Казахский Национальный университет имени аль-Фараби
РГП «Институт проблем информатики и управления» МОН РК
Национальная инженерная академии РК
Институт математики и механики КазНУ имени аль-Фараби

МАТЕРИАЛЫ
Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы информатики и процессов управления»,

посвященной 70-летию заслуженного деятеля науки Республики Казахстан, академика АН ВШ РК, доктора технических наук, профессора АЙСАГАЛИЕВА С.А.

г. Алматы, 15-16 ноября 2012 года

Часть I

Алматы
2012

$$J_{1k}(\xi) = \int_{t_0}^{t_1} F_0(q(t),t)dt + \varepsilon_k \int_{t_0}^{t_1} \left(|v_1|^2 + |v_2|^2 + |v_3|^2 + |v_4|^2 + \right.$$

$$\left. + |u|^2 + |p|^2 + |x_0|^2 + |x_1|^2 + |d|^2 + |z(t)|^2 + |z(t_1)|^2 \right) dt \to \inf \quad (19)$$

при условиях (15)–(17), где $\varepsilon_k > 0, \quad \lim_{k\to\infty} \varepsilon_k = 0, \quad k = 1,2,\ldots.$

Сужение множества допустимых управлений

Оптимальное управление для задачи (1)-(6) строится по следующему алгоритму:

1. Строится допустимое управление $(u_*(t), x_{0*}, x_{1*})$;
2. Вычисляется значение

$$\gamma_* = J(u_*(\cdot), x_{0*}, x_{1*}) = \int_{t_0}^{t_1} \left[x^*(t,u_*)Q_0(t)x(t,u_*) + 2x^*(t,u_*)M_0(t)u_*(t) + u_*^*(t)R_0(t)u_*(t) + \right.$$

$$\left. + x_{0*}^* E_0(t)x_{0*} + x_{1*}^*\Sigma_0(t)x_{1*} + q_0(t)x(t,u_*) + r_0(t)u_*(t) + e_0(t)x_{0*} + \sigma_0(t)x_{1*}\right]dt.$$

3. Выбирается приращение значения функционала $\Delta\gamma > 0$ (например, $\Delta\gamma = \dfrac{\gamma_*}{2}$);
4. Задается меньшее (чем γ_*) значение γ функционала $J(u(\cdot), x_0, x_1)$: $\gamma = \gamma_* - \Delta\gamma$;
5. Если $\Delta\gamma < \delta$, то итерационный процесс прекращается;
6. Ищется допустимое управление, которому соответствует выбранное значение γ;
7. $\Delta\gamma := \dfrac{\Delta\gamma}{2}$;
8. В случае, когда существует допустимое управление для выбранного значения γ перейти к шагу 4, в противном случае, $\gamma := \gamma_* + \Delta\gamma$ и перейти к шагу 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айсагалиев С.А., Айсагалиев Т.С. Методы решения краевых задач. - Алматы: Қазақ университетi, 2002. - 348 с.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Калимолдаев М.Н., Жунусова Ж.Х.

Институт проблем информатики и управления КН МОН РК
КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
zhzhkh@mail.ru

Краевыми задачами в классической постановке понимаются: двухточечные краевые задачи, построение периодических решений, задачи на собственные значения. В отличие от задачи управляемости, классические краевые задачи не содержат управления, поэтому они могут быть отнесены к классу неуправляемых процессов [1]. Имеются отдельные методы решения краевых задач, и, к сожалению, отсутствует единый подход к решению краевых задач.

В данной работе получены необходимые и достаточные условия существования решения краевых задач и предложены конструктивные методы их решения, ориентированные на применение ЭВМ [2-7]. Предлагается новый аналитико-численный метод исследования краевых задач.

Постановка задачи. Рассмотрим следующую краевую задачу

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)f(x,t) + \mu(t), t \in I = [t_0, t_1], \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$(x(t_0), x(t_1)) \in S \subset R^{2n} \tag{2}$$

при наличии фазовых ограничений

$$x(t) \in G(t) : G(t) = \{x \in R^n \mid \gamma(t) \le F(x,t) \le \delta(t), t \in I\}, \tag{3}$$

