

Комитет науки Министерства образования и науки
Республики Казахстан
РГП «Институт информационных и вычислительных технологий»
КН МОН РК



25 лет
Независимости
Республики Казахстан



25 лет
Институту
информационных и
вычислительных
технологий

МАТЕРИАЛЫ

Международной научной конференции
«Информатика и прикладная математика»
(«Computer science and Applied Mathematics»),
посвященной 25-летию Независимости Республики Казахстан и
25-летию Института информационных и
вычислительных технологий

Часть I

г. Алматы, 21-24 сентября 2016 года

**Алматы
2016**

УДК 004:51(063)
ББК 32.973-018+22.1
И 74

Редакционная коллегия

*Калимолдаев М.Н. (главный редактор), Мамырбаев О.Ж. (зам. главного редактора),
Мустафин С.А. (ответсекретарь), Амиргалиев Е.Н., Анищенко Л.Н., Калиева Г.С.,
Капалова Н.А., Кулемзин А.А., Сахариев Б.Б.*

И 74 Информатика и прикладная математика: Мат. Междун. научн. конф. «Информатика и прикладная математика», посвященной 25-летию Независимости Республики Казахстан и 25-летию Института информационных и вычислительных технологий. (Часть I). – Алматы: Институт информационных и вычислительных технологий, 2016. - 351 с.

ISBN 978-601-280-767-7

В сборнике представлены материалы Международной научной конференции «Информатика и прикладная математика», приуроченной к 25-летию Независимости Республики Казахстан и 25-летию Института информационных и вычислительных технологий.

Опубликованы доклады, представленные по 5 секциям от Республики Казахстан, Российской Федерации, США, Латвии, Польши, Республики Беларусь, Украины, Азербайджана, Японии, Кореи, Португалии, Испании, Англии, Кыргызской Республики и других.

Рассмотрены актуальные вопросы в области математики, информатики и управления: математического моделирования и вычислительной математики, исследования и разработки защищенных и интеллектуальных информационных технологий, математической теории управления, математической логики и алгебры.

Материалы предназначены для студентов, магистрантов, докторантов и других научных работников вузов и научных организаций.

УДК 004:51(063)
ББК 32.973-018+22.1

ISBN 978-601-280-767-7

© Институт информационных и вычислительных технологий, 2016

**Международная научная конференция
«Информатика и прикладная математика»
(«Computer science and Applied Mathematics»),
посвященная
25-летию Независимости Республики Казахстан
и
25-летию Института информационных и вычислительных технологий**

Организатор:

Институт информационных и вычислительных технологий МОН РК
(г. Алматы, Республика Казахстан)

Программный комитет

Почетный председатель:

Мутанов Г.М., академик НАН РК, Казахстан

Председатель:

Калимолдаев М.Н., член-корр. НАН РК, Казахстан

Сопредседатели:

Кабанихин С.И., член-корр. РАН, Россия

Шокин Ю.И., академик РАН, Россия

Зам.председателя:

Ружанский М., доктор PhD, Великобритания

Бектемесов М.А., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан

Члены международного программного комитета:

Абламейко С.В., академик НАН Беларуси, Беларусь

Адамов А., д.ф.-м.н., профессор, Азербайджан

Айда-заде К.Р., д.ф.-м.н., профессор, Азербайджан

Амиргалиев Е.Н., д.т.н., профессор, Казахстан

Арифжанов А.Ш., д.т.н., профессор, Узбекистан

Арсланов М.З., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан

Ахмед-Заки Д.Ж., д.т.н., профессор, Казахстан

Ашимов А.А., академик НАН РК, Казахстан

Бекмуратов Т.Ф., академик АН РУз, Узбекистан

Бердышев А.С., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан

Бияшев Р.Г., д.т.н., профессор, Казахстан

Блиев Н.К., академик НАН РК, Казахстан

Дауылбаев М.К., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан

Дженалиев М.Т., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан

Джумадильдаев А.С. академик НАН РК, Казахстан

Дюсембаев А.Е., профессор, д.ф.-м.н., Казахстан

Евтушенко Ю.Г., академик РАН, Россия
Ерзин А.И., д.ф.-м.н., профессор, Россия
Зоркальцев В.И., д.т.н., профессор, Россия
Имомназаров Х.К., д.ф.-м.н., профессор, Россия
Искаков К.Т., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан
Исмаилов Б.И., д.т.н., профессор, Кыргызстан
Карабеков Б.С., к.ф.-м.н., Казахстан
Касьянов В.Н., профессор, д.ф.-м.н., Россия
Конявский В.А., д.т.н., профессор, Россия
Корченко А.Г., д.т.н., профессор, Украина
Кочетов Ю.А., д.ф.-м.н., профессор, Россия
Крак Ю.В., д.ф.-м.н., профессор, Украина
Кулпешов Б.Ш., чл.-корр. НАН РК, Казахстан
Мазаков Т.Ж. д.т.н., профессор, Казахстан
Мусабаев Р.Р., к.т.н., Казахстан
Мухамедгалиев А.Ф., д.т.н., профессор, Казахстан
Набиев О.М., д.т.н., профессор, Узбекистан
Найзабаева Л.К., д.т.н., доцент, Казахстан
Нысанбаева С.Е., д.т.н., доцент, Казахстан
Отелбаев М.О., академик НАН РК, Казахстан
Пак И.Т., д.т.н., профессор, Казахстан
Посыпкин М.А., д.ф.-м.н., Россия
Рысбайулы Б., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан
Сакабеков А.С., д.ф.-м.н., профессор, Казахстан
Самигулина Г.А., д.т.н., доцент, Казахстан
Тузиков А.В., д.т.н., профессор, Беларусь
Тукеев У., д.т.н., профессор, Казахстан
Ускенбаева Р.К., д.т.н., профессор, Казахстан
Утепбергенов И.Т., д.т.н., профессор, Казахстан
Харин С.Н., академик НАН РК, Казахстан
Шарипбай А.А., д.т.н., профессор, Казахстан
Шаршеналиев Ж.Ш., академик НАН КР, Кыргызстан
Яремчук Ю.Е. д.ф.-м.н., профессор, Украина

Prof. Ahmet Marat, Turkey
Prof. Alimhan Keylan, Japan
Prof. Bagher Baba Ali, Iran
Prof. Cabada Fernández Alberto, Spain
Prof. Cho Yong – Beom, South Korea
Prof. Cilaro Alessandro Italy
Prof. Damiani Ernesto, Italy
Prof. Dobrowoski Grzegorz, Poland
Prof. Frank Chong woo Park, South Korea
Prof. Gasterator Antonios, Greece

Prof. Hamdani bin Saidi, Malaysia
Prof. Heinrich Begehr; Germany
Prof. Hiroshi Inaba, Japan
Prof. Jon – Chao Hong, Taiwan
Prof. Josserand Christophe, France
Prof. Masayasu Ito, Japan
Prof. Mladenovich Nenad, Serbia
Prof. Muhamediev Ravil, Latvia
Prof. Ovchinnikov Vladimir, Germany
Prof. Paltashev Timour, USA
Prof. Perlovsky Leonid, USA
Prof. Skliarova Iouliia, Portugal
Prof. Stouraitis Thanos, Greece
Prof. Sumil Vadera, England
Prof. Tenreiro Machado, Portugal
Prof. Virginio Cantoni, Italy
Prof. Wojcik Waldemar, Poland

Ученые секретари конференции:

Юничева Н.Р.
Капалова Н.А.

Организационный комитет

Председатель:

Мамырбаев О.Ж., доктор PhD
Мустафин С.А., к.т.н., доцент

Заместитель председателя:

Сахариев Б.Б.,

Члены Организационного Комитета:

Абдильдаева А.А.
Айтмухамбетова Г.А.
Анищенко Л.Н.
Аспантаев А.
Ахметжанов М.А.
Ахметов Е.А.
Джолдасбаев С.К.
Дузбаев Т.Т.
Дюсенбаев Д.С.

Кабылханов А.
Калиева Г.С.
Кожагул А.Т.
Кулемзин А.А.
Мажитов Ш.С.
Мамбетаев О.
Масимканова Ж.А.
Муратханова Т.
Мусабаев Т.Р.
Нуржанов Ч.
Оразбеков Ж.
Тасболат Н.
Тойбаева Ш.
Утегенова А.
Шахмаев Р.А.
Шахов В.В.
Шаяхметова А.
Шокишалов Ж.

Место проведения:

Республика Казахстан, г. Алматы, ул. Шевченко, 28,
Ғылым ордасы, с 21 по 24 сентября 2016 г.

Секция 1

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ И ТЕОРИИ
УПРАВЛЕНИЯ**

MEDICAL DECISION MAKING DIAGNOSIS SYSTEM INTEGRATING K-MEANS AND NAÏVE BAYES ALGORITHMS

Altayeva A.B.

e-mail: aizhan.baqytzhan@gmail.com

*Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК,
Казахстан*

Abstract. *Data Mining is process of analytical study of large data sets in order to identify specific patterns and systematic relationships between variables, which can then be applied to new sets of data and nowadays they are attracted a lot of attention among researchers. This research work has developed a Decision Support in Heart Disease Prediction System (HDPS) using data mining modeling technique, namely, Naïve Bayes and K-means clustering algorithms that are one of the most popular clustering techniques; however where the initial choice of the centroid strongly influences the final result. Using of medical data, such as age, sex, blood pressure and blood sugar levels, chest pain, electrocardiogram, analyzes of different study patient, etc. graphics can predict the likelihood of the patient. This paper shows the effectiveness of unsupervised learning techniques, which is a k-means clustering to improve teaching methods controlled, which is naive Bayes.*

1 Introduction

Data mining this is discovery process in the raw data previously unknown, non-trivial, practically useful, the interpretation of the available knowledge necessary for decision-making in the various spheres of human activity. This search for relationship with existing large associated data that are hidden among large amounts of data and refers to the "mining" knowledge from large amounts of data. Existing systems are used to assist in decision-making, referred to as data mining. These systems represent an iterative sequence of pre-processing as cleaning, data integration, and data selection is correct the pattern identification of data mining and knowledge representation. Data mining is the search for relationships and global patterns that exist in large databases, but hidden among the large amounts of data. Computer diagnosis of diseases is the doctor for the same instrument, the calculations for an engineer: design diagnostics does not replace the doctor, but it helps. Therefore important to develop mathematical methods of diagnostics and compare their effectiveness. For example, prior art works used for diagnosing diagnostic features defined in one day, mainly during hospitalization. Signs in subsequent days are not involved in the calculations, i.e. not taken into account the dynamics of the disease the most important factor when making a diagnosis. This example illustrates the method development relevance, taking into account the dynamics of diseases, as is done in this paper. Most hospitals today use decision-support systems, but to get the results of the disease are largely limited. They can answer simple questions such as "What is the average age of the patients with cardiovascular disease?" "After surgery, many patients must remain for more than one week?" "Determine based on gender, marital status and who have been treated for heart failure." Solutions are always made in a hospital based on intuition and experience of doctors, and not on the rich knowledge data that are hidden in the database. This process leads to undesirable biases, errors and unnecessary health care costs, which affects the quality of services provided to patients. Machine learning can be used to determine the automatic conclusion of diagnostic rules from the past descriptions, successfully treat a patient, as well as experts and specialists will help make the diagnostic process more objective and more reliable. Intelligent decision support systems are defined as interactive computer systems to help

make decisions in the use of data sets and models to find problems, solve problems and make decisions [1]. The proposed system uses the analysis to integrate and make the right decision at the clinic with a computer system. This patient record can reduce the number of patients to improve the safety of medical decisions errors, reduces unwanted changes in practice and improve patient outcomes. This proposal is promising, as modeling and analysis instruments, such as data mining, have the ability to generate knowledge-rich environment that can help to significantly improve the quality of clinical decisions [2].

2 K-Means Clustering

K-means Clustering is often referred to as unsupervised learning. Because there is no need for a marked data, learning algorithms without a teacher are suitable for many applications where the labeled data are difficult to obtain. Uncontrolled tasks such as clustering, as often used, which would investigate and characterize the data set before starting a controlled learning objectives. Since clustering is performed without using a class label, some idea of the similarity must be determined on the basis of object attributes. Description of similarities and method in which dots are grouped differ based clustering algorithm is used. K-means algorithm is a simple iterative clustering algorithm, which divides a particular set of data on the number of clusters, k specified by the user. The algorithm is simple to implement and run relatively fast, easily adaptable and common in practice. It is historically one of the most important data mining algorithms.

The flow chart in Figure 1 below shows the different steps of k-means clustering algorithm [3].

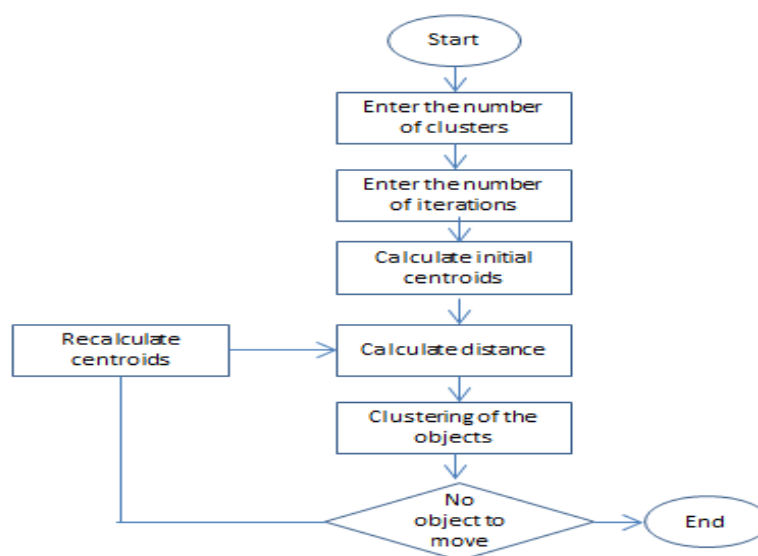


Figure 1- K-means clustering algorithm

The steps of the above flow chart are as follows:

Step1: Enter the number of clusters; this is “ k ” value.

Step2: After calculate the initial centroids from the actual datasets. Divide datapoints into “ k ” clusters.

Step3: By using Euclidean’s distance formula (1) move the datapoints into clusters and recalculate new centroids. These centroids are calculated on the basis of average of means.

Step4: Repeat step 3 until no datapoints is to be moved.

$$r(x_i, x_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^N (x_{ik} - x_{jk})^2} \quad (1)$$

Where $r(x_i, x_j)$ is the distance between x_i and x_j . x_i and x_j are the attributes of a given data, where i, j and k vary from 1 to N . N is total number of attributes of that given data. After we compute new cluster centers as centroids, and iterate this process until the cluster members are stabilized. This algorithm uses a square-error criterion for re-assignment of any sample from one cluster to another. The sum of square-error value "E" is shown in equation 2.

$$E = \sum_{i=1}^X \sum_{j=1}^Y \sum_{k=1}^Z (A - B)^2 \quad (2)$$

Where $(A - B)^2$ is the distance between the datapoints. The main problems in k -means clustering algorithm shows below: the user needs and must be specify the number of clusters k ; the algorithm is valid only to datasets; the algorithm is sensitive to initial seeds and to outliers; the k -means algorithm is not valid for discovering clusters that are not hyper-spheres [4]. This is a main problem of k -means clustering algorithm.

3 Naive Bayesian Classification Algorithm

Bayesian classification presents supervised learning method, and the method of statistical classification. It assumes a basic model of probability, and it allows us to capture some uncertainty about the model by determining the probability of the outcome source. It can solve problems of diagnosis and prognostic. Bayesian approach to classification is based on the theorem, which states that if the density distribution of each of the classes is known, the desired algorithm can be written in explicit analytic form. Furthermore, this algorithm is optimal, that is, has the minimum error probability. It calculates the precise probability of the hypothesis, and it is resistant to the noise at the input [5] data.

Naïve Bayesian method is particularly relevant for the problems of high dimensionality of the input space, in case of problems with a large number of input variables. Despite its simplicity, Naive Bayes often superior to other more sophisticated classification methods and this model takes on different characteristics of the patients with different diseases, define and determines the probability of each input source for a predictable state. Bayes's Rules one of the main and basic algorithms of machine learning and data mining methods. The algorithm is used to create models with predictive capabilities. It provides all possible new ways of learning and understanding the data.

Why to implement the preferred algorithm Naive Bayes:

- 1) When working with very large datasets.
- 2) When the attributes are independent of each other.
- 3) When we expect that in comparison to other production methods, a more effective output.

Bayes' formula allows you to "rearrange the cause and effect": event on the known fact to calculate the probability that it was due to this reason.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (3)$$

Where $P(A)$ - is a priori probability of the hypothesis, $P(A|B)$ - the probability of a hypothesis A when an event occurs in B ; $P(B|A)$ - the probability of an event B at the truth of the hypothesis A ; $P(B)$ – the total probability of occurrence B .

4 Naive Bayesian Classifier

A Naive Bayesian Classifier is a simple probabilistic classifier based on applying Bayes' theorem to strict (naive) assumptions about independence. Depending on the exact nature of the probabilistic model, Naive Bayes classifier can be trained very effectively. The classifier, which uses the Naive Bayesian formula to calculate the probability of each class A given the values B_i of all attributes for an instance to be classified, the conditional independence of the attributes given the class:

$$P(A | B_1..B_n) = P(A) \prod_i \frac{P(A | B_i)}{P(A)} \quad (4)$$

The new instance is classified into the class with a maximal calculated probability. This makes the Naïve Bayesian classifier more accurate.

5 Semi-naive Bayesian Classifier

Semi-naive Bayesian Classifier: Kononenko (1991) in his research deeper learning and expanding Naïve Bayes's algorithm and developed the semi-naïve Bayesian classifier that explicitly searches for dependencies between the values of different attributes. If such dependency is discovered between two values B_i and B_j of two different attributes, in this case the data are not considered as conditionally independent [5]. Accordingly we have the term:

$$\frac{P(A|B_i)}{P(A)} \times \frac{P(A|B_j)}{P(A)} \quad (5)$$

In Equation (5) is replaced with

$$\frac{P(A|B_i, B_j)}{P(A)} \quad (6)$$

In this case a positive identity of the conditional probability $P(A|B_i, B)$ is necessary. Therefore, the accommodation of algorithms between the non-naivety and the veracity of identity of probabilities. Technique Naive Bayes classifier is especially designed for large input data. Despite its simplicity, Naive Bayes algorithm often outperform more sophisticated classification methods, and is often used to compute the solution of problems with high probability.

Figure 2 illustrates the working schema of the system using Naïve Bayes algorithm of patient data. The program receives patient record from the interface and uses this data to Naïve Bayes algorithm. By using the Naïve Bayes method, possible attributes will be determined and probability of each attribute will be calculated. Then yes or no probability of each attribute will be computed, and depending on these results the information about risk will be returned [6]. The received results will be written into the database, and it will supplement the knowledge base, also it will be used to solve next problems.

