

**Международная научная конференция**

**«Алгебра, анализ, дифференциальные  
уравнения и их приложения»**

посвящается 60-летию академика НАН РК  
Джумадилаева Аскара Серкуловича

**Тезисы докладов**

Алматы - 2016 года

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН  
КОМИТЕТ НАУКИ

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АЛЬ-ФАРАБИ

УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ СУЛЕЙМАНА ДЕМИРЕЛЯ

**МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**

**«АЛГЕБРА, АНАЛИЗ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»**

*посвящается 60-летию академика НАН РК Аскара Серкуловича Джумадильдаева*

Алматы, 8–9 апреля 2016 года

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ**

Алматы – 2016

## ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

**Председатель Организационного Комитета:**  
академик НАН РК Кальменов Т.Ш.

**Сопредседателя:**

профессор Амиргалиева С.Н. (СДУ), член-корр. НАН РК Байжанов В.С. (ИМММ),  
профессор Бектемесов М.А. (КазНУ)

**Члены Организационного Комитета:**

профессор Алексеева Л.А. (ИМММ), профессор Асанова А.Т. (ИМММ), академик Узбекской АН Аюпов Ш.А. (Узбекистан, Институт математики), профессор Бадаев С.А. (КазНУ), профессор Базарханов Д.Б. (ИМММ), доцент Бекенов М.И. (ЕНУ), профессор Бижанова Г.И. (ИМММ), профессор Вербовский В.В. (ИМММ, СДУ), PhD Гуверджин С. (СДУ), профессор Даирбеков Н.С. (ИМММ, КВТУ), профессор Дженалиев М.Т. (ИМММ), профессор Джумабаев Д.С. (ИМММ), профессор Кангужин Б.Е. (КазНУ), доцент Козыбаев Д.Х. (ЕНУ), член-корр. НАН РК Кулпешов Б.Ш. (ИМММ, МУИТ), профессор Кыдырбекулы А.Б. (КазНУ), профессор Мухамбетжанов С.Т. (КазНУ), член-корр. НАН РК Ойнаров Р.О. (ЕНУ), академик НАН РК Отелбаев М.О. (ЕНУ), член-корр. НАН РК Садыбеков М.А. (ИМММ), профессор Сихов М.В. (КазНУ), академик РАН Тайманов И.А. (Россия, Институт математики СО РАН), профессор Тусупов Д.А. (ЕНУ), член-корр. НАН РК Умирбаев У.У. (США, Детройт, ЕНУ), академик НАН РК Харин С.Н. (ИМММ, КВТУ), профессор Хисамиев Н.Г. (Восточно-Казахстанский технический университет), профессор Шестаков И.П. (Бразилия, Университет Сан Пауло).

## СЕКЦИИ

1. Алгебра, математическая логика и геометрия  
Руководитель секции — д.ф.-м.н., профессор В.С. Байжанов
2. Теория функций и функциональный анализ  
Руководитель секции — д.ф.-м.н., профессор Д.Б. Базарханов
3. Теория дифференциальных уравнений и их приложения  
Руководитель секции — д.ф.-м.н., профессор М.Т. Дженалиев
4. Математическое моделирование и уравнения математической физики  
Руководитель секции — д.ф.-м.н., профессор Л.А. Алексеева

## СОДЕРЖАНИЕ

1 Алгебра, математическая логика и геометрия	12
<i>Алтаева А.Б., Кулпешов Б.Ш.</i> О почти бинарности в циклически упорядоченных структурах	12
<i>Бакиев М.Н.</i> Замечание о 5-когомологиях модулярной алгебры Витта	14
<i>Башеева А., Бекенов М., Козыбаев Д., Луцак С.</i> Алгебры квазимногообразий	15
<i>Бектурсымова А., Вербовский В., Ергожина Н.</i> Ограниченно простеганные упорядоченные структуры	16
<i>Вербовский В., Мадиева Б.</i> Ограниченно простеганные упорядоченные группы	18
<i>Гейн А.Г.</i> Простые алгебры Ли, индуцированные ненулевым дифференцированием поля	20
<i>Емельянов Д.Ю.</i> Об алгебрах бинарных полуизолирующих формул для теорий решеточно упорядоченных отношений эквивалентности	22
<i>Ибраев Ш.Ш.</i> Об одномерных нерасщепляемых расширениях модулярных алгебр Ли классического типа	23
<i>Исазов А.А.</i> А-вычислимы универсальные нумераций конечных семейств функций	25
<i>Калмурзаев В.С.</i> О полурешетках Роджерса двухэлементных семейств множеств 2-го уровня иерархии Ершова	26
<i>Керимбаев Р.К., Нүрпейіс Ж.</i> Сызықты тәуелді көпмүшелер	28
<i>Керимбаев Р.К.</i> Максимальные идеалы и автоморфизмы кольца многочленов	29
<i>Кулпешов Б.Ш.</i> Счетная категоричность и ранг выпуклости в слабо о-минимальных структурах	32
<i>Латкин И.В.</i> Сложность проблемы вхождения в члены верхнего и нижнего центральных рядов в нумерованных группах	35
<i>Тазабекова Н.С.</i> Окрестность и подсчет числа счетных моделей	37
<i>Тусупов Д.А., Шегир Е.К.</i> Трансляции абстрактных типов данных с использованием интерпретируемости структур	38

