

Международная конференция

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ
МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

27 мая – 2 июня 1996 года

Новосибирск – 1996

Программа Конференции включает:

- пленарные заседания;
- стендовые доклады секции А
"Численные методы в механике деформируемого
твёрдого тела";
- секционные и стендовые доклады секции В
"Численные методы в динамике вязкой жидкости";
- секционные и стендовые доклады секции С
"Комплексы программ математической физики".

Адрес Оргкомитета:

630090, г. Новосибирск, пр. ак. Лаврентьева, 6

Телефон (3832) 35-00-50 Факс: (3832) 35-12-42

E-mail: ict@adm.ict.nsk.su

| | |
|--|-----|
| Ю. А. Грязин, М. П. Федорук. Численное моделирование многомерных магнитогидродинамических течений на основе схем высокого порядка точности..... | 230 |
| Ю. А. Грязин, С. Г. Черный, С. В. Шаров, П. А. Шашкин. Эффективный численный алгоритм решения трехмерных задач динамики несжимаемой жидкости..... | 231 |
| А. А. Губайдуллин, С. А. Бекишев, О. Ш. Рустомова. Поведение нестационарных волн сжатия в неньютоновской пузырьковой жидкости..... | 233 |
| М. А. Гусев. Моделирование движения свободной поверхности сплошной среды, содержащей дефекты кристаллической структуры..... | 234 |
| А. И. Гуляев, И. И. Шабалин. Моделирование процесса проникания удлиненных сплошных и сегментированных стержней в массивные преграды методом свободных элементов..... | 236 |
| Я. Л. Гурьева, В. П. Ильин. Технология решения смешанных краевых задач методом конечных объемов..... | 237 |
| В. Ю. Гусев, М. Ю. Козманов, Н. Я. Моисеев. Новый монотонизатор для построения разностных схем, аппроксимирующих уравнение переноса с повышенной точностью..... | 239 |
| Г. Даирбаева, Н. Тунгатаров. Разностные схемы для уравнений электрогазодинамики..... | 241 |
| А. А. Дектерев, Л. П. Каменщиков. Программа для моделирования конвективно-радиационного теплообмена в высокотемпературных установках..... | 244 |
| В. Н. Демидов. Метод Годунова С.К. в задачах динамики термоупругоэластических сред..... | 246 |
| В. Н. Демидов, А. Г. Князева. Численное моделирование динамических процессов, сопровождающих развитие реакции из начального очага разогрева..... | 248 |
| В. В. Денисенко. Эффективность выделения приграничной особенности в виде граничного условия для эллиптического уравнения с несимметричными коэффициентами..... | 250 |
| В. И. Денисов, Н. Б. Иткина. Математическое моделирование процессов неизотермической кинетики..... | 252 |
| В. И. Добринский, Ю. Н. Бушенков. Численный метод определения коэффициента волнового уравнения в линейном приближении..... | 254 |

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКИ

Г. Даирбаева, Н. Тунгатаров

Корректность краевых задач для дифференциальных уравнений электрогазодинамики исследована в работах [1], [2].

В настоящей работе рассматриваются разностные схемы для уравнений электрогазодинамики и исследуется их устойчивость.

1. Для дифференциальных уравнений баротропного вязкого газа в электрическом поле [1] в области $Q = \Omega \times (0, T)$, $\Omega = (0, 1)$ построена следующая разностная схема

$$v_{i-1/2\bar{i}}^{n+1} = u_{i\bar{x}}^{n+1}, \quad i = \overline{1, N},$$

$$u_{i\bar{x}}^{n+1} = \nu \left(\frac{1}{v_{i-1/2}^{n+1}} u_{i\bar{x}}^{n+1} \right)_x - \left(P \left(v_{i-1/2}^{n+1} \right) \right)_x + \frac{\varepsilon_1}{2} \left(E_{i+1}^{n+1} + E_i^{n+1} \right) E_{i\bar{x}}^{n+1},$$

$$E_{i\bar{x}}^{n+1} = -\frac{b}{2v_{i-1/2}^n} \left(\left(E_{i+1}^{n+1} \right)^2 + E_i^{n+1} E_{i-1}^{n+1} + \left(E_{i-1}^{n+1} \right)^2 \right)_x + \quad (1)$$

