УДК 539.12

*Темиралиев А.Т.1, Данлыбаева А.К.2*

(1Физико - Технический Институт,

2 Казахский национальный Университет им. аль-Фараби, Алматы)

**Формирование структур в нелинейной**

**кварк-глюонной эволюции**

**Аннотация**

На основеэкспериментальных данных по структурным функциям адронов мы вводим нелинейное уравнение кварк-глюонного каскада, используя язык итерационных отображений в дискретном времени. Компьютерное моделирование показывает возникновение бифуркаций удвоения периода и устойчивых аттракторных структур с характерными скейлинговыми закономерностями для динамики на пороге хаоса. Кварковые траектории организуются путём последовательных бифуркаций по так нызываемому Фейгенбаумовскому универсальному переходу к хаосу и фрактальной топологии в фазовом пространстве. Так, мы начинаем с нелинейности начальных кварковых и глюонных распределений в адроне и описываем наличие хаотической динамики в кварк-глюонной эволюции при определённых значениях управляющего параметра. Для теоретического анализа критического поведения используется метод ренормализационной группы.

**Ключевые слова:** кварки, глюоны, адроны, множественность, нелинейность, хаос.

**Тірек сөздер:** кварктар, глюондар, адрондар, жиынтық, сызықтық емес, хаос.

**Keywords**: quarks, gluons, hadrons, plurality, nonlinearity, chaos.

Наиболее острая проблема КХД - причина отсутствия свободных кварков и глюонов. Она тесно связана с вопросом о том, как дальнодействующие силы между кварками в результате обмена глюонами превращаются в короткодействующие ядерные силы между адронами. Обычно считается, что по мере удаления «цветного» кварка, например, в протоне, состоящем из трёх кварков, эффективное взаимодействие его возрастает настолько, что из вакуума рождается пара кварк-антикварк, «обесцвечивающая» как вылетающий кварк, так и остаток протона: кварк превращается в виртуальный мезон (q), ответственный за ядерные силы. В нашем подходе обесцвечивание (адронизация) может происходить в процессе образования устойчивых кварк-глюоннох структур – так называемых аттракторов в нелинейной кварк-глюонной эволюции.

Структура адронов в квантовой теории поля не фиксирована: кварки и глюоны могут рождаться и поглощаться. В квантовой хромодинамике (КХД) адрон представляет собой суперпозицию виртуальных кварк-глюонных флуктуаций, ограниченных законами сохранения квантовых чисел. Квантовые флуктуации глюонных и кварковых полей существуют и в вакууме КХД, а "состав" адронов - это то, что отличает ее от вакуума. В конкретном физическом процессе в результате взаимодействия "материализуется" та или иная флуктуация. Нуклон представляется различным в зависимости от того на каких масштабах произошло зондирование, в частности, в глубоко-неупругом лептон-нуклонном рассеянии масштаб задается виртуальностью (не равным нулю квадратом 4-импульса) фотона. В случае релятивистских энергий динамика внутри адрона выглядит замедленной. Виртуальные глюоны, которые в случае покоящего адрона излучались и тут же поглощались, теперь долгое время летят рядом с кварками, и только потом поглощаются. При этом они могут еще на некоторое время излучить новые глюоны или расщепиться на кварк-антикварковые пары. В результате кроме исходных кварков в релятивистски движущиемся адроне присутствует большое количество глюонов и кварк-антикварковых пар. Эти флуктуации кварковых и глюонных полей происходят в кинематике отсутствующей в вакууме. Новые партоны с большими временами жизни считаются составными частями быстро летящего адрона. Чем более релятивистский адрона, тем больше время жизни этих флуктуаций. Они порождают более сложное **"**дерево" вторичных флуктуаций, т.е. делают структуру адрона более сложной. При высоких энергиях с увеличением жёсткости процесса число партонов становится столь большим, что необходимо наряду с каскадным рождением партонов учитывать и их рекомбинацию (слияние).

Кварк-глюонная цветовая теория КХД дает возможность рассчитать зависимость изменения импульсного распределения кварков и глюонов от переданного в глубоко-неупругом процессе квадрата 4-импульса Q2. Кварковые и глюонные распределения в нуклоне не могут быть получены из первых принципов, однако благодаря факторизации малых и больших расстояний зависимость партонных распределений от переданного в процессе рассеяния 4-импульса Q2 может быть вычислена в пертурбативной КХД. Учет вклада в партонные (кварк-глюонные) распределения тормозного излучения глюонов приводит к нарушению бьеркеновкого скейлинга и определяется в КХД линейными эволюционными уравнениями ДГЛАП [1-3]. В случае нуклонов ядра уравнение ДГЛАП модифицируется подавлением доминирующего мягко-глюонного излучения [4]. В области кварков и глюонов с очень малыми долями импульсов (x<<1) адрона изменения импульсного распределения партонов более алекватно описываются известными уравнениями БФКЛ [5-7].

