

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ,  
УПРАВЛЕНИИ, СОЦИАЛЬНОЙ СФЕРЕ  
И МЕДИЦИНЕ**

**ЧАСТЬ I**

Сборник научных трудов  
III Международной научной конференции  
«Информационные технологии в науке,  
управлении, социальной сфере и медицине»

23–26 мая 2016 г.

Томск 2016

7. Скокова И.К., Сторожева Е.В. Применение IT-технологии для модернизации бизнес-процесса информационного обеспечения предприятия/ И.К.Скокова, Е.В.Сторожева Современная техника и технологии. 2015.№ 3 (43). С29-32.

8. Сторожева Е.В. Интегрирование сервисов облачных технологий в контексте информационной безопасности электронных платежных систем/ Е.В. Сторожева, Л.З. Давлеткиреева, В.А.Ошурков, А.Н.Старков, В.Н. Макашова, Е.Ю.Хамутских.// -Магнитогорск: изд-во Магнитогорск гос. техн. ун-та. им. Г.И.Носова, 2015.- 149с.

9. Сторожева Е.В., Хамутских Е.Ю. К вопросу об актуальности оценки эффективности внедрения информационных систем в предприятия малого и среднего бизнеса/ Е.В.Сторожева, Е.Ю. Хамутских Информационные технологии в науке, управлении, социальной сфере и медицине./ Сборник научных трудов II Международной конференции. Национальный исследовательский Томский политехнический университет. Томск,2015 С 299-301.

10.Чусавитина Г.Н. Управление ИТ-проектами: Учебно-методическое пособие по курсовому и дипломному проектированию/ Г.Н. Чусавитина, В.Н. Макашова, О.Л. Колобова// Магнитогорск: Издательский центр ФГБОУ ВПО «МГТУ», 2015. – 198с.

### **ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ТЕРМОУПРУГОСТИ**

<sup>1</sup>Ташенова Ж.М., <sup>2</sup>Ногайбаева М.О., <sup>3</sup>Такишев А.А., <sup>4</sup>Арынов Е., <sup>5</sup>Кудайкулов А.К.  
(г.Астана, <sup>1</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева)  
(г.Алматы, <sup>2</sup>КазНУ имени аль-Фараби)  
(г.Жезказган, <sup>3,4</sup>Жезказганский университет имени О.А.Байконурова)  
(г.Астана, <sup>5</sup>Казахский аграрный университет им. С. Сейфуллина)  
zhuldyz\_tm@mail.ru

### **SOLUTION OF THERMOELASTICITY PROBLEMS ENERGY METHOD**

Tashenova Zh.M, Nogaybaeva M.O, Takishev AA., Arynov E., Kudaykulov A.K.  
(Astana, Eurasian National University named after L.N. Gumilyev)  
(Almaty, KazNU named after Al-Farabi)  
(Zhezkazgan, Zhezkazgan University named after O.A.Baykonurova)  
(Astana, Kazakh Agrarian University named after S.Seifullin)  
zhuldyz\_tm@mail.ru

Abstract - On the basis of the fundamental laws of conservation of energy in conjunction with local quadratic spline functions was developed a universal computing algorithm, a method and associated software, which allows to investigate the Thermophysical insulated rod, with limited length, influenced by local heat flow, heat transfer and temperature.

Keywords: algorithm, method, program, heat flow, heat transfer, the coefficient of thermal expansion, thermal conductivity, heat transfer coefficient uprgosti module insulation.

I. Введение. Несущие элементы современных газогенераторных энергетических установок, атомных и тепловых электростанций, водородных и реактивных двигателей, двигателей внутреннего сгорания, установок глубокой переработки минеральных сырья и нефтей работают в сложном силовом и тепловом поле. В качестве несущих элементов рассматривались стержни ограниченной длины и постоянного поперечного сечения [1][2]. В этих задачах на основе фундаментальных законов теплофизики [3] определены поле распределения температуры по длине стержня ограниченной длины с учетом действующих видов источников тепла. Другие аналогичные задачи рассмотрены в работах [4]. В этой задаче с помощью фундаментальных законов сохранения энергии определяются:



- 1) закон распределения температуры по длине рассматриваемого стержня;
- 2) величина ее термического удлинения;
- 3) величина возникающего осевого сжимающего усилия;
- 4) закон распределения упругих, температурных и термоупругих составляющих деформаций и напряжений;
- 5) поле перемещений.

II. Вывод разрешающих уравнений. Рассматривается горизонтальный стержень, ограниченной длины  $L$  [см]. Площадь поперечного сечения, которого  $F$  [см<sup>2</sup>] постоянная по ее длине. Профиль поперечного сечения стержня может быть кругом, четырехугольником, треугольником, многоугольным и т.д. Теплофизические свойства материала стержня характеризуются коэффициентом теплового расширения материала стержня  $\alpha$  [ $\frac{1}{^\circ\text{C}}$ ], теплопроводностью  $kx$  [ $\frac{\text{Вт}}{\text{см} \cdot ^\circ\text{C}}$ ], а также модулем упругости  $E$  [ $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$ ].

