

**АБАЙ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ ПЕДАГОГИКАЛЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ  
МАГИСТРАТУРА ЖӘНЕ PhD ДОКТОРАНТУРА ИНСТИТУТЫ**

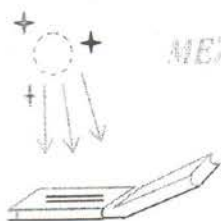
**КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМ.АБАЯ  
ИНСТИТУТ МАГИСТРАТУРЫ И ДОКТОРАНТУРЫ PhD**



**МАГИСТРАТУРА ЖӘНЕ PhD ДОКТОРАНТУРА  
ИНСТИТУТЫНЫҢ ЕҢБЕКТЕРІ  
13-ШЫҒУЫ**

**ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАГИСТРАТУРЫ  
И ДОКТОРАНТУРЫ PhD  
ВЫПУСК 13**

**МАТЕРИАЛЫ  
V МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКОЛЫ МОЛОДЫХ ФИЗИКОВ  
«КОСМОС, НАУКА, НАНОТЕХНОЛОГИИ»  
18 – 20 АПРЕЛЯ 2011 Г.**



МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА МОЛОДЫХ ФИЗИКОВ  
"КОСМОС, НАУКА, НАНОТЕХНОЛОГИИ"  
МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА МОЛОДЫХ ФИЗИКОВ  
"КОСМОС, НАУКА, НАНОТЕХНОЛОГИИ"



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН  
КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АБАЯ  
ИНСТИТУТ МАГИСТРАТУРЫ И PhD ДОКТОРАНТУРЫ

## МАТЕРИАЛЫ

V МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКОЛЫ МОЛОДЫХ ФИЗИКОВ

«Космос, наука, нанотехнологии»

18 – 20 АПРЕЛЯ 2011 Г.

АЛМАТЫ 2011

**Баспа сериясының жетекшісі**  
**Экономика ғылымдарының докторы, доцент Г.Б.Нұрлихина**  
**Руководитель издательской серии**  
**Доктор экономических наук, доцент Г.Б. Нурлихина**

**Главный редактор Академик НАН РК Н.Ж.Такибаев**

Ответственные за выпуск:

В.О.Курмангалисва  
А.Н.Алимова  
Б.О.Жангуттин

**УДК 378: 32 : 316.3/4**

**ББК 74. 00 + 66.0**

**М 12**

**Магистратура және PhD докторантура институтының еңбектері = Труды Института магистратуры и докторантуры РНД КазНПУ им.Абая. -Материалы V Международной Школы молодых физиков «Космос, наука, нанотехнологии» - казакша, орысша, ағылшынша. 13 –шығуы- 325 б**

Предлагаемая книга является сборником научно-исследовательских работ, представленных участниками V Международной Школы молодых физиков «Космос, наука, нанотехнологии». Алматы, 18-20 апреля 2011.

**УДК 378: 32 : 316.3/4**

**ББК 74. 00 + 66.0**

ISBN 978-601-06-0731-6

© Абай атындағы ҚазҰПУ, 2011  
© КазНПУ им. Абая, 2011

## ДВУМЕРНЫЕ ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Д.Б. Нурсентов, С.Е. Касенов

Научные руководители: д. ф.-м. н., профессор М.А. Бектемесов  
Институт магистратуры и докторантуры PhD, КазНПУ им. Абая

В данной статье рассматривается обратная задача акустики. Преобразуя уравнение акустики, мы получаем уравнения Гельмгольца. Численно решаем уравнение Гельмгольца используя метод установления. В конце статьи даны численные расчёты этой задачи.

### Постановка исходной задачи

Рассмотрим уравнения акустики в области  $Q = \Omega \times [0; +\infty)$  где  $\Omega = [0;1] \times [0;1] [1,2]$ :

$$c^{-2}(x; y)U_{tt} = \Delta U - \nabla \ln \rho(x; y) \nabla U.$$

Пусть функция допускают разделение переменных:

$$U(x, y, t) = u(x, y)e^{i\omega t}.$$

Сделав преобразование получим уравнение Гельмгольца в области  $\Omega = [0;1] \times [0;1]$

$$-\omega^2 c^{-2}u = \Delta u - \nabla \ln \rho \cdot \nabla u \quad (1)$$

В области  $\Omega = [0;1] \times [0;1]$  рассмотрим начально-краевую задачу:

$$-\omega^2 c^{-2}u = \Delta u - \nabla \ln \rho \cdot \nabla u \quad (x, y) \in \Omega = [0;1] \times [0;1] \quad (2)$$

$$u(0, y) = h_1(y), \quad y \in [0;1] \quad (3)$$

$$u(x, 0) = h_2(x), \quad x \in [0;1] \quad (4)$$

$$u_x(0, y) = f_1(y), \quad y \in [0;1] \quad (5)$$

$$u_y(x, 0) = f_2(x), \quad x \in [0;1] \quad (6)$$

### Сведение исходной задачи к обратной задаче

Покажем, что решение исследуемой задачи (2) – (6) можно свести к решению обратной задачи по отношению к некоторой прямой (корректной) задаче.