<i>Романьков В.А., Хисамиев Н.Г., Коньратанова А.А.</i> Ретракты нильпотентных групп .....	40
<i>Шушпанов М.П.</i> «Диамант» как гомоморфный образ и подрешётка .	42
<i>Abiev N.A., Nikonorov Yu.G.</i> On Ricci flow and curvature of invariant Riemannian metrics on the Wallach spaces .....	43
<i>Adashev J.Q., Omirov B.A.</i> The classification of some solvable Leibniz algebras with $\rho$ -filiform nilradical .....	45
<i>Alexeyeva L.A.</i> First Newton's law for the biquaternionic model of electrogravimagnetic field, charges and currents .....	47
<i>Baizhanov S.S.</i> Model completeness of the expansion of model of weakly $\omega$ -minimal theory by unary convex predicate .....	49
<i>Baizhanov B.S., Meyrembekov K.A., Yershigeshova A.D.</i> On question on definability of non-orthogonal types .....	50
<i>Baizhanov B., Umbetbayev O., Zambarnaya T.</i> Small theories with a definable linear order .....	51
<i>Baizhanov B.S., Yershigeshova A.D.</i> Countable sets in small theory ....	52
<i>Drensky V.S.</i> Invariant theory of relatively free right-symmetric and Novikov algebras .....	53
<i>Dzhumadil'daev A.S.</i> Algebraic structures on pfaffians .....	55
<i>Dzhumadil'daev A., Ismailov N.</i> Bicommutative algebras under Lie and Jordan products .....	57
<i>Dzhumadil'daev A.S., Tulenbaev K.M.</i> Homology of $(\alpha, \beta)$ -Bicommutative algebras .....	59
<i>Dzhumadil'daev A.S., Zhakhayev B.K.</i> Free Assosymmetric Algebra as a module over symmetric group .....	61
<i>Dzhumadil'daev A.S., Zhumanov B.</i> Mina's theorem on generalized wronskians .....	63
<i>Kassinov A.N.</i> Maximal non-isomorphic continuous posets .....	65
<i>Khudoyberdiyev A.Kh., Omirov B.A.</i> Some Rigid algebras in the variety of finite dimensional complex Leibniz algebras .....	66
<i>Kolesnikov P.S.</i> Rota-Baxter Lie algebras .....	69
<i>Rozikov U.A.</i> Evolution algebras of free and bisexual populations .....	70

<i>Sailaubay N.E.</i> Benign sets in the stable theories and equivalence relation .....	73
<i>Saulebayeva T.Zh.</i> Number of countable models in almost $\omega$ -minimal theories .....	73
<i>Sudoplatov S.V.</i> On closures in classes of elementary theories .....	74
<i>Yeliussizov D.A.</i> K-theoretic deformations of Schur functions .....	76
<i>Yeshkeyev A.R., Ulbrikht O.I.</i> $\forall$ -cosemanticness and the Schroder-Bernstein property for Jonsson Abelian Groups .....	78
<i>Zelmanov E.I.</i> Asymptotic Group Theory .....	80
<i>Zusmanovich P.</i> Lie algebras and around: selected questions .....	80
2 Теория функций и функциональный анализ .....	81
<i>Байтуякова Ж.Ж., Ильясова М.Т.</i> Периодическое обобщенное пространство Лизоркина-Трибеля-Морри и сильная суммируемость рядов Фурье .....	81
<i>Балгимбаева Ш.А., Смирнов Т.И.</i> Оценки поперечников Фурье классов периодических функций с мажорантой смешанного модуля гладкости, содержащей логарифмические множители .....	83
<i>Базарханов Д. Б.</i> Нелинейные тригонометрические приближения классов функций многих переменных .....	85
<i>Бекмаганбетов К.А., Толеугазы Е.</i> Оценки наилучших приближений в анизотропных пространствах Лоренца .....	86
<i>Бимендина А.У.</i> Коэффициентное условие для рядов Фурье-Прайса в пространстве Лоренца .....	88
<i>Бокаев Н.А., Буренков В.И., Матин. Д.Т.</i> Об оценке норм разности средних функций в глобальных пространствах типа Морри .....	89
<i>Джумабаева Д.Г., Дьяченко М.И., Нурсултанов Е.Д.</i> О поточечной сходимости кратных тригонометрических рядов с монотонными коэффициентами .....	91
<i>Калыбай А.А., Ойнаров Р.</i> Весовые оценки с тремя параметрами для одного класса интегральных операторов с ядром .....	93
<i>Хажимов Р.М.</i> Трансляционно-инвариантные меры Гиббса для НС-моделей на дереве Кэли .....	94