Классическая математическая физика имеет дело с линейнымидифференциальнымиуравнениями для описания динамики систем с непрерывным временем. Особенность линейных уравнений в том, что линейная комбинация двух решений снова дает решение. На этой основе можно получить описание сколь угодно сложной линейной физической системы. В нелинейных системах комбинация двух решений не приводит к новому решению. Нелинейную систему нельзя представить в виде суммы независимых частей, ее необходимо рассматривать во всей ее целостности и сложности. Нелинейная динамиказанимает всё более видное место и такова тенденция развития физики. Значимым достижением современности считается открытие динамического хаоса [8,9] в полностью детерминированной системе, когда при некоторых значениях параметров появляется экспоненциальная неустойчивость движения. Динамика такой системы называется динамической стохастичностью или детерминированным динамическим хаосом. Динамический хаос встречается в системах разной природы: механике, гидродинамике, радиофизике и электронике, лазерной физике и нелинейной оптике, химической кинетике, в биологических объектах. Качественные изменения при критических значениях параметров встречаются повсюду. Скорость цепной реакции по достижении критической массы неудержимо нарастает и происходит взрыв. Твердый материал разрушается, когда достигается его предел прочности. Если скорость потока жидкости или газа превысит определенную величину, в нем образуются вихри (турбулентность). Было обнаружено, что в простейших радиотехнических генераторах в отсутствие случайных внешних сил могут возникать хаотические колебания, обнаружены и исследованы спиральные автоволны в биофизике. Эти разнородные явления связывает то, что в критических условиях наступает хаос. Теория хаоса описывает широкий круг явлений практически во всех разделах современной классической и квантовой физики. То, что хаотическое поведение не всегда обнаруживается, связано либо с его присутствием в узкой области параметров, либо оно проявляется на очень больших временах, либо экранируетсядругими, более сильными процессами. В рамках фрактального анализа обсуждается гипотеза присутствия универсальности Фейгенбаума в характеристиках множественного образования частиц [10] и в спектре адронных масс [11]. В общем случае, актуальные проблемы физики элементарных частиц и ядер на современном этапе имеют нелинейную основу [12-14]. Развитие физики плотной неабелевой среды связано, прежде всего, с анализом роли нелинейных эффектов в образовании начальной кварк-глюоной конфигурации на ранней стадии ядерных и адронных соударений. В сильных взаимодействиях открытым остаётся вопрос: какое именно нелинейное уравнение определяет динамику изначально нелинейной кварк-глюонной системы адронов.

Эволюция динамической системы закономерно описывается дифференциальным уравнением**.** Мы исходим из экспериментальных данных по нелинейности структурных функций адронов и исследуем динамику кварк-глюонного эволюции методомотображений, сравнительно недавно вошедшим в обиход исследований нелинейных систем. Вероятность кварк-глюонного состояния определяется фазовым объёмом и в качестве динамической переменной системы мы используем импульс партонов. Уравнение кварк-глюонного (q-g) каскада мы вводим в виде отображения: вероятность доли импульса в дискретной момент времени (t+1) определяется импульсным распределением партонов в момент времени (t):

, (1)

где управляющий параметр R зависит от энергии взаимодействия и эффективно характеризует степень не свободности партонов. Величина R·F(x) представляет собой оператор эволюции за один временной шаг отображающий импульсное распределение на сам импульс. F()=[q(x)+g(x)]- импульсное распределение кварков **q** и глюонов **g** в адроне по доле импульса x=2k/ адрона, где - полная энергия взаимодействия в системе центра инерции. Асимптотические значения суммарных импульсов кварков и глюонов в КХД определяются соотношениями:  и , где Nf- число кварковых ароматов f. Плотность энергичных кварков в адрона (с долей импульса x~1) обладают, согласно правилам сумм КХД для несинглетной функции, асимптотическим поведением: **,** где **ns** – число валентных кварков не участвующих в жестком взаимодействии, между которыми в ГНР распределяется оставшаяся часть импульса адрона (**ns**=2 для нуклонов и **ns**=1 для мезонов). В области партонов с малыми долями импульсов адрона (x<<1) используются асимптотические формулы предела Редже: q(x)🡪**xα** с интерсептом реджеона **α**. С учётом КХД и Редже асимптотик для импульсного распределение кварков в нуклоне используем биномиальное распределение независимых партонов с нормировочными коэффициентами гамма функций (Г):

