Министерство образования и науки Республики Казахстан
Институт математики и математического моделирования

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

ЕЖЕГОДНАЯ НАУЧНАЯ АПРЕЛЬСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ, ПОСВЯЩЕННАЯ ДНЮ НАУКИ

И

НАУЧНЫЙ СЕМИНАР «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ» (DOMCS-2017), ПОСВЯЩЕННЫЙ 70-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ ПРОФЕССОРА МУВАШАРХАНА ТАНАБАЕВИЧА ДЖЕНАЛИЕВА

Алматы, 7-8 апреля 2017 года

Ежегодная научная апрельская конференция в честь Дня науки Республики Казахстан

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

Академик НАН РК Т.Ш. Кальменов, председатель (Алматы, Казахстан), академик НАН РК А.С. Джумадильдаев (Алматы, Казахстан), академик НАН РК С.Н.Харин (Алматы, Казахстан), академик НАН РК Н.К. Блиев (Алматы, Казахстан) член-корреспондент НАН РК Б.С.Байжанов (Алматы, Казахстан), член-корреспондент НАН РК Б.Ш.Кулпешов (Алматы, Казахстан), член-корреспондент НАН РК М.А.Садыбеков (Алматы, Казахстан), профессор Л.А. Алексеева (Алматы, Казахстан), профессор А.Т.Асанова (Алматы, Казахстан), профессор Д.Б. Базарханов (Алматы, Казахстан), профессор М.А.Бектемисов (Алматы, Казахстан), профессор Г.И. Бижанова (Алматы, Казахстан), профессор В.В. Вербовский (Алматы, Казахстан), профессор М.Т.Дженалиев (Алматы, Казахстан), профессор А.Ж.Найманова (Алматы, Казахстан)

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ:

Б.С.Байжанов – председатель (ИМММ)

С.С.Жуматов – со-председатель (ИМММ)

Д.Сураган – зам.председатель (ИМММ)

М.А.Сахауева – ученый секретарь (ИМММ)

Ф.Е.Кобдикбаева – ответственный секретарь (КазНУ,ИМММ)

Т.Е.Жакупбеков (ИМММ)

М.И.Алькенов (ИМММ)

С.С.Байжанов (КазНУ,ИМММ)

А.Муканкызы (КазНУ, ИМММ)

СЕКЦИИ:

1. Алгебра, математическая логика и геометрия
   Председатель секции – Б.С.Байжанов.
2. Теория функций и функциональный анализ
   Председатель секции – Д.Б. Базарханов.
3. Математическое моделирование и уравнения математической физики
   Председатель секции – Л.А. Алексеева.

Funding: The authors were supported by the grant no. 3492/GF4 of the Ministry of Education and Science of Republic of Kazakhstan.

Keywords: Poisson equation, biharmonic equation, unbounded domain, Dirichlet problem, integral condition at infinity

2010 Mathematics Subject Classification: 31A10, 31A30, 35J67

References

[1] Tikhonov A.N., Samarskii A.A. *Equations of mathematical physics*, Nauka, Moscow (1966).

[2] Kondrat'ev V.A., Oleinik O.A. Periodic solutions of second order parabolic equation in the outer regions, *Vestnik MGU, Ser.1, mat., mech.*, **4** (1985), 38–47.

[3] Kudryavtsev L.D. Solution of the first boundary value problem for self-adjoint and elliptic equations in the case of unbounded domains, *Izvestie AN USSR, Ser. Mat.*, **31**:5 (1967), 354–366.

[4] Kal'menov T.Sh., Koshanov B.D. Representation for the Green's function of the Dirichlet problem for polyharmonic equations in a ball, *Sib. Math. Journal*, **49**:3 (2008), 423–428.

[5] Kanguzhin B.E., Koshanov B.D. Necessary and sufficient conditions for the solvability of boundary value problems for polyharmonic equation, *Ufa Math. Journal*, **2** (2010), 41–52.

[6] Koshanov B.D., Koshanova M.D. On the representation of the Green function of the Dirichlet Problem and their properties for the polyharmonic equations, *AIP Conference Proceedings*, 1676 (2015), 020020, DOI: http://dx.doi.org/10.1063/1.4930446

— ⁂ ⁂ ⁂ —

Обзор численного и теоретических оценок проницаемости случайной пористой среды

А.А. КУДАЙКУЛОВ[1,a]

