

**МЕЖДУНАРОДНАЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
«COGNITIO»**

**XXVI МЕЖДУНАРОДНАЯ  
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
«АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ НАУКИ XXI ВЕКА»**

**(31.10.2017г.)**

г. Москва 2017г.

© Международная исследовательская организация "Cognitio"

УДК 082  
ББК 94.3  
ISSN: 5647 - 2412

Сборник статей международной исследовательской организации "Cognitio" по материалам XXVI международной научно-практической конференции: «Актуальные проблемы науки XXI века», г. Москва: сборник со статьями (уровень стандарта, академический уровень). – М.: Международная исследовательская организация "Cognitio", 2017. – 120с.

ISSN: 5647 - 2412

Тираж – 300 экз.

УДК 082  
ББК 94.3  
ISSN: 5647 - 2412

Издательство не несет ответственности за материалы, опубликованные в сборнике. Все материалы поданы в авторской редакции и отображают персональную позицию участника конференции.

**Контактная информация Организационного комитета конференции:**

Международная исследовательская организация "Cognitio"

*Электронная почта:* [public@mio-cognitio.com](mailto:public@mio-cognitio.com)

*Официальный сайт:* [www.mio-cognitio.com](http://www.mio-cognitio.com)

*Администратор конференции* - Афанасьева Людмила Ивановна

## **СОДЕРЖАНИЕ**

### **БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Зарубин В.Н. УПРАВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМ СОСТОЯНИЕМ ОРГАНИЗМА ПУТЕМ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЕГО ХРОНОМ .....	6
---	---

### **МЕДИЦИНСКИЕ НАУКИ**

Гусейнова Т.Г., Гасымова З.В., Алиева Л.А. РАСПРОСТРАНЕННОСТЬ ЗУБОЧЕЛЮСТНЫХ АНОМАЛИЙ СРЕДИ ДЕТЕЙ И ПОДРОСТКОВ Г. БАКУ .....	11
---	----

Жирова А. Ю., Щамхалова Г. С., Чуйко К. П. ГЕНДЕРНЫЕ РАЗЛИЧИЯ ДОЛЖНОГО ЧИСЛА СЕРДЕЧНЫХ СОКРАЩЕНИЙ У ЛИЦ СЛАВЯНСКОЙ ГРУППЫ РАННЕГО ПЕРИОДА ПОДРОСТКОВОГО ВОЗРАСТА НА ОСНОВАНИИ СОМАТОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК .....	16
---	----

Аветисян Н.А., Кушнарева Ю.Р., Мальгина А.И, Петросян А.С. Тутусиادي Э.Ю. ДОЛЖНОЕ ЧИСЛО СЕРДЕЧНЫХ СОКРАЩЕНИЙ У ЛИЦ ДОШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РОСТА- ВЕСОВОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ТЕЛА .....	19
--	----

Алыева К. Р., Бахшалиев А. Б., Кахраманова С. М. СРАВНИТЕЛЬНОЕ ВЛИЯНИЕ ФУРОСЕМИДА И ТОРАСЕМИДА НА ВАРИАБЕЛЬНОСТЬ РИТМА СЕРДЦА У БОЛЬНЫХ С ХРОНИЧЕСКОЙ СЕРДЕЧНОЙ НЕДОСТАТОЧНОСТЬЮ .....	23
---	----

### **ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Иванцовская Н. Г., Касымбаев Б.А., Бегматова Д.А. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА КАК УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕНТ ОБМЕНА ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОПЫТА .....	29
--	----

Зими́на Е.В., Голованева Н.М., Лебедева Л.Н. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА КУРСАНТОВ НА ЗАНЯТИЯХ ПО ИНОСТРАННОМУ ЯЗЫКУ .....	35
---	----

### **ПОЛИТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Королева Т.А. ПОЛИТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И СОЦИАЛЬНАЯ ОБУСЛОВЛЕННОСТЬ УЧАСТИЯ ЖЕНЩИН В РЕВОЛЮЦИОННОМ ПРОЦЕССЕ .....	40
--	----

## **ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Верхотина Е.А. ВОЗНИКНОВЕНИЕ СТРЕССОВЫХ СИТУАЦИЙ И МЕТОДЫ ИХ ПРЕОДОЛЕНИЯ .....	45
--	----

