравенство

$$\|x(t_1)\| \leq (\|x(t_0)\| + \int_0^{t_1} \|B(\tau)\|u(\tau)d\tau) \exp\left(\int_0^{t_1} \|A(\tau)\|d\tau\right). \quad (11)$$

Выберем в качестве нормы вектора $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$ и нормы матрицы $\|A\| = \max_{1 \leq j \leq n} \left(\sum_{i=1}^n |a_{ij}|\right)$.

Пример 1. В качестве примера рассматривается система второго порядка

$$\dot{x}_1 = 3x_1 + 2x_2 + u, \quad (12)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 - x_2 - u, \quad \text{при}$$

частичных условиях

$$x_0 = (1, 1), \quad (13)$$

$$t_0 = 0, \quad t_1 = 1.$$

Условия на управление и конечную точку будут варьироваться.

$$\text{а) пусть } -1.5 \leq u(t) \leq 1.0, \quad t \in [0, 1]. \quad (14)$$

$$\text{Вычислим значение интервального вектора } y_2 = \begin{pmatrix} (39.97, 17.99) \\ (9.33, 7.50) \end{pmatrix}.$$

Подставляя значения параметров примера в (11) получим $\|x(t_1)\| \leq 4 \exp(4) \approx 218,3$.

Следовательно, при $x_1 = (109, 110)^*$ по лемме Гронуолла-Белмана система (12)-(14) не управляема, т.е. не существует управление, удовлетворяющее ограничению $-1.5 \leq u(t) \leq 1.0$ и переводящее систему за время 1 из точки $x_0 = (1, 1)^*$ в точку $x_1 = (109, 110)^*$.

Применяя предложенный критерий, получим, что вектор $x_1 = (109, 110)^*$ не принадлежит интервальному вектору y_2 , так как $109 > 39.97 + 17.99$ и $110 > 9.33 + 7.5$, т.е. отсутствует управляемость по обеим переменным.

б) в качестве точки x_1 возьмем решение задачи Коши (12)-(13) в момент времени t_1 при управлении $u \equiv 0$, которая удовлетворяет ограничению (14): $x_1 = (41.13, 9.43)$.

Применяя предложенный критерий, получим, что вектор x_1 принадлежит интервальному вектору y_2 , так как $39.97 - 17.99 < 41.13 < 39.97 + 17.99$ и $9.33 - 7.50 < 9.43 < 9.33 + 7.50$, т.е. система управляема.

Пример 2. Рассматривается система уравнений третьего порядка вида (1), описывающая состояние цепей электромеханической следящей системы автоматического манипулятора [5], где $x = x(t) = (i_y(t), \Omega(t), \theta(t))^*$ – вектор состояния системы, $u = u(t) = (\Omega_0(t), \theta_0(t))^*$ – управляющий входной вектор-сигнал системы, с ограничениями

$$l_i^1 \leq u_i \leq l_i^2, \quad i = \overline{1, 2}, \quad t \in [t_0, t_1], \quad (15)$$

$$A = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{T_y} + \frac{k_{oc}k_{ym}R_{ш}}{L_y}\right) & -\left(\frac{k_e}{L_y} + \frac{k_1k_{ym}k_m}{L_y}\right) & -\frac{k_1k_{ym}k_n}{L_y} \\ \frac{k_m}{J} & -\frac{1}{T_m} & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -\frac{k_1k_{ym}k_z}{L_y} & \frac{k_1k_{ym}k_n}{L_y} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Численные значения коэффициентов матриц A и B зависят от параметров и структуры следящей системы.

Пусть

$$x_0 = (1, 1, 1), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} T &= 1, \\ T_y &= 2, L_y = 3, k_{oc} = 1, k_{ym} = 1.5, R_{ш} = 1.1, k_e = 2.1, \\ k_1 &= 0.1, k_m = 2, k_n = 4, k_z = 6, J = 5, T_m = 4. \end{aligned}$$

Тогда система уравнений (1) представляется в виде

$$\begin{aligned} \dot{i}_y &= -1.05 i_y - 0.8 \Omega - 3.0 \theta - 3.0 \Omega_0 + 2.0 \theta_0, \\ \dot{\Omega} &= 0.4 i_y - 0.25 \Omega, \\ \dot{\theta} &= \Omega + \theta. \end{aligned}$$

Зададим ограничение на управляющий вектор $u = (\Omega_0(t), \theta_0(t))^*$ в виде

$$-0.4 \leq \Omega_0 \leq 0.6, \quad t \in [0, 1]. \quad (17)$$

$$-0.25 \leq \theta_0 \leq 1.25, \quad t \in [0, 1].$$

Вычислим значение интервального вектора $y_2 = \begin{pmatrix} (4.94 & 12.29) \\ (0.14 & 1.62) \\ (4.33 & 5.87) \end{pmatrix}$.

Подставляя значения параметров примера в (11) получим

$$\|x(1)\| \leq (3 + 3 * 1.85) \exp(4) \approx 466.6.$$

Тогда при $x(1) = (160, 160, 150)^*$ система не управляема, т.е. не существует управления переводящее систему за время $T = 1$ из точки $(1, 1, 1)^*$ в точку $x(1) = (160, 160, 150)^*$.

Применяя предложенный критерий, получим, что вектор $x(1) = (160, 160, 150)^*$ не принадлежит интервальному вектору y_2 , так как $160 > 4.94 + 12.29$, $160 > 0.14 + 1.62$ и $150 > 4.33 + 5.87$, т.е. отсутствует управляемость по трем переменным.

В качестве точки $x(1)$ возьмем решение задачи Коши (1) в момент времени T при управлении $u \equiv 0$, которая удовлетворяет ограничению (17), тогда $x(1) = (-4.87, 0.12, 4.1)^*$.

Применяя предложенный критерий, получим, что вектор $x(1)$ принадлежит интервальному вектору y_2 , так как $4.94 - 12.29 < -4.87 < 4.94 + 12.29$, $0.14 - 1.62 < 0.12 < 0.14 + 1.62$ и $4.33 - 5.87 < 4.1 < 4.33 + 5.87$, т.е. система управляема.

Результаты численных расчетов показывают эффективность предложенного критерия управляемости и возможность их применения в практических приложениях.

Литература

1. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. – М.: Наука, 1971.
2. Шокин Ю.И. Интервальный анализ. – Новосибирск: Наука, 1986.
3. Джомартова Ш.А. «Практические» интервальные вычисления // Вестник НАН РК. – 2002. – №2. – С.41-46.
4. Колмановский В.Б., Носов В.Р. Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последействием. – М.: Наука, 1981.
5. Черноруцкий Г.С., Сибрин А.П., Жабреев В.С. Следящие системы автоматических манипуляторов. – М.: Наука, 1987.