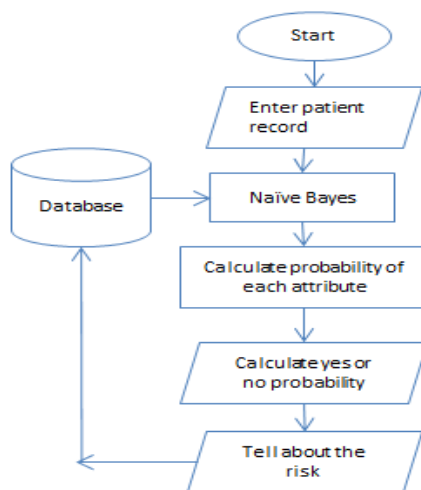


Figure 2- Realization of Naïve Bayes algorithm

References

1. Igor Kononenko, “Semi-Naïve Bayesian Classifier”, Springer Berlin Heidelberg, March 6–8, 1991, p 206- 219
2. Peng, Y., Kou, G. Vol. 7, Issue: 4, Page 639-682, 2008. International Journal of Information Technology and Decision Making System.
3. Xindong Wu · Vipin Kumar · J. Ross Quinlan “Top 10 algorithms in data mining”, 4 December 2007 © Springer-Verlag London Limited 2007.
4. Davidson, Ian. “Understanding K-Means Non- hierarchical Clustering”, SUNY Albany-Technical Report 2002.

MULTILAYER SOIL FREEZING AND SWELLING

Ryskeldi M.M., Kelesbekov A.B.

e-mail: m.ryskeldi@gmail.com

International Information Technology University, Kazakhstan

Abstract. *In this paper, the process of freezing in multilayered soil is studied by the method of mathematical modeling. Based on differential problem, the nonlinear finite difference scheme is constructed. The algorithm for solving the approximate problem is developed and the numerical calculations are conducted. The obtained results are analyzed.*

The construction in frosty areas requires solving a number of problems associated with the need to improve the stability, strength and durability of buildings and structures erected on permafrost and seasonally freezing soils. One of those problems is connected with the frost heaving of seasonally-freezing soils.

Deflected state of soil under the frost heaving causes unacceptable non-uniform displacements and serious damage to industrial and civil buildings, hydraulic engineering, land reclamation and other facilities (roads, railways, airfields, bridges, pipelines, etc.). Lack of the study of this field and underestimation of huge material and financial resources, worsen the conditions and reduce the periods of operation facilities.

Sumgin M.I., Tsytoovich N.A., Dalmatia B.I., Vyalov S.S., Orlov V.O., Tyutyunov I.A., Lykov A.V., Goldstein M.N, Pavlov A., Ivanov N.S., Feldman G.M and other researchers have made a significant contribution to research and study of the soils frost heaving during freezing, development and improvement methods of solving such problems of heat transfer with phase transitions.

For the first time we encountered the adverse effects of this phenomenon in roadster. Interest in the soil stabilization issues has considerably increased with the construction and operation of railways, the first of which was built in the Urals in 1834. Constructed in 1895, the Trans-Baikal and Amur railways later showed the importance of resolving this issue and sent the idea to study engineering permafrost phenomena and their interaction with engineering structures. The prerequisites for this were works of Lopatin I.A, Shtukenbeg V. and Voyslova S.G., which are the basis of studying the physical nature of the processes of swelling and moisture migration in frozen soils. Work of foreign researchers on heaving soils appeared in Sweden and the USA in the second decade of XX century. The most interesting work is Sweden Iogapssona's S., the first abroad researcher who paid attention to the movement of moisture to the soil freezes.

Russian soil scientists and agrophysics Dokuchaev V.V., Bliznin G., Lebedev A.F. and others paid great attention to the study of the movement of moisture in soils. Unemployed 30-ies of XX century were essential to the development of scientific bases and calculation of structures stability on heaving soils. The period is associated with the works of Sumgin M.I., Tsytoovich N.A., Fedosov A.E., Andianova P.I., Bykov N.I., Kapteeva P.N., Deyagina B.V. and etc. Studies of this period mainly served on the experimental and theoretical base, just in time of manufacture it was put by Tsytoovich N.A. and Sumgin M.I. on the basis of a new scientific discipline - the mechanics of frozen soils. Wide perspective in the development and knowledge of prior physical processes and properties of frozen ground was opened in connection with the advanced and experimentally proven Tsytoovich N.A. theory. It was about dynamic equilibrium of the solid and liquid phases of water in frozen soils, which was found

confirmed and developed in all areas of permafrost, including the decision of heaving problems, moisture accumulation and ice discharge.

However, many works are dedicated to the solution of mathematical models of heat and mass transfer in disperse media with phase transitions [1]. More adequate results with the experimental data were obtained with the help of mathematical models of heat and mass transfer, when the migration of moisture in the melt, and in the frozen areas was taken into account, for example, the difference calculation of the temperature field of the pilot is 0.5 ° C, and in a humid field - 0.5%. Based on the system of equations of heat mass transfer has been selected as a mathematical model of heat and mass transfer system. In this case, the amount of heat carried by the migratory flow and moisture thermo-gradient mechanism transfer was not taken into account.

In the process of freezing the dispersion medium change in its physical state, in particular, the transition from the melted state to frozen is happening. The problems of Stefan type phase transition occurs at a certain temperature T_f . The heat at the interface is transferred by conduction. And at the motion of the interface the heat of water transition phase is completely released. The mathematical model of the problem is based on the energy conservation law. Meanwhile the process of heat distribution in the array is described by the heat equation in a typical formulation.

The system of differential equations describing the non-isothermal process of convective heat distribution in a multi-particulate soil is written as

$$C(\theta)\gamma\frac{\partial\theta(z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(\theta)\frac{\partial\theta(z,t)}{\partial z}\right), \quad (1)$$

$$\lambda(\theta)\frac{\partial\theta(z,t)}{\partial z}\Big|_{z=H} = -\alpha(\theta(z,t)-T_a(t))\Big|_{z=H},$$

where $0 < z < H$, $0 < t < t_{\max}$, $\theta(z,t)$ – the function of temperature distribution, $C(\theta)$ – specific heat function; γ – specific mass of soil, $\lambda(\theta)$ – coefficient of thermal conductivity; α – heat transfer coefficient, $T_a(t)$ – the function of external temperature (air).

It is found that at a certain depth of soil the temperature remains constant. Using this fact, the boundary condition

$$\theta|_{x=0} = T_1. \quad (2)$$

Note that the Oz axis is directed vertically upward. At the initial time $t = 0$ the temperature distribution in the soil is given, i.e.,

$$\theta|_{t=0} = \theta_0(z). \quad (3)$$

The condition of a multilayered model is described by a function of the thermal conductivity

$$\lambda(\theta) = \begin{cases} \lambda_1, \theta \leq \theta_2^* \\ \lambda_2, \theta \geq \theta_1^* \end{cases} \quad (4)$$

At the phase boundary the temperature condition of equality on the left and right boundaries is set as follows

$$[\theta]_{h_1(t)=z} = 0, \quad \left[\lambda\frac{\partial\theta}{\partial z}\right]_{h_1(t)=z} = 0,$$

$$[\theta]_{h_2(t)=z} = 0, \left[\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{h_2(t)=z} = 0.$$

It was found that the soil is frozen at a temperature of θ_1^* °C and θ_2^* °C are boundary conditions for the phase and melt zones

$$\theta(h_1(t)) = \theta_1^*, \theta(h_2(t)) = \theta_2^*.$$

Then the task is to find the boundaries $h_1(t)$, $h_2(t)$.

The grid method. The interval $(0, H)$ splits into N equal parts with a step $\Delta z = \frac{H}{N}$, whilst the interval $(0, t_{\max})$ splits into M equal parts with a step $\Delta t = \frac{t_{\max}}{M}$. Afterwards, using the balance method, we integrate the differential equation (1) in the grid cells $(z_{i-0.5}, z_{i+0.5}) \times (t_j, t_{j+1})$.

$$\int_{z_{i-1/2}}^{z_{i+1/2}} \int_{t_j}^{t_{j+1}} C(\theta) \gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} dz dt = \int_{t_j}^{t_{j+1}} \int_{z_{i-1/2}}^{z_{i+1/2}} \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) dz dt. \quad (5)$$

After approximation it is supposed that the temperature at the point i to j -time will be determined by the new point functions below

$$\theta_i^j \approx y_i^j.$$

In a result, splitting up the continuous domain $Q = (0, H) \times (0, t_{\max})$ transforms to the discrete domain $Q_N^M = \{(z_i, t_j), z_i = i \cdot \Delta z, t_j = j \cdot \Delta t, i = \overline{1, N}, j = \overline{0, M}\}$. In discrete domain appears the following equation from (5):

$$C(y_i^j) \cdot \gamma \cdot \frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\Delta t} = \lambda \left(\frac{y_{i+1}^j + y_i^j}{2} \right) \cdot \frac{y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1}}{(\Delta z)^2} - \lambda \left(\frac{y_i^j + y_{i-1}^j}{2} \right) \cdot \frac{y_i^{j+1} - y_{i-1}^{j+1}}{(\Delta z)^2}.$$

The boundary condition (2)-(3) are written in the differencing scheme:

$$y_i^0 = T_0(z_i), \quad y_0^j = T_1.$$

The third-order boundary condition is written as a difference scheme:

$$\lambda(y_N^j) \frac{y_N^{j+1} - y_{N-1}^{j+1}}{\Delta z} = -\alpha(y_N^{j+1} - T_a(t_{j+1})).$$

Let the values of the unknown quantities to the j -th sacrificial layer are known. For defining the values of the next $(j + 1)$ layer, the sacrificial layer is defined by the following iterative scheme: based on the i -th iteration the next $(i + 1)$ iteration can be found. And each iteration of the difference problems is solved by the sweep method, i.e the difference problem for the temperature and humidity are set in the following form [3].

$$A_i y_{i+1}^{j+1} - B_i y_i^{j+1} + C_i y_{i-1}^{j+1} + F_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N-1,$$

$$y_{i+1}^{j+1} = \alpha_i y_i^{j+1} + \beta_i,$$

where

$$A_i = \lambda \left(\frac{y_{i+1}^j + y_i^j}{2} \right) \frac{\Delta t}{c(y_i^j) \gamma (\Delta z)^2}, \quad B_i = \lambda \left(\frac{y_i^j + y_{i-1}^j}{2} \right) \frac{\Delta t}{c(y_i^j) \gamma (\Delta z)^2}, \quad C_i = A_i + B_i + 1, \quad F_i = y_i^j.$$

The general formulas of the coefficients α_i, β_i in the sweep method are

$$\alpha_{i-1} = \frac{B_i}{C_i - A_i \alpha_i}, \quad \beta_{i-1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - A_i \alpha_i}.$$

However, the initial values of coefficients α_i, β_i is calculated by the next formulas:

$$\alpha_{n-1} = \frac{\lambda(y_N^j)}{\lambda(y_N^j) + \alpha \Delta z}, \quad \beta_{n-1} = \frac{\alpha \Delta z T a^{j+1}}{\lambda(y_N^j) + \alpha \Delta z}.$$

According to the developed algorithm, numerical calculations of heat and mass transfer during the freezing of sandy and loamy soils are performed. Necessary calculations of original data are taken from [4-7]. Soil porosity n is the ratio of pore volume to the total volume of soil. The void ratio or relative porosity is the ratio of pore volume to the volume of solid soil particles (skeleton) and is defined as follows; P_c - specific weight of the soil, p - volumetric weight of the skeleton (dry) soil [7].

Theoretically, the porosity ranges from zero to one. Accordingly, the porosity coefficient varies from zero to infinity [8]. The porosity may be greater than one, while the void ratio can be greater than one (for example, in peat). Void ratio is equal to one, if the pore volume is the volume occupied by solids. Specific heat capacity of soil skeleton is defined by the formula of [6] (Fig. 1):

$$C(\theta) = 0.875 + 0.001 \cdot \theta.$$

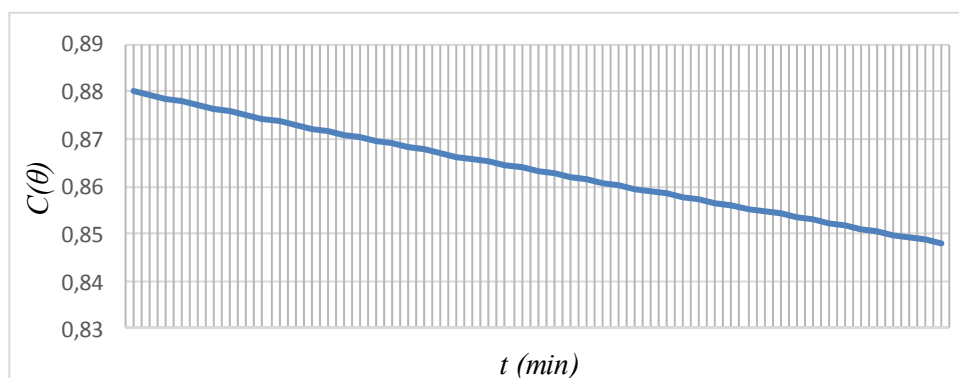


Figure 1 - The relative heat capacity of the soil

Consider that the type of soil is sand. Then the specific weight of the soil $p = 2700$ kg/m³ and the bulk density of the soil skeleton $p = 1800$ kg/m³. In addition, the thermal conductivity coefficients [2] are $\lambda_1 = 2.26$ W/(m°C), $\lambda_2 = 2.62$ W/(m°C).

The external temperature function that depends on the time is (Fig. 2)

$$T_a(t) = -0.9 \cdot t.$$

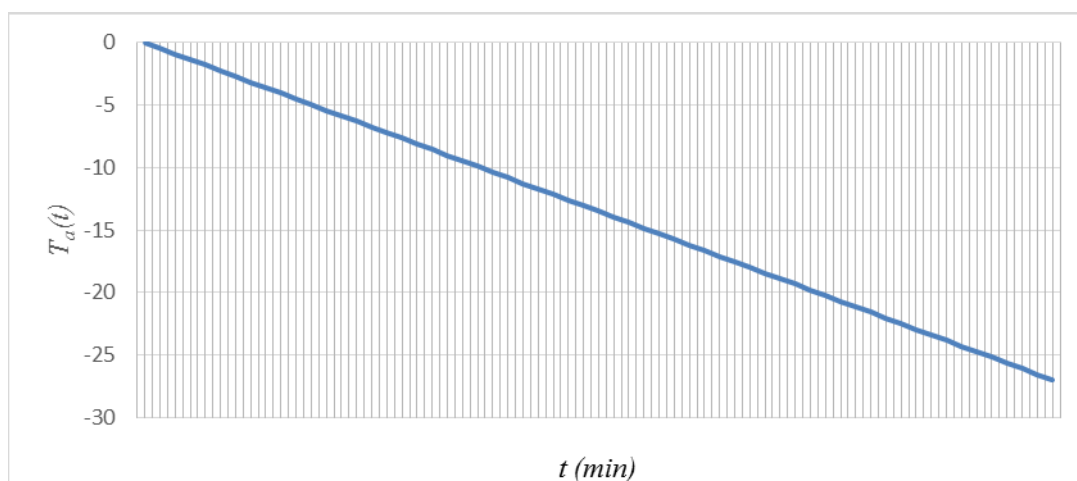


Figure 2 - The graph of the external temperature

Specific heat ratio coefficients are known to us only to melt and the permafrost zone, but it is unknown for the phase zone, pick up coefficient of heat conductivity to get rid of the continuity of functions (Fig. 3).

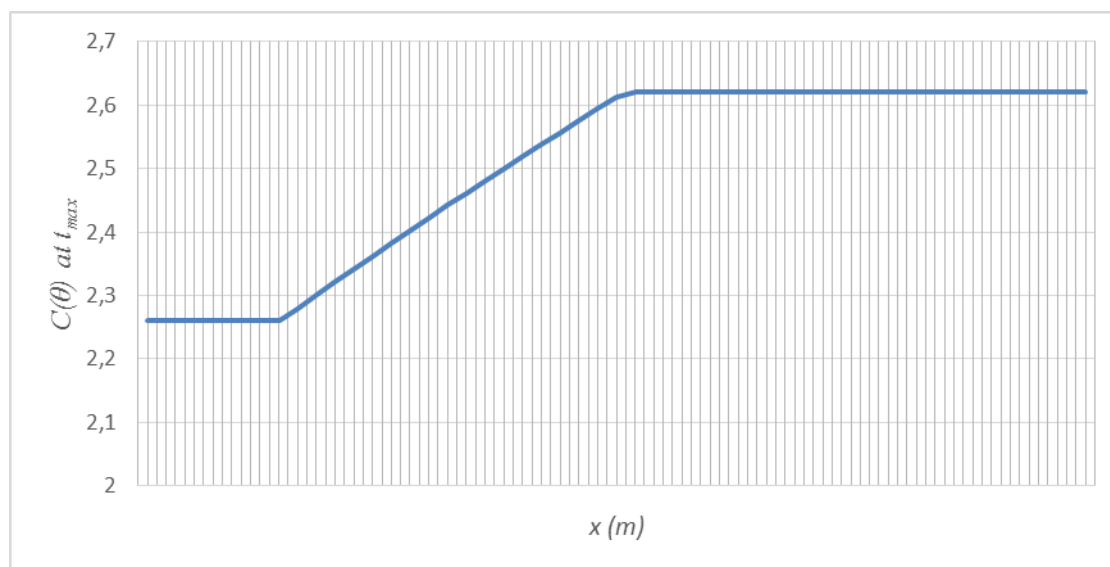


Figure 3 - The coefficient of heat capacity at t_{\max}

The obtained from calculations results of the boundaries $h_1(t)$, $h_2(t)$ are depicted at a graph below (Fig. 4).

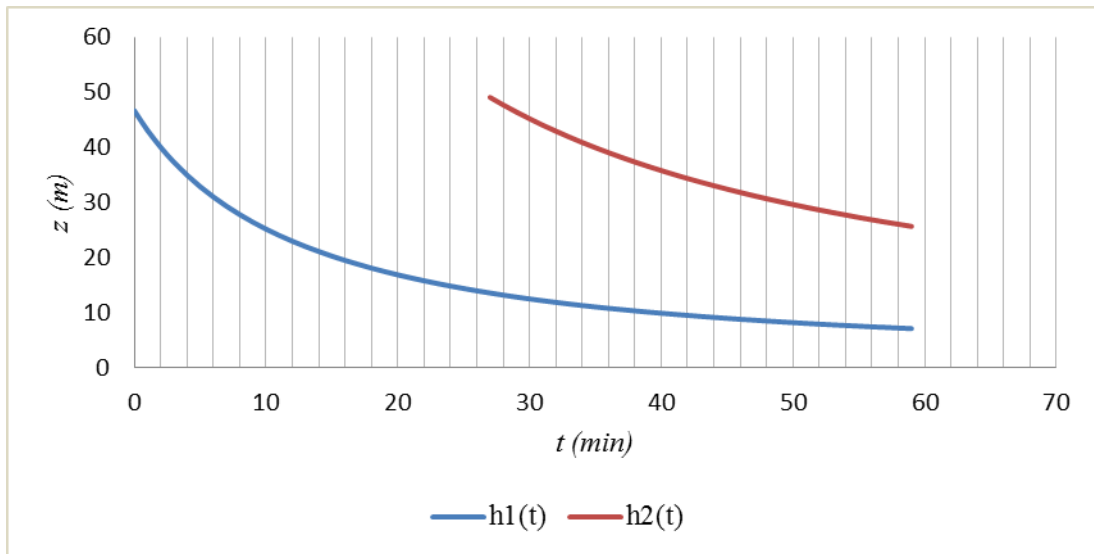


Figure 4 - The melt, phase and frozen zone boundaries

Based on the Fig. 4, it can be concluded that the phase boundary of the zone is moved linearly z -axis through determining Δt time. Schedule $h_1(t)$ shows us the boundary between the melt and the phase zone, $h_2(t)$ shows us the boundary between frozen and phase zone. The boundary of the frozen zone, as it is shown, comes after some period of time, the boundary phase area appears during the first iteration. So, the Fig.5 demonstrates a freezing depth and the depth of the phase zone.