## **СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ НАУКИ**

Юрина Т.А., Дробин Г.В., Федоренко В.Ф., Селиванов В.Г., Богословская О.А., Глущенко Н.Н. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАНОЧАСТИЦ МЕТАЛЛОВ В ПРЕДПОСЕВНОЙ ОБРАБОТКЕ СЕМЯН ОЗИМОЙ ПШЕНИЦЫ В НОВОКУБАНСКОМ РАЙОНЕ .....	49
--	----

## **ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Бохонский А.И. ЭНЕРГОЕМКОСТЬ УПРАВЛЕНИЯ ВРАЩЕНИЕМ ОБЪЕКТОВ .....	52
Кондратьева Д.С., Лысенко А.П. ЗАЩИТА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТРУБОПРОВОДОВ ОТ КОРРОЗИИ ЗА СЧЁТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВТОРИЧНЫХ МАГНИЕВЫХ СПЛАВОВ.....	57
Емельянов А. А., Радионова Ю.А. МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ РИСКОВ ЗАКУПКИ КОМПЛЕКТУЮЩИХ ДЛЯ ПРИБОРОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ .....	62

## **ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Даирбаева Г., Сағындық Е.С. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА.....	69
--	----

## **ФИЛОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ**

Сивкова Е.А. ОРФОГРАФИЯ ПОСЛАНИЙ МИТРОПОЛИТОВ ФОТИЯ И ИОНЫ: ГЛАСНЫЕ ПОСЛЕ ШИПЯЩИХ И Ц.....	75
--	----

## **ФИЛОСОФСКИЕ НАУКИ**

Войтов А.Г. ФИЛОСОФСКАЯ ФОРМА ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА .....	80
Рудяк И. И. МУЖСКОЙ ПОЛЕТ: ОСТИНАТНЫЙ БАС МЕДНОГО ВСАДНИКА И НЕМЕЦКИЕ КОРНИ РУССКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	88

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Даирбаева Г.

Сағындық Е.С.

*Казахский Национальный  
университет им. Аль-Фараби  
Казахстан, город Алматы*

### NUMERICAL SOLVING OF THE INVERSE PROBLEM FOR THE HELMHOLTZ EQUATION

Dairbayeva G.

Sagyndyk Y.S.

*Al-Farabi Kazakh National University  
Kazakhstan, Almaty*

#### Аннотация

В данной статье предложен метод продолжения решения уравнения Гельмгольца в зону недоступности методом, основанным на решении специальным образом сформулированной обратной задачи. Предложенный метод позволяет "просвечивать" акустическим способом различные объекты. В качестве модельных примеров рассмотрены объекты прямоугольной формы. Предполагается, что на границе или внутри объекта располагаются излучающая и приемная антенны, а на одной из границ области имеется возможность проводить дополнительные измерения. В результате удается восстановить значение решения уравнения Гельмгольца в зоне недоступности. Решение задачи продолжения осуществляется путем замены этой задачи на некоторую специальную обратную задачу. Разработан вычислительный алгоритм решения обратной задачи на основе сочетания метода оптимизации и метода конечных элементов (МКЭ), численные результаты приведены в виде графиков.

#### Abstract

In this paper, we propose a method of continuing the solution of the Helmholtz equation to the zone of inaccessibility by a method, which is based on the solution of a specially formulated inverse problem. The proposed method makes it possible to "shine through" various objects acoustically. As the model examples, objects of rectangular shape are considered. It is assumed that the radiating and receiving antennas are located on the boundary or inside the object, and additional measurements can be made on one of the boundaries of the region. As a result, it is possible to restore the value of the solution of the Helmholtz equation in the inaccessibility zone. The solution of the continuation problem is accomplished by

replacing this problem with some special inverse problem. A computational algorithm for solving the inverse problem is developed on the basis of a combination of the optimization method and the finite element method (FEM), numerical results are shown in the form of graphs.

**Ключевые слова:** Уравнение Гельмгольца, обратная задача, оптимизационный метод, численное решение.

**Keywords:** Helmholtz equation, inverse problem, optimization method, numerical solution.

Обратные задачи играют большую роль в математическом моделировании и интерпретации наблюдаемых данных. В данной работе рассматриваются прямая и обратная задачи электродинамики, которые возникают при исследовании приповерхностной зоны при помощи георадаров.

Рассматривается двумерная задача в случае, когда в центре плоскости размещен источник стороннего тока, описываемый функцией  $j(x,y,t)$ . Предполагается, что электромагнитные свойства среды зависят только от переменных  $x$  и  $y$ .