где A(t), B(t) – заданные матрицы с кусочно-непрерывными элементами порядков $n \times n$, $n \times m$ соответственно, $\mu(t), t \in I$ – заданная n-мерная вектор-функция с кусочно-непрерывными компонентами, m-мерная вектор-функция $f(x,t)$ определена и непрерывна по совокупности переменных $(x,t) \in R^n \times I$ и удовлетворяют условиям:

$$|f(x,t) - f(y,t)| \le l|x - y|,\ \forall (x,t),(y,t) \in R^n \times I,\ l = const > 0,$$
$$|f(x,t)| \le C_0|x| + C_1(t),\ C_0 = const \ge 0,\ C_1(t) \ge 0,\ C_1(t) \in L_1(I, R^1).$$

Здесь S – заданное выпуклое замкнутое множество, в частности,

$$S = \{(x_0, x_1) \in R^{2n} / g_j(x_0, x_1) \le 0,\ j = \overline{1, m_1};$$
$$g_j(x_0, x_1) = <c_j, x_0> + <d_j, x_1> - b_j = 0,\ j = \overline{m_1 + 1, n_1}\},$$

где $g_j(x_0, x_1)$, $j = \overline{1, m_1}$ – выпуклые функции относительно переменных (x_0, x_1), $x_0 = x(t_0)$, $x_1 = x(t_1)$, $c_j \in R^n$, $d_j \in R^n$, $j = \overline{m_1 + 1, n_1}$ – заданные векторы, $b_j \in R^1$, $j = \overline{m_1 + 1, n_1}$ – заданные числа.

Функция $F(x,t) = (F_1(x,t), ..., F_r(x,t))$, $t \in I$ – r – мерная вектор-функция непрерывная по совокупности аргументов, $\gamma(t) = (\gamma_1(t), ..., \gamma_r(t))$, $\delta(t) = = (\delta_1(t), ..., \delta_r(t))$, $t \in I$ – непрерывные функции.

Легко убедиться в том, что при указанных предположениях, уравнение (3.1) имеет единственное решение, исходящее из точки x_0 в момент времени t_0.

Ставятся следующие задачи:

Задача 1. Найти необходимые и достаточные условия существования решения задачи (1) – (3);

Задача 2. Построить решение задачи (1) – (3).

Как следует из постановки задачи, необходимо доказать существование пары $(x_0,x_1)\in S$ такой, что решение системы (1) исходящее из точки x_0 в момент времени t_0, проходит через точку x_1 в момент времени t_1, при этом вдоль решения системы (1) для каждого момента времени выполняется фазовое ограничение (3). Моменты времени t_0,t_1 – фиксированы.

Заметим, что: 1) если $A(t)\equiv 0,\ m=n,\ B(t)=I_n$, то уравнение (1) запишется в виде

$$\dot{x}=f(x,t)+\mu(t)=\overline{f}(x,t),\ t\in I \qquad (4)$$

Поэтому ниже полученные результаты остаются верными для уравнения вида (4) при условиях (2), (3);

2) Если $f(x,t)=x+\mu_1(t)$ (либо $f(x,t)=C(t)x+\mu_1(t)$), то уравнение (1) запишется в виде

$$\dot{x}=A(t)x+B(t)x+B(t)\mu_1(t)+\mu(t)=\overline{A}(t)x+\overline{\mu}(t),\ t\in I, \qquad (5)$$

где $\overline{A}(t)=A(t)+B(t),\ \overline{\mu}(t)=B(t)\mu_1(t)+\mu(t)$. Отсюда следует, что уравнение (5) является частным случаем уравнения (1). Итак, уравнение (4), (5) являются частным случаем уравнения (1);

3) Частным случаем (1) – (3) являются краевые задачи, где $S=S_0\times S_1,\ x_0\in S_0\subset R^n,\ x_1\in S_1\subset R^n,\ S_0,S_1$ – заданные множества.

Например: $S_0=\{x_0\in R^n/Cx_0=b_0\},\ S_1=\{x_1\in R^n/Dx_1=b_1\}$. В частности, $S=\{(x_0,x_1)\in R^{2n}/Cx_0+Dx_1=b\}$, где C,D постоянные матрицы порядков $m_2\times n,\ b\in R^{m_2}$.

Суть предлагаемого метода состоит в том, что путем введения фиктивного управления исходная задача сводится к задаче управляемости, далее на основе созданной теории преобразованная задача погружается в задачу оптимального управления со свободными правыми концами траектории с нестандартным функционалом [2-7]. При таком подходе необходимые и достаточные условия существования решения краевых задач (1) – (3) могут быть получены из условия достижения нижней грани функционала на заданном множестве, а решения исходной краевой задачи являются предельными точками минимизирующих последовательностей.