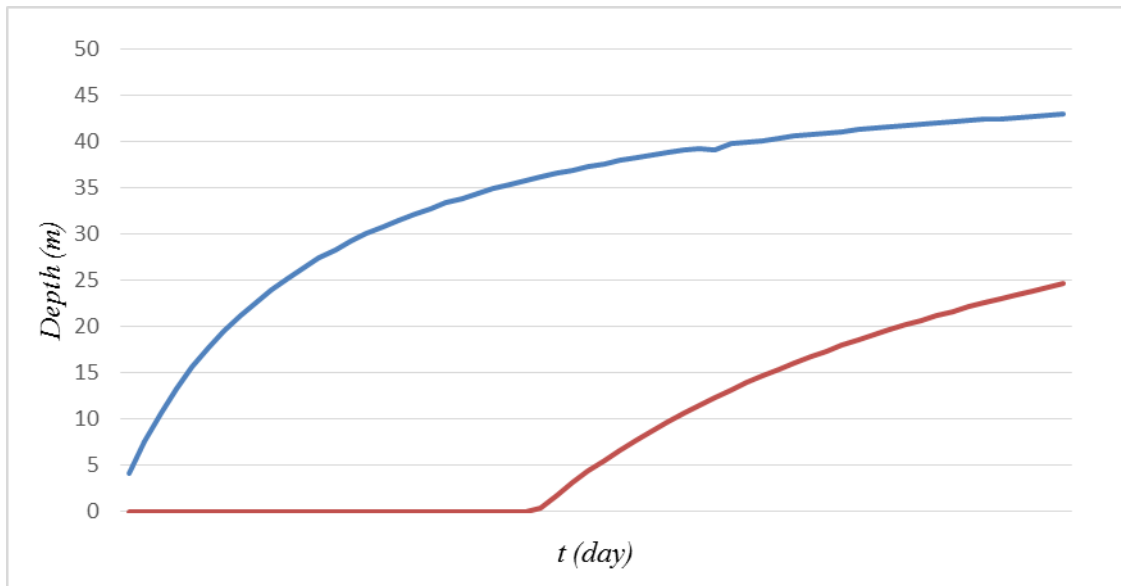


Figure 5 - The depth phase and freezing zones

Using the data obtained by the calculation can determine the swelling soil. In the process of freezing the redistribution of moisture a migration occurs, which under certain conditions can lead to swelling and forming the frozen ice layer of various capacities spacers (Fig. 6). Calculation methods for the determination of frost heaving of wet soils are based on the study of a joint heat and moisture during freezing.

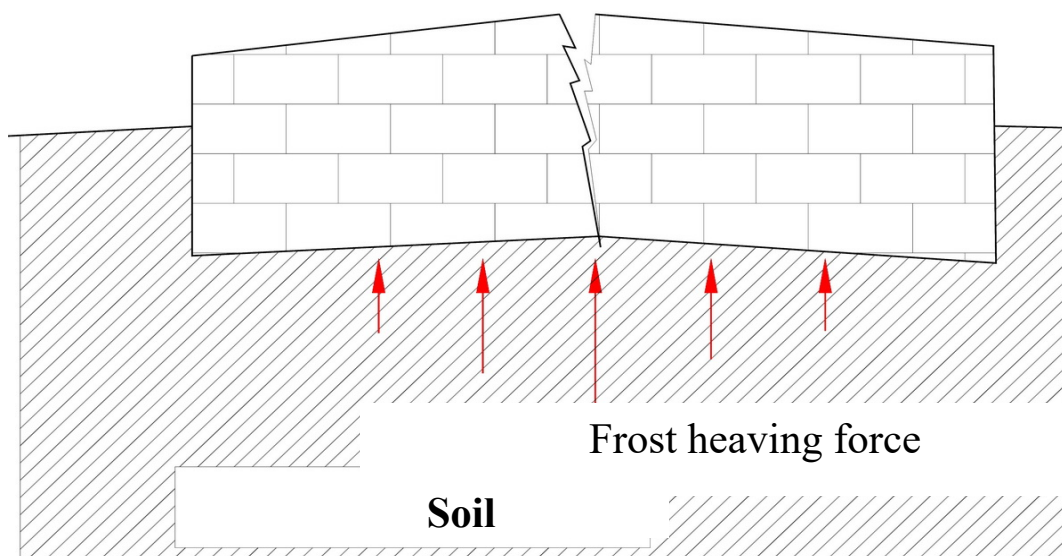


Figure 6 - Frost heaving force

Ratio layer of frost heaving of large or medium sized sand due to impossibility of squeezing the moisture from freezing the boundaries is defined by the formula:

$$\varepsilon_f = 0.09 \cdot S_r \cdot e \cdot \frac{\rho_d}{\rho_s} \quad (17)$$

where ρ_s – the density of mineral particles, the magnitude of which can be taken as 2650 kg/m^3 ;

ρ_d – the density of the soil skeleton with its natural density.

$$S_r = \frac{w\rho_s}{e\rho_w} \quad (18)$$

$$e = \frac{(\rho_s - \rho_d)}{\rho_d} \quad (19)$$

where ρ_w – the density of water located in the pores of the soil 1000 kg/m^3 .

The magnitude of the absolute deformation f_f frost heaving of soil layer in the absence of the surface of the external load is determined from the expression

$$f_f = \varepsilon_f \cdot d_f \quad (20)$$

where d_f – the depth of soil freezing.

The Fig. 7 shows the level of swelling for 60 days.

The current study is devoted to the development and improvement of methods of calculating the value of swelling soils. As you know, the freezing of moist soil is often accompanied by their heave, which is caused by mass transfer, physico-chemical and physico-mechanical processes. The study of many researchers demonstrated the significant role of moisture migration in frost heaving. The problem of moisture during the heat and moisture transfer in soil is presented in the form of a nonlinear heat and mass transfer problems. An algorithm for the study of the temperature and humidity conditions during freezing is constructed. A new method of counting the ice formed during the freezing is suggested.

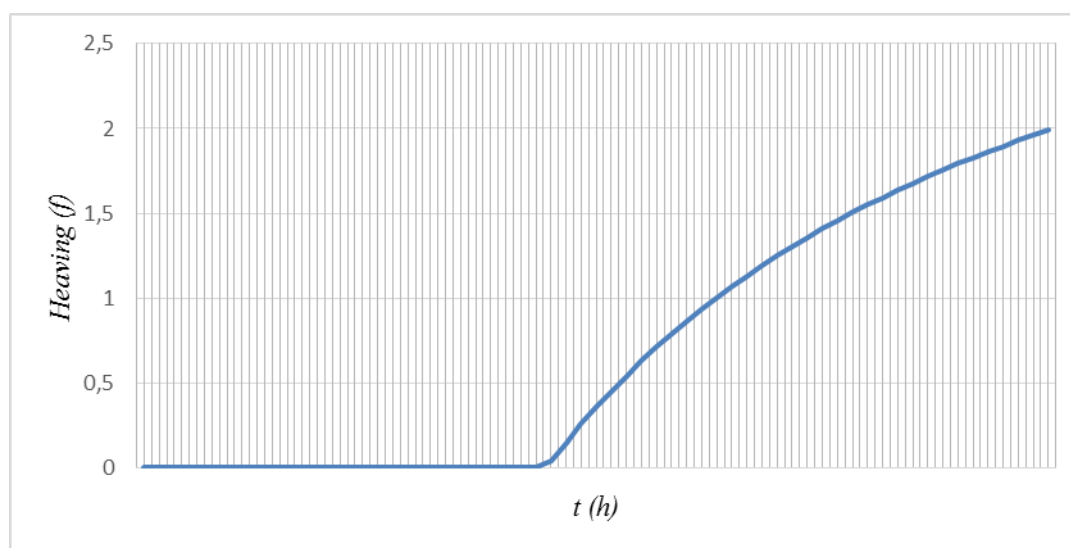


Figure 7 - Sandy soil heaving (swelling)

Numerical calculations of the process of soil freezing showed the suitability of the proposed methodology for the study of the distribution patterns of temperature and humidity during the frost. For the numerical solution of the difference problem an iterative scheme were constructed.

The solution results of some typical problems of seasonally freezing thawed soil indicate that the developed method of numerical study of soil freezing process gives a fairly accurate prediction of the dynamics in temperature and humidity field changes, as well as appearing with the swelling. It provides an opportunity to reveal the basic laws of formation of cryogenic texture and the amount of swelling in conditions close enough to the reality.

References

1. Panin, S.S. Experimental study and modeling of the movement of moisture in the soil and low head pressure-free infiltration: the dissertation / S.S. Panin - 2015 - 138 p.
2. SNIP II-15-74. Foundations of buildings and structures. The norms of the designing. M.: Stroyizdat, 1975. - 65 p.
3. Drobyshovich V.I. An algorithm for solving the two-phase Stefan problem on the basis of the formula sweep stream // Num. methods and software packages for the solution of equations of the mat. Physics. - Novosibirsk, 1985. - P. 82-93.
4. Garagulya L.S., Kondratiev K.A., Kudryavtsev V.A., Melamed V.G. Fundamentals of permafrost prognosis for geotechnical studies. - M.: Izd-th University, 1974. - 432 p.
5. Ivanov I.S., Gavrilev R.N. Techno-physical properties of frozen rocks. - M.: Nauka, 1965. - 73 p.
6. Stepanov A.V., Timofeev A.M. Thermal properties of dispersed materials. - Yakutsk: Publishing House of the YSC SB RAS, 1994. - 124 p.
7. Tsytovich O.N. The mechanics of frozen soils. - M.: Higher School, 1973. - 446 p.
8. Thomas, H.R. Fully coupled analysis of heat, moisture, and air transfer in unsaturated soil: the dissertation / H.R. Thomas, M.R. Sansom - 2005. -15 p.

ONEDIMENSIONAL NONLINEAR FOURMOMENT SYSTEM EQUATIONS OF BOLTZMANN WITH MAXWELL-AUZHAN BOUNDARY CONDITIONS

A. Sakabekov, Y. Auzhani

Kazakh National Research Technical University after K.I.Satpaev, Kazakhstan

In this article it is proved existence and uniqueness of solution of the problem with initial and boundary conditions of Maxwell-Auzhan for the nonstationary nonlinear one-dimensional Boltzmann's fourmoment system equations in space of functions continuous in time and summable in square by spatial variable

In case of one-atom gas any macroscopic system during process of its evolution to an equilibrium state passes 3 stages: initial transition period – described in terms of full function distribution of system, the kinetic period – by means of one-partial distribution function, the hydrodynamic period – by means of five first moments of distribution function. In kinetic regime the behavior of rarefied gas in the space of time and velocity is described by the Boltzmann's equation. It is known from gasdynamic that in most encountered problems there is no need in use of detailed microscopic gas description with help of distribution function. Therefore it is natural to look for less detailed description using macroscopic hydrodynamic variables (density, hydrodynamic velocity, temperature, etc.). As these variables are defined in terms of moments of the distribution function, we are faced with the problem of analyzing the various moments of Boltzmann's equation.

Note that the Boltzmann's moment equations are intermediate between Boltzmann (kinetic theory) and hydrodynamic levels of description of state of the rarefied gas and form a class of nonlinear partial differential equations. Existence of such class of equations was noticed by Grad [1], [2] in 1949. He obtained the moment system by expanding the particle distribution function in Hermite polynomials near the local maxwell distribution. Grad used cartesian coordinates of velocities and Grad's moment system contained as coefficients such unknown hydrodynamic characteristics like density, temperature, average speed, and others. Formulation of boundary conditions for Grad's system is almost impossible, as the characteristic equations for various approximations of Grad's hyperbolic system contain unknown parameters like density, temperature and average speed. However, 13- and 20-moment Grad equations are widely used in solving many problems of the kinetic theory of gases and plasma.

In work [3] we have obtained the moment system, which differ from Grad's system of equations. And we used spherical velocity coordinates and decomposed distribution function into a series of eigenfunctions of the linearized collision operator [4], [5], which is the product of Sonin polynomials and spherical functions. The resulting system of equations, which correspond to the partial sum of series and which we called the Boltzmann's moment system of equations, is nonlinear hyperbolic system in relation to the moments of particles distribution function.

The structure of Boltzmann's moment system of equations correspond to the structure of Boltzmann's equation, namely, differential part of the resulting system is linear in relation to the moments of distribution function and non-linearity is included as moments of collision integral [6].

The linearity of differential part of Boltzmann's moment system of equations simplifies task of formulation of boundary conditions. In work [3] was approximated a homogeneous

boundary condition for particles distribution function and proved the correctness of the initial and boundary value problem for nonlinear nonstationary Boltzmann's moment system of equations in three-dimensional space. In work [7] the initial and boundary value problem for one-dimensional non-stationary Boltzmann's equation with boundary conditions of Maxwell was approximated by corresponding problem for the Boltzmann's moment system of equations. And the boundary conditions for Boltzmann's moment system of equations were called as Maxwell-Auzhan conditions.

In work [8] been presented a systematic nonperturbative derivation of a hierarchy of closed systems of moment equations corresponding to any classical theory. This paper is fundamental work where closed systems of moment equations describe a transition regime.

The study of various problems for the Boltzmann's moment system of equations is an important and actual task in theory of rarefied gas. Correctness of initial and boundary problems for Boltzmann's moment system of equations with boundary conditions of Maxwell-Auzhan are being studied for the first time.

Solvability of initial and boundary value problem for the four-moment one-dimensional Boltzmann's system of equations with Maxwell-Auzhan boundary conditions

In this section we prove the existence and uniqueness of solutions of the initial and boundary value problem for four-moment one-dimensional Boltzmann's system of equations with boundary conditions of Maxwell-Auzhan in space of functions, continuous in time and summable in square by spatial variable. Note that theorem of existence of global in time solution of the initial and boundary value problem for 3-dimensional nonlinear Boltzmann equation with boundary conditions of Maxwell proved in work [9].

Statement of the problem. Find the solution of the initial-boundary value problem for a homogeneous one-dimensional Boltzmann equation

$$\frac{\partial f}{\partial t} + |v| \cos \theta \frac{\partial f}{\partial x} = J(f, f), t \in (0, T], x \in (-a, a), v \in R_3^v \quad (1)$$

$$f|_{t=0} = f^0(x, v), (x, v) \in [-a, a] \times R_3^v \quad (2)$$

$$f^+(t, x, |v| \cos \theta) = \beta f^-(t, x, -|v| \cos \theta) + (1 - \beta) \eta \exp\left(-\frac{|v|^2}{2RT_0}\right),$$

$$(n, v) = (n, |v| \cos \theta) > 0, \quad x = -a \text{ or } x = a, \quad (3)$$

where $f \equiv f(t, x, v)$ is particle distribution function in space velocity and time; $f^0(x, v)$ is distribution of the particles at the initial time (fixed function);

$J(f, f) \equiv \int [f(v')f(w') - f(v)f(w)] \sigma(\cos x) dw dv$ is nonlinear collision operator, recorded for Maxwell molecules, n is the unit external normal vector of the boundary.

Condition (3) is a natural boundary condition for the Boltzmann equation, which makes it possible to determine the reflected half of the distribution function f , if we know the half corresponding to the falling particles. According to (3), some part of falling particles reflected of the mirror and other particles are absorbed the wall and emitted with the Maxwell distribution corresponding wall temperature T_0 .

In equation (3), the coefficient η is determined from the lack of accumulation of particles on the wall [4]. Formula (3) is written with the assumption that the boundary (wall) fixed.

Otherwise, v must be replaced by $v - V$, V being the velocity of the wall. β , V , T_0 may vary from point to point and with time.

For one-dimensional problems of the eigenfunctions of the linearized operator are [4] [5]:

$$g_{nl}(\alpha v) = \left(\frac{\sqrt{\pi n!} (2l+1)}{2\Gamma(n+l+\frac{3}{2})} \right)^2 \left(\frac{\alpha |v|}{\sqrt{2}} \right)^l S_n^{l+\frac{1}{2}} \left(\frac{\alpha^2 |v|^2}{2} \right) P_l(\cos \theta),$$

$$2n+l = 0, 1, 2, \dots$$

where $S_n^{l+\frac{1}{2}} \left(\frac{\alpha^2 |v|^2}{2} \right)$ is the Sonin polynomials, $P_l(\cos \theta)$ is the Legendre polynomials, Γ is the Gamma function.

To find an approximate solution of the problem (1) - (3) apply the Galerkin method. We define the approximate solution of a one-dimensional problem (1) - (3) as follows:

$$f_k(t, x, v) = \sum_{2n+l=0}^k f_{nl}(t, x) g_{nl}(\alpha v) \quad (4)$$

$$\int_{R^+} \left(\frac{\partial f_k}{\partial t} + |v| \cos \theta \frac{\partial f_k}{\partial x} - J(f_k, f_k) f_0(\alpha |v|) g_{nl}(\alpha v) \right) dv = 0$$

$$2n+l = 0, 1, 2, \dots, k, (t, x) \in (0, T] \times (-a, a), \quad (5)$$

$$\int_{R^+} [f_k(0, x, v) - f_k^0(x, v)] f_0(\alpha |v|) g_{nl}(\alpha v) dv = 0$$

$$2n+l = 0, 1, 2, \dots, k, x \in [-a, a], \quad (6)$$

$$\int_{(n,v)>0} (n, v) f_0(\alpha |v|) f_{2N+1}^+(t, x, v) g_{n,2l}(\alpha v) dv -$$

$$-\beta \int_{(n,v)<0} (n, v) f_0(\alpha |v|) f_{2N+1}^-(t, x, v) g_{n,2l}(\alpha v) dv -$$

$$-(1-\beta) \eta \int_{(n,v)<0} (n, v) f_0(\alpha |v|) \exp\left(-\frac{|v|^2}{2RT_0}\right) g_{n,2l}(\alpha v) dv = 0$$

$$2(n+l) = 0, 2, \dots, 2N, x = -a \text{ or } x = a, \quad (7)$$

with $k = 2N+1$,

$$\int_{(n,v)>0} (n, v) f_0(\alpha |v|) f_{2N}^+(t, x, v) g_{n,2l+1}(\alpha v) dv -$$

$$-\beta \int_{(n,v)<0} (n, v) f_0(\alpha |v|) f_{2N}^-(t, x, v) g_{n,2l+1}(-\alpha v) dv -$$

$$-(1-\beta)\eta \int_{(n,v)<0} (n,v) f_0(\alpha|v|) \exp\left(-\frac{|v|^2}{2RT_0}\right) g_{n,2l+1}(-\alpha v) dv = 0,$$

$$2(n+l)+1 = 1, 3, \dots, 2N-1, x = -a \text{ or } x = a, \quad (8)$$

with $k = 2N$, where $n = (0, 0, 1)$ with $x = a$ and $n = (0, 0, -1)$ with $x = -a$;
 $f_0(\alpha|v|)$ is the global Maxwell distribution;

$$f_{nl}(t, x) = \int_{R^3} f_k(t, x, v) f_0(\alpha|v|) g_{nl}(\alpha v) dv,$$

$$f_k^0(x, v) = \sum_{2n+l=0}^k f_{nl}^0(x) g_{nl}(\alpha v) dv,$$

$$f_{nl}^0(x) = \int_{R^3} f_k^0(x, v) f_0(\alpha|v|) g_{nl}(\alpha v) dv.$$

We write in expanded form the system of one-dimensional Boltzmann's moment equations in the k -th approximation, which correspond to decomposition of the particle distribution function by eigenfunctions of the linearized collision operator

$$\frac{\partial f_{nl}}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left[l \left(\sqrt{\frac{2(n+l+1/2)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n,l-1} - \sqrt{\frac{2(n+1)}{(2l-1)(2l+1)}} f_{n+1,l-1} \right) + \right. \\ \left. + (l+1) \left(\sqrt{\frac{2(n+l+1/2)}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n,l+1} - \sqrt{\frac{2n}{(2l+1)(2l+3)}} f_{n-1,l+1} \right) \right] = I_{nl},$$

$$2n+l = 0, 1, \dots, k, \quad (9)$$

where the moments I_{nl} of nonlinear collision operator are expressed through coefficients of Talmi and Klebsh-Gordon [10], [11], and have the form

$$I_{nl} = \sum N_3 L_3 n_3 l_3 : l | n l 0 0 : l N_3 L_3 n_3 l_3 : l | n_1 l_1 n_2 l_2 : l (l_1 0 l_2 0 / l 0) (\sigma_{l_1} - \sigma_0) f_{n_1} f_{n_2},$$

$N_3 L_3 n_3 l_3 : l | n_1 l_1 n_2 l_2 : l$ - are generalized coefficients of Talmi,

$(l_1 0 l_2 0 / l 0)$ - are Klebsh-Gordon coefficients, α is the constant.