<i>Кусаинова Л.К., Кошкарова Б.С.</i> Об осцилляторности одного нелинейного уравнения второго порядка со знакопеременным потенциалом .....	96
<i>Муқанов А.Б.</i> Сходимость синус рядов с обобщенно монотонными коэффициентами .....	97
<i>Нуриллаев М.Э.</i> Инъективные и ядерные вещественные $W^*$ -алгебры	100
<i>Ойнаров Р.</i> Аддитивные и мультипликативные весовые неравенства .	101
<i>Бидырыс А.Ж.</i> О мультипликаторах преобразования Фурье функции многих переменных .....	102
<i>Aipenova A.S., Kassinov A.N.</i> Principal component analysis .....	103
<i>Abylayeva A.M., Baiarystanov A.O.</i> Boundedness and compactness a class of fractional integration operators .....	105
<i>Dadakhodjaev R.A., Rakhimov A.A.</i> 2-Local derivations on semi-finite real von Neumann algebras .....	107
<i>Jumabayeva A.</i> Liouville–Weyl derivatives and Ulyanov-type inequalities	108
<i>Junis Sawlet, Raikhan Madi</i> Invariant subspaces of noncommutative Orlicz spaces .....	110
<i>Kopezhanova A.N., Nursultanov E.D., Persson L.-E.</i> On inequalities for the Fourier transform of functions in spaces $L_p$ .....	111
<i>Mynbaev K. T., Darkenbayeva G. S.</i> $L_p$ -approximation of special type of sequence .....	113
<i>Tulenov K.S., Mady R.</i> Outer operators for the noncommutative symmetric Hardy spaces .....	115
<i>Turdebek N. Bekjan</i> Tracial subalgebras of von Neumann algebras .....	116
<i>Shaimardan S.</i> Weighted estimate for Riemann-Liouville fractional integral operator in $q$ -analysis .....	117
<b>3 Теория дифференциальных уравнений и их приложения</b> .....	<b>120</b>
<i>Аймал Раса Гулам Хазрат, Кангужин Б.</i> Методика преподавания дифференциальных уравнений в Афганистане .....	120
<i>Амангалиева М.М., Дженалиев М.Т., Иманбердиев К.Б., Рамазанов М.И.</i> О спектральных задачах для нагруженного двумерного оператора Лапласа .....	121

<i>Арепова Г.Д., Кальменов Т.Ш.</i> О граничном условии поверхностного теплового потенциала .....	123
<i>Ахымбек М.Е., Садыбеков М.А.</i> Восстановление коэффициентов закрепления и нагруженности одного из концов стержня по спектральным данным .....	125
<i>Азманова Д.М., Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И.</i> Многомерном спектрально-нагруженном операторе теплопроводности .....	127
<i>Бижанова Г.И., Шаймарданова М.Н.</i> О разрешимости в пространстве Гельдера задачи уравнения теплопроводности при рассогласовании начальных и краевых данных .....	130
<i>Билал Ш.</i> О некоторых свойствах уравнения Штурма-Лиувилля ....	131
<i>Василина Г.К., Тлеубергенов М.И.</i> Об экспоненциальной $p$ -устойчивости интегрального многообразия .....	135
<i>Дилдабек Г., Ержанов Н.Е., Тенгаева А.А.</i> Функция Грина задачи теплопроводности с краевым условием Самарского-Ионкина .....	137
<i>Дилдабек Г., Тенгаева А.А.</i> Существование собственного значения задачи со смещением для уравнения парабола-гиперболического типа .....	139
<i>Джумабаев Д.С., Бакирова Э.А.</i> Алгоритмы нахождения решения нелинейной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения Фредгольма .....	141
<i>Ескермесулы А.</i> Об асимптотике решений сингулярного дифференциального уравнения четвертого порядка с нерегулярными коэффициентами .....	143
<i>Кальменов Т.Ш., Макен А.К.</i> О свойстве телеграфного потенциала .	146
<i>Кангужин Б.Е., Бекбаев Н.Т.</i> Собственные значения струны с упругими точечными связями .....	148
<i>Касымов А.А., Садыбеков М.А.</i> Обратные задачи в классах корректности задачи Коши для уравнения Лапласа .....	149
<i>Кенжебаев К.К., Сартабанов Ж.А.</i> Исследование периодического решения квазилинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе одной матричной функции .....	151
<i>Кошанов Б.Д., Утеев Т.Б.</i> О разрешимости уравнений магнитной газодинамики с цилиндрической и сферической симметрией .....	153