$$+ \frac{D}{v_{i-1/2}^n} \left(\frac{1}{v_{i-1/2}^{n+1}} E_{i\bar{x}}^{n+1} \right)_x + j^n, \quad i = \overline{1, N-1}; \quad n = \overline{1, M-1},$$

$$P \left(v_{i-1/2}^{n+1} \right) = \left(v_{i-1/2}^{n+1} \right)^{-\gamma}, \quad \gamma > 1,$$

$$u_0^{n+1} = u_N^{n+1} = 0, \quad E_0^{n+1} = E_N^{n+1} = 0, \quad n = \overline{0, M},$$

$$u_i^0 = u_0(x_i), \quad v_{i-1/2}^0 = v_0(x_{i-1/2}), \quad E_i^0 = E_0(x_i),$$

$$0 < m_0 \leq v_{i-1/2}^0 \leq M_0 < \infty,$$

$Nh = 1, M\Delta t = T; \nu, \varepsilon_1, b, D$ — положительные константы.

Теорема 1. Пусть

$$u^0, E^0 \in W_{2h}^1(\Omega_h), v^0 \in W_{2h}^1(\Omega_h^1), j \in L_{2\Delta t}(\Omega_{\Delta t}),$$

тогда для разностного решения (u, v, E) задачи (1) имеют место неравенства $0 < m_1 \leq v_{i-1/2}^n \leq M_1 < \infty, i = \overline{1, N}, n = \overline{1, M}$,

$$\max_{1 \leq n \leq M} (\|u_{\bar{x}}^n\|^2 + \|v_{\bar{x}}^n\|^2 + \|E_{\bar{x}}^n\|^2) + \sum_{n=1}^M \left(\|\dot{u}_{\bar{t}}^n\|^2 + \|E_{\bar{t}}^n\|^2 + \|u_{\bar{x}\bar{x}}^n\|^2 + \|E_{\bar{x}\bar{x}}^n\|^2 \right) \Delta t \leq C < \infty.$$

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1, тогда разностная схема (1) устойчива по начальным данным u^0, v^0, E^0 , так что справедлива оценка

$$\max_{1 \leq n \leq M} (\|u^n - \tilde{u}^n\|^2 + \|v^n - \tilde{v}^n\|^2 + \|E^n - \tilde{E}^n\|^2) \leq C (\|u^0 - \tilde{u}^0\|^2 + \|v^0 - \tilde{v}^0\|^2 + \|E^0 - \tilde{E}^0\|^2),$$

где $(u, v, E), (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{E})$ — соответственно решения задачи (1) и возмущенной задачи для (1). Здесь $\| \cdot \|$ — сеточный аналог нормы в $L_2(\Omega)$.

2. Для дифференциальных уравнений теплопроводного вязкого газа в электрическом поле [2] в области Q построена разностная схема

$$v_{i-1/2\bar{i}}^{n+1} = u_{\bar{i}\bar{x}}^{n+1}, i = \overline{1, N},$$

$$u_{\bar{i}\bar{i}}^{n+1} = \mu \left(\frac{u_{\bar{i}\bar{x}}^{n+1}}{v_{i-1/2}^{n+1}} \right)_x - k \left(\frac{\theta_{i-1/2}^{n+1}}{v_{i-1/2}^{n+1}} \right)_x + \frac{\varepsilon}{2} (E_{i+1}^{n+1} + E_i^{n+1}) E_{\bar{i}\bar{x}}^{n+1},$$

$$\theta_{i-1/2\bar{i}}^{n+1} = \lambda \left(\frac{\theta_{i-1/2\bar{x}}^{n+1}}{\hat{v}_{i-1/2}^{n+1}} \right)_x - k \frac{\theta_{i-1/2}^{n+1}}{v_{i-1/2}^{n+1}} u_{\bar{i}\bar{x}}^{n+1} + \mu \frac{(u_{\bar{i}\bar{x}}^{n+1})^2}{v_{i-1/2}^{n+1}} +$$