For generalized coefficients of Talmi exists table [10] for each value of quantum number $\xi = 2n+l$ from 0 to 6. Moreover, it is been created program on IBM for calculation of generalized coefficients of Talmi.

If in (9) $2n+l$ takes values 0, 1, 2, we get the Boltzmann's moment system equations in second approximation. We write it in expanded form

$$\frac{\partial f_{01}}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x} (f_{00} - \sqrt{2/3} f_{10} + \frac{2}{\sqrt{3}} f_{02}) = 0,$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{00}}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial f_{01}}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial f_{02}}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2}{\sqrt{3}} f_{01} \right) &= I_{02}, \\ \frac{\partial f_{10}}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} f_{01} \right) &= 0, \quad t > 0, \quad x \in (-a, a),\end{aligned}\quad (10)$$

where $I_{02} = \frac{c_2 - c_0}{2} (f_{00} f_{02} - f_{01}^2 / \sqrt{3})$ is quadratic form; $f_{00}, f_{01}, f_{02}, f_{10}$ are moment's of the distribution function of particles, c_0, c_2 are constants, α is a positive constant.

For Boltzmann's moment system equations in second approximation the Maxwell-Auzhan boundary condition (8) will write in following form

$$\begin{aligned}\left[\frac{1}{\alpha} \left(f_{00}^+ + \frac{2}{\sqrt{3}} f_{02}^+ - \sqrt{\frac{2}{3}} f_{10}^+ \right) - \frac{2\sqrt{2}}{\alpha\sqrt{\pi}} f_{01}^+ \right]_{x=-a} &= \\ \beta \left[\frac{1}{\alpha} \left(f_{00}^- + \frac{2}{\sqrt{3}} f_{02}^- - \sqrt{\frac{2}{3}} f_{10}^- \right) + \frac{2\sqrt{2}}{\alpha\sqrt{\pi}} f_{01}^- \right]_{x=-a} &+ \frac{(1-\beta)\eta}{\alpha \cdot 4\sqrt{2}\sqrt{\pi}};\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}\left[\frac{1}{\alpha} \left(f_{00}^+ + \frac{2}{\sqrt{3}} f_{02}^+ - \sqrt{\frac{2}{3}} f_{10}^+ \right) + \frac{2\sqrt{2}}{\alpha\sqrt{\pi}} f_{01}^+ \right]_{x=a} &= \\ \beta \left[\frac{1}{\alpha} \left(f_{00}^- + \frac{2}{\sqrt{3}} f_{02}^- - \sqrt{\frac{2}{3}} f_{10}^- \right) - \frac{2\sqrt{2}}{\alpha\sqrt{\pi}} f_{01}^- \right]_{x=a} &- \frac{(1-\beta)\eta}{\alpha \cdot 4\sqrt{2}\sqrt{\pi}};\end{aligned}\quad (12)$$

We consider following initial and boundary value problem for onedimensional nonlinear Boltzmann's moment system equations in second approximation with Maxwell-Auzhan conditions ($\beta = 1$ correspondent to specular reflection)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A' \frac{\partial w}{\partial x} = I(w, u), \quad x \in (-a, a), \quad t > 0, \quad (13)$$

$$w|_{t=0} = w_0(x), \quad u|_{t=0} = u_0(x), \quad x \in [-a, a], \quad (14)$$

$$(Au^+ - Bw^+) \Big|_{x=-a} = (Au^- + Bw^-) \Big|_{x=-a} \quad (15)$$

$$(Au^+ + Bw^+) \Big|_{x=a} = (Au^- - Bw^-) \Big|_{x=a} \quad (16)$$

$A = \frac{1}{\alpha} \begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{\sqrt{3}} & -\sqrt{\frac{2}{3}} \end{pmatrix}$ is 1x3 matrix, $B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha} & \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \end{pmatrix}$ is 1x1 matrix, A' - transpose matrix, $w(x) = f_{01}(x), u(x) = (f_{00}(x), f_{02}(x), f_{10}(x))$,

$$I(w, u) = (0, I_{02}, 0)',$$

$w_0(x) = f_{01}^0(x), u_0(x) = (f_{00}^0(x), f_{02}^0(x), f_{10}^0(x))'$ are given functions.

For the problem (13)-(16) following theorem takes place.

Theorem. If $U_0 = (w_0(x), u_0(x)) \in L^2[-a, a]$, then problem (13)-(16) has an unique solution in domain $[-a, a] \times [0, T]$ belonging to the space $C([0, T]; L^2[-a, a])$, moreover

$$U_{C([0, T]; L^2[-a, a])} \leq C_1 U_{0L^2[-a, a]}, \quad (17)$$

where C_1 is a constant independent from U and $T \sim O(U_{0L^2[-a, a]}^{-1})$.

The theorem can be proved using an a priori estimation method, the Galerkin method and Tartar's compactness compensate method [12].

References

1. Grad G. Kinetic theory of rarefied gases. Comm. Pure Appl. Math, 2, 331, 1949.
2. Grad G. Principle of the kinetic theory of gases. Handuch der Physik, Volume 12, Springer, Berlin, p.p. 205-294.
3. Sakabekov A., Initial-boundary value problems for the Boltzmann's moment system equations Gylym, Almaty, 2002, 276 p.
4. Cercignani C., Theory and application of Boltzmann's equation. Milano, Italy, 1975, 415 p.
5. Kogan M.N. Dynamic of rarefied gas. Moscow, Nauka, 1967, 440p.
6. Kumar K. Polynomial expansions in Kinetic theory of gases. Annals of physics, 57, 115-141 (1966)
7. Sakabekov A., Auzhani Y. Boundary conditions for the onedimensional nonlinear nonstationary Boltzmann's moment system equations, J.Math. Phys. 55, 123507 (2014)
8. Levermore C.D. Moment closure hierarchies for kinetic theory, J.Stat. Phys. 83(5-6), 1021-1065 (1996).
9. Mischler S. Kinetic equations with Maxwell boundary conditions. Annales scientifique de l'ENS 43, fascicule 5, 719-760 (2010).
10. Neudachin V.G., Smirnov U.F. Nucleon association of easy kernel. Moscow, Nauka, 1969.
11. Moshinsky M. The harmonic oscillator in modern physics: from atoms to quarks. New York – London - Paris, 1960, 152p.
12. Tartar L. Compensated compactness and applications to partial differential equations. // Non-Linear Analysis and Mechanics, Heriot-Watt Symposium, vol. IV, Ed. R.J.Knops, Research Notes in Math., 39, p.136-212 (1979).

MODELING OF UNDERGROUND PIPELINE ENERGY CONSUMPTION TAKING INTO ACCOUNT UNEVEN ENVIRONMENTAL TEMPERATURE

Satybaldina A.N.¹, Kalibekova G.B.²
e-mail: aigul1191@gmail.com¹, gaziza20057@mail.ru²

International University of Information Technology, Republic of Kazakhstan

Abstract. *The aim of the article is to study the mathematical model of oil pipe section in difficult climatic conditions, solve the initial-boundary problem of fluid heat transfer equation in the pipeline and analysis of the results.*

Relevance. Achieved rates and the trend of development of the oil industry, its role in the energy balance of the country makes special demands on the feasibility study of design decisions to help achieve maximum effectiveness of capital investments channeled into the oil industry. A slight decrease in temperature, especially in the region close to the temperature of deposition of wax, carries a significant increase in pressure losses and corresponding increase in power consumption for oil trucks. This aspect considers the effect of temperature conditions due to the need to ensure the most cost-effective mode of oil transportation, as well as maintaining a high level of reliability of the pipeline. Another aspect is taking into account the interaction of heat pipes to the environment linked to the preservation of the natural ecological environment of the surrounding area. In this regard, the study of the mathematical model of the pipeline and programming is becoming an actual problem.

1 Introduction

The Republic of Kazakhstan is among the 15 leading countries in the world in terms of reserves oil. For 24 years of independence, oil production increased by three times. If in 1992, the year it was produced 25.8 million tons in 2011 Oil production in Kazakhstan amounted to 81 million. tons, while in 2012 66 mln. tons. oil fields explored reserves amount to about 6.5 billion tons, and predicted reserves, according to experts, are evaluated 25 billion tons [1].

With these reserves and deposits of oil, and is an important transportation of oil to points of refining and export. More the volume of oil transported through the pipeline, the total length which in Kazakhstan is 5495 km. Transportation of oil through main pipelines is provided by 39 oil pumping stations, oil heating furnaces 64, the reservoir park for the storage of petroleum, totaling 1259 thousand. m³ pipeline.

The worldwide issue of energy resources is particularly acute, development processes, design and operation of oil and gas facilities in the territory of our country are gaining strategic importance. On the one hand it is necessary to provide a heat mode of environment to prevent uneven thawing frozen ground, on the other hand, it is necessary to ensure adequate operating temperature such as the temperature of the transported fluid, the temperature inside the building, and also inputted to them communications, etc. Errors in the thermal calculations may lead to, for example, the frozen ground under the pipeline or the building will begin to thaw, losing its load-bearing capacity, which can lead to an accident, or even to the destruction of engineering constructions. Unaccounted loss of heat from the coolant may result, for example, unacceptably low temperature oil in the transport pipe, a sharp increase in its viscosity and the precipitation of salts and paraffins, as a result full occlusion inside the pipe. That is why, the study of the mathematical model of the pipeline and programming is becoming an actual problem [2].

In accordance with the purpose the main objectives of the work were:

- 1) Critical analysis and synthesis of the research results of thermal interaction of pipelines with the environment.
- 2) Development of a mathematical model of heat transfer in the vicinity of the pipeline.
- 3) Development of an approximate method of calculation of the problem of heat transfer in the vicinity of the ground with the pipeline.

2 Assumptions and mathematical formulation of the problem

When considering the mathematical models of processes in pipeline systems should pay attention to two main aspects. The first relates to the equations describing the flow of oil, and the second - with the background information that is available for the design and operation of the system. Moreover, depending on the object considered local or overall system equation and background may be different. This refers to the degree of detail account various factors when considering the individual elements and the whole system. This is due to the possibilities of computational methods and their implementation on a computer at a given background information and with the "output" parameters, which are sought when considering the oil transmission system.

Number of features are the main problems for calculation of thermal processes in the flow of oil in the pipeline. The first of these is the fact that soil is a natural environment, with its heat transfer conditions. These conditions have a significant impact on internal thermal processes in the pumped medium. The second feature is the dual nature of the environment and transportation stream. Therefore, external piping (heat transfer to the environment) and internal (thermal processes in the oil flow) problems should be considered compatible, or in other words conjugate.

Internal problem for oil has the feature that the heat treatment depends on the flow, which is caused by the influence of the profile and the speed of the oil temperature. In turn, the change in temperature leads to an increase or decrease in viscosity of the oil and then affects the intensity and mode of its movement [2].

The range of operating pressure of the pipeline transport of oil, its characteristics are virtually independent of pressure. Effect of temperature significantly affects the change of the rheological characteristics of the oil. The same characteristics such as density, thermal conductivity, thermal diffusivity and specific heat, weakly dependent on the temperature. The use their average values is allowed in the calculation. Thus, the description of key assumptions of the mathematical model of oil in pipelines will be reduced to the following:

- For oil pipes in a one-dimensional
- Conductive heat transfer oil can be neglected in comparison. with convection
- Thermal resistance of the pipe wall is negligible
- Thermal properties of the oil are practically independent of temperature.

The analytical solution of the equation of energy transfer is necessary considered for a variety of cross-sections along the length of the pipeline quasi-isotropic state of the pumped liquid. Then dedicated volume, we write the equation of the Fourier-Kirchhoff

$$C_p W_x \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

where C_p – volumetric heat capacity of oil, x – axis speed of movement of oil, λ – is the coefficient of thermal conductivity.

In the equation there is no term that takes into account field unsteadiness temperature in a moving stream, since the operating pumping speed field does not change in time in each section [3].

W_x flow velocity distribution when pumping high-viscosity oil and take a parabolic-dependent dimensionless radius

$$W_x = 2W_{av} * (1 - R^2)$$

where $R = \frac{r}{r_0}$, W_{av} – the average speed by axis, r_0 – radius of tube.

Study on the changes in the velocity profiles structural fluids revealed the dependence of the rate on the angle deviation from vertical polar axis φ [4].

Moving clockwise from the vertical polar axis 0 to 180 degrees dependent velocity distribution can be expressed by function $\cos \frac{\varphi}{m}$, where m - const, determined empirically.

Earlier studies on non-Newtonian fluids [5,6] set in the constant value $m = 3$.

Thus, the flow velocity in the cross-sectional profile may be as follows:

$$W_x = 2W_{av} (1 - R^2) * \cos \frac{\varphi}{3},$$

where $0 \leq |\varphi| \leq 180^\circ$.

We represent the equation (1) in a cylindrical coordinate system for an extended pipeline

$$2W_{av} (1 - R^2) * \cos \frac{\varphi}{3} \frac{\partial T}{\partial x} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right) \quad (2)$$

where $a = \frac{\lambda}{c_p}$, r – the current range, φ – the angle measured from the vertical, W_{av} – the average speed of the oil pump, x – coordinate, characterizing the pipe length.

Flow model can be represented as follows (Figure 1).

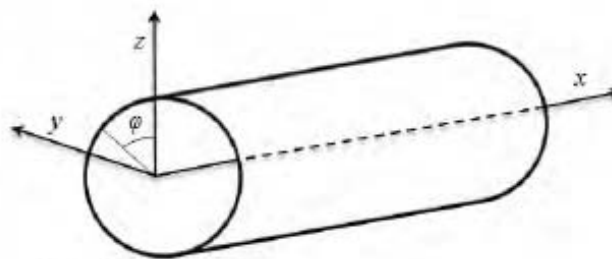


Figure 1 – Flow Model in cylindrical coordinates

The initial and boundary conditions:

$$T|_{x=0} = T_0, \quad (3)$$

$$\lambda_p \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} = \alpha(T - T_c)_{r=1}, \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0 \quad (4)$$

$$T(x, r, \varphi) = T(x, r, \varphi + 2\pi). \quad (5)$$

3 Solution of minimal residual

Using the integro-interpolation method, we get the difference scheme:

$$\frac{y_{i,k}^{j+1} - y_{i,k}^j}{\Delta x} = \frac{1}{r_i} \lambda \left(r_{i+0.5} \frac{y_{i+1,k}^{j+1} - y_{i,k}^{j+1}}{(\Delta r)^2} - r_{i-0.5} \frac{y_{i,k}^{j+1} - y_{i-1,k}^{j+1}}{(\Delta r)^2} \right) + \frac{1}{r_i^2} \left(\frac{y_{i,k+1}^{j+1} - 2y_{i,k}^{j+1} + y_{i,k-1}^{j+1}}{(\Delta \varphi)^2} \right). \quad (6)$$

The initial and boundary conditions:

$$y_{i,k}^0 = T_0, \quad \lambda \frac{y_{N,k}^{j+1} - y_{N-1,k}^{j+1}}{\Delta r} = -\alpha (y_{N,k}^{j+1} - T_c),$$

$$y_{1,k}^{j+1} - y_{0,k}^{j+1} = 0, \quad y_{i,N_1+1}^{j+1} = y_{i,1}^{j+1}, \quad y_{i,N_1}^{j+1} = y_{i,0}^{j+1}. \quad (7)$$

Set the initial approximation:

$$y_{i,k}^{j+1} = \alpha + \frac{r_i}{R} \frac{x_j}{2} \cos \varphi \quad (8)$$

Problem (6)-(7) are system of linear algebraic equations. In work for solving system $AX = B$ used method of minimal residuals [7]: The next approximation is determined by the non-stationary iterative method

$$\frac{x_{n+1} - x_n}{\tau_{n+1}} + Ax_n - B = 0,$$

where τ_{n+1} – iteration parameter.

Calculate the residual:

$$R_{i,k}^{j+1}(n) = A_i y_{i-1,k}^{j+1}(n) - B_i y_{i,k}^{j+1}(n) + C_i y_{i+1,k}^{j+1}(n) + D_k y_{i,k+1}^{j+1}(n) + E_k y_{i,k-1}^{j+1}(n) + F_{i,k}^j$$

$$j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad k = 1, 2, \dots, N_1 - 1,$$

where

$$A_i = \frac{\lambda * r_{i-0.5}}{(\Delta r)^2}, \quad C_i = \frac{\lambda * r_{i+0.5}}{(\Delta r)^2}, \quad B_i = A_i + C_i + 2 * D_k + \frac{M}{\Delta x},$$

$$D_k = E_k = \frac{1}{r_i * (\Delta \varphi)^2}, \quad F_{i,k}^j = \frac{M}{\Delta x} y_{i,k}^j, \quad M = r_i c_p W_x \cos \frac{\varphi k}{3}.$$

Calculate $AR_{i,k}^{j+1}(n)$:

$$AR_{i,k}^{j+1}(n) = A_i R_{i-1,k}^{j+1}(n) - B_i R_{i,k}^{j+1}(n) + C_i R_{i+1,k}^{j+1}(n) + D_k R_{i,k+1}^{j+1}(n) + E_k R_{i,k-1}^{j+1}(n) + R_{i,k}^j$$

$$j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad k = 1, 2, \dots, N_1,$$

We know the next

$$\tau_{n+1} = \frac{(R(n), AR(n))}{\|AR(n)\|^2},$$

where

$$((R(n), AR(n)) = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{N_1} AR_{i,k}(n) * R_{i,k}(n) \frac{1}{N * N_1},$$

$$\|AR(n)\|^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{N_1} (AR_{i,k}(n))^2 \frac{1}{N * N_1}$$

The next approximation is equal to

$$y_{i,k}^{j+1} = y_{i,k}^j - \tau_{n+1} R_{i,k}(n),$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad k = 1, 2, \dots, N_1,$$

and exit condition is the following condition,

$$\|R(n)\| = \max |R_i(n)| < \varepsilon.$$

4 The Parameters of The Mathematical Model

For a complete physical certainty common system of equations (6) - (8) must be supplemented by empirical parameters of bulk oil heat capacity, heat transfer coefficient, the average speed over the cross section. The effect of pressure to change the properties of oil to the main oil pipelines conditions slightly and it is permissible not to take into account [8].