<i>Кошанов Б.Д., Кулимбек Ж.К.</i> О поведении решений эллиптических уравнений в неограниченной области .....	155
<i>Кошанова М.Д., Турметов Б.Х., Усманов К.И.</i> О дробном аналоге задачи Неймана для неоднородного бигармонического уравнения с граничным оператором типа Адамара .....	156
<i>Лучинина Н.А.</i> Сверточные алгебры .....	157
<i>Назарова К.Ж., Абдурахман Явуз</i> Об однозначной разрешимости двухточечных краевых задач с импульсными воздействиями для нагруженных дифференциальных уравнений .....	158
<i>Оспанов К.Н., Ескабылова Ж.Б., Сарбаева Ш.Х.</i> О разрешимости одного вырожденного дифференциального уравнения .....	160
<i>Садыебеков М.А., Дилдабек Г., Тенгаева А.А.</i> О новой нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного параболического типа .....	161
<i>Сакабеков А., Аужани Е.</i> Краевые условия Максвелла-Аужана для шестимоментной системы моментных уравнений Больцмана .....	163
<i>Тасмамбетов Ж.Н.</i> Нормально-регулярные решения системы типа Вильчинского .....	165
<i>Темешева С.М.</i> О существовании ограниченных на всей оси решений нелинейных обыкновенных нагруженных дифференциальных уравнений .....	168
<i>Жуманова Л.К., Садыебеков М.А.</i> О корректных сужениях обыкновенного дифференциального оператора первого порядка с инволюцией .....	170
<i>Жуматов С.С.</i> О неустойчивости программного многообразия неявных дифференциальных систем .....	172
<i>Assanova A.T.</i> On the nonlocal boundary value problem with integral conditions for system of hyperbolic equations second order .....	175
<i>Ayaz S.Zh., Sadybekov M.A.</i> Construction of a new stable difference scheme approximating a differential problem for one-dimensional heat equation under Samarskii-Ionkin boundary conditions with perturbation .....	177
<i>Erdogan A.S., Guvercin S.</i> Numerical solution of an inverse problem for a time fractional parabolic equation .....	178
<i>Erzhanov N.E., Orazov I.</i> On one Mathematical Model of the Extraction Process of Polydisperse Porous Material .....	179

<i>Imanbaev N.S., Sadybekov M.A.</i> Characteristical Determinant of the Spectral Problem for Second Order Ordinary Differential Operator with Boundary Load .....	181
<i>Imanchiev A.E.</i> On the solvability of multi-point boundary value problem for the Volterra system of integro-differential equations .....	183
<i>Iskakova U.A.</i> On a Model of Oscillations of a Thin Flat Plate With a Variety of Mounts on Opposite Sides .....	185
<i>Kadirbayeva Zh.M.</i> On a solvability of a linear boundary value problem for system of loaded differential equations with multipoint integral condition .....	187
<i>Muratbekov M.B.</i> Two-sides estimates of singular numbers (s-numbers) of a class of mixed type singular differential operators .....	190
<i>Muratbekov M.B., Iginov S.</i> On the existence of the resolvent and separability of a class of differential operators in $L_2(R^2)$ .....	191
<i>Nurbavliyev S.</i> Minimal positions and Directed polymers .....	192
<i>Oralsyn G., Sadybekov M.A.</i> Inverse Coefficient Problems for Mathematical Models of One-Dimensional Heat Transfer with a Preservation of Medium Temperature Condition .....	193
<i>Sadybekov M.A., Yessirkegenov N.A.</i> On a Problem for Wave Equation with Data on the Whole Boundary .....	195
<i>Sarsengeldin M.M., Nauryz T.A.</i> The analytical solution of the two-phase Stefan problem with free boundaries .....	197
<i>Torebek B.T., Omarbayeva B.K.</i> Construction of solutions of fractional differential equations with variable coefficients .....	202
<b>4 Математическое моделирование и уравнения математической физики</b> .....	<b>204</b>
<i>Акмыш А.Ш.</i> О выводе системы дискретных ординат с восемью узлами из нелинейного уравнения Больцмана .....	204
<i>Алексеева Л.А., Курманов Е.Б.</i> Обобщенное преобразование Фурье матрицы фундаментальных решений уравнений движения двухкомпонентной среды Био .....	206
<i>Баймухаметов А.А., Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г.</i> Некоторые аспекты формирования глубинного соляного диапиризма .....	208
<i>Баканов Г.Б., Султанов М.А.</i> Дифференциально-разностный аналог задачи интегральной геометрии с весовой функцией .....	210