На площадь поперечного сечения левого конца, рассматриваемого стержня, подведен тепловой поток  $q$  [ $\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$ ]. Через площадь поперечного сечения правого конца происходит конвективный теплообмен с окружающей ее средой. При этом коэффициент теплообмена  $h$  [ $\frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$ ], а температура окружающей среды  $T_{\text{oc}} [^\circ\text{C}]$ . Требуется с начала определить закон распределения температуры по длине исследуемого стержня в зависимости от вида действующих источников тепла, геометрических и теплофизических характеристик стержня. Для этого сначала построим локальную аппроксимационную квадратичную сплайн функцию.

Расчетная схема рассматриваемой задачи приводится на рисунке 1.

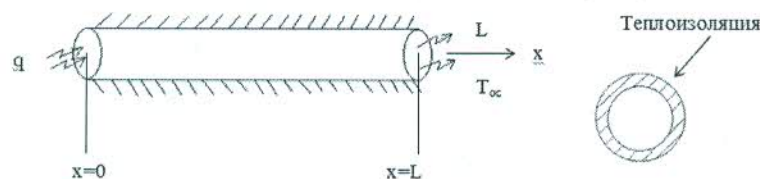


Рисунок 1- Расчетная схема задачи

$$\text{Предположим, что } T(x=0) = T_i; T\left(x = \frac{L}{2}\right) = T_j; T(x=L) = T_k \quad (1)$$

Закон распределения температуры по длине исследуемого стержня аппроксимируем полным полиномом второго порядка сплайн функции [4]

$$T(x) = ax^2 + bx + c = \varphi_i(x) * T_i + \varphi_j(x) * T_j + \varphi_k(x) * T_k; 0 \leq x \leq L \quad (2)$$

где

$$\varphi_i(x) = \frac{2x^2 - 3Lx + L^2}{L^2}; \varphi_j(x) = \frac{4Lx - 4x^2}{L^2}; \varphi_k(x) = \frac{2x^2 - Lx}{L^2}; 0 \leq x \leq L \quad (3)$$

Теперь для исследуемой задачи напомним функционал, которая характеризует закон сохранения энергии [7].

$$J = \int_V + \int_V \frac{kxx}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 dV + \int_{S(x=L)} \frac{h}{2} (T - T_{\text{oc}})^2 dS, \quad (4)$$

Здесь следует отметить, что размерность каждого члена является [Вт<sup>2</sup>С]. Это и есть работа, выполненной температурой, по аналогии [кг см]. Из-за физической сущности явления имеем:

$$J_1 = \int_{S(x=0)} q * T dS = FqT_i \quad (5)$$

$$J_3 = \int_{S(x=L)} \frac{h}{2} (T - T_{\text{oc}})^2 dS = \frac{Fh}{2} (T_k - T_{\text{oc}})^2 \quad (6)$$

Для вычисления интеграла по объему в выражении (4), необходимо определить градиент температуры

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} T_i + \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} T_j + \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} T_k = \frac{4x-3L}{L^2} T_i + \frac{4L-8x}{L^2} T_j + \frac{4x-L}{L^2} T_k, \quad 0 \leq x \leq L \quad (7)$$

Далее подставляя (7) в выражении J, а также пользуясь известной формулой

$$\int_V f(x) dV = F \int_0^L f(x) dx \text{ имеем}$$

$$J_2 = \int_V \frac{k_x}{2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV = \frac{F k_x}{\partial x} (7 T_i^2 - 16 T_i T_j + 2 T_i T_k - 16 T_j T_k + 16 T_j^2 + 7 T_k^2) \quad (8)$$

Тогда интегрированный вид функционала полной тепловой энергии имеет следующий вид:

$$J = J_1 + J_2 + J_3 = F q T_i + \frac{F k_i}{\partial x} (7 T_i^2 - 16 T_i T_j + 2 T_i T_k - 16 T_j T_k + 16 T_j^2 + 7 T_k^2) + \frac{F h}{2} (T_k - T_{OC})^2 \quad (9)$$

Здесь следует отметить, что для определения значений  $T_i, T_j$  и  $T_k$ , можно получить соответствующую систему линейных алгебраических уравнений, где учитывается все существующие естественные граничные условия, варьируя J по  $T_i, T_j$  и  $T_k$

$$\left. \begin{aligned} 1) \frac{\partial J}{\partial T_i} &= 0; \rightarrow F q + \frac{F k_x}{6L} (14 T_i - 16 T_j + 2 T_k) = 0 \\ 2) \frac{\partial J}{\partial T_j} &= 0; \rightarrow \frac{F k_x}{6L} (-16 T_i + 32 T_j - 16 T_k) = 0 \\ 3) \frac{\partial J}{\partial T_k} &= 0; \rightarrow \frac{F k_x}{6L} (2 T_i - 16 T_j + 14 T_k) + F h T_k - F h T_{OC} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