Specific heat capacity calculated by Craig formula

$$c_p = \frac{31.56}{\sqrt{p_{20}}} (762 - 3.39T),$$

where p_{20} – oil density when $T = 20^{\circ}C$.

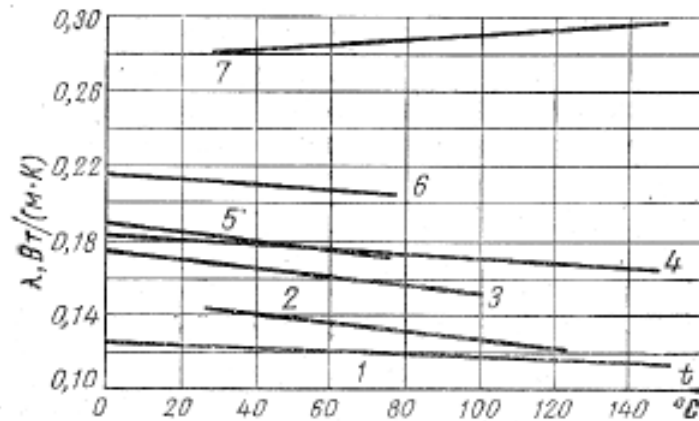


Figure 2 – The thermal conductivity of liquids. 1 - vaseline oil, 2 – benzene, 3 – acetone, 4 – castor oil, 5 – ethyl alcohol, 6 – methyl alcohol, 7 – Glycerine oil

Some parameters are given in the Table 1 for the main “hot” pipelines.

Table 1. *The largest hot pipes*

#	The name of the pipeline	Length, mm	Diameter, mm	The number of heat/pump stations	The temperature of the oil at the end of the pipeline	Heating oil temperature	Productivity, m ³ /h	Pressure, mPa
1	Azek-Suat-Grozni	198	12	2/7	≈55	≈33	-	-
2	Karskaya-Krasnodar	47	10	2/2	≈50	10-20	-	40-50
3	Kumdag-Viska	39.5	12	1/1	≈50	≈30	-	16-18
4	Baikersfild-Martinec (USA)	413	10/12	11/11	≈80 (till 104)	35-40	≈200	70
5	Lumberton-Mobil(USA)	142	14	2/10	≈60	25-30	≈280	70
6	Lebek-Moiava(US)	84	8	4/4	≈90	≈40	≈110	60
7	S. Maria-Avila(USA)	48	10	2/2	Till 107	-	160	-
8	Panuko-Tores (Mexiko)	38	8	2/2	≈70	≈50	125	60

5 The Obtained Results and Analysis

For a comparative analysis, the solution was carried out by the sweep method, but had taken additional assumptions which is do not take into account changes in the angle of deviation, as the result equation has the following form:

$$c_p 2W \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

With following boundary conditions:

$$\frac{\partial T(x,0)}{\partial r} = 0,$$

$$\lambda_p \frac{\partial T(x,R)}{\partial r} = \alpha(T - T_c(x,R)).$$

In radius pipeline was divided into 4 parts, and the calculation is the angle of inclination $\varphi = 0$. In the table below shown the temperature change of fluid along the radius of pipeline, where $L = 1$.

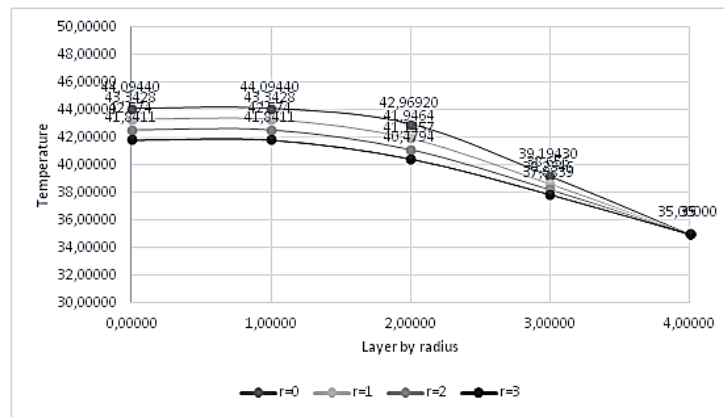


Figure 3 – Fluid temperature change along the radius of the pipe

During the computational experiment, changed the value of the pipe length, in table below $L = 10$ m.

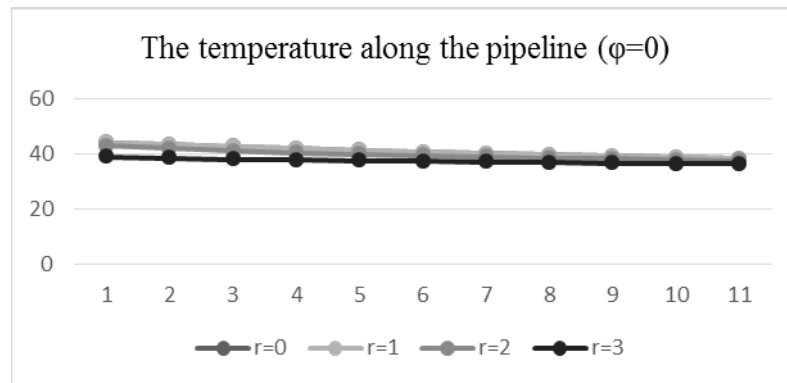


Figure 4 – Fluid temperature change along the radius of the pipe

As the Figure 4 shows, along the length of the oil temperature is lowered, as well as radially, when the inclination angle consideration constant ($\varphi = 0$). The temperature at the inlet of the pipeline has been given by the equation:

$$T_0(r, \varphi) = \alpha - \frac{r}{R} \sin \varphi,$$

average ground temperature equal to 35° ($T_1 = 35^\circ$).

Also, by the method of minimal residuals, this problem has been solved, with added condition of accounting changes in the angle of inclination.

Consider a real viscous oil is produced from one of the largest deposits Uzen in Kazakhstan in Mangistau region. Uzen oil has a density of $859 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ at 200°C , paraffin content of 23.5%, the pour point of 300°C , the melting point of 640°C . To perform the calculations set the heating temperature of the oil to 70°C . The pipeline has a diameter of the 1 meter.

The experimental results are shown in Figure 5 [9]. The figure shows that the temperature decreases along the path to 70°C to 46°C ,

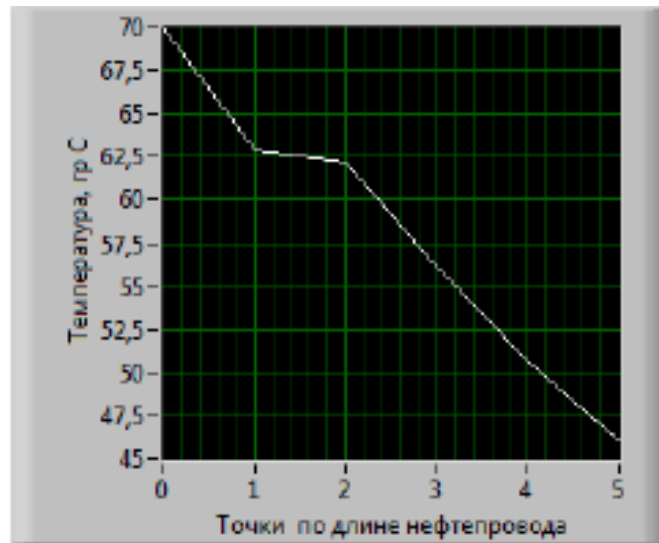


Figure 5 – Temperature by the length of the pipeline

Consider the case where the ambient temperature exceeds the temperature of heating oil per input. In this case, the temperature along the length of the pipeline and the radius increases but does not exceed the ambient temperature.

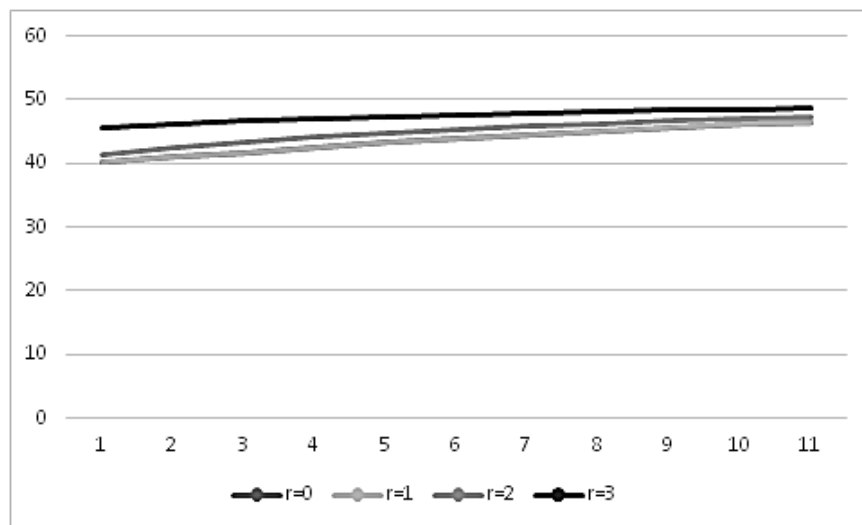


Figure 6 – Temperature change, in relation to the radius and length of pipeline

6 Conclusion

In this paper we developed a new, more accurate mathematical model of the temperature of the oil pipeline. The problem of cooling of oil in a state of rest stops with oil, which takes into account the presence of the many layers of the pipe wall, the walls of the paraffin deposits, non-stationary nature of the cooling process. The problem of oil cooling is two-dimensional.

On the basis of the difference schemes a numerical method to solve the problem was developed. Taking into account circular area setting and discontinuous coefficients of thermal conductivity.

Software has been developed to solve this problem, allowing to find the oil temperature at all points at a given time interval. Imprint programs of work are presented in the graphical, visual and numeric forms.

The numerical experiment defined. The time of the safe stop of the pipeline, for which the oil does not freeze. The influence of the variety of thermal insulation on the cooling time to the critical temperature was reviewed. The effect of the wax layer on the cooling rate.

We have the following results of the study:

1. The mathematical model of the process of oil transportation.
2. The software product.
3. Complete Computer Science Experiment.

It also provides the opportunity to select a variety of input parameters. The examples and research occurring during transfer real viscous oil. The result of a virtual model, which can be used as a basis for the formulation of laboratory work, as well as a data source in the project development.

References

1. <http://www.kmg.kz/manufacturing/oil/>
2. Degtyarev, V.N. Mixture of paraffin oils. M., ed. VNIIOENG 1972
3. Klimko, V.I. Justification of a rational temperature mode pipeline transportation and high-viscosity oil: dis. ... Cand. Tech. Sciences. St. Petersburg. 2014. – P.146
4. Samarsky, A.A. Introduction to the theory of difference schemes / Samara AA - Moscow
5. Home // revision of physical and mathematical literature publishing house "Science" 1971.
6. Bakhtizin, R.N. Transport and storage of high-viscosity oils and petroleum products. The use of electric heating / Bakhtizin, R.N., Gallyamov, A.K., Mastobaev B.N., etc. -. M.: Chemistry, 2004. - 195 p.
7. Valeev, A.R. Heat pipes modes. Question accounting of heating oil and gas pipelines. Electronic scientific journal "Oil and Gas Business", 2009.
8. Dmitrieva, T.V. History of the creation and production of chemicals for the pipeline transportation of crude oil and petroleum products. Oil Industry / Dmitrieva, T.V., Mastobaev, B.N., - 2000. - № 11. - S. 107-108.
9. Klimko, V.I. Criterion equation heat pumping heating oil and petroleum products / Pshenin, V.V., Klimko V.I.// Mountain information-analytical bulletin. - 2013. - № 8. - S. 33-36.
10. Yukin, A.F. Thermal Management of Transport and solidifying viscous oil and petroleum products: dis. ... Dr. tehn. Sciences: 25.00.19 / Yukin Andrei Fedorovich. – Ufa

RNS-BASED RSA AND ECC CRYPTOGRAPHY – BASIC OPERATIONS, ALGORITHMS, AND HARDWARE

Dr. Thanos Stouraitis

e-mail: thanos.stouraitis@kustar.ac.ae

Department of Electrical and Computer Engineering of Khalifa University, UAE

The representation of cryptographic data through the Residue Number System has led to efficient implementations of important public-key cryptographic algorithms, like the RSA and the Elliptic Curve Cryptography (ECC).

As consecutive modular multiplications constitute the heart of cryptosystems in both RSA and ECC, any design strategy that wishes to adequately design such cryptosystems, should target an efficient modular multiplication. Starting from basic arithmetic operations, we present the main ideas behind RNS modular multiplication and its applications to both cryptosystems. We then offer a holistic overview of the implications, present and analyze the design challenges of RNS arithmetic in RSA and ECC, present design methodologies that lead to state-of-the-art hardware implementations and examine their advanced cryptanalytic properties.

PROGRAM MANIFOLD'S STABILITY OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS BY COURSE OF PLANE

Zumatov S.S.

e-mail:sailau.math@mail.ru

Institute of Mathematics and Mathematical Modeling of KS MES RK, Kazakjstan

Abstract. *Stability of program manifolds of one contour automatic control systems is investigated. The sufficient conditions of program manifold's absolute stability of one contour automatic control systems are received. The Hurwitz's angle of absolute stability was determined. The sufficient conditions of program manifold's absolute stability of control systems by the course of plane in the mode of autopilot and the course of plane-projectile in the mode of auto-pilot in absence of roll are received by means Lyapunov's second method.*

Introduction

Problem of construction of all set of the systems of differential equations having by given integral curve, problems of construction of the systems of differential equations in different aspects were considered by N.P. Erugin, A.S. Galiullin, I.A. Mukhametzyanov, R.G. Mukharlyamov and others. The different reverse problems of dynamics, problems of construction of the systems of programmatic motion were put in them works and decided. It should be noted that in the process of decision of these problems, being one of basic problems of theory of stability, the problems of construction of the steady systems on the given program manifold grew into an independent theory. In [1], [2] the problems of construction of the systems of automatic control are decided, when a nonlinear function is vector and satisfies to the conditions of local quadratic connection.

Let differential equation

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = -Q\boldsymbol{\nu} \quad (1)$$

where $\boldsymbol{\nu}$ is n -dimension vector, $Q(n \times n)$ is some matrix, possesses by a $(n-s)$ -dimension smooth manifold $\Omega(t)$, with given the vector equation

$$a(t, x) = 0, \quad (2)$$

where a is $s \times n$ dimension vector.

On the basis of criterion, that $\Omega(t)$ is integral for the system (1), we have

$$\dot{\omega} = \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial \eta} \dot{\eta} = F(t, \eta, \omega). \quad (3)$$

The purpose is a construction of the one contour systems on the given manifold.

We will notice that at the construction of the systems, except a condition (3), one of the basic requirements is conditions of stability of manifold $\Omega(t)$, in relation to some given function.

Together with equation (1) we will consider the system of kind

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\nu}} &= -Q\boldsymbol{\nu} - \kappa f(\boldsymbol{\nu}), \\ \dot{\boldsymbol{\sigma}} &= l^T P^T \boldsymbol{\omega} - \rho_{n+1} \boldsymbol{\sigma}, \end{aligned} \quad (4)$$

where $\boldsymbol{\nu}$, κ and l are n -dimensions vector -columns:

$$\eta^T = \|\eta_1, \dots, \eta_n\|, \sigma = \eta_{n+1}; \kappa^T = \|\alpha_1, 0, \dots, 0\|; l^T = \|0, \dots, 0, \alpha_{n+1}\|,$$

and $P(s \times n), Q(n \times n)$ are constant matrices:

$$Q = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & \rho_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_3 & \rho_3 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\alpha_n & \rho_n \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Nonlinear characteristic $f(c)$ is continuous on c and satisfies to conditions

$$f(0) = 0; k_1 \sigma^2 \leq f(\sigma) \sigma \leq k_2 \sigma^2 \forall \sigma \neq 0. \quad (6)$$

Here k_1 and k_2 are positive constants.

We will notice that a function $f(c)$ essentially is a control function on deviation from the program and at $a = c = 0$, by virtue of conditions (6) the system (4) takes the form (1). Consequently $\Omega(t)$ is integral for the system (4) also.

The large number of the nonlinear systems of automatic control can be presented as one contour system consisting two parts: linear part and nonlinear element [3]. The analysis of such systems shows that at the nonlinear elements of certain kind transients in them can be similar, that allows to generalize the results of private experiment.

If we will put, that

$$x_i = \eta_i, \sigma = x_{n+1}, \rho_i = T_i^{-1} > 0 \wedge \alpha_i = \gamma_i T_i^{-1} = \gamma_i \rho_i > 0 \quad \forall i_1^{n+1}, \quad (7)$$

then we will get one contour system consisting of $n+1$ aperiodic links, closed by a nonlinear feedback connection. As aperiodic links can serve engines of different types (electric, hydraulic, pneumatic etc.), electric generator of direct-current, reservoir with gas etc. [4]. Usually processes in such system are described by equations [5]:

$$\begin{aligned} (T_1 p + 1)x_1 &= -\gamma_1 f(x_n) \\ (T_i p + 1)x_i &= \gamma_i x_{i-1}, \end{aligned} \quad \forall i_2^{n+1}, \quad (8)$$

where $p = \frac{d}{dt}$; T_i, γ_i are positive constants:

$$T_i > 0 \wedge \gamma_i > 0 \quad \forall i_1^{n+1}. \quad (9)$$

We will suppose that $F = -Aa$, ($-A(s \times s)$) is Hurwitz matrix, then differentiating a manifold (2) at times by virtue of the system (4), we will get

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= -A\omega - \frac{\partial a}{\partial \eta} \kappa \sigma, \\ \dot{\sigma} &= l^T P^T \omega - \rho_{n+1} \sigma. \end{aligned} \quad (10)$$

Definition 1. A program manifold $\Omega(t)$ is named absolutely stable with respect to vector-function a , if it is asymptotically stable on the whole on the decisions of the system (10) at any $a(t_0, t_0)$ and function $f(c)$ satisfying conditions (6).

We will consider the linearized system

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -Aa - bhc, \\ \dot{\sigma} &= c^T \omega - \rho_{n+1} \sigma, \end{aligned} \quad (11)$$

which is got from (10) at $f(\sigma) = h\sigma$, $b = \frac{\partial a}{\partial \eta} \kappa$, $c = Pl$. We will suppose that it is asymptotically stable at $\forall h$:

$$k_1 - \varepsilon \leq h \leq k_2 + \varepsilon, \quad (12)$$

where ε is how pleasingly small positive constant.

Asked, whether there will be a program manifold $\Omega(t)$ of the system (10) asymptotically stable on the whole with respect to vector-function a for any function $\forall f(c) \in C_{[k_1, k_2]}$.