<i>Ергалиев М.Г.</i> Об одном свойстве решения задачи Дирихле для уравнения теплопроводности в вырождающейся неограниченной области .....	212
<i>Жанабеков Ж.Ж., Жанабеков А.Ж., Нарбаева С.М.</i> О приближенном решении нелинейных задач теории фильтрации .....	213
<i>Жилимбаева К.С., Тулекенова Д.Т., Утегенова Н.Д.</i> Моделирование движения космического аппарата с помощью формата TLE .....	217
<i>Закирьянова Г.К.</i> Волновые процессы в ортотропной среде при действии импульсных источников .....	219
<i>Касенов С.Е., Нурсеитов Д.Б., Нурсеитова А.Т.</i> Численное моделирование задач продолжения для уравнения Гельмгольца .....	221
<i>Кенжебаев К.К., Сартабанов Ж.А.</i> Исследование периодического решения квазилинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе одной матричной функции .....	224
<i>Моисеева Е.С., Найманова А.Ж.</i> Модификация $k - \omega$ модели турбулентности применительно к расчету сверхзвукового течения многокомпонентной газовой смеси .....	227
<i>Оразов Е.Т.</i> Теоретико-игровое моделирование трансграничного вододеления .....	229
<i>Орумбаева Н.Т.</i> О полупериодической краевой задаче для системы гиперболических уравнений .....	233
<i>Отенов Н.О., Сайдуллин А. А., Кунаев Т. А., Туленбаев К. М.</i> Отличия алгоритмов схватки в казакша курес и борьбе Хаток.....	235
<i>Шахан Н.Ш.</i> Математическое моделирование сверхзвукового течения в плоском канале с поперечным вдувом струи .....	237
<i>Alexeyeva L.A., Ahmetzhanova M.M.</i> Stationary boundary problems of oscillations of thermoelastic rod and their solutions .....	238
<i>Aubakirov A.B.</i> 3D and 2D impedance operators for electromagnetic waves scattering problem .....	240
<i>Baikonys A.</i> Mathematical Modeling in Information and Communication Technology .....	241
<i>Kavokin A.A., Kulakhmetova A.T., Shpadi Yu.R.</i> Numerical approximation of boundary conditions in the electrical contacts problem .....	242

<i>Kosmakova M.T.</i> On an integral equation of the Dirichlet problem for the heat conduction equation in the degenerating domain .....	243
<i>Kudaikulov A.A.</i> Numerical simulation of two-phase flow in channel using volume-of-fluid method .....	245
<i>Sarsenova Zh.N., Kulpeshov B.Sh.</i> Using neural networks for development of a stock exchange robot .....	247
<i>Yesmakhanova K.R., Bekova G.T., Kenshulik A., Shegai Zh.</i> Exact solutions of the two-component Schrödinger-Maxwell-Bloch equation in $(2+1)$ -dimensional .....	250

## Литература

1. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. - М.: Государственное изд-во физико-математической литературы, 1961. - 400с.
2. Payton R.G. Two-dimensional anisotropic elastic waves emanating from a point source // Proc. Camb. Phil. Soc. - 1971. - Vol.70.- P. 191 - 210.
3. Закирьянова Г.К. Граничные интегральные уравнения основных краевых нестационарных задач анизотропной среды // Изв. НАН РК. Сер. физ-мат. - 1993.- №5- Деп. в ВИНТИ 2.04.93 N 1146 -B93.
4. Алексеева Л.А., Закирьянова Г.К. Матрица Грина для строго гиперболических систем с производными второго порядка// Дифференциальные уравнения. - 2001.- Т.37, № 4.-С. 488-494
5. Кеч В., Теодореску П. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. -М.: Мир, 1978. - 518с.
6. Закирьянова Г.К. Динамика анизотропных сред при взрывных воздействиях // Материаловедение. - 2013.- №2- С.149-152.

УДК 519.62/.64

Касенов<sup>†</sup> С.Е., Нурсейтов<sup>‡</sup> Д.Б., Нурсейтова<sup>†</sup> А.Т.