В качестве прямой задачи будем рассматривать следующую

$$-\omega^2 c^{-2}u = \Delta u - \nabla \ln \rho \cdot \nabla u \quad (x, y) \in \Omega = [0;1] \times [0;1] \quad (7)$$

$$u(x, 1) = q_1(x), \quad y \in [0;1] \quad (8)$$

$$u(1, y) = q_2(y), \quad x \in [0;1] \quad (9)$$

$$u(0, y) = h_1(y), \quad y \in [0;1] \quad (10)$$

$$u(x, 0) = h_2(x), \quad x \in [0;1] \quad (11)$$

Обратная задача к задаче (7) – (11) заключается в определении функции  $q_1(x)$ ,  $q_2(y)$  по дополнительной информации.

$$u_x(0, y) = f_1(y), \quad y \in [0;1] \quad (12)$$

$$u_y(x, 0) = f_2(x), \quad x \in [0;1] \quad (13)$$

### Прямая задача для уравнении Гельмгольца

$$u_{xx} + u_{yy} - \left( \frac{\rho_x}{\rho} u_x + \frac{\rho_y}{\rho} u_y \right) + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 u = 0 \quad (x, y) \in \Omega = [0;1] \times [0;1] \quad (14)$$

$$u(x, 1) = q_1(x), \quad y \in [0;1] \quad (15)$$

$$u(1, y) = q_2(y), \quad x \in [0; 1] \quad (16)$$

$$u(0, y) = h_1(y), \quad y \in [0; 1] \quad (17)$$

$$u(x, 0) = h_2(x), \quad x \in [0; 1] \quad (18)$$

Рассмотрим дискретную постановку задачи. Построим в  $\Omega$  сетку  $\omega_h$  с шагом  $h = \frac{1}{N}$ ,

$N$  – положительное целое число.

$$\omega_h = \{x = ih, y = jh; i, j = \overline{0, N}\}$$

Соответствующая разностная задача для уравнений Гельмгольца имеет вид [3]

$$\frac{v_{i+1,j} - 2v_{i,j} + v_{i-1,j}}{h^2} + \frac{v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1}}{h^2} - \left( \frac{\rho_{i+1,j} - \rho_{i-1,j}}{2h} \cdot \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2h} + \frac{\rho_{i,j+1} - \rho_{i,j-1}}{2h} \cdot \frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2h} \right) + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 v_{i,j} = 0, \quad i, j = \overline{1, N-1}$$

$$v_{i,N} = q_1^i, \quad i = \overline{0, N}$$

$$v_{N,j} = q_2^j, \quad j = \overline{0, N}$$

$$v_{0,j} = h_1^j, \quad j = \overline{0, N}$$

$$v_{i,0} = h_2^i, \quad i = \overline{0, N}$$

### Метод установления

Для численного решения дифференциальных уравнений эллиптического типа используют метод установления, заключающийся в преобразовании стационарной задачи к нестационарной. С этой целью в уравнение (14), описывающее стационарную задачу, следует добавить фиктивную производную по времени:

$$u_{xx} + u_{yy} - \left( \frac{\rho_x}{\rho} u_x + \frac{\rho_y}{\rho} u_y \right) + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 u = 0 \rightarrow \tilde{u}_t = \tilde{u}_{xx} + \tilde{u}_{yy} - \left( \frac{\rho_x}{\rho} \tilde{u}_x + \frac{\rho_y}{\rho} \tilde{u}_y \right) + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \tilde{u} = 0 \quad (19)$$