1 Necessary conditions of stability and determination of Hurwitz's angle

Theorem 1. For absolute stability of program manifold $\Omega(t)$ of the system (10) with respect to vector-function a in Hurwitz's angle $[k_1, k_2]$ it is necessary that the system (1) was asymptotically stable at the condition (12).

Characteristic equation of the system (11) looks like

$$\Delta(h, \lambda) = \begin{vmatrix} Q + \lambda E & hb \\ c^T & \rho_{n+1} + \lambda \end{vmatrix} = \sum_{m=0}^{s+1} a_s(h) \lambda^{s+1-m} = 0. \quad (13)$$

We compose the Hurwitz matrix by means of coefficients of characteristic equation

$$\Gamma_m(h) = \begin{vmatrix} a_1(h) & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ a_3(h) & a_2(h) & a_1(h) & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & \dots & & \dots & a_{m-1}(h) & a_{m-2}(h) \\ & & & \dots & 0 & a_m(h) \end{vmatrix}, \quad \forall m_1^{s+1}. \quad (14)$$

We will introduce next denotations:

$$\xi_m = \inf \xi_m(h) \quad \forall m_1^{s+1}, \quad (15)$$

$$\xi_m(h) = \det \Gamma_m(h) \quad \forall m_1^{s+1}, \quad (16)$$

then by virtue of the Hurwitz theorem for asymptotic stability of program manifold $\Omega(t)$ with respect to vector-function a on the whole it is necessary performing of inequality

$$\xi_m > 0 \quad \forall m_1^{s+1}. \quad (17)$$

Thus a Hurwitz's angle is determined as crossing on a line

$$[k_1 - \varepsilon, k_2 + \varepsilon] = \bigcap_{m=1}^{s+1} \xi_m(h) > 0 \quad \forall h. \quad (18)$$

Thus, for determination of a Hurwitz's angle it is necessary calculations of polynomials $\xi_m(h)$.

2 Algorithm of calculation of coefficients $a_m(h)$.

We will put

$$\det\|Q + \lambda E\| = \sum_{\tau=0}^{n-1} q_{\tau} \lambda^{n-1-\tau} (q_0 = 1); \quad (19)$$

$$\det\|Q + \lambda E\|(\rho_n + \lambda) = \sum_{s=0}^n a_s \lambda^{n-m} (a_0 = 1); \quad (20)$$

$$Q(\lambda) = \sum_{\gamma=0}^{n-2} Q_{\gamma} \lambda^{n-2-\gamma}, \quad (21)$$

where $Q(\lambda)$ is the added matrix for $\|Q + \lambda E\|$, coefficients q_m and a_m determined so:

$$q_1 = \sum_{i=1}^{n-1} \rho_i; q_2 = \rho_1 \rho_2 + \dots + \rho_{n-2} \rho_{n-1}; \dots; q_{n-1} = \prod_{i=1}^{n-1} \rho_i;$$

$$a_1 = \sum_{i=1}^n \rho_i; a_2 = \rho_1 \rho_2 + \dots + \rho_{n-1} \rho_n; \dots; a_n = \prod_{i=1}^n \rho_i = T^{-1}, T = \prod_{i=1}^n T_i.$$

and a multiplier $\Delta(h, \lambda)$ from (13) we will transform to the kind

$$\Delta(h, \lambda) = \|Q + \lambda E\|(\rho_n + \lambda) + h l^T (Q + \lambda E)_m^{-1} = \|Q + \lambda E\|(\rho_n + \lambda) + h l^T Q(\lambda) b. \quad (22)$$

By definition of the revers matrix we have

$$\|Q + \lambda E\|Q(\lambda) = \Delta(h, \lambda) E, \quad (23)$$

where E is unit matrix of dimension $(n-1) \times (n-1)$.

On the basis of formulas (20) - (22) from (23) after equating of coefficients at identical degrees λ we will get a recurrent formula for determination of matrix- coefficients:

$$Q_m = -QQ_{m-2} + q_m E \quad \forall m_1^{n-2} \quad (Q_{-1} = 0; Q_0 = E), \quad (24)$$

what is more

$$QQ_{n-2} = q_{n-2} E. \quad (25)$$

On the basis of (13), (22) and (23) we will determine coefficients of the polynomial $\Delta(h, \lambda)$:

$$a_m(h) = a_m + h d_m \quad \forall m_1^n, \quad (26)$$

$$d_s = l^T Q_{s-2} (Q_{-2} = Q_{-1} = 0; Q_0 = E). \quad (27)$$

Thus, a Hurwitz's angle from (18) determined by virtue of correlations (14) - (16) and (26). On founding (4) and (5) we will get the simplified expression:

$$l^T Q(\lambda) b = \|0, \dots, 0, \alpha_n\| \times \|Q_{ij}\| \times \|\alpha_1, 0, \dots, 0\|^T = \prod_{i=1}^n \alpha_i. \quad (28)$$

Consequently, we have

$$d_1 = d_2 = \dots = d_{n-1} = 0; d_n = \prod_{i=1}^n \alpha_i = \gamma/T > 0; \quad (29)$$

$$\gamma = \prod_{i=1}^n \gamma_i > 0 \wedge T > 0. \quad (30)$$

From (26) taking into account inequalities (9) and (29), (30) we obtained

$$\begin{aligned} a_s(h) &= a_s > 0 \forall s_1^{n-1}; \\ a_n(h) &= a_n + h \cdot \gamma / T = T^{-1} (1 + h\gamma) > 0 . \end{aligned} \quad (31)$$

As it is seen from inequalities (31), the necessary coefficient conditions of absolute stability are performed, if constants to time T_i and γ_i are positive. It remains only to require the inequality (17) by virtue of correlations (31).

3 Algebraic criterion of stability

For the system (10) we build Lyapunov function of the form

$$V = \omega^T L \omega + \beta \int_0^\sigma f(\sigma) d\sigma, \quad (32)$$

where $L = L^T > 0$; β is parameter, and we find

$$-\dot{V} = \omega^T C \omega + 2\omega^T g f + \beta \rho_{n+1} \sigma f, \quad (33)$$

where C is symmetrical three diagonal matrix

$$C = A^T L + L A, \quad g = L b - \left(\frac{\beta}{2} \right) c^T. \quad (34)$$

Supposing $h(c) = f(c)/c$ from (33), we get

$$-\dot{V} > 0, \quad -\dot{V} = \omega^T C \omega + 2\omega^T g h(\sigma) + \beta \rho_{n+1} h(\sigma) \sigma^2. \quad (35)$$

That $-\dot{V} > 0$, it is necessary and sufficiently performing of a strengthened Silvester's inequality:

$$G[h(\sigma)] = \left\| \begin{array}{cc} C & gh(\sigma) \\ g^T h(\sigma) & \beta \rho_{n+1} h(\sigma) \end{array} \right\| \geq \varepsilon > 0, \quad (36)$$

where ε is a small enough positive number. As is generally known, if A Hurwitz's matrix, then $C > 0$, consequently, for performing of condition (36) it is enough to require the inequality

$$\beta \rho_{n+1} - h g^T C^{-1} g \geq \varepsilon \quad (37)$$

subject to condition $h(c) > \varepsilon$. We will set a matrix $C = \|c_{ij}\|_1^m > 0$ so that hold next correlations:

$$\det \|c_{ij}\|_1^m \forall m_1^s. \quad (38)$$

Then sufficient conditions of absolute stability $C > 0$ equivalent to s necessary conditions (17).

We will put now, that

$$\inf(\beta \rho_{n+1} - h g^T C^{-1} g) = g_s. \quad (39)$$

Thus, if correlation $L = L^T > 0 \wedge \beta > 0$, is hold subject to condition (38), (39), then on the basis of Zubov's method of the seeming linearizing is valid

Theorem 2. *If Q is Hurwitz's matrix and there exists $L = L^T > 0 \wedge \beta > 0$, equality (39) is hold, then absolute stability of program manifold (2) of system (10) with respect to*

vector-function a in angle (18) follows from asymptotical stability of the system (11) in the same angle.

A parameter β is determined from a condition (39). Putting the value of g in (39), we get quadratic equation in relation to this parameter

$$\tau_1 \beta^2 - 2\tau_2 \beta + \tau_3 \neq 0, \quad (40)$$

where

$$\tau_1 = h/4(c^T C^{-1} c) > 0; \quad \tau_2 = 1/2(Lc^T C^{-1} b + \rho_{n+1}). \quad (41)$$

For existing of $\beta > 0$, it is necessary and sufficiently performing of inequality

$$\tau_2 > 0 \wedge \tau_2^2 - \tau_1 \tau_3 > 0. \quad (42)$$

We suppose, that $L = \text{diag}\|L_1, \dots, L_s\| > 0$,

$$A = \begin{vmatrix} \rho_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\alpha_2 & \rho_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_3 & \rho_3 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\alpha_s & \rho_s \end{vmatrix}, \quad (43)$$

then we have

$$C = A^T L + LA = \begin{vmatrix} c_{11} & -c_{21} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -c_{21} & c_{22} & -c_{32} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -c_{32} & c_{33} & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{s-1,s-1} & -c_{s,s-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -c_{s,s-1} & c_{s,s} \end{vmatrix}.$$

Here

$$c_{ii} = 2\rho_i L_i; \quad c_{ij} = \alpha_i L_j. \quad (44)$$

We put

$$c_{11} = 2\rho_1 L_1; \quad |c_{ij}|_1^2 = \begin{vmatrix} g_1 & -\alpha_2 L_1 \\ -\alpha_2 L_1 & 2\rho_2 L_2 \end{vmatrix} = g_2; \\ |c_{ij}|_1^3 = \begin{vmatrix} g_1 & -\alpha_2 L_1 & 0 \\ -\alpha_2 L_1 & 2\rho_2 L_2 & -\alpha_3 L_2 \\ 0 & -\alpha_3 L_2 & 2\rho_3 L_3 \end{vmatrix} = g_3; \dots; |c_{ij}|_1^s = g_s. \quad (45)$$

From here a recurrent formula is easily set for the coefficients of the matrix L :

$$L_i = (g_i + g_{i-2} \alpha_i^2 L_{i-1}^2) / 2\rho_i g_{i-1} \quad \forall i^s \quad (g_{-1} = 0; g_0 = 1), \quad (46)$$

where g_i determine by the formula (15).

We calculate a vector g from (34) taking into account (1.9.4). We have

$$g^T = \|\alpha_1 H_1, 0, \dots, 0, -\alpha_n \beta H_{n-1} 2^{-1}\|. \quad (47)$$

Theorem 3. Let in a function (32) L is diagonal, and a matrix A has a structure (43) and condition (42) is valid. Then a matrix C is determined from (44), (45) and the program manifold (2) of system (10) is absolute stable with respect to vector-function α in angle (18).

4 Program manifold's absolute stability of control systems by the course of plane

We will consider now equations of motion of control system the course of plane in the mode of autopilot [6]:

$$\begin{cases} T^2\ddot{\psi} + U\dot{\psi} + k\psi = 0; & \dot{\mu} = f^T(\sigma) \\ \sigma = a\omega + E\dot{\omega} + G^2\ddot{\omega} - l^{-1}\mu \end{cases}, \quad (48)$$

that possessing by smooth manifold $\Omega(t)$, given by equation

$$a(\tau, \psi) = 0. \quad (49)$$

Here constant T^2 characterizes the inertness of regulating object, U is the natural damping, k characterizes the action of restorative force, a, E, G^2, l are constants of regulator.

Statement of the problem: to determine of condition of stability of program manifold (49).

Differentiating a program manifold (49) on τ , by virtue of the system (48) we get

$$\dot{\omega} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau \partial \psi} \dot{\psi} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \psi^2} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial \omega}{\partial \psi} \left[-\frac{U}{T^2} \dot{\psi} - \frac{\mu}{T^2} \right]. \quad (50)$$

We suppose, that [7]

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau \partial \psi} \dot{\psi} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \psi^2} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial \omega}{\partial \psi} \left(-\frac{U}{T^2} \dot{\psi} - \frac{k}{T^2} \psi \right) = F(\tau, \psi, \omega, \dot{\omega}), \\ F(\tau, \psi, \omega, \dot{\omega}) = -\alpha_1 \dot{\omega} - \alpha_2 \omega. \end{cases} \quad (51)$$

Then we have

$$\begin{cases} \ddot{\omega} + \alpha_1 \dot{\omega} + \alpha_2 \omega + \frac{\partial \omega}{\partial \psi} \frac{\mu}{T^2} = 0 \\ \dot{\mu} = f^T(\sigma) \\ \sigma = a\omega + E\dot{\omega} + G^2\ddot{\omega} - l^{-1}\mu \end{cases} \quad (52)$$

Let $\frac{\partial a}{\partial \psi} = h$ is const. Entering denotations

$$\begin{cases} \omega = \eta_1; & \dot{\omega} = \sqrt{r}\eta_2; & \mu = i\xi, & t = \frac{\tau}{\sqrt{r}}, & r = i \\ i = \frac{lT^2}{T^2 + lG^2 2h}; & \varphi(\sigma) = \frac{\alpha_2}{r}; & a_2 = -\frac{\alpha_2}{\sqrt{r}} \\ p_1 = a - \alpha_2 G^2; & p_2 = (E - \alpha_1 G^2)\sqrt{r} \end{cases}. \quad (53)$$

we reduce the system (52) to the normalized form in dimensionless variables

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -A\eta - \delta\xi \\ \dot{\xi} = \varphi(\sigma) \\ \sigma = p^T \eta - \xi \end{cases}, \quad (54)$$

where

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ a_2 & a_1 \end{pmatrix}; \quad \delta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}; \quad \varphi(\sigma) \in C_{(0,k)}.$$

We transform the system (52) by means of substitute $z_1 = \eta_2$, $z_2 = -a_2 \eta_1 - \eta_2 - \xi$, to the form

$$\begin{cases} \dot{z} = -Az - \delta\varphi(\sigma) \\ \dot{\xi} = \varphi(\sigma) \\ \sigma = c^T z - \gamma\xi \end{cases}. \quad (55)$$

Here

$$c^T = \left\| -\frac{p_1 a_1}{a_2} + p_2, \frac{p_1}{a_2} \right\|; \quad \gamma = 1 + \frac{p_1}{a_2}.$$

A matrix L determine as the following [8]:

$$l_1 = c_2 + \frac{c_1 a_1}{2a_2} + \frac{c_2 a_1 + c_1}{2a_1}; \quad l_2 = \frac{c_1}{2a_2}; \quad l_3 = \frac{c_2}{2a_1} + \frac{c^1}{2a_1 a_2}$$

Theorem 4. Let $(-A)$ is Hurwitz's matrix.

Then for absolute stability of program manifold (49) of the system (48) it is sufficiently performing of the following conditions

$$\begin{aligned} \gamma > 0 \wedge c > 0, \\ \frac{c_2}{a_1} + \frac{c_1}{a_1 a_2} + \frac{p_1}{a_2} = 0 \wedge \frac{c_1}{a_2} - \frac{p_1 a_1}{a_2} + p_2 = 0. \end{aligned}$$

Theorem 5. For absolute stability of program manifold (49) of the system (48) on the angle $(0, k]$ it is sufficiently performing of the following inequality

$$\pi(\mu, q) = k^{-1} + \gamma q + c^T (A^2 + \mu E)^{-1} (A + q\mu E) \delta > 0 \quad \forall \mu \geq 0.$$

We will consider also equations of motion the course of plane-projectile in the mode of auto-pilot in absence of roll [6]:

$$\begin{cases} T^2 \ddot{\psi} + U \dot{\psi} + k\psi + \mu = \chi; \quad \dot{\mu} = f^T(\sigma) \\ \sigma = a\omega + E\dot{\omega} + G^2 \ddot{\omega} + \frac{1}{N_0} \int_0^t \omega dt - l^{-1} \mu' \end{cases} \quad (56)$$

possessing by smooth manifold $\Omega(t)$, given by equation

$$a(\tau, \psi) = 0. \quad (57)$$

Here a constant T^2 characterizes the inertness of regulating object, U is the natural damping, k characterizes the action of restorative force, N characterizes isodromness of regulator, a, E, G^2, l are constants of regulator.

If introduce denotation $\int_0^t \omega dt = \rho$, then an equation (56) may be writing in the following form

$$\begin{cases} T^2 \ddot{\psi} + U \dot{\psi} + k\psi + \mu = \chi; & \dot{\mu} = f^T(\sigma); & \dot{\rho} = \omega \\ \sigma = (a - qG^2)\omega + (E - pG^2)\dot{\omega} + \frac{1}{N}\rho - l^{-1}\mu + \frac{G^2}{T^2}\chi \end{cases} \quad (58)$$

Statement of the problem: to determine of stability's condition of program manifold (58).

Differentiating a program manifold (57) on τ , by virtue of the system (58) we get

$$\ddot{\omega} = \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau \partial \psi} \dot{\psi} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \psi^2} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial \omega}{\partial \psi} \left[-\frac{U}{T^2} \dot{\psi} - \frac{k}{T^2} \psi - \frac{\mu}{T^2} + \frac{\chi}{T^2} \right]. \quad (59)$$

We suppose, that $\frac{\partial a}{\partial \psi} = h$ is const and hold [1]

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau^2} + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial \tau \partial \psi} \dot{\psi} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \psi^2} \dot{\psi}^2 + \frac{\partial \omega}{\partial \psi} \left(-\frac{U}{T^2} \dot{\psi} - \frac{k}{T^2} \psi \right) = F(\tau, \psi, \omega, \dot{\omega}), \\ F(\tau, \psi, \omega, \dot{\omega}) = -\alpha_1 \dot{\omega} - \alpha_2 \omega. \end{cases} \quad (60)$$

Then we have

$$\begin{cases} \ddot{\omega} + \alpha_1 \dot{\omega} + \alpha_2 \omega + h \left(\frac{\mu}{T^2} - \frac{\chi}{T^2} \right) = 0 \\ \dot{\mu} = f^T(\sigma), \dot{\rho} = \omega \\ \sigma = (a - qG^2)\omega + (E - pG^2)\dot{\omega} + \frac{\rho}{N} - l^{-1}\mu + \frac{G^2}{T^2}\chi \end{cases} \quad (61)$$

A trivial solution of these equations

$$\begin{cases} \omega^* = 0, & \dot{\omega}^* = 0, & \mu^* = \chi, & |\sigma^*| \leq \sigma_* \\ \rho^* = \frac{N}{T^2} \mu - \frac{NG^2}{T^2} \chi \end{cases}$$

characterizes the unperturbed steady ate of program manifold with respect to vector-function α . Entering denotations

$$\begin{cases} \omega = \eta_1; & \dot{\omega} = \sqrt{r} \eta_2; & \rho - \rho^* = Np \eta_3; & \mu - \mu^* = i \xi, \\ t = \frac{\tau}{\sqrt{r}}, & r = \frac{i}{T^2}; & i = \frac{lT^2}{T^2 + lG^2 h}; & n_2 = -\frac{i}{T^2}; \\ \varphi(\sigma) = \frac{1}{i\sqrt{r}} f^T(\sigma); & a_1 = -\frac{\alpha_2}{r}; & a_2 = -\frac{\alpha_2}{\sqrt{r}}; & a_3 = \frac{1}{\sqrt{r} p_1 N}; \\ p_1 = a - \alpha_2 G^2; & p_2 = (E - \alpha_1 G^2) \sqrt{r}; & p_3 = p_4, \end{cases}$$

we reduce the system (61) to the normalized form in dimensionless variables

$$\begin{cases} \dot{\eta} = -A\eta - \delta\xi \\ \dot{\xi} = \varphi(\sigma) \\ \sigma = p^T \eta - \xi \end{cases}, \quad (62)$$

where

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ a_2 & a_1 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ n_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}; \quad \varphi(\sigma) \in C_{(0,k)}.$$

The system (62) is reduced to the canonical form [6]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \varphi(\sigma), \\ \dot{x}_2 = -\gamma_2 x_2 + \varphi(\sigma), \\ \dot{x}_3 = -\gamma_3 x_3 + \varphi(\sigma), \\ \sigma = -\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 - \varphi(\sigma). \end{cases} \quad (63)$$

For a system (63) we build the Lyapunov function in the form

$$V = \frac{\beta_1 x_1^2}{2} + \frac{1}{2} x^T L x + \theta \int_0^\sigma \varphi(\sigma) d\sigma, \quad x = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad L = L^T > 0, \quad \theta > 0.$$

Then for absolute stability of program manifold (57) of the system (58) at $\varphi(c) \in C_{(0,k)}$ it is sufficiently performing of the following inequality

$$L\rho\theta - \beta^T \beta > 0.$$

References

1. Maigarin B.G. Stability and quality of processes of the nonlinear systems of automatic control. Alma-Ata: Nauka, 1980. - 316 p.
2. Zhumatov S.S., Kremetulo V.V., Maigarin B.G. Second method of Ляпунова in problems stability and control by motion. Almaty: Gylym, 1999. - 228 p.
3. Dedesh V.T. Stability and auto oscillations one contour nonlinear system of automatic control// Uchenye zapiski TcAGI. - 2010. T.XLI. -№ 3. - P.82 - 92
4. Becekerskiy V.A., Popov E.P. Theory of the systems of automatic control. - Moscow: Nauka, 1975. - 768 p.
5. Trukhan N.M. On an one contour systems absolutely stability in Hurwitz's angle // Avtomatika and telemekhanika. - 1968. -№ 11. - С. 5-8.
6. Letov A.M. Stability of the nonlinear control systems. - Moscow: Fizmatgiz. 1962. 484 p.
7. Galiullin A.S. Some questions of stability of programmatic motion. Kazan. - 1960. - 87 p.

ГЕОИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АГРОТЕХНОЛОГИИ ТОЧНОГО ЗЕМЛЕДЕЛИЯ НА ОСНОВЕ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ (БПЛА)

Айнакулов Ж.Ж., Кузьмин А.Г.
e-mail: jaras1987@mail.ru, alexander_100@mail.ru

*КазНУ имени аль-Фараби, PhD докторант, Алматы, Казахстан
АО «Национальный центр космических исследований и технологий»,
Алматы, Казахстан*

***Аннотация.** Рассматривается перспективность использования данных мультиспектральной съемки высокого разрешения, полученных с БПЛА для эффективного ведения новой ресурсосберегающей агротехнологии точного земледелия. Место и роль цифровых карт полей и получение их с использованием беспилотных летательных аппаратов, которые дают возможность проводить планирование, строгий учет и контроль всех сельскохозяйственных операций, поскольку они основаны на точном знании площади полей, протяженности дорог, информации о полях и о других объектах. Проведение полного анализа условий на основе этих карт, которые влияют на рост растений в этой конкретной области.*

Современные информационные технологии стали одним из основных элементов новых областей ресурсосберегающего направления в области сельскохозяйственной культуры, известным как «точное земледелие» или «прецизионное земледелие» (precision agriculture).

Не вдаваясь в научную терминологию, «точное земледелие» можно определить как управление урожайностью сельскохозяйственных культур, с учетом локальных неоднородностей среды обитания растений на конкретном участке поля. Другими словами, это оптимальное управление производством сельскохозяйственных культур на единице площади поля, для получения максимальной прибыли при экономии хозяйственных и природных ресурсов.

Такой подход, как показывает международный опыт, обеспечивает гораздо больший экономический эффект и, самое главное, улучшает воспроизводство плодородия почвы и уровень экологической чистоты сельскохозяйственной продукции. Мировая практика показала, что при правильном использовании точного земледелия, технология окупается быстро за счет экономии удобрений, семян, топлива, за счет снижения затрат на рабочую силу, за счет повышения плодородия почв. Согласно статистике, 80% фермеров в Соединенных Штатах в той или иной степени используют технологию точного земледелия. А они, конечно, умеют считать прибыль.

Первыми весомых результатов в использовании электронных устройств на с.-х. технике добились разработчики машин для защиты растений. Например, опрыскиватель Hydroelectron фирмы Теспота, получивший золотую медаль на международной выставке SIMA-1976 в Париже, был оборудован электронным регулятором подачи раствора пропорционально скорости движения агрегата. Аналогичную машину разработала английская фирма Agmet. По сравнению с используемыми в странах СНГ аналогами в них поддерживается постоянный в единицу времени расход раствора, а норма его внесения на 1 га значительно варьируется при каждом переключении передачи, изменении частоты вращения двигателя и буксовании колес, что обеспечивает экономию до 20 % ядохимикатов. А это не только экономический, но и экологический эффект.

Сложнее решались вопросы точного высева семян зерновых колосовых культур. Экспериментальные образцы таких сеялок были показаны на международной выставке в Мюнхене в 1982 г., а серийная машина с электронным регулятором высева фирмы Blanchot появилась лишь через три года и была отмечена на парижской выставке SIMA-1985. Фирма Rider (Германия) пошла еще дальше, создав сеялку Saxonia, которая обеспечивает выдержку не только заданного расстояния между семенами в рядке, но и глубину их залегания.

Значительных успехов в электронизации сельхозтехники достигли фирмы Amazone, Diadem, Rotina, Lely и др. В машинах центробежного типа они добились корреляции дозы внесения удобрений на 1 га от скорости агрегата. Кроме того, частота вращения рассеивающих дисков и фактическая доза удобрений, вносимых на 1 га, постоянно высвечиваются на мониторе, причем последнюю тракторист может изменять со своего рабочего места.

Применение электронных устройств дало возможность значительно (до $\pm 15\%$) снизить неравномерность внесения удобрений.

В 2001 г. в результате тесного сотрудничества фирм — производителей тракторов и сельхозмашин было признано рациональным устанавливать многоканальный микропроцессор на тракторе, а на приспособлениях использовать лишь унифицированные датчики.

Используя современные информационные технологии, фермеры могут получать очень точные данные о состоянии поля и использовать эту информацию, для усовершенствования выращивания сельскохозяйственных культур, а также для получения максимальной прибыли с каждого квадратного метра поля. Это стало возможным благодаря применению прецизионных технологий выращивания, технологий точного или "прецизионного" земледелия включающих в себя:

- геоинформационные системы (GIS);
- технологии дистанционного зондирования земли (ДЗЗ);
- технологии глобального позиционирования (GPS);
- технологии переменного нормирования удобрений (Variable Rate Technology);
- технологии управления с/х машинами с использованием датчиков и микроконтроллеров;
- технологии оценки урожайности (Yield Monitor Technologies).

Основное различие между традиционным и точным земледелием является использование современных информационных технологий для сбора, обработки и анализа различных данных с высоким пространственным и временным разрешением для принятия решений и осуществления сельскохозяйственных работ. Таким образом, основу всех производственных технологий точного земледелия составляют геоинформационные системы, опирающиеся на технологии дистанционного зондирования земли (ДЗЗ), что позволяет снимать, хранить и обрабатывать информацию, чтобы указать характеристику посевов или пашни.

На сегодняшний день для сбора необходимых для проведения сельскохозяйственных работ точного земледелия используют данные со снимков спутниковых изображений и аэрофотосъемки. Мировой и российский опыт подтверждает, что в сельском хозяйстве съемки из космоса предоставляют множество возможностей. Тем не менее, съемки с космических аппаратов, проведенные с целью охарактеризовать состояние федеральных земель на глобальном и региональном уровнях не обладают требуемой точностью информации.

Необходимость покупки космических снимков для контроля качества часто затруднительна не только для обычных фермеров, но также крупным сельскохозяйственным холдингам. Кроме того, космические съемки в большей степени связаны со временем суток и погодными условиями.

Альтернативным способом получения информации, представляющей интерес, особенно для небольших площадей (несколько квадратных метров) является использование беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), оснащенный множеством различных устройств дистанционного зондирования.

Эффективное точное земледелие невозможно без знания точных контуров и площадей полей. Эти знания очень важны при составлении картографических данных о состоянии растений и почвы. Аэрофотосъемка с использованием БПЛА, это самый простой и эффективный метод получения такой информации, чтобы за короткое время полета на малой высоте, быстро получить детальные ортофотопланы, 3D модели местности, и на их основе построить векторные тематические карты, характеризующие состояние земель сельскохозяйственного назначения с сантиметровой точностью [1].

Подробные цифровые карты полей, полученные с использованием беспилотных летательных аппаратов, дают возможность проводить планирование, строгий учет и контроль всех сельскохозяйственных операций, поскольку они основаны на точном знании площади полей, протяженности дорог, информации о полях и о других объектах. На основе этих карт проводится полный анализ условий, которые влияют на рост растений в этой конкретной области (или даже на площадях 10x10м или 100x100м). Карты поля образуют основу для моделей севооборота и используются для оптимизации производства с целью максимизации прибыли, а также для рационального использования всех ресурсов, участвующих в производстве.

1 Агротехнология переменного нормирования удобрений (Variable Rate Technology)

Чтобы найти оптимальный уровень использования удобрений и химических веществ в продукции растениеводства необходимо решить важные вопросы технологий точного земледелия. Технология, позволяющая фермерам **адресно** (прецизионно) вносить удобрения на поля в различных количествах, была названа - технологией переменного нормирования (VRT - Variable Rate Technology) и в настоящее время широко используется в современной практике сельскохозяйственного растениеводства.

Агротехнология переменного нормирования базируется на конкретной карте для **внесения** необходимого количества азотных удобрений, базируется на основе лабораторных испытаний проб грунта, взятых вручную на отдельных участках поля. После этого специальная оборудованная сеялка оснащенная GPS, **вносит** необходимое количество питательных веществ в соответствии с установленной картой-схемой [2].

На данный момент основным сдерживающим фактором применения VRT - технологии являются экономические соображения, связанные с высокой стоимостью отбора проб и лабораторных исследований. Проблема заключается в том, что качество почвы может значительно варьироваться даже в пределах 0,4 га, а фермеры хорошо знают, что учесть эти различия можно путем увеличения плотности сгущения сети отбора образцов почвы, что в значительной степени увеличивает стоимость процесса создания правильной контурной карты.

В последние годы проводятся активные исследования в области автоматизации работ по обеспечении оптимального количества азотных удобрений. Ряд американских и европейских компаний начали разрабатывать и производить спектральные датчики, которые определяют потребность растений в питательных веществах по их цвету. Та-

ким образом, растения, страдающие от дефицита азота, имеют бледно-зеленый или желтый цвет, но в нормальном состоянии, они темно-зеленого цвета. Следует отметить, что, согласно данным опроса, проведенного в 2013 году в Университете Пердью (США), только 7% поставщиков сельскохозяйственной техники предлагают своим клиентам датчики интенсивности окраски растений. Тем не менее, учитывая количество стартапов в этой области, можно понять, что многие инвесторы считают, что такая технология является очень перспективной [3].

2 Использование беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) для решения задач точного земледелия

Установка мультиспектральной камеры, установленной на БПЛА, открывает новые возможности для быстрого создания схематических карт внесения оптимального количества азотных удобрений, используемых в агротехнологиях переменного нормирования удобрений (Рис. 1).



Рисунок 1 - Мультиспектральная фотокамера на базе фотоаппарата Sony-Alpha A5000(NIR). Спектральный диапазон 400 - 1000 н.м.

Использование мультиспектральных данных съемки высокого разрешения полученных с БПЛА позволяет количественно оценить состояние растительности на основе вычисления вегетационного индекса NDVI (Normalized Difference Vegetation Index). В таблице 1 приводятся значения вегетационного индекса NDVI, вычисленного по данным мультиспектральной съемки модифицированным фотоаппаратом Sony-Alpha A5000 (NIR) установленным на БПЛА.

Таблица 1 – Значения вегетационного индекса NDVI для разных объектов

<i>Объект</i>	<i>Коэффициент отражения в красной области спектра</i>	<i>Коэффициент отражения в ближней инфракрасной области спектра</i>	<i>Коэффициент NDVI</i>
<i>Густая растительность</i>	<i>0.1</i>	<i>0.5</i>	<i>0.7</i>
<i>Редкая растительность</i>	<i>0.1</i>	<i>0.3</i>	<i>0.5</i>
<i>Открытая почва</i>	<i>0.25</i>	<i>0.3</i>	<i>0.025</i>
<i>Облака</i>	<i>0.25</i>	<i>0.25</i>	<i>0</i>
<i>Снег и лед</i>	<i>0.375</i>	<i>0.35</i>	<i>-0.05</i>
<i>Вода</i>	<i>0.02</i>	<i>0.01</i>	<i>-0.25</i>

Программное обеспечение, адаптированное для обработки данных NDVI – мониторинга, полученных с БПЛА позволяет выявлять зоны засушливых, переувлажненных и угнетенных сельскохозяйственных угодий, а также обнаруживать участки полей, наиболее нуждающихся во внесении удобрений [4].

На рисунке 2 приведен пример спутникового мониторинга состояния сельскохозяйственных земель с использованием технологии вычисления индекса NDVI сельскохозяйственного участка в Каскеленском районе Алматинской области.

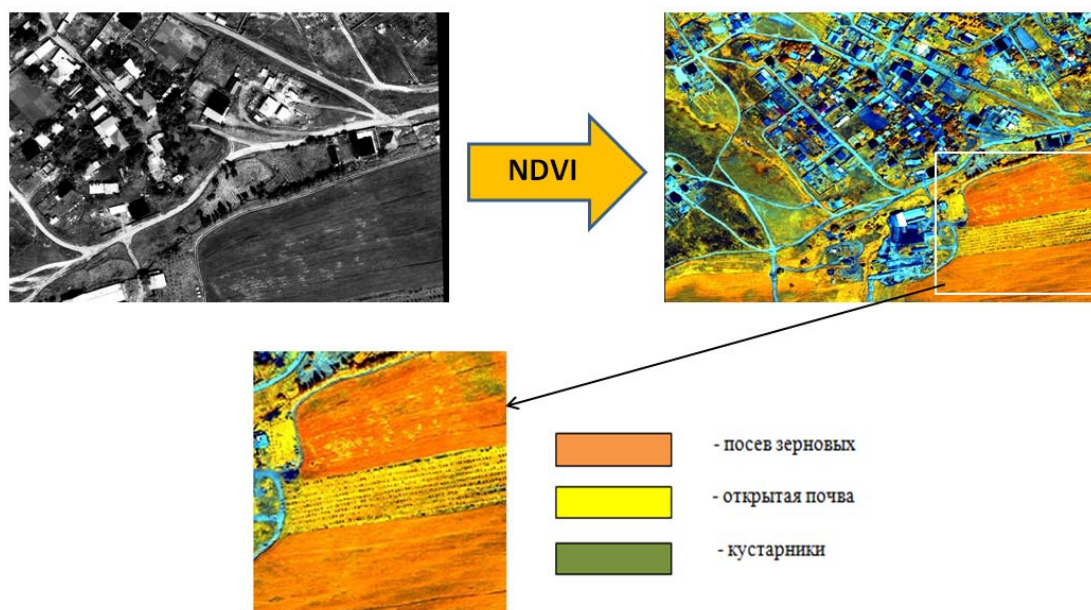


Рисунок 2 - Мониторинг состояния растительности с использованием индекса NDVI

Вегетационный индекс NDVI разработан для оценки содержания влаги в растительном покрове. Содержание влаги – важный показатель биомассы растительности. Его высокое содержание характерно для здоровой растительности.

Расчет NDVI базируется на двух наиболее стабильных участках спектральной кривой отражения сосудистых растений. В инфракрасной области (0,7-1,0 мкм) находится область максимального отражения клеточных структур листа. Высокая фотосинтетическая активность (связанная, как правило, с густой растительностью) ведет к меньшему отражению в красной области спектра и большему в инфракрасной. Индекс вычисляется по следующей формуле:

$$NDVI = \frac{NIR - RED}{NIR + RED}$$

где:

NIR - коэффициент отражения в ближней инфракрасной области спектра;

RED - коэффициент отражения в красной области спектра.

Карты вегетационных индексов и снимки высокого разрешения – источник актуальной информации о состоянии посевов. По этим данным легко обнаружить участки с угнетенной растительностью, нарушения процесса высева, подверженные эрозии области.

Для сопровождения точного земледелия, карты вегетационного индекса используются как исходные данные при определении однородных по плодородию зон. В соче-

тании с агрохимическим анализом почвы, эти данные позволяют создавать карты-схемы для дифференцированного внесения минеральных удобрений. В отсутствии данных агрохимического обследования, те же карты зон плодородия используются для оптимизации пробоотбора – вместо отбора по регулярной сетке. При этом, пробы отбираются по зонам, что сокращает количество проб и уменьшает влияние случайных факторов на результаты анализа [3].

Высокодетальные ортофотопланы, карты высот и модели рельефа, построенные по аэросъемочным данным, полученным с БПЛА, позволяют определять засушливые и переувлажненные участки, правильно планировать график полива и быстро оценить объемы выемки грунта, например, при выравнивании рисовых чеков. Детальные 3Д модели можно использовать для различного гидрологического анализа: строить карты водотоков, определять бессточные области, получать карты уклонов и профили заданного участка поля, моделировать зоны затоплений. На рисунке 3 приведен пример мониторинга состояния поливных земель с использованием БПЛА.



Рисунок 3 - Мониторинг состояния поливных земель с использованием БПЛА

3 Состав эксплуатируемых БПЛА

Для получения аэросъемочных данных высокого (до 5 см.) разрешения с целью эффективного ведения агротехнологии переменного нормирования будут использованы два типа БПЛА (Рис. 4).



Гексакоптер



Планер - Геоскан 101

Рисунок 4 - Эксплуатируемые БПЛА

Таблица 3.1 Технические характеристики БПЛА – Гексакоптер

<i>Параметр</i>	<i>Ед. изм.</i>	<i>Значение</i>
<i>Высота подъема</i>	<i>м</i>	<i>До 500</i>
<i>Продолжительность полета на одном аккумуляторе</i>	<i>мин</i>	<i>До 20</i>
<i>Полезная нагрузка</i>	<i>кг</i>	<i>До 3</i>
<i>Скорость горизонтального полета</i>	<i>км/ч</i>	<i>До 40 км/ч</i>
<i>Полный вес гексакоптера</i>	<i>кг</i>	<i>5,7</i>
<i>Габариты д/ш/в</i>	<i>мм</i>	<i>1500/1500/700</i>
<i>Максимальна мощность двигателя</i>	<i>Вт</i>	<i>360х6=2160</i>
<i>Стандартная батарея LiPo 6S 24В</i>	<i>мА/ч</i>	<i>8000</i>

Таблица 3.1.2 Технические характеристики планера БПЛА – ГЕОСКАН 101 [5].