После упрощения имеем

$$\left. \begin{aligned} 7 T_i - 8 T_j + T_k &= -\frac{3 L q}{k_x} \\ T_i - 2 T_j + T_k &= 0 \\ 7 T_i - 8 T_j + 7 T_k + \frac{3 L h}{k_x} T_k &= \frac{3 L h T_{OC}}{k_x} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Решая эту систему определим, что

$$T_i = T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{L q}{k_x}, \quad T_j = T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{L q}{2 k_x}, \quad T_k = T_{OC} - \frac{q}{h} \quad (12)$$

Далее подставляя (12) в (2-3) и после упрощения определим закон распределения температуры по длине исследуемого стержня с учетом одновременного наличия теплоизоляции, теплового потока и теплообмена. Она будет иметь следующий вид:

$$T = T(x, T_{OC}, q, h, L, k_x) = \left( T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{q L}{k_x} \right) + \frac{q}{k_x} x; \quad 0 \leq x \leq L \quad (13)$$

Отсюда видно, что в нашем случае закон распределения температуры по длине исследуемого стержня будет линейной.

III. Определение теплофизического состояния стержня. Теперь приступим к решению следующей задачи. Из-за наличия поле температур, исследуемый стержень будет удлиняться. Требуется определить величину удлинения в зависимости от одновременного наличия разнородных источников тепла. Для этого, предположим, что левый конец стержня жестко закреплена, а правый - свободный. Из общих законов термодинамики известно, что величина удлинения стержня от поле температур определяется следующим образом:

$$\Delta l_T = \int_0^L \alpha T(x) dx \quad (14)$$

Если принять, что  $\alpha = \text{const}$ , имеем

$$\Delta l_T = \int_0^L \alpha T(x) dx = \alpha L \left( T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{q L}{2 k_x} \right) \quad (15)$$



Далее будем решать третью возникающую задачу. Если оба конца исследуемого стержня будет жестко-зашемлена, то она не может ни удлиняться и ни укорачиваться. В этом случае возникает осевое сжимающее усилие  $R$  [кг]. Его определим как решение статически неопределимой задачи при этом применяем условия совместности деформации:

$$\frac{RL}{EF} + \Delta L_T = 0 \rightarrow R = -\frac{\Delta L_T EF}{L} = -\alpha EF \left( T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2k_x} \right) \quad (16)$$

После этого легко определяется решение четвертой задачи, определение возникающего поле термо-упругого напряжения  $\sigma$   $\left[ \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} \right]$ . Она определяется в соответствии обобщенного закона Гука: [9]

$$\sigma = \frac{R}{F} = -\alpha E \left( T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2k_x} \right) \quad (17)$$

Отсюда видно, что поле распределения термо-упругой составляющей напряжения  $\sigma$  будет прямой линией, которая параллельно к оси стержня и оси ОХ.

Еще раз применяя обобщенный закон Гука находится решение возникающей пятой задачи определения поле термо-упругой составляющей деформации

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\alpha \left( T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2k_x} \right) \quad (18)$$

Из решения видно, что она имеет прямолинейный характер, которая параллельна к оси ОХ.

Если учесть, что  $q < 0$ , то из (16-18) видны, что  $R$ ,  $\sigma$  и  $\varepsilon$  будет иметь только сжимающий характер.

Далее пользуясь фундаментальными законами термодинамики можно решать возникающую шестую задачу определения поле температурной составляющей деформации

$$\varepsilon_T(x) = -\alpha T(x) = -\alpha \left[ \left( T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{k_x} \right) + \frac{q}{k_x} x \right], \quad 0 \leq x \leq L \quad (19),$$

Отсюда видно, что  $\varepsilon_T$ - будет иметь сжимающий характер, и поле распределения будет линейной.

Возникающую седьмую задачу можно определить пользуясь обобщенным законом Гука. Тогда поле распределения температурной составляющей напряжения имеет следующий вид:

$$\sigma_T(x) = E \varepsilon_T(x) = -\alpha E \left[ \left( T_{OC} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{k_x} \right) + \frac{q}{k_x} x \right], \quad 0 \leq x \leq L \quad (20)$$

Из решения видно, что она имеет линейный вид и сжимающий характер.