При этом искомая функция станет уже функцией трёх переменных:  $u(x, y) \rightarrow \tilde{u}(x, y, t)$ . Полученное уравнение (19) относится к двумерным дифференциальным уравнениям параболического типа. Если при численном решении уравнения (19), описывающего нестационарную задачу, использовать граничные условия, соответствующие исходной стационарной задаче (14), т.е. граничные условия, не зависящие от времени, то с течением времени  $t \rightarrow \infty$  производная по времени будет стремиться к нулю, а решение  $\tilde{u}(x, y, t)$  нестационарной задачи (19) – к решению стационарной задачи (14):

$$t \rightarrow \infty \quad u(x, y) \rightarrow \tilde{u}(x, y, t) \quad \tilde{u}_t \rightarrow 0.$$

$$v_{i,j}^{k+1} = v_{i,j}^k + \tau \left[ \frac{v_{i+1,j}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i-1,j}^k}{h^2} + \frac{v_{i,j+1}^k - 2v_{i,j}^k + v_{i,j-1}^k}{h^2} - \left( \frac{\rho_{i+1,j}^k - \rho_{i-1,j}^k}{2h} \cdot \frac{v_{i+1,j}^k - v_{i-1,j}^k}{2h} + \frac{\rho_{i,j+1}^k - \rho_{i,j-1}^k}{2h} \cdot \frac{v_{i,j+1}^k - v_{i,j-1}^k}{2h} \right) + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 v_{i,j}^k \right] = 0, \quad i, j = \overline{1, N-1}$$

$$v_{i,N} = q_1^i, \quad i = \overline{0, N}$$

$$v_{N,j} = q_2^j, \quad j = \overline{0, N}$$

$$v_{0,j} = h_1^j, \quad j = \overline{0, N}$$

$$v_{i,0} = h'_2,$$

$$i = \overline{0, N}$$

Так как  $v_{i,j}^{k+1}$  определяется по явной формуле число итераций зависит только от параметра  $\tau$ .

### Численные расчеты

Описание численного эксперимента  $N = 100$ ,  $\tau = \frac{h^2}{10}$ ,  $c = 1$ ,  $\omega = 5$

$$q_1(x) = 1 - \cos 2\pi x$$

$$q_2(y) = 1 - \cos 2\pi y$$

$$h_1(y) = 1 - \cos 2\pi y$$

$$h_2(x) = 1 - \cos 2\pi x$$

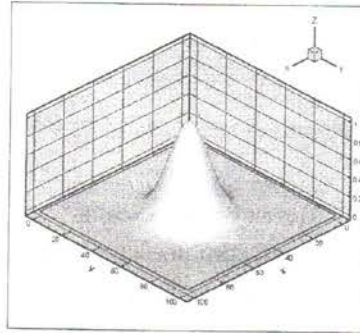
$$x \in [0;1]$$

$$y \in [0;1]$$

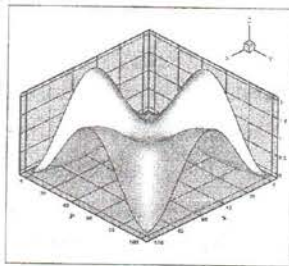
$$y \in [0;1]$$

$$x \in [0;1]$$

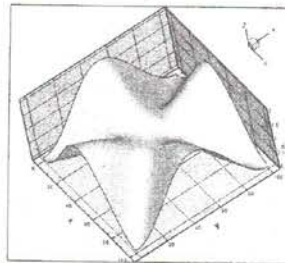
$$\rho(x, y) = e^{-\frac{(x-0.5)^2 + (y-0.5)^2}{2b^2}} \quad \text{где } b = 0,1$$



Функция  $\rho(x, y)$

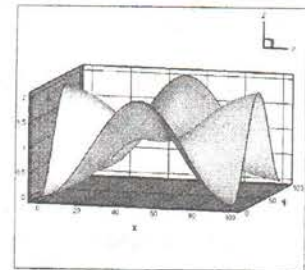


а)

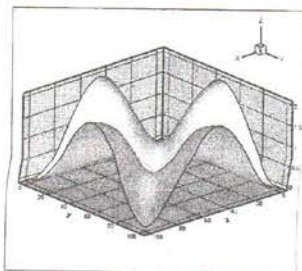


б)

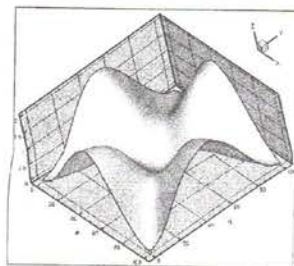
$u(x, y)$  при  $k = 2000$



в)

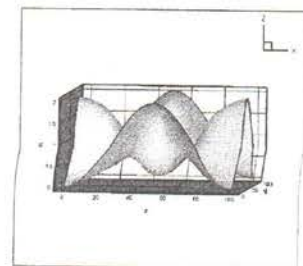


а)



б)

$u(x, y)$  при  $k = 1000$



в)

1. С.И. Кабанихин Обратные и некорректные задачи. /Новосибирск: СибНИИ, 2008. – 460с.
2. С.И. Кабанихин, Исаков К.Т. Обратные и некорректные задачи. /Новосибирск: СибНИИ, 2008.- 315с.
3. А.А. Самарский Введение в теорию разностных схем. /М.: Наука, 1971. – 552 с.

