

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО  
ПЕРЕМЕШИВАНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ В СПУТНОМ СВЕРХЗВУКОВОМ  
ПОТОКЕ С НАЛОЖЕНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ.**

Акерке ЗАДАУЛЫ<sup>1,a</sup>, Асель БЕКЕТАЕВА<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup> Институт математики и математического моделирования. Алматы, Казахстан

<sup>2</sup> PhD 2 года обучения, Институт механики и машиноведения. Алматы, Казахстан

E-mail: <sup>a</sup>azadauly@gmail.com, <sup>b</sup>azimaras10@gmail.com

Изучение свойств смешивания струй играет важную роль во многих задачах промышленности, таких как: турбулентное смешивание струи топлива с воздухом в камерах сгорания, взаимодействие струй при запуске ракеты и космического механизма с пусковым оборудованием и т.д. Проблема улучшения смешивания струй, как низкоскоростных так и высокоскоростных, исследовалась экспериментально [1-3] и численно [4-6]. На сегодняшний день известны различные способы улучшения смешивания струи и потока к примеру: введение уступов и каверн на стенках камер сгорания, дополнительное возмущение струи на входе и т.д. [7-9]. Однако проблема контроля улучшения смешивания остается по сей день актуальной.

В данной работе численно моделируется сверхзвуковая турбулентная круглая струя в спутном сверхзвуковом потоке методом LES. Течение описывается системой трехмерных осредненных по пространству уравнений Навье-Стокса для сжимаемого турбулентного совершенного газа, замкнутых моделью Смагоринского. Для корректной постановки граничных условий на входе наряду с базовыми характеристиками (функция гиперболического тангенса) задаются флуктуации скорости спектральным методом, позволяющим правильно описать анизотропию вихревых турбулентных структур [10]. Далее, с целью улучшения смешивания, налагаются дополнительные нестационарные возмущения на входе, путем задания периодических функций с максимальной амплитудой 3-10 процентов от базовой скорости. Исследовалось влияние амплитудных и частотных характеристик этих возмущений на турбулентное смешивание струи и потока. В результате было выявлено, что вариация частоты приводит к увеличению размеров вихрей и существенному росту слоя смешивания. Дополнительно был проведен сравнительный анализ численного моделирования с экспериментом [11], в результате которого получено достаточно удовлетворительное совпадение вычисленных данных с опытными.

**Финансирование:** Авторы были поддержаны грантом AP05131555 КН МОН РК.

**Ключевые слова:** Численное моделирование, сверхзвуковая струя, совершенный газ, уравнения Навье-Стокса, улучшение смешивания, возбужденная струя, спектральные граничные условия.

**2010 Mathematics Subject Classification:** 94B05, 94B15

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Antonia R.A. and Bilger R.W. An experimental investigation of an axisymmetric jet in a co-flowing stream. , *J.Fluid Mechanics*, **61:4**, (1973), 805–822.
- [2] Borean J.-L.,Huilier D. and Burnage H. On the effect of a co-flowing stream on the structure of an axisymmetric turbulent jet. ,*Exp. Therm. and Fluid Science*, **7**, (1998), 10–17.
- [3] Charonko J.J. and Prestridge K. Variable-density mixing in turbulent jets with coflow. ,*J.Fluid Mechanics*, **825**, (2017), 887–921.
- [4] Ghasemi A., Pereira A., Li X. Large Eddy Simulation of Compressible Subsonic Turbulent Jet Starting From a Smooth Contraction Nozzle. , *Flow Turb. Combust.*, **98**, (2017), 83–108.
- [5] Kuo C.-W., Cluts J. and Samimy M. Effects of excitation around jet preferred mode Strouhal number in high-speed jets. , *Exp. Fluids*, **98**, (2017), 83–108.
- [6] Balarac G., Lesieur M. and Metais O. Control of coaxial jets by an azimuthal excitation: vortex dynamic and mixing properties. , *TSFP digital library*, **5**, (2007).

[7] Li L.-Q., Huang W., Yan L. and Li S.-B. Parametric effect on the mixing of the combination of a hydrogen porthole with an air porthole in transverse gaseous injection flow fields. , *Acta Astronautica*, **139**, (2017), 435–448.

[8] Huang W., Wang Z. G., Luo S. B. and Liu J. Parametric effects on the combustion flow field of a typical strut-based scramjet combustor. , *Chin. Sci. Bull.*, **56:35**, (2011), 3871–3877.

[9] Seiner J. M., Dash S. M. and Kenzakowski D. C. Historical survey on enhanced mixing in scramjet engines. , *J. Propuls. Power.*, **17**, (2001), 1273–1286.

[10] Адамьян Д. Ю., Стрелец М. Х., Травин А. К. Эффективный метод генерации синтетической турбулентности на входных границах LES области в рамках комбинированных RANS-LES подходов к расчету турбулентных течений. , *Математическое моделирование*, **23:7**, (2011), 3–19.

[11] Samimy M., Elliott G.S. Effects of compressibility on the characteristics of free shear layers. , *AIAA Journal*, **28:3**, (1990), 439–445.

— \* \* \* —

### ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПОЛУПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО НЕКЛАССИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Сымбат КАБДРАХОВА<sup>1,a</sup>, Азиза САРСЕНБАЕВА<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Институт математики и математического моделирования

<sup>1,2</sup>КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

E-mail: <sup>a</sup>S\_Kabdrachova@mail.ru, <sup>b</sup>azizok\_96@mail.ru

В области  $\bar{\Omega} = [0, \omega] \times [0, T]$  рассматривается полупериодическая краевая задача для одного неклассического уравнения третьего порядка

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} = a_0(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + a_1(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} + a_2(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a_3(x, t) \frac{\partial u}{\partial t} + a_4(x, t)u + f(x, t), \quad (x, t) \in \bar{\Omega}, \quad (1)$$

$$u(0, t) = \psi(t), \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

$$u(x, 0) = u(x, T), \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

$$\frac{\partial u(x, 0)}{\partial t} = \frac{\partial u(x, T)}{\partial t}, \quad x \in [0, \omega] \quad (4)$$

где  $f(x, t)$ ,  $a_i(x, t)$  ( $i = \bar{0}, \bar{4}$ ) непрерывные на  $\bar{\Omega}$  функции,  $\psi(t)$  дважды непрерывно дифференцируемая на  $[0, T]$  функция, удовлетворяющая условиям  $\psi(0) = \psi(T)$ ,  $\dot{\psi}(0) = \dot{\psi}(T)$ .

Краевые задачи для уравнений в частных производных третьего порядка описывают реальные процессы механики, нелинейной акустики, магнитной гидродинамики. Продольные колебания составных стержней, состоящих из упругих и упруго-вязких участков описываются уравнением третьего порядка [1-3]. Вопросы посвященные корректной разрешимости краевых задач для уравнений третьего порядка и методы их исследования рассмотрены в работах [4,5]. В работе [6] установлено однозначная разрешимость нелокальной краевой задачи для дифференциального уравнения третьего порядка и оценки решения.

В данной сообщении на основе модификации метода ломаных Эйлера [7] построен алгоритм нахождения приближенного решения задачи (1)-(4). На основе специального преобразования неизвестной функции уравнение третьего порядка сводится к семейству периодических краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.