(2)

с параметрами a=2+α, b=4 для кварков нуклона и зависимостью (1-x)5 для глюонов, что соответствует примерному равенству суммарной доли импульсов кварков и глюонов. На следующем рис.1 представлены импульсные распределения кварков xq(x) и глюонов xg(x) из параметризации экспериментальных данных.







Рисунок 1 - Кварковые xq(x) и глюонные xg(x) распределения

Уравнение (1) с F(x) из (2) описывает модель эволюции числа партонов так, что положительные и отрицательные члены уравнения описывают соответственно увеличение и уменьшение числа партонов, причём их убыль соответствует нелинейным по партонной плотности эффектам кварк-глюонных, кварк-антикварковых и глюон-глюонных слияний. Эволюция рассматривается при медленном изменении управляющего параметра **R**.При некоторых значениях **R** возможно качественная перестройка при возникновении бифуркации (расщепления) траектории. Партонные траектории после переходного процесса достигают устойчивых состояний - так называемых аттракторов. Эти процессы показаны на рис.2.

|  |  |
| --- | --- |
| *а* | *б* |
| *в* | *г* |

Рисунок 2 - Затухающая, стационарная, периодическая и хаотическая режимы в зависимости от параметра R: *а* - при R=0.1; *б* - при R=0.6; *в* - R=0.9; *г* - R=0.99

В фазовом пространстве кварк-глюонной системы имеется хромодинамического равновесие, положение и устойчивость которого зависит от параметра R. Устойчивость равновесия определяется классически через матрицы Якоби в точках равновесия и показатели Ляпунова. Из единственности решения следует отсутствие пересечений фазовых траекторий. Диссипативность системы приводит к сжатию фазового объёма.

Изменение характера кварковых траектории наглядно демонстрирует график зависимости **xi,j=f(xi-1,j,Rj)** при итерациях параметра эволюции **Rj**.Численные расчёты уравнения (1) c импульсными распределениями (2) показали, что в области малых значений параметра эволюции R (R<0.2) и при любом начальном значении импульса партона x**0** происходит прекращение эволюции, т.е. рождения и рекомбинации партонов. Это соответствует затухание малых возмущений. При увеличении параметра R (0.2R)наблюдается переход в установившейся режим. Это процесс при больших значениях числа итераций, когда число партонов перестаёт изменяться. Зависимость в этой области определяется зависимостью неподвижной фиксированной точки: xfix=1-1/(RA)1/3, где А – коэффициент нормировки функции импульсного распределения. При фиксированном значении R после переходного процесса партонные траектории не зависят от начального значения доли импульса **xo**. При R=0.73 происходит бифуркация «неподвижной точки». При R>0.73 орбита отображения становится строго периодической с периодом 2. При больших значениях R наблюдается переход системы в хаотический режим, когда две близкие точки разбегаются по разным траекториям, что продемонстрировано на рисунке *3а*.

|  |  |
| --- | --- |
| *а* | *б* |

# Рисунок 3 - Бифуркационные диаграммы траекторий на разных масштабах управляющего параметра R: *а* - 0<R<1; *б* - 0,6<R<1

# Рисунок 3*б* демонстрирует фрактальную структуру. Заметим, что удвоение траектории на бифуркационной диаграмме подобна «тройной» точке и линиям равновесия различных фаз вещества. Отображение (1) подобно широко используемому отображению Пуанкаре, получающемуся при пересечении фазовых траекторий нелинейной динамической системы определённой размерности с гиперповерхностью меньшей размерности. Масштаб последовательных расщеплений элементов предельных циклов после каждой бифуркации определяется как: α=Lim[xm- xo]/[xm+1- xo]≈2.5, где xm элемент предельного цикла ближайший к элементу цикла xo.

Таким образом, адрон – нелинейная кварк-глюонная система со своим внутренне обусловленным динамическим хаосом. В состоянии динамического хаоса две близкие кварк-глюонные траектории в фазовом пространстве экспоненциально расходятся с течением времени с ляпуновским коэффициентом в экспоненте, которые в компьютерном моделировании вычисляют через параллельный запуск двух близких начальных условий и рассматриваются их разбегания. Когда константа кварк-глюонной связи αs(Q2) мала, то эволюция некогерентная,если же связь достаточно сильная, то может наступить спонтанная синхронизация Q-G движений. Аттрактор представляет собойустойчивый геометрический объект в которую притягиваются траектории и котораяобладает фрактальной структурой.