<sup>†</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая,

<sup>‡</sup>Национальная научная лаборатория коллективного пользования  
информационными космическими технологиями КазНТУ им. К.Сатпаева

(Казахстан, Алматы)

e-mail: syrgym.kasenov@mail.ru

## Численное моделирование задач продолжения для уравнения Гельмгольца

Во многих обратных задачах искомые неоднородности расположены на некоторой глубине под слоем среды, параметры которой известны. В этом случае важным инструментом для практиков являются задачи продолжения геофизических полей с земной поверхности в сторону залегания неоднородностей. Задачи продолжения решений уравнений математической физики с частью границы во многих случаях являются сильно некорректными задачами. При решении таких задач различными численными методами мало проводился анализ устойчивости и оценок ошибки приближенного решения.

Поэтому численные исследования, проведенные в работе, актуальны и имеют важное прикладное значение, поскольку в последние годы задача продолжения для уравнения акустики и начально-краевые задачи для уравнения Гельмгольца получили новые применения в практических задачах.

Впервые подход регуляризации задачи продолжения с использованием итерационного метода для уравнения Лапласа был предложен в 1991 году в работе В.А. Козлова, В.Г. Мазья, А.В. Фомина.

2. *Фундаментальные и обобщенные решения.* Обозначим через  $U_j^k(x, t)$  - матрицу фундаментальных решений системы (1) при  $G_i = \delta_{ik}\delta(x)\delta(t)$  ( $k$ - направление действия силы), удовлетворяющую условиям излучения. При  $N = 2$  для ортотропной (ортогонально анизотропной) среды  $U_j^k$  представляет собой сумму вычетов дробно-рациональных функций [2,3]:

$$U_j^k(x, t) = \frac{1}{\pi t} \operatorname{Im} \sum_{q=1}^2 \frac{Q_{jk}(\zeta_q, 1, (x_1\zeta_q + x_2)/t)}{Q_{, \zeta}(\zeta_q, 1, (x_1\zeta_q + x_2)/t)}, \quad \operatorname{Im}\zeta_q > 0$$

где  $Q_{jk}(\cdot)$ -алгебраические дополнения элемента с индексом  $(k, j)$  матрицы  $L(2)$ ,  $Q(\cdot)$ -символ оператора  $L$ ,  $\zeta_q$  - корни уравнения  $Q(\zeta, 1, x_1\zeta + x_2) = Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2 = 0$ . В [4] построены и изучены свойства  $U_j^k(x, t)$  для строго гиперболических систем уравнений второго порядка в  $N$  - мерном пространстве.

Полученные  $U_j^k$  позволяют строить обобщенные решения при действии в среде различных массовых сил. Так, исследование процессов распространения волн от очагов землетрясений связано с изучением динамики среды при действии распределенных массовых сил  $G_k$ . Для регулярных  $G_k$  решения есть интегральные представления  $u_j(x, t) = \int_0^\infty d\tau \int_{R^3} U_j^k(x - y, t - \tau) G_k(y, \tau) dV(y)$ . Для удаленного очага землетрясения, расстояние до которого существенно превышает его размеры, используются модели сосредоточенных источников в виде сингулярных обобщенных функций с точечным носителем (поль, диполь, мультиполь и др.) [5]. Поле перемещений при этом имеет вид свертки  $U_j^k$  с соответствующей  $G_k$ :  $u_j(x, t) = U_j^k(x, t) * G_k(x, t)$ , которую следует брать по правилам определения свертки в теории обобщенных функций.

3. *Волны от импульсных источников.* Исследование волновых процессов в анизотропных средах показывает, что НДС среды существенно зависит от степени ее анизотропии. Так, в средах с сильной анизотропией возникают лакуны - подвижные невозмущенные области, ограниченные волновыми фронтами и расширяющиеся с течением времени. Для таких сред фронт волны имеет сложную негладкую форму. Координаты лагун удовлетворяют условиям  $\operatorname{Im}\zeta_q(x_1, x_2, t) = 0$ ,  $q = 1, 2$ . Это явление связано с волноводными свойствами сильно анизотропной среды, которые резко выражены в направлениях с преобладающей жесткостью и ослаблены в тех, где жесткость мала. Построенные картины волновых фронтов показывают, что наличие лагун и их расположение зависит от свойств среды (констант системы (1)) [6]. Ниже представлена картина волновых фронтов (а) и амплитуды перемещений (б) для топаза при действии сосредоточенной силы



Полученные решения позволяют исследовать динамику рассматриваемых сред при действии произвольных нагрузок, распределенных как по времени, так и по пространству.