Принцип погружения. Рассмотрим следующую управляемую систему

$$\dot{y}=A(t)y+B(t)u(t)+\mu(t),\ y(t_0)=x_0,\ y(t_1)=x_1,\ t\in I=[t_0,t_1], \qquad (6)$$

$$u(\cdot)\in L_2(I,R^m). \qquad (7)$$

Введем следующие обозначения

$$\lambda_1(t,x_0,x_1)=C(t)a=T_1(t)x_0+T_2(t)x_1+\mu_1(t),\ \ t\in I,$$

$$W(t_0,t_1)=\int_{t_0}^{t_1}\Phi(t_0,t)B(t)B^*(t)\Phi^*(t_0,t)dt,$$

$$W(t_0,t)=\int_{t_0}^{t}\Phi(t_0,\tau)B(\tau)B^*(\tau)\Phi^*(t_0,\tau)d\tau,\ W(t,t_1)=W(t_0,t_1)-W(t_0,t),$$

$$a=a(x_0,x_1)=\Phi(t_0,t_1)[x_1-\Phi(t_1,t_0)x_0]-\int_{t_0}^{t_1}\Phi(t_0,t)\mu(t)dt,$$

$$C(t)=B^*(t)\Phi^*(t_0,t)W^{-1}(t_0,t_1),\ \ \mu_1(t)=-C(t)\int_{t_0}^{t_1}\Phi(t_0,t)\mu(t)dt,$$

$$\lambda_2(t,x_0,x_1)=C_1(t)x_0+C_2(t)x_1+\mu_2(t),\ \ C_1(t)=\Phi(t,t_0)W(t,t_1)W^{-1}(t_0,t_1),$$

$$C_2(t)=\Phi(t,t_0)W(t_0,t)W^{-1}(t_0,t_1)\Phi(t_0,t_1),\ \ \mu_2(t)=\Phi(t,t_0)\int_{t_0}^{t}\Phi(t_0,\tau)\mu(\tau)d\tau-$$

$$-C_2(t)\int_{t_0}^{t_1}\Phi(t_1,t)\mu(t)dt,\ N_1(t)=-C(t)\Phi(t_0,t_1),\ \ N_2(t)=-C_2(t),\ \ t\in I, \tag{8}$$

где $\Phi(t,\tau)=\theta(t)\theta^{-1}(t)$, $\theta(t)$ – фундаментальная матрица решений линейной однородной системы $\dot{\eta}=A(t)\eta$.

Заметим, что: 1) если $A(t)\equiv 0,\ \ B(t)=I_n$, то матрица

$$W(t_0,t_1)=\int_{t_0}^{t_1}I_nI_n^*dt=I_n(t-t_0)>0; \tag{9}$$

2) В случае $A(t)\neq 0$, обозначая $\overline{f}(x,t)=A(t)x+B(t)f(x,t)+\mu(t)$, уравнение (3.1) можно представить в виде $\dot{x}=\overline{f}(x,t)$. Для данной системы, матрица $W(t_0,t_1)$ также определяется по формуле (3.9);

3) Если матрица $A(t)=A_0+A_1(t)$, где A_0– постоянная матрица, то уравнение (1) может быть представлено в виде

$\dot{x}=A_0x+\overline{f}(x,t),\ \overline{f}(x,t)=A_1(t)x+B(t)f(x,t)+\mu(t)$.

Для данной системы

$$W(t_0,t_1)=\int_{t_0}^{t_1}e^{A(t-t_0)}e^{A^*(t-t_0)}dt>0;$$

4) Если $A(t)=A_0+A_1(t),\ \overline{f}(x,t)=B_0\overline{\overline{f}}(x,t)$, где $A_0,\ B_0$– постоянные матрицы, то матрица

$$W(t_0,t_1)=\int_{t_0}^{t_1} e^{A(t-t_0)}B_0B_0^*e^{A^*(t-t_0)}dt.$$

Множество всех управлений, каждый элемент которых переводит траекторию системы (5), (7) из любой начальной точки $x_0 \in R^n$ в любое конечное состояние $x_1 \in R^n$, в частности, $(x_0,x_1)\in S$, определяется по формуле

$$\begin{gathered} u(t)\in U=\{u(\cdot)\in L_2(I,R^m)/\,u(t)=\nu(t)+\lambda_1(t,x_0,x_1)+N_1(t)z(t_1,\nu), \\ t\in I,\ \forall \nu,\nu(\cdot)\in L_2(I,R^m)\}. \end{gathered} \tag{10}$$