УДК 517.9

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНУСООБРАЗНОЕ КОНТРОЛЯ ВОДЫ В НЕФТЯНЫХ СКВАЖИНАХ ВВЕДЕННЫМ БАРЬЕРОМ

Ж.Д. Байшемиров\*, Б.Е. Бекбауов\*\*

Научные руководители: д.ф.-м.н., проф. С.Т. Мухамбетжанов, PhD доктор Б.Е. Бекбауов

\*- *Казахский национальный педагогический университет имени Абая, институт магистратуры и докторантуры PhD, г. Алматы,*

\*\*- *Казахский национальный университет имени Аль-Фараби, г. Алматы*

Мақалада Маскет-Левереттің изотермиялық моделінің негізінде екі фазалық кезеңді фильтрацияның температуралық моделін қолданып, судың жылу өткізгіштігі қарастырылған.

To describe thermal treatment of pools, the temperature model of two-phase filtration based on the Muskat-Leverett isothermic model (the MLT model) was used.

В данном исследовании рассматривается теплопроводность воды с использованием температурой модели фильтрации с двухфазными стадиями [1] на основе изотермической модели Маскетта-Леверетта, а также рассмотрены эффективности вязкости и капиллярных свойств жидких (водно-нефтяных) компонентов с двухфазными стадиями. В данной модели рассмотрены эффекты высокой температуры через известные зависимости от вязкости и капиллярных свойств жидких компонентов с двухфазными стадиями. Система уравнений описывающих процесс также включает вклад гравитационной силы.

Siddiqi и Wojtanowicz с использованием высокоточных численных методов определили эффективность введенного барьера и технологии слива воды нисходящей скважины [2]. Эта работа была принята как источник результатов для сравнения.

**Математическая Модель.** Модель Маскетта-Леверетта [3] из несмешивающихся жидкостей с двухфазными стадиями потока через пористую среду – имеет наибольшие комплексы, чем модель Дарси. Уравнения непрерывности и модель Дарси для каждого жидкого компонента могут быть написаны в следующем форме:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m_0 \rho_i s_i) + \operatorname{div}(\rho_i \bar{v}_i) = 0, \quad \bar{v}_i = -K_0 \frac{\bar{k}_i}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i \bar{g}), \quad i = 1, 2$$

Следует, что

$$m \frac{\partial s}{\partial t} = \operatorname{div}[a_1 \nabla s + \bar{f}_1 + a_2 \nabla \theta], \quad \operatorname{div}(K \nabla p + \bar{f}_2 + a_3 \nabla \theta) = 0,$$

$$-\bar{v} = K \nabla p + \bar{f}_2 + a_3 \nabla \theta, \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div}[\lambda(x, s, \theta) \nabla \theta - \bar{v} \theta]$$

$m = m_0(1 - s_1^0 - s_2^0)$ ,  $m_0$  - пористость,  $s_i^0$ ,  $i = 1, 2$ , остаточные водные и нефтяные насыщенности;

$s = \frac{s_1 - s_1^0}{1 - s_1^0 - s_2^0} \in [0, 1]$ ,  $s_i$  - насыщенность,  $i = 1, 2$ ;  $s_1 + s_2 = 1$ ;  $0 < s_i^0 \leq s_i \leq 1 - s_j^0 < 1$ ,  $i \neq j$ ;  $t$  -

время;  $a_1 = -K_0 \frac{k_1 k_2}{k} \frac{\partial p_c}{\partial s}$ .  $K_0$  - симметрический поток тензора анизотропной пористой среды.