Возникающую восьмую задачу об определении поле упругих составляющих деформаций определим из фундаментального закона

$$\varepsilon_x(x) = \varepsilon - \varepsilon_T(x) = \frac{\alpha}{k_x} \left( -\frac{qL}{2} + qx \right) = \frac{q\alpha}{k_x} \left( -\frac{L}{2} + x \right), \quad (21) \quad \text{Отсюда видно, что}$$

$\varepsilon_x(x)$  имеет линейный характер. На участке  $0 \leq x \leq \frac{L}{2}$ , она имеет растягивающий характер. В сечении  $x = \frac{L}{2}$ ,  $\varepsilon_x \left( \frac{L}{2} \right) = 0$ . Далее она имеет сжимающий характер.

Решение возникающей девятой задачи определяется из соответствующего закона Гука

$$\sigma_x(x) = E \varepsilon_x(x) = \frac{q\alpha E}{k_x} \left( -\frac{L}{2} + x \right) \quad (22)$$

Она имеет характер, как и  $\varepsilon_x(x)$ .

Теперь, наконец, решим десятую возникающую задачу об определении поля перемещения  $U(x)$ . Она определяется из соотношения Коши

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x} \rightarrow U(x) = \int \varepsilon_x(x) dx = \frac{q\alpha}{k_x} \left( -\frac{L}{2} x + \frac{x^2}{2} \right) + C, \quad \text{где } C = \text{const.}$$

Значение  $C$  определим из условия зашемленности двух концов, то есть  $U(x=0) = U(x=L) = 0$ . Тогда имеем, что  $C=0$ . Тогда поле перемещение имеет следующий вид:

$$U(x) = \frac{q\alpha x}{k_x} \left( \frac{x}{2} - \frac{L}{2} \right), \quad 0 \leq x \leq L \quad (23)$$



Отсюда видно, что  $U(x)$  имеет квадратичный вид. При этом сечение находящихся на участке  $0 < x \leq L$  перемещается в направлении ОХ.

Естественно, заземленные концы не перемещаются, т.е.  $U(x=0)=U(x=L)=0$ .

**Заключение.** На основе фундаментальных законов сохранения энергии разработан вычислительный алгоритм и метод исследования установившегося термо-физического состояния теплоизолированного стержня ограниченной длины при одновременной наличии теплового потока и теплообмена. Выявлено, что законы распределения температуры, упругих и температурных составляющих будут линейными. В то время значения термоупругой составляющей деформации и напряжения будут постоянными. Закон распределения перемещения будет иметь квадратичный характер, и все сечения стержня будут перемещаться слева вправо если  $q <= 0$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Tashenova Zh.M., Nurlybaeva E.N., Kudaykulov, A., Zhumadillaeva A.K. Numerical study of established thermo-mechanical state of rods of limited length, with the presence of local heat flows, temperatures, heat insulation and heat transfer // *Advanced Science Letters*. - № 19. - P.2395-2397.
- 2 Tashenova Zh.M., Nurlybaeva E.N., Kudaykulov A. Developing a Computational Modeling Algorithm for Thermostressed Condition of Rod made of Heat-resistant Material ANB-300 type // *Advanced Materials Research*. - 2013. - Vol. 19. - P. 4562-4566.
- 3 Nicolas X., Benzaoui A., Xin S. Numerical simulation of thermoconvective flows and more uniform depositions in a cold wall rectangular APCVD reactor // *J. Cryst. Growth*. - 2008. - № 1(310). - P.174-186.
- 4 Chen W.R. A numerical study of laminar free convection heat transfer between inner sphere and outer vertical cylinder // *Int. J. Heat and Mass Transfer*. - 2007. - № 13-14(50). - P. 2656-2666.

#### СТАБИЛИЗАЦИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ИНТЕРВАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ АДАПТИВНО-РОБАСТНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ПОЛЮСОВ

*И.В. Хожяев, С.А. Гайворонский, Т.А. Езангина*  
(г. Томск, Томский политехнический университет)  
e-mail: khozhaev.i@gmail.com, saga@tpu.ru, eza-tanya@yandex.ru

#### ADAPTIVELY-ROBUST OSCILLATORY TRANSIENT PROCESS STABILIZATION BY PLACING INTERVAL CONTROL SYSTEM POLES

*I.V. Khozhaev, S.A. Gayvoronskiy, T.A. Ezangina*  
(Tomsk, Tomsk polytechnic university)

The paper is dedicated to a development of an adaptive control system synthesis method. The aim of the research is to develop a method of synthesizing an adaptive controller capable to keep stable oscillatory transient process with desired quality despite system's uncertainties. The newly developed method, in which the research resulted, is based on a previously developed robust control system synthesis method and system poles allocation according to a domination principle. The method allows to synthesize a system with an oscillatory transient process, having constant setting time and an oscillation degree despite interval parameters.

Keywords: control system, adaptive control, robust control, interval parameter, system pole, domination principle, oscillatory transient process.