Рассмотрим волновое уравнение в области  $Q = \Omega \times (0, +\infty)$ , где  $\Omega \subset \{(x;y)\}$ :

$$\varepsilon v_{tt} = \Delta v - j^c,$$

где  $\varepsilon > 0$ . Пусть функции  $v, j^c$ , допускают разделение переменных:

$$v(x, y, t) = u(x, y)T(t), \quad (x, y, t) = (x, y)T(t),$$

и положим  $T(t) = e^{i\omega t}$ .

Сделав преобразование  $v = ue^{i\omega t}$ , получим уравнение Гельмгольца

$$\Delta u + \omega_1 u = f_1,$$

где  $\omega_1 = \varepsilon \omega^2$ .

### 1. Постановка задачи

В область  $\bar{\Omega} = [-b;b] \times [-b;b]$ , где в центре расположен источник  $(x, y) = (a - |x|)(a - |y|)$  при  $|x| \leq a, |y| \leq a$ , рассмотрим начально-краевую задачу

$$\Delta u + \omega_1 u = f_1, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (1)$$

$$u(-b, y) = f(y), \quad y \in (-b, b), \quad (2)$$

$$u_x(-b, y) = 0, \quad y \in (-b, b), \quad (3)$$

$$u(x, -b) = u(x, b) = 0, \quad x \in (-b, b). \quad (4)$$

Задача (1)-(4) является некорректной, например, при  $\omega_1 = 0$  хорошо известен пример Адамара.

Введем обозначения для подобластей области  $\bar{\Omega}$

$$G_1 = \{ (x, y) \in \bar{\Omega} : -b \leq x \leq -d, -b \leq y \leq b \},$$

$$G_2 = \{ (x, y) \in \bar{\Omega} : -d \leq x \leq d, -b \leq y \leq b \},$$

$$\begin{aligned}
G_3^+ &= \{(x, y) \in \Omega : -a \leq x \leq a, a \leq y \leq c\}, \\
G_3^- &= \{(x, y) \in \Omega : -a \leq x \leq a, -c \leq y \leq -a\}, \\
G_3 &= G_3^+ \cup G_3^-, \\
G_4 &= \{(x, y) \in \bar{\Omega} : d \leq x \leq b, -b \leq y \leq b\}.
\end{aligned}$$

здесь  $G_3^+$ ,  $G_3^-$  являются антеннами.

Диэлектрическая проницаемость в антеннах принимает следующие значения

$$\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_1, & \text{если } (x, y) \in G_3, \\ \varepsilon_2, & \text{если } (x, y) \in G_2 \setminus G_3, \\ \varepsilon_3, & \text{если } (x, y) \in G_1 \cup G_4. \end{cases}$$

На решение задачи (1)-(4) наложим условия склейки

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 u_x(a-0, y) &= \varepsilon_2 u_x(a+0, y), \quad y \in [a, c] \cup [-c, a], \\
\varepsilon_2 u_x(-a-0, y) &= \varepsilon_1 u_x(-a+0, y), \quad y \in [a, c] \cup [-c, a], \\
\varepsilon_1 u_x(x, c-0) &= \varepsilon_2 u_x(x, c+0), \quad x \in [-a, a], \\
\varepsilon_2 u_x(x, -c-0) &= \varepsilon_1 u_x(x, -c+0), \quad x \in [-a, a], \\
\varepsilon_3 u_x(-d-0, y) &= \varepsilon_2 u_x(-d+0, y), \quad y \in [-b, b], \\
\varepsilon_2 u_x(d-0, y) &= \varepsilon_3 u_x(d+0, y), \quad y \in [-b, b],
\end{aligned} \tag{5}$$

## 2. Сведение исходной задачи (1)-(4) к обратной задаче

Покажем, что решение исследуемой задачи (1)-(4) можно свести к решению обратной задачи по отношению к некоторой прямой (корректной) задаче. В качестве прямой задачи будем рассматривать следующую

$$\Delta u + \omega_1 u = f_1, \quad (x, y) \in \Omega, \tag{6}$$

$$u_x(-b, y) = 0, \quad y \in (-b, b), \tag{7}$$

$$u(b, y) = q(y), \quad y \in (-b, b), \tag{8}$$

$$u(x, -b) = u(x, b) = 0, \quad x \in (-b, b). \tag{9}$$

В задаче (6)-(9) по заданной функции  $q$  надо определить функцию  $u$  в  $\Omega$ . Дадим определение обобщенного решения прямой задачи (6)-(9).