$$+ \frac{b\varepsilon}{2} v_{i-1/2}^n (E_i^{n+1} + E_i^n) E_i^{n+1} E_{\bar{i}\bar{x}}^{n+1},$$

$$E_{\bar{i}\bar{i}}^{n+1} = -b E_i^{n+1} E_{\bar{i}\bar{x}}^{n+1}, i = \overline{1, N-1}; n = \overline{0, M-1},$$

$$u_o^n = u_N^n = 0, E_o^n = 0, \theta_{1/2\bar{x}}^n = \theta_{N+1/2\bar{x}}^n = 0, n = \overline{0, M},$$

$$u_i^o = u_o(x_i), v_{i-1/2}^o = v_o(x_{i-1/2}), \theta_{i-1/2}^o = \theta_o(x_{i-1/2}), E_i^o = E_o(x_i),$$

$$0 < m_o \leq (v_{i-1/2}^o, \theta_{i-1/2}^o) \leq M_o < \infty,$$

причем $\sum_{i=1}^N v_{i-1/2}^o h = 1$. Здесь $\hat{v}_{i-1/2}^{n+1} = \frac{v_{i-1/2}^{n+1} + v_{i-1/2}^n}{2}$.

Теорема 3. Пусть $u^0, E^0 \in W_{2h}^1(\Omega_h)$, $v^0, \theta^0 \in W_{2h}^1(\Omega_h^1)$, $E_{i\bar{x}}^0 \geq 0$, $i = \overline{1, N}$, тогда для разностного решения (u, v, θ, E) задачи (2) имеют место неравенства $0 < m_1 \leq v_{i-1/2}^n \leq M_1 < \infty$, $0 < m_2 < \theta_{i-1/2}^n \leq M_2 < \infty$; $i = \overline{1, N}$, $n = \overline{1, M}$,

$$\max_{1 \leq n \leq M} (\|u_{\bar{x}}^n\|^2 + \|v_{\bar{x}}^n\|^2 + \|\theta_{\bar{x}}^n\|^2 + \|E_{\bar{x}}^n\|^2) + \sum_{n=1}^M \left(\|u_{\bar{i}}^n\|^2 + (\|\theta_{\bar{i}}^n\|^2 + \|u_{\bar{x}\bar{x}}^n\|^2 + \|\theta_{\bar{x}\bar{x}}^n\|^2) \Delta t \leq C < \infty$$

и разностная схема (2) устойчива по начальным данным u^0, v^0, θ^0, E^0 , так что выполняется оценка, аналогичная оценке из теоремы 2.

- [1] Файзуллина Н.Т. О разрешимости краевой задачи для уравнений электрогазодинамики. - Дин.сплошной среды, 91. - 1989. - С. 135-148.
- [2] Файзуллина Н.Т. Корректность краевой задачи электрогазодинамики для модели вязкого теплопроводного газа. - Мат.проб.мех.спл.среды. Динамика сплошной среды. Новосибирск, 1990, вып.97.

Казахстан, Алматы

УДК

Математические модели и численные методы механики сплошных сред. Тезисы докладов международной конференции / Под редакцией Ю.И. Шокина. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1996. — 544 с.

ISBN 5-7692-0013-8

В книге представлены тезисы докладов Международной конференции, посвященной 75-летию выдающегося математика и механика, организатора науки академика Николая Николаевича Яненко. Содержание докладов определяется тематикой исследований, проводившихся академиком Яненко лично и под его руководством. Среди них работы по вопросам построения математических моделей гидро- и аэродинамики, фильтрации, лазерной физики, механики твердого деформируемого тела, по проблемам теории уравнений в частных производных, по разработке и исследованию конечно-разностных схем.

Отпечатано в типографии СО РАН

Оригинал-макет подготовлен

в редакционной системе L^AT_EX

Технический редактор и корректор — Н.А. Шарва

Подписано в печать 20.05.96 г.

Формат 1/8-1/64

Уч. изд. — 226

Тираж — 350

Заказ № 11

Отпечатано в типографии СО РАН

630090, Новосибирск — 90, Морской пр., 2