Рассмотрим начально-краевую задачу для уравнения Гельмгольца

$$u_{xx} + u_{yy} + k^2 u = 0, \quad (1)$$

$$u_x(0, y) = 0, \quad (2)$$

$$u(0, y) = f(y), \quad (3)$$

$$u_y(x, 0) = u_y(x, \pi) = 0. \quad (4)$$

где  $k$  — вещественная константа и нужно найти  $u(x, y)$  в области  $\Omega$ . Можно показать, что решение исследуемой задачи (1) — (4) можно свести к решению обратной задачи по отношению к следующей прямой (корректной) задаче.

$$u_{xx} + u_{yy} + k^2 u = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad (5)$$

$$u_x(0, y) = 0, \quad y \in [0, \pi], \quad (6)$$

$$u(l, y) = q(y), \quad y \in [0, \pi], \quad (7)$$

$$u_y(x, 0) = u_y(x, \pi) = 0, \quad x \in [0, l]. \quad (8)$$

Тогда обратную задачу сформулируем следующем образом: найти  $q(y) = u(l, y)$ , используя соотношения (5), (6), (8) и дополнительную информацию о решении прямой задачи

$$u(0, y) = f(y), \quad y \in [0, \pi], \quad (9)$$

**Theorem 1.** (условной устойчивости, [1]) Пусть для  $f \in L_2(0, \pi)$ , и существует решение  $u \in L_2(\Omega)$  задачи (1) — (4), тогда верна следующая оценка условной устойчивости

$$\int_0^\pi u^2(x, y) dy \leq \left( \int_0^\pi u^2(l, y) dy + \frac{1}{2} \int_0^\pi f_y^2(y) dy + \frac{k^2}{2} \int_0^\pi f^2(y) dy \right)^{\frac{x}{l}} \times \left( \left( 1 + \frac{k^2}{2} \right) \int_0^\pi f^2(y) dy + \frac{1}{2} \int_0^\pi f_y^2(y) dy \right)^{\frac{l-x}{l}} \cdot e^{2x(l-x)} - \frac{1}{2} \int_0^\pi f_y^2(y) dy - \frac{k^2}{2} \int_0^\pi f^2(y) dy \quad (10)$$

**Theorem 2.** Если  $q \in L_2([0, \pi])$  и  $k^2 l^2 < 1$ , то прямая задача (5)–(8) имеет единственное обобщенное решение  $u \in L_2(\Omega)$  и верна оценка устойчивости

$$\|u\| \leq \|q\| \frac{\sqrt{l}}{1 - k^2 l^2} \quad (11)$$

**Численные результаты решения обратной задачи**

Пусть  $l = 1$ ,  $N_x = N_y = 20$ , выберем параметр  $k = 0.9$ ,  $\alpha = 0.01$ .

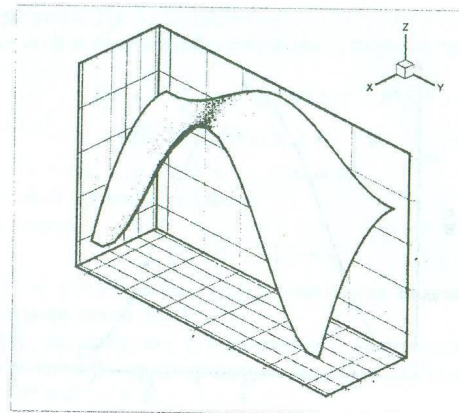
Точное решение:

$$q_T(y) = 1 - \cos(2y), \quad (12)$$

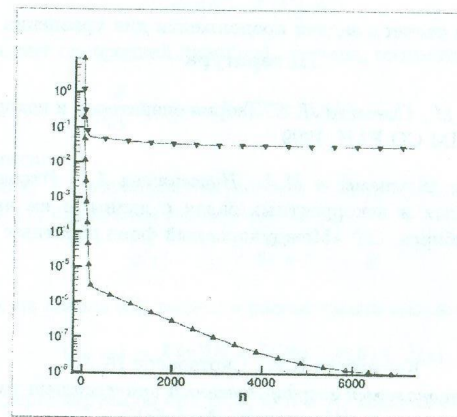
начальное приближение:

$$q_0(y) = 0.1. \quad (13)$$

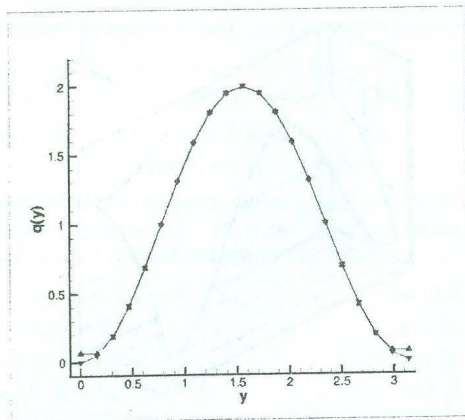
Здесь показано решение обратной задачи методом итераций Ландвебера, при  $\alpha = 0.01$ . На рисунке b) показано, как убывает функционал  $J(q_n)$ , и норма разности  $\|q_T - q_n\|$  с ростом  $n$ , на рисунке c) показано восстановление функции.



a)  $u(x, y)$



b)  $\|q_T - q_n\|, J(q_n)$



с)  $q_T, q_n$

Рис. 1: Численные расчеты задачи продолжения для уравнения Гельмгольца.