Определение 1. Функцию  $u$  и  $u \in W_2^1(\Omega)$  будем называть обобщенным решением прямой задачи (6)-(9), если для любых  $v \in u \in W_2^1(\Omega)$ , таких что

$$v(b, y) = 0, \quad y \in (-b, b), \tag{10}$$

$$v(x, -b) = v(x, b) = 0, \quad x \in (-b, b) \tag{11}$$

имеет место равенство

$$\int_{\Omega} \nabla u \nabla v \, d\Omega + J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + \omega_1 \int_{\Omega} uv \, d\Omega = \int_{\Omega} f_1 v \, d\Omega. \tag{12}$$

здесь

$$J_1 = K_1 \int_{-a}^a u_y(x, a-0) v(x, a) dx - K_1 \int_{-a}^a u_y(x, -a+0) v(x, -a) dx, \quad (13)$$

$$J_2 = K_2 \int_a^c u_x(a-0, y) v(a, y) dy - K_2 \int_a^c u_x(-a+0, y) v(-a, y) dy + \\ + K_2 \int_{-a}^a u_y(x, c-0) v(x, c) dx, \quad (14)$$

$$J_3 = K_2 \int_{-c}^{-a} u_x(a-0, y) v(a, y) dy - K_2 \int_{-c}^{-a} u_x(-a+0, y) v(-a, y) dy - \\ - K_2 \int_{-a}^a u_y(x, -c+0) v(x, -c) dx, \quad (15)$$

$$J_4 = K_3 \int_{-a}^b u_x(-d-0, y) v(-d, y) dx - K_3 \int_{-b}^b u_x(d+0, y) v(d, y) dy, \quad (16)$$

$$\text{где } K_1 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1}, K_2 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2}, K_3 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\varepsilon_2}.$$

Обратная задача к прямой задаче (6)-(9) заключается в определении функции  $q$  по дополнительной информации

$$u(-b, y) = f(y), y \in (-b, b). \quad (17)$$

Введем оператор

$$A: q(y) \rightarrow u(-b, y), \quad (18)$$

где  $u(x, y)$  - решение прямой задачи (6)-(9). Тогда обратную задачу (6)-(9), (17) можно записать в операторной форме

$$Aq = f. \quad (19)$$

Для решения обратной задачи (19) рассмотрим сопряженную задачу к прямой задаче (6)-(9)

$$\Delta \psi + \omega_1 \psi = f_1, (x, y) \in \Omega, \quad (20)$$

$$\psi_x(-b, y) = \mu(y), y \in (-b, b), \quad (21)$$

$$\psi(b, y) = 0, y \in (-b, b), \quad (22)$$

$$\Psi(x, -b) = \Psi(x, b) = 0, x \in (-b, b). \quad (23)$$

Определение 1. Функцию  $\Psi \in W_2^1(\Omega)$  будем называть обобщенным решением сопряженной задачи (1.3.20)-(1.3.23), если для любых  $v \in W_2^1(\Omega)$ , таких что

$$v(b, y) = 0, y \in (-b, b), \quad (24)$$

$$v(x, -b) = v(x, b) = 0, x \in (-b, b) \quad (25)$$

имеет место равенство

$$\int_{\Omega} \nabla \Psi \nabla v d\Omega - \int_{-b}^b \mu(y) v(-b, y) dy + I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + \omega_1 \int_{\Omega} \psi v d\Omega = \int_{\Omega} f_1 v d\Omega \quad (26)$$

здесь  $I_1, I_2, I_3, I_4$  имеют такой же вид, как  $J_1, J_2, J_3, J_4$  в (13)-(15) соответственно, только вместо функции  $u$  надо взять  $\Psi$ .

### 3. Численное решение обратной задачи

Для решения обратной задачи используются оптимизационный метод Ландвебера [1, с. 7] и МКЭ [2, с.7].

Приведем вычислительный алгоритм решения обратной задачи (19).