Для отличий хаотического и нехаотического режимов сравним орбиты с близкими начальными условиями в этих режимах. В качестве меры этого отличия выбираем модуль разности между значениями соответствующих орбит отображения, отнесенный к значению одной из орбит. При начальном приближении для первой траектории X0=0.5 и Y0=0.50001 для второй. Результаты расчётов вычисления траекторий для R=0.57 и R=0.99 представлены на рисунке 4.



*а* *б*

Рисунок 4 - Хаотический и нехаотический режимы: *а* - при R=0,57; *б* - при R=0,99

Из представленных зависимостей видно, что в нехаотическом режиме отличие в траекториях проявляется в переходном режиме, причем ее величина не превосходит 0.0015%. В хаотическом режиме происходит «разбегание» траекторий, связанной с аномальным ростом флуктуаций в кварк-глюонной системе при определённых значениях параметра эволюции. Критерием между регулярной сложной динамики и хаосом является устойчивость системы к малым возмущениям. Таким образом, на основе численного решения нелинейного уравнения эволюции показано наличие в кварк-глюонном каскаде хаотической динамики. Для динамики на пороге хаоса характерны закономерности скейлинга (масштабного подобия).

Нелинейность распределений кварков и глюонов в адронах приводит к ренорм-групповому уравнению кварк-глюонной эволюции. Получаемые при многократном применении РГ преобразования операторы эволюции одинаковы с точностью до масштабной замены и система демонстрирует на различных временах подобную динамику, проявляя свойство скейлинга. Пусть в отображении xt+1=Fо(xt) функция Fo(x) определяет оператор эволюции за один временной шаг, имеет один максимум. За два шага имеем xt+2=Fo(Fo(xt)). Вводя вместо **x** новую переменную x/α и заменяя в обоих частях уравнения x на x/α, запишем результат в виде xt+2=F1(xt), где F1(x)=αFо(Fо(x/α)). Примем за исходную функцию F1(x) и произведем над ней те же действия. Получится перенормированный оператор эволюции за четыре шага: xt+4=F2(xt), где F2(x)=α1F1(F1(x/α1)). Многократное повторение описанной процедуры приводит к уравнению Ft+1(x)==αFt(Ft(x/α)). Сходимость к аттракторным траекториям и масштабную инвариантность демонстрируют для нашего случая следующие графики, представленные на рисунке 5.

|  |  |
| --- | --- |
| *а* | б |

Рисунок 5 - Устойчивость траекторий: *а* - сходимость к аттракторной траектории;

*б*- масштабная инвариантность фиксированной функции

Таким образом, введённое нелинейное уравнение кварк-глюонного каскада (1) представляет модель эволюции импульсного распределения партонов за счёт конкурирующих процессов рождения и слияния. С увеличением энергии происходит последовательная бифуркация (удвоение) траекторий, образуются масштабно-инвариантные фрактальные структуры. При достаточно больших энергиях в фазовых траекториях кварков и глюоннов возникает динамически детерминированная кварк-глюонная хаотичность соответствующая кварк-глюонной плазме, но в котором присутствуют и адроно-подобные структуры. Эффекты квантовой когерентности сводятся к динамическому хаосу, в результате которой кварки и глюоны сливаются в устойчивые аттракторные состояния с последующим распадом в адроны. Введённое нелинейное уравнение кварк-глюонного каскада с учётом динамического хаоса содержит эффекты рекомбинации партонов, отсутствующие в известных линейных уравнениях эволюции. Хаотическая динамика прежде всего связана с поперечными импульсами партонов [13,14]. Образование динамически детерминированных устойчивых структур представляет, по-видимому, неизвестный ранее аттракторный механизм адронизации кварков.