[1] *Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

E-mail: [a]aziz.kudaikulov@gmail.com

Многие из природных, экологических и промышленных проблем связаны с течением жидкости в пористых средах, поэтому очень важно исследовать течение жидкости внутри пористой среды. Пористая среда состоит из твердой фазы (твердого скелета) - D_1 и пустот, расположенных между твердыми фазами - D_2. Эти микроскопические поры внутри пористой среды обычно соединены между собой, тем самым позволяет жидкости течь внутри пористой среды [1, 2]. Соединенные между собой поры обычно называют поровым пространством. К природным материалам, представляющим собой пористую среду, можно отнести такие материалы как почвы, горные породы, песчаники и др., а к промышленным и искусственным материалам: резины, топливные элементы, урановые стержни для ядерного реактора и т.д.. Описав геометрию порового пространства пористой среды, можно моделировать течение жидкости в нем, так как для моделирования течения жидкости в порах пористой среды необходимо задать граничные условия на поверхности твердого скелета, например, граничное условие прилипания [3]. Однако, из-за микроскопических размеров пор и из-за большого количества пор в единице объема пористой среды, описание геометрии порового пространства пористой среды является трудновыполнимой задачей, а в некоторых случаях - невозможной. Поэтому на практике для описания геометрии пор пористой среды удобнее всего использовать статистические методы. Существуют многочисленные способы описания геометрии порового пространства пористой среды статистическим методом. Эти методы условно можно разделить на пять категории: прямые методы, методы, основанные на измерении микроструктуры пористой среды с помощью изображения образца, методы, основанные на данных каротажа скважин, методы рассеяния электромагнитных волн, методы, основанные на данных литологии или седиментологии [5]. Прямые методы основаны на непосредственном измерении микроструктуры пористой среды образца, например, с помощью пропитки образца или нагнетания газа в образец [1, 2, 5]). Среди методов, основанных на измерении микроструктуры пористой среды с помощью изображения образца, существуют методы, основанные на измерении как двухмерных изображении, так и трехмерных изображении [4]. Двумерное изображение или изображение поверхности образца можно получить с помощью высокоточных инструментов, таких как: сканирующий электронный микроскоп (СЭМ), конфокальная микроскопия и атомно-силовой микроскоп (АСМ) [5]. Трехмерное изображение пористой среды образца можно получить с помощью таких инструментов, как: просвечивающий электронный микроскоп, томография и ядерный магнитный резонанс (ЯМР) [4]. Для гомогенной пористой среды можно из изображения поверхности или сечения образца измерить микроструктуру пористой среды, такими измерениями занимается стереология [4]. Методы рассеяния электромагнитных волн являются сравнительно новыми, но перспективными методами. Эти методы основаны на дифракции или рассеянии электромагнитных волн при прохождении через образец. Оказывается, для изотропной пористой среды существует связь между интенсивностью рассеянной электромагнитной волны и двухточечной функцией распределения вероятности [4]. Для измерения микроструктуры пористой среды промышленных материалов наиболее эффективными методами являются прямые методы, методы, основанные на измерении микроструктуры пористой среды с помощью изображения образца и методы рассеяния электромагнитных волн [5], а для измерения макроскопических параметров пористой среды в полевых условиях, например, для добычи энергоресурсов или очистки грунтовых вод, наиболее эффективными методами являются методы, основанные на данных каротажа скважин и методы, основанные на данных литологии или седиментологии [5]. Помимо проблемы определения микроструктуры пористой среды, другой немаловажной проблемой является проблема определения эффективных или макроскопических свойств пористой среды, такие как проницаемость пористой среды, модуль упругости материала и т.д. [4], а именно стоит вопрос, как связать макроскопические параметры случайной пористой среды с его статистическими данными. Существуют большое количество теоретических оценок проницаемости пористой среды и для сравнения точности тех или иных оценок, необходимо либо провести физический эксперимент, либо провести детальное, трехмерное, численное моделирование течения жидкости в поровом пространстве пористой среды. Однако во многих случаях проведение физического эксперимента требует больших затрат материальных ресурсов или вообще невозможно провести, что касается численного эксперимента, необходимо создать математическую модель, которая максимально приближенно к реальности будет описывать течение жидкости в пористой среде, но в силу сложной, крайне не регулярной формы порового пространства пористой среды и, так как математические модели течения жидкости через пористую среду представляются в виде сложных, нелинейных и связанных друг с другом уравнений в частных производных, то численный эксперимент сам требует проверки. Тем не менее существуют модели пористых сред, для которых точно определены геометрические характеристики пористой среды, как например пористая среда, составленная из случайно расположенных, взаимно пересекающихся шаров одинакового радиуса. В данной работе дается обзор теоретических оценок проницаемости пористой среды, составленной из случайно расположенных, взаимно пересекающихся шаров одинакового радиуса, а также приводится моделирование трехмерного течения жидкости в поровом пространстве пористой среды на основе численного решения уравнения Навье-Стокса и дается сравнение численных и теоретических значении проницаемости пористой среды, составленной из случайно расположенных, взаимно пересекающихся шаров одинакового радиуса. Численное моделирование течения жидкости в поровом пространстве пористой среды проведено с использованием программы PARIS simulator [6].

Funding: Авторы были поддержаны грантом 1735/ГФ4 МОН РК.

Ключевые слова: пористая среда, поровое пространство, проницаемость, уравнение Навье-Стокса

2010 Mathematics Subject Classification: 76S99

Литература

[1] Bear J. *Dynamics of fluids in porous media*, Elsevier, New York (1972).

[2] Scheidegger A.E. *The Physics of Flow Through Porous Media*, University of Toronto Press, Toronto (1974).

[3] Batchelor G.K. *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge (1967).

[4] Torquato S. *Random Heterogeneous Materials: Microstructure and Macroscopic Properties*, Springer, Berlin (2002).

[5] Anovitz L.M., Cole D.R. Characterization and Analysis of Porosity and Pore Structures, *Reviews in Mineralogy and Geochemistry*, **80**:1 (2015), 61–164.

[6] Zaleski S. *PARIS simulator code: http://www.ida.upmc.fr/ zaleski/paris*

— ⁂ ⁂ ⁂ —