1. Зададим начальное приближение  $q_0$ .
2. Предположим что  $q_n$  известно, то находим обобщенное решение  $u_n$  прямой задачи методом конечных элементов.
3. Решаем сопряженную задачу методом конечных элементов, когда  $\mu(y) = 2(u_n(-b, y) - f(y))$ , находим решение  $\psi_n(x, y)$ .
4. Вычисляем значение функционала  $J(q_n) = \|Aq_n - f\|_{L_2(-b, b)}^2$ . Если функционал  $J(q_n)$  не достаточно мал, то вычисляем градиент функционала  $J'q_n = \psi_{nx}(b, y)$ .
5. Вычисляем следующее приближение  $q_{n+1} = q_n - \alpha J'q_n$ .

Численные расчеты проведены для данных:  $a = 0,01, b = 3, c = 0,4, d = 1,5$ .

Приведем графические результаты при следующих случаях:

1.  $\alpha = 0.01, \omega = 1$

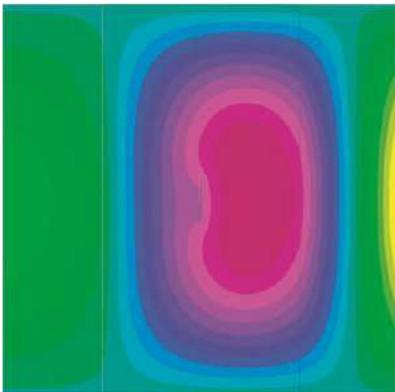


Рисунок 9.5 - Точное решение прямой задачи

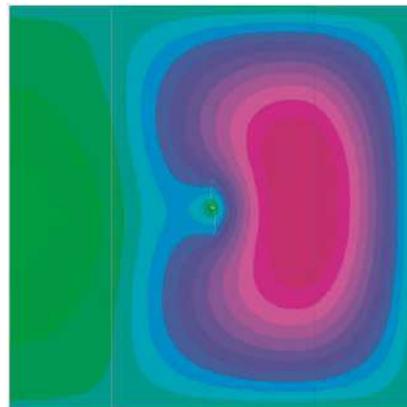
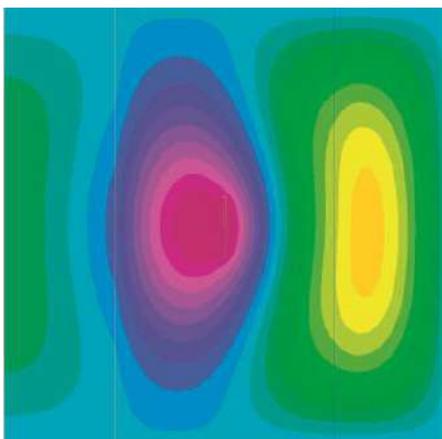
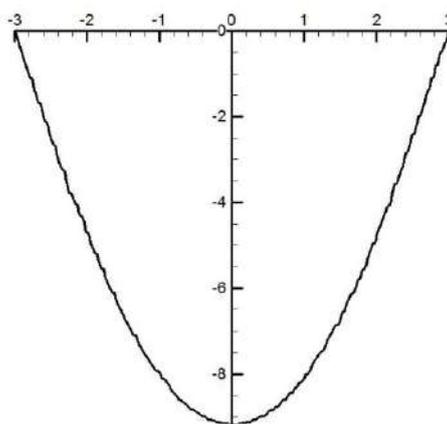


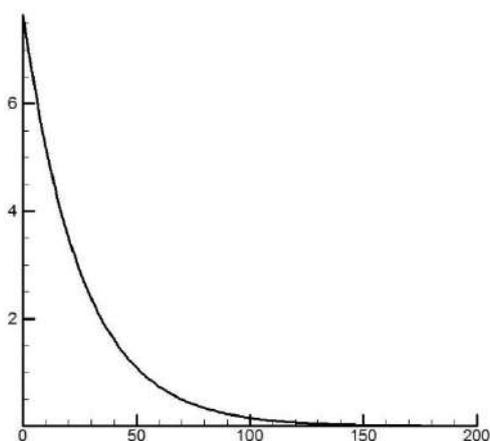
Рисунок 9.6 - Начальное приближение решения прямой задачи при  $q = q_0$



*Рисунок 9.7 – Приближенное решение прямой задачи*



*Рисунок 9.8 – Приближенное решение обратной задачи*



*Рисунок 9.9 - Невязка обратной задачи*

### **Список литературы**

1. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. - Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. - 457 с.
2. Larry J.Segerlind Applied finite element analysis. - New York: United Ststes Copyright, 1984. - 411 p.