**Секция «Математика»**

<i>А.Н. Алимова</i> Численное решение задачи Дирихле для двумерного волнового уравнения.....	94
<i>Д.Б. Нурсейтов, С.Е. Касенов</i> Двумерные прямые и обратные задачи для уравнения Гельмгольца.....	98
<i>Ж.Д. Байшемиров, Б.Е. Бекбауов</i> Численное исследование конусообразное контроля воды в нефтяных скважинах введенным барьером.....	101
<i>К.Х. Баатов</i> Определение угловых скоростей электромеханической системы.....	104
<i>Е.В. Мищенко</i> Одна из моделей теории фильтрации и ее применение.....	107
<i>А.И. Галий, А.Н. Шыганакова</i> Моделирование вытеснения нефти водой из двуслойного пласта с учетом активной примеси.....	112
<i>Г.А. Еламанова, С.Е. Касенов, А.Н. Алимова</i> Численное решение одномерной задачи для уравнения теплопроводности.....	116
<i>Д.С. Мамутова</i> Об одной задаче типа Бицадзе – Самарского для смешанного параболического уравнения третьего порядка.....	119
<i>Ж.Н. Ахметова, Г.У. Жанкеева</i> О разрешимости краевой задачи для уравнения составного типа третьего порядка.....	121
<i>М.А. Аскарлова, Г.З. Абсаламова</i> Методы интерактивного обучения математическим дисциплинам.....	124
<i>Л.Т. Абдурахманова, А.Т. Мырзабасова</i> Параболо – гиперболалық тендеу үшін характеристикадан ауытқыған локалды шекаралық есеп.....	128
<i>А.Т. Рахымова</i> Мұнай қабатындағы максималды сусыз шығынды анықтау.....	133
<i>Л.Т. Абдурахманова, Г. Жанкеева</i> Локальная задача для смешанно – составного типа.....	137
<i>Н.С. Ахтаева</i> Сопряженная задача к задаче Дирихле для гиперболического уравнения третьего порядка.....	140

**Секция «География и экология»**

<i>М.Р. Адамбекова, К.К. Каймулдинова</i> Сарыағаш ауданының климаты, топырақ-өсімдік жамылғысы.....	144
<i>А.Н. Рахимова, Д.И. Үркінбаева</i> Туризмнің дамуындағы топонимикалық зерттеудің рөлі. (Жетісу өңірі мысалында).....	146
<i>А.О. Жарасова, Б.Ш. Абдиманов</i> Қазақстан Республикасындағы көші-қон қозғалысының кемшіліктері мен жетістіктері.....	150
<i>С.Д. Тауалдиева, К.Ш. Бакирова</i> Қазақстанда кездесетін тақ тұяқтылар отрядының таралуы.....	153
<i>Б.Н. Рахымбердиева, К.Ш. Бакирова</i> Балқаш көлінің заманауи жағдайы.....	155
<i>А.Р. Аманқұлова, Н.Н. Карменова</i> Шығыс Қазақстан облысында туризмді дамытуда табиғи ландшафттардың рөлі.....	158
<i>Ш.К. Акимбаева, С.Қ Касенов</i> Қазақ мұнайының тарихы.....	161
<i>Е.Р. Абиқбаев, Г.А Усенов</i> Алматы облысындағы өнеркәсіп саласында энергияның жеткілікті немесе жеткіліксіз болуы.....	164
<i>С.Д. Нуртаев, Д.Б. Джусупова</i> Факторы антропогенного воздействия на качество поверхностных вод Казахстана.....	168
<i>Р.К. Акимбекова, М.А. Есенова</i> Арал теңізінің экологиялық жағдайы.....	171
<i>А.М. Максимова, М.Е. Тоқсабаева</i> Геоакпараттық жүйе және оны географиялық пәндерде қолдану.....	173
<i>Е.Р. Абиқбаев, Г.А. Усенов</i> Алматы облысын электр энергетикасымен қамтамасыз ету, оны тиімді пайдалану және тұтынушыларға жеткізу.....	177
<i>Ж. Нұрмағамбетұлы, Д.М. Боранқұлова</i> Эолдық геоморфологиялық процестердің геозкологиялық рөлі (Қызылорда облысы мысалында).....	180
<i>Е.С. Мұндаев, Г.А. Усенов</i> Қызылша-қант өндірісінің маңызы және даму келешегі.....	183
<i>Ш.У. Лайсханов, Ж.А. Буланбаев</i> Мақта шаруашылығының өндірістік әлеуетін жоғарылатуда табиғат ресурстарын оңтайлы пайдаланудың қажеттілігі.....	186
<i>И.Т. Құлтаева, Қ.Ш. Мұса</i> Ауылшаруашылығының табиғи ландшафтыларға тигізетін әсері.....	189
<i>А.У. Сатыбалдиева, К.Д. Каймулдинова</i> Елорданың қазіргі экологиялық жағдайы.....	192
<i>М.Ж. Коштаева, Қ.Ш Мұса</i> Шымкент қорғасын зауытында қорғасын өндірісінің жалпы	