#### Литература

1. Лаврентьев М. М., Савельев Л. Я. Теория операторов и некорректные задачи. - Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999.
2. Кабанчикин С.И., Бектемесов М.А., Нурсеитова А.Т. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы. - Алматы-Новосибирск: ОФ «Международный фонд обратных задач», 2006.

УДК 517.925

Кенжебаев К.К., Сартабанов Ж.А.

Актюбинский региональный государственный университет им.К.Жубанова  
(Казахстан, Актюбе)  
e-mail: sartabanov42@mail.ru

#### Исследование периодического решения квазилинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений на основе одной матричной функции

Рассмотрим квазилинейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{d\tau} = P(\tau)x + f(\tau, x) \quad (1)$$

с непрерывной по  $\tau \in (-\infty; +\infty) = R$   $\theta$ -периодической матрицей  $P = P(\tau)$ :

$$P(\tau + \theta) = P(\tau) \in C(R) \quad (2)$$

и  $n$ -векторной функцией  $f(\tau, x)$  непрерывной по  $(\tau, x) \in R \times R^n$  удовлетворяющей условию Липшица по  $x$  с постоянной  $l > 0$ , и периодической по  $\tau$  с периодом  $\theta$ :

$$f(\tau + \theta, x) = f(\tau, x) \in C(R \times R^n), \quad (3)$$

$$|f(\tau, x) - f(\tau, y)| \leq l|x - y| \quad (4)$$

где  $x = (x_1, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_n) \in R \times \dots \times R = R^n$

$|x|$  знак евклидовой нормы вектора  $x$ .

Из условия (4) имеем

$$|f(\tau, x)| \leq l|x| + \nu$$

где  $\nu = \|f_0\|, f_0(\tau) = f(\tau, 0)$ , норма  $\|f_0\|$  определяется максимизацией евклидовой нормы  $|f_0(\tau)|$  вектор-функции  $f_0(\tau)$ .

Условия (2)-(4) гарантируют существование, единственность и глобального продолжения на числовой оси решения  $x = x(\tau, \tau_0, x_0)$  с любыми начальными данными  $(\tau_0, x_0) \in R \times R^n, \tau \in R$ .

Предположим выполнение условия

$$\det[E - X(\theta)] \neq 0 \quad (6)$$

где  $X(\tau)$  - матрицант однородной линейной системы, соответствующей системе (1):

$$\frac{d}{d\tau} X(\tau) = P(\tau)X(\tau), X(0) = E \quad (7)$$

с единичной  $n$ - матрицей .

Поставим задачу об исследовании вопроса о существовании и единственности решения системы (1) с условием периодичности

$$x(\tau) - x(\tau + \theta) = 0, \tau \in R \quad (1_*)$$

С этой целью, на основе (6), введем в рассмотрение матричную функцию

$$G(\tau, s) = X(\tau)[E - X(\theta)]^{-1}X(\theta)X^{-1}(s) \quad (8)$$

непрерывно дифференцируемую при  $(\tau, s) \in R \times R$ , которая обладает свойствами

$$\frac{\partial}{\partial \tau} G(\tau, s) = P(\tau)G(\tau, s) \quad (9)$$

$$G(\tau, \tau + \theta) - G(\tau, \tau) = E \quad (10)$$

$$G(\tau + \theta, s + \theta) = G(\tau, s) \quad (11)$$

$$|G(\tau, s)| \leq \|G_0\| e^{\|P\|\tau-s} \quad (12)$$

$G_0 = G(\tau, \tau)$ . В справедливости этих свойств (9)-(12) убеждаемся непосредственной проверкой.

Наш основной вопрос заключается в применении этой матричной функции (8) к исследованию задачи (1) - (1\_\*).

В связи с этим в пространстве  $C(\theta, r)$  периодических с периодом  $\theta$ , непрерывных при  $\tau \in R$  и удовлетворяющих неравенству  $\|x\| \leq \tau$   $n$ - вектор - функций  $x = x(\tau)$ , рассмотрим оператор  $Q$ .