**Литература**

1.Gribov V.N., Lipatov L.N. // Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) 438

2. Dokshitzer Y.L. // Sov. Phys. JETP. 46 (1977) 641

3. Altarelli G., Parisi G. // Nucl. Phys. B126 (1977) 298

4. Temiraliev A.T. // Sov. J. Nucl. Phys. 54 (1991) 190

5. Kuraev T.A., Lipatov L.N., Fadin V.S. // Sov. JETP. 44 (1976) 443

6. Balitsky I.I., Lipatov L.N. //Sov. J. Nucl. Phys. 28 (1978) 822

7. Lipatov L.N. // Sov. Phys. JETP. 63 (1986) 904

8. Fejgenbaum M. // Phys. Usp. 141 (1983) 343

9. Анищенко В.С , .Астахов С.В. // УФН 183 1009–1028 (2013)

10. Batunin A.V. // Phys- Usp., 38 (6), 609-622, 1995

11. Шукла П.К., Элиассон Б. // УФН, т.180, 55–82 (2010)

12. Дремин И.М., Леонидов А.В. // УФН, 2010, т.180**,** в 11, с.1167–1196

13. Мангано М.Л. // УФН, в 11, т.180, 113–138 (2010)

14. Temiraliev А.Т. // [arXiv:1106.4624](http://lanl.arxiv.org/abs/1106.4624)(2011).

**References**

1.Gribov V.N., Lipatov L.N. // Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) 438

2. Dokshitzer Y.L. // Sov. Phys. JETP. 46 (1977) 641

3. Altarelli G., Parisi G. // Nucl. Phys. B126 (1977) 298

4. Temiraliev A.T. // Sov. J. Nucl. Phys. 54 (1991) 190

5. Kuraev T.A., Lipatov L.N., Fadin V.S. // Sov. JETP. 44 (1976) 443

6. Balitsky I.I., Lipatov L.N. //Sov. J. Nucl. Phys. 28 (1978) 822

7. Lipatov L.N. // Sov. Phys. JETP. 63 (1986) 904

8. Fejgenbaum M. // Phys. Usp. 141 (1983) 343

9. Anishchenko V.S., Astakhov S. V. // UFN 183 1009–1028 (2013)

10. Batunin A.V. // Phys- Usp., 38 (6), 609-622, 1995

11. Shukla P. K., Eliasson B.//UFN 180 55–82 (2010)

12. Dremin I.M., Leonidov A.V. // UFN, 2010, т.180**,** в 11, с.1167–1196

13. Mangano M. L. // UFN, в 11,180 113–138 (2010)

14. Temiraliev А.Т. // [arXiv:1106.4624](http://lanl.arxiv.org/abs/1106.4624)(2011).

**Резюме**

*Теміралиев А.Т.1, Даңлыбаева А.К.2*

(1Физика Техникалық Институт,

2әл-Фараби ат. ҚазҰУ, Алматы)

Сызықты емес кварк-глюонды эволюцияда

құрылымдардың қалыптасуы

Тәжірибе мәліметтері кезінде, дискретті уақытта итерациялық бейнелеу тілін қолданып, адрондардың құрылымдық функциясы бойынша кварк-глюонды каскадтың сызықты емес теңдеуін енгіземіз. Компьютерлі модельдеу периодтың екі еселеу бифуркациясының және хаостық динамикасы үшін сипаттамалы скейлингті заңдылықтармен орнықты аттракторлы құрылымдардың пайда болуын көрсетеді. Адрондағы бастапқы кваркты және глюонды таралуы сызықты еместігінен басталады және де басқару параметрлердің белгілі мәндерінде кварк-глюонды эволюцияда хаосты динамиканың бар болуы суреттеледі. Кризистік тәртіптің теориялық талдауы үшін топтың қайта нормалау әдісі қолданылды.

**Тірек сөздер:** кварктар, глюондар, адрондар, жиын, сызықтық емес, хаос.

**Summary**

*Temiraliev А.Т.1, Danlybaeva А.К.2*

(1Physics Technical Institute,

*2*Al-Farabi Kazakh national university, Almaty)

FORMATION OF STRUCTURES IN THE NONLINEAR  
QUARK-GLUON EVOLUTION

On the base of experimental data on hadron structure functions we introduce the nonlinear equation ofquark-gluon cascade using the language of iterated maps at discrete time.Bycomputer modeling it isshown the appearance of period-doubling bifurcations and stable attractors structure with often manifests scaling regularities of the dynamics at the chaos border. The quarks trajectories are organized as a consequence of bifurcationsthat follow so-called the Feigenbaum universal transition to chaos and to fractal topology of underlying phase space. So we starting from the nonlinearity of initialquarks and gluons distributions in hadron and describe the presence of chaotic dynamics at some value of control parameter. For the theoretical analysis of the critical behavior is used renormalization group method.

**Keywords**: quarks, gluons, hadrons, plurality, nonlinearity, chaos.