Отметим, что вне множества U не имеются управления, которые переводят траекторию системы (5), (7) из x_0 в x_1. Здесь $z(t)=z(t,\nu),\ t\in I$ – решение дифференциального уравнения

$$\dot z = A(t)z + B(t)\nu(t),\ z(t_0)=0,\ t\in I, \tag{11}$$

$$\nu(\cdot)\in L_2(I,R^m). \tag{12}$$

Выбирая произвольно функцию $\nu(\cdot)\in L_2(I,R^m)$, можно найти соответствующее решение системы (11), функцию $z(t)=z(t,\nu),\ t\in I$. В частности, находим вектор $z(t_1,\nu)$. Подставляя пару $(\nu(t),\ z(t_1,\nu))$ в (10) находим управление

$$u(t)=\nu(t)+\lambda_1(t,x_0,x_1)+N_1(t)z(t_1,\nu),\quad t\in I, \tag{13}$$

которое переводит траекторию системы (6) из x_0 в x_1. Решение системы (6) соответствующее управлению (13) определяется по формуле

$$\begin{gathered} y(t)=y(t,x_0,x_1,\nu)=z(t,\nu)+\lambda_2(t,x_0,x_1)+N_2(t)z(t_1)= \\ =C_1(t)x_0+C_2(t)x_1+\mu_2(t)+z(t,\nu)+N_2(t)z(t_1),\qquad t\in I. \end{gathered} \tag{14}$$

Как следует из формул (8) управление $u(t)\in U$ определяемое по формуле (13) может быть представлена в виде

$$u(t)=\nu(t)+T_1(t)x_0+T_2(t)x_1+\mu_1(t)+N_1(t)z(t_1,\nu)\in U. \tag{15}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980.
2. Айсагалиев С.А. О свойствах решений некоторых интегральных уравнений. //Изв.НАН РК, сер.физ.-мат. 1992, № 1, С.3-8.
3. Айсагалиев С.А. Общее решение одного класса интегральных уравнений. //Математический журнал, 2005, № 4, С.7-13.
4. Айсагалиев С.А. Управляемость некоторой системы дифференциальных уравнений. //Дифференциальные уравнения, Минск-Москва, 1991, т.27, № 9, С.1476-1486.
5. Айсагалиев С.А., Айсагалиева С.С. Конструктивный метод решения задачи управляемости для обыкновенных дифференциальных уравнений. //Дифференциальные уравнения, Минск-Москва, 1993, т.29, № 4, С.555-567.

6. Айсагалиев С.А. Оптимальное управление линейными системами с закрепленными концами траектории и ограниченным управлением. //Дифференциальные уравнения, Минск-Москва, 1996, т.32, № 6, С.1-7.

7. Айсагалиев С.А. Управляемость и оптимальное управление нелинейных систем. //Изв. РАН, сер.теория системы управления, 1993, № 3, С.88-99.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОЗИЦИОННОЙ МОДЕЛЬЮ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РЕГУЛЯТОРОМ

Калимолдаев М.Н., Копбосын Л.С., Ахметжанов М.А.

Институт проблем информатики и управления, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
mnk@ipic.kz

В данной работе предлагается новый метод решения задачи оптимального управления электроэнергетических систем с ограниченным ресурсом с помощью первых интегралов. Применение данного подхода к решению задач различных систем открывает широкую перспективу в практическом плане.

Рассмотрим позиционную модель электроэнергетических систем с регулятором:

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i,$$

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{1}{H_i}\left(-D_iS_i - L_i(\delta) + M_i(\delta) + P_i\right), \tag{1}$$

$$\frac{dP_i}{dt} = -v_iP_i - g_iS_i + \mu_iu_i, i = \overline{1,\ell}, t \in [0,T],$$

где δ_i - угол поворота ротора i- го генератора относительно некоторой синхронной оси вращения (ось вращения шин постоянного напряжения, она совершает 50 об/сек); S_i - скольжение i - го генератора; H_i - постоянная инерции i - й машины; $u_i = P_{Ti}$ - механические мощности, которые подводятся к генератору; $D_i = const \geq 0$ - механическое демпфирование $\alpha_{ii}, \alpha_i, \alpha_j$ - постоянные величины, учитывающие влияние активных сопротивлений в статорных цепях генераторов,

$$L_i(\delta) = f_i(\delta_i) + N_i(\delta), i = \overline{1,\ell},$$