<i>Продолжительность полета</i>	<i>До 120 минут</i>	<i>Вес</i>	<i>4 кг</i>
<i>Крейсерская скорость</i>	<i>72км/ч</i>	<i>Размах крыльев</i>	<i>130</i>
<i>Максимальная высота</i>	<i>3500м</i>	<i>Тип двигателя</i>	<i>электрический</i>
<i>Радиус применения</i>	<i>До 30 км</i>	<i>Запуск</i>	<i>С катапульты</i>
<i>Площадь съемки (за 1 полет)</i>	<i>До 3 кв.км</i>	<i>Посадка</i>	<i>На парашюте</i>

Гексакоптеры используются для съемки небольших (до 10 – ти кв.км.) территорий. Планер - для съемки больших (100 – 200 кв.км) территорий (Рис.5).

Заключение

Используя мультиспектральную камеру в качестве сенсора дистанционного зондирования БПЛА, а также геоинформационные технологии ГИС можно эффективно проводить обследование и инвентаризацию земель, сопровождать мелиоративное строительство, оперативно создавать карты NDVI, планировать внесение удобрений и контролировать проведение агротехнических мероприятий.

При проведении регулярных аэрофотосъёмок сельскохозяйственных земель, ежедневно или раз в неделю, и их постобработке в специализированном ПО, можно проследить динамику изменений в пределах одного и того же поля. Эти данные можно будет точно соотнести с продуктивностью земельных угодий.

Литература

1. Алтухов А.И., Нечаев В.И. Организационно-экономические проблемы улучшения семеноводства зерновых культур - ЭСХР - №7. 2010. - С. 33-46
2. Бусел И.П., Малихтарович П.И., Фурс И.Н., Яковчик Н.С. Организация производства на сельскохозяйственных предприятиях. - М.: ИВЦ Минфина, 2012. - 576 с.
3. Водяников В. Организация и управление производством на сельскохозяйственных предприятиях. - М.: Колос, 2005. – 506 с.
4. Гатаулин А.М. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве. - М.: ИТК Гранит, 2009. - 432 с.
5. <https://www.geoscan.aero/ru/>

ПОИСК С ЧЕРЕДУЮЩИМИСЯ ОКРЕСТНОСТЯМИ ДЛЯ ЗАДАЧ ДИСПЕРСИИ

Амиргалиева Ж.Е., Арсланов М.З.
email: zh.amirgaliyeva@gmail.com

*Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК,
Казахстан*

Аннотация. В данной статье рассматриваются задачи дисперсии с целевыми функциями на основе эффективности и справедливости. Приведены соответствующие математические модели программирования, а также описан эффективный эвристический метод, основанный на поиске с чередующимися окрестностями для решения минимальной дифференциальной задачи дисперсии.

Введение

Задача дисперсии или разнородности заключается в нахождении подмножества $S \subset N$, где N множество из n элементов и расстояния между парами элементов приведены, таким образом, что целевая функция, основанная на расстояниях между элементами в S максимизируются или минимизируются. Целевая функция может представлять собой либо величину на основе эффективности, учитывающая некоторое количество дисперсии для всей выборки S , или величину на основе справедливости, обеспечивающая равноправную дисперсию среди выбранных элементов. Широко изучены проблемы, которые используют целевые функции на основе эффективности: задача максимальной разнородности (Max DP), где целью является найти подмножество S максимизирующая сумму расстояний между выбранными элементами, и задача максимальной-минимальной разнородности (Maxmin DP), целью которого является максимизация минимального расстояния между выбранными элементами. Задачи, рассматривающие меры на основе справедливости, приведенные в [1]: задача максимальной средней дисперсии (Max-mean DP), задача минимальной дифференциальной дисперсии (Min-diff DP), и задача максимальной мин-суммы дисперсии (Max-minsum DP). Цель нахождения подмножества S в первой упомянутой проблеме заключается в максимизации среднего расстояния между выбранными элементами; во второй, это сведение к минимуму разницы между максимальной суммой и минимальной суммой расстояний до других выбранных элементов. Наконец, в Max-minsum DP, нахождение подмножества S сделано таким образом, чтобы максимизировать минимальную сумму расстояний до других выбранных элементов. Кроме Max-mean DP, мощность подмножества S должно быть равно данному числу m .

Задачи разнородности, которые используют величину на основе эффективности находят свое применение в контексте размещения объектов (локализации объектов в зависимости от расстояния, доступности, воздействия, и т.д.) [2,3,4,5], выбор максимально разнообразных/схожих групп (например, биологическое разнообразие, формулирование общих правил приема, формирование рабочей группы, дизайн учебного плана, планирование рынка и т.д.) [6,7,8,9,10], и идентификация насыщенных подграфов [11]. С другой стороны, задачи разнородности, которые используют меры справедливости находят применение в контексте размещения объектов в городской местности, где справедливость среди кандидатов местоположения объектов важна [12], выбор однородных групп [13], идентификация плотных/обычных подграфов [11], и меры на основе справедливости в задачах сетевого потока [14].

1 Задачи дисперсии с мерой эффективности

Предположим, задано множество N из n элементов, и d_{ij} расстояние между любыми двумя элементами i и j . Так называемая максимальная дисперсионная задача (Max DP) состоит в том, чтобы выбрать подмножество $M \subseteq N$ с мощностью m , т.е. $|M| = m$, таким образом, что некоторая основанная на эффективности функция $z(M)$ от d_{ij} из выбранного подмножества M максимизируется. Задача затем формулируется как $\max_{M \subseteq N} \{z(M) : M \in F\}$, где F это множество, содержащее все подмножества N . Двумя важными и широко рассмотренными функциями в литературе (см, например, [20]) являются сумма и минимум d_{ij} для всех $i, j \in M$ соответственно. Таким образом, первая и последняя функция может быть записана в виде $\sum_{i < j, i, j \in M} d_{ij}$ и $\min_{i < j, i, j \in M} d_{ij}$, где обычно предполагается, что для всех $i, j \in N$ мы имеем $d_{ij} = d_{ji}$. Таким образом, первый критерий отбора максимально дисперсного множества называется Maxsum и второй критерий называется Maxmin. Для того, чтобы отличать две результирующие задачи максимизации, мы называем их соответствующим образом, как Maxsum DP и Maxmin DP.

Определим бинарную переменную $x_i = 1$, если элемент i принадлежит M и $x_i = 0$ в противном случае, для $i = 1, \dots, n$. Тогда задачу с предыдущей целевой функцией можно переписать в виде квадратичной задачи 0-1 программирования с ограниченной мощностью:

$$\max_{x \in \{0,1\}^n} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

при условии

$$\sum_{i=1}^n x_i = m; \quad (2)$$

$$x_i \in \{0,1\}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Задачи (1)-(3) иногда также называют задачей максимальной разнородности/однородности [7], где d_{ij} измеряет разность / сходство между элементами i и j . Задачи типа (1)-(3) могут быть решены с помощью алгоритмов, предназначенных для решения квадратичных 0-1 программ [21,25], или же мы можем легко получить классическую линейную смешанную 0-1 переформулировку (смотри, например, [22,9]), который, в свою очередь, может быть решен с помощью любого решателя стандартного смешанного целочисленного программирования (MIP) (например, CPLEX, Xpress-MP):

$$\max_{x \in \{0,1\}^n} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} z_{ij} \quad (4)$$

при условии (2), (3) и

$$z_{ij} \geq x_i + x_j - 1, \quad z_{ij} \leq x_i, \quad z_{ij} \leq x_j, \quad 1 \leq i < j \leq n; \quad (5)$$

$$z_{ij} \in \{0,1\}, \quad 1 \leq i < j \leq n; \quad (6)$$

Для более детального обзора литературы по Maxsum DP и Maxmin DP, рекомендуется обратиться к [20,3,9]. Для этих двух задач, точные [20,7,27] и эвристические [7,23,24,28,29] методы были разработаны. Не менее важной проблемой в теории расположения объектов является справедливость. Здесь она упоминается как концепция или идея справедливости среди кандидатов по местоположению объектов. Кроме того, один

конкретный интерес в установлении баланса справедливости с эффективностью в парадигме построения модели [30]. Тем не менее, большинство моделей исследований операций в литературе относятся к задачам на основе эффективности и мало работы было сделано для проблем справедливости [26]. Это особенно важно при работе с местоположением городских государственных объектов [30]. В данной статье рассматривается использование нескольких мер справедливости в рамках задачи дисперсии. Эти величины справедливости могут возникать также и в контекстах выбора разнообразных / подобных группа, и плотной и регулярной идентификации подграфа. Например, можно обратиться к справедливой диверсификации или ассимиляции между членами сети. Несколько связанных с работой на основе мер справедливости в задачах потока сети можно найти в [13,14].

2 Задачи дисперсии с мерой справедливости

Существует несколько величин, основанных на справедливости, каждая из которых в качестве альтернативы представляет собой некоторую функцию дисперсии по отношению к отдельным элементам. Поэтому, в отличие от величин на основе повышения эффективности, которые рассматривают некоторое количество дисперсии для всей выборки M (например, общее количество дисперсии и минимальный уровень дисперсии), эти меры используются, чтобы сбалансировать дисперсию между отдельными элементами в M . Для того, чтобы обеспечить равенство между элементами, можно использовать некоторые из этих мер в рамках оптимизации. Решением полученной задачи оптимизации будет, в некотором смысле, достижение справедливой дисперсии среди выбранных элементов [1].

- Средняя дисперсионная величина. Для каждого $M \subseteq N$, определим

$$f_1(M) = \frac{\left(\sum_{i,j;i,j \in M} d_{ij}\right)}{|M|} = z(M)/|M| \quad (7)$$

В общем, $f_1(M)$ является средним показателем эффективности. В этом контексте, мы называем его Средней дисперсионной величиной. Один из способов обеспечения справедливости состоит в максимизации $f_1(M)$.

- Обобщенная средняя дисперсионная величина. Для каждого $M \subseteq N$, определим

$$f_2(M) = \left(\sum_{i < j; i, j \in M} d_{ij}\right) / \left(\sum_{i \in M} w_i\right) \quad (8)$$

Значение w_i можно рассматривать как вес присвоенного элемента i , $i \in N$. Следовательно, эта мера является средней взвешенной мерой эффективности. Можно также обеспечить справедливость путем максимизации $f_2(M)$.

- Величина минимальной суммы дисперсии. Для каждого $M \subseteq N$, определим

$$f_3(M) = \min_{i \in M} \sum_{j \in M, j \neq i} d_{ij}. \quad (9)$$

Эта мера может быть интерпретирована следующим образом. Для каждого элемента $i \in M$, мы можем измерить общую дисперсию, связанную с i , обозначаемый $c(M, i)$. То есть, $c(M, i) = \sum_{j \in M, j \neq i} d_{ij}$ для всех $i \in M$. Тогда $f_3(M)$ является наименьшим значением среди всех выбранных элементов, т.е. $f_3(M) = \min_{i \in M} c(M, i)$. Альтернативный способ обеспечения справедливости состоит в максимизации $f_3(M)$, который об-

разует максимальную минимальную основу. Поэтому мы называем эту меру величиной минимальной суммы дисперсии.

- Величина дифференциальной дисперсии. Для каждого $M \subseteq N$, определим

$$f_4(M) = \max_{i \in M, j \neq i} \sum_{j \in M, j \neq i} d_{ij} - \min_{i \in M} \sum_{j \in M, j \neq i} d_{ij}. \quad (10)$$

Эта мера может быть понята как разность между наибольшим и наименьшим значениями $c(M, i)$, т.е. $f_4(M) = \max_{i \in M} c(M, i) - \min_{i \in M} c(M, i)$. Поэтому мы называем эту меру величиной дифференциальной дисперсии. Третий способ обеспечения справедливости является сведение к минимуму $f_4(M)$.

В итоге, первая мера справедливости, представленная в этом разделе рассматривает средний уровень эффективности, тогда как два последних рассматривают элемент(ы) с предельного уровня(ев) эффективности. Совершенно очевидно, что эти меры основаны на различных трактовках справедливости.

3 Математические модели программирования

После определения меры справедливости в предыдущем разделе, мы можем сформулировать следующие соответствующие математические программы. За исключением случаев первой математической программы, мы накладываем ограничение на количество элементов, которые будут выбраны. Обратите внимание, что в первой модели, размер группы является частью решения [1].

1) Задача максимальной средней дисперсии (Max-Mean DP)

Эта задача может быть сформулирована в виде следующей 0-1 дробной задачи программирования:

$$\max_{x \in \{0,1\}^n} \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} x_i x_j}{\sum_{i=1}^n x_i} \quad (11)$$

при условии $\sum_{i=1}^n x_i \geq 1$.

Как уже говорилось ранее, мы не накладываем ограничение мощности $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ в приведенной выше формулировке. Понятно, что Макс-среднее ДЗ сводится к Maxsum DP, когда число элементов, которые будут выбраны фиксировано. Обобщенная версия Max-Mean DP, называется Обобщенная Max-Mean ДЗ, можно сформулировать так:

$$\max_{x \in \{0,1\}^n} \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} x_i x_j}{\sum_{i=1}^n w_i x_i} \quad (12)$$

где w_i является весом, присвоенным элементу $i \in N$.

2) Задача максимальной минисуммой дисперсии (Max-minsum DP)

Математическая задача программирования, соответствующая величине минисуммой дисперсии формулируется как:

$$\max_{x \in \{0,1\}^n} \left\{ \min_{i: x_i=1} \sum_{j: j \neq i} d_{ij} x_j \right\} \quad (13)$$

при условии $\sum_{i=1}^n x_i = m$.

Задача (13) может быть эквивалентно переписана в виде

$$\max_{x \in \{0,1\}^n} \left\{ \min_i \left\{ \sum_{j:j \neq i} d_{ij} x_j x_i + M^+ (1 - x_i) \right\} \right\} \quad (14)$$

при условии $\sum_{i=1}^n x_i = m$.

где M^+ является достаточно большой константой, например,

$$M^+ = 1 + \max_i \sum_{j:j \neq i} \max\{d_{ij}, 0\}. \quad (15)$$

3) Минимальная дифференциальная задача дисперсии (Min-Diff DP)

Задача нахождения наилучшего подмножества $M \subseteq N$ относительно данной величины может быть сформулирована следующей задачей 0-1 программирования:

$$\min_{x \in \{0,1\}^n} \left\{ \max_{i;x_i=1} \sum_{j:j \neq i} d_{ij} x_j - \min_{i;x_i=1} \sum_{j:j \neq i} d_{ij} x_j \right\} \quad (16)$$

при условии $\sum_{i=1}^n x_i = m$.

Эквивалентная формулировка большого M задается

$$\min_x \left\{ \max_i \left\{ \sum_{j:j \neq i} d_{ij} x_j x_i + M^+ (1 - x_i) \right\} - \min_i \left\{ \sum_{j:j \neq i} d_{ij} x_j x_i + M^+ (1 - x_i) \right\} \right\} \quad (17)$$

при условии $\sum_{i=1}^n x_i = m$, $x \in \{0,1\}^n$,

где M^+ может быть выбран в соответствии с (13) и

$$M^- = -1 + \min_i \sum_{j:j \neq i} \min\{d_{ij}, 0\}. \quad (18)$$

Математические программы, разработанные в данном разделе являются нелинейными бинарными программами. Эти модели могут быть линеаризованы путем введения вспомогательных переменных.

4 Поиск с чередующимися окрестностями для решения Мин-дифф ДЗ

В данной работе мы исследуем задачу минимальной дифференциальной дисперсии (Мин-дифф ДЗ), которая является NP-трудной задачей [1]. Для его решения, несколько подходов предложены в литературе. Прокопьев и др. [1] использовали решатель CPLEX 9.0 MIP для решения указанной выше формулировки MIP. С CPLEX решателем удалось решить лишь небольшие примеры, те что до $|N| = 40$ и $m = 15$, требующие более 2500 секунд. Для решения больших примеров, они предложили общий GRASP эвристический метод (для решения дисперсионных задач, использующих меры справедливости). Совсем недавно, Дуарте и др. [15] предложили специализированную эвристику GRASP, и гибридный подход, сочетающий GRASP, поиск с чередующимися окрестностями и внешняя перекомпоновка путей. Последняя упомянутая гибридная эвристика может рассматриваться как лучшее среди современных эвристик для решения Мин-дифф ДЗ.

Нахождение оптимального решения для большого размера Мин-дифф ДЗ вряд ли будет возможно в разумные сроки, таким образом, эвристические методы являются

предпочтительным вариантом для нахождения хороших, или почти оптимальных решений. По этой причине, мы предлагаем эффективную эвристику, основанную на поиске с чередующимися окрестностями (VNS) для решения Мин-дифф ДЗ. VNS является гибкой структурой построения эвристики для решения комбинаторных и непрерывных глобальных задач оптимизации приблизительно. Основная идея заключается в систематическом изучении нескольких соседских структур во время поиска оптимального (или близкого к оптимальному) решения. Основы VNS основаны на следующих наблюдениях: (I) локальный оптимум относительно одной структуры окрестности не обязательно является локальным оптимальным для другой структуры окрестности; (II) Глобальная оптимальная является локальным оптимумом по отношению ко всем структурам окрестности; (III) Для многих задач, эмпирические данные показывают, что все местные оптимумы расположены относительно близко друг к другу [31].

Эвристика, основанная на VNS, состоит в применении поочередно процедуры улучшения, процедуры встряхивания, и шага изменения окрестности, до достижения предопределенного состояния останова. Порядок улучшения, используемый в VNS эвристике, может быть простым локальным поиском, который исследует одну структуру окрестности, или какой-либо более продвинутой процедурой, которая исследует несколько соседских структур. Такие изыскания также могут быть организованы по-разному: (i) последовательный спуск с чередующимися окрестностями (VND); (ii) Композитный (или вложенный) VND; (iii), смешанный вложенный [16]. С другой стороны, процедура встряхивания используется для устранения вероятности локальных оптимальных ловушек, в которых используемая процедура улучшения может застрять. Типичные остановки критерии VNS эвристики являются максимальное число выполненных итераций или максимально допустимое процессорное время, t_{\max} . Эвристики на основе VNS были успешно применены в решениях многих проблем оптимизации (см. например, [17,18,19] для недавних успешных применений).

Псевдокод предлагаемого VNS эвристики, названный VNS_MinDiff, приводится в Алгоритме 1. Весь процесс повторяется, пока установленный временной предел t_{\max} секунд не будет достигнута (внешний контур, который начинается с шага 2). Кроме того, t_{\max} , VNS_MinDiff имеет p_{\max} параметр, который определяет максимальное количество окрестностей, которые будут использоваться в процедурах встряхивания или диверсификации (см цикл окрестности, который начинается с шага 4). Выбор значений t_{\max} и p_{\max} будет описано позже в разделе вычислительных результатов.

Алгоритм 1: VNS эвристика для решения Мин-дифф ДЗ

```
Function VNS_MinDiff ( $S, p_{\max}, t_{\max}$ );  
1  $S \leftarrow$  Initial_solution ();  
2 repeat  
3  $p \leftarrow 1$ ;  
4 while  $p \leq p_{\max}$  do  
5  $S \leftarrow$  Shake( $S, p$ ); /* Встряхивание */  
6  $S \leftarrow$  LS( $S$ ); /* Локальный поиск */  
7  $p \leftarrow p + 1$ ; /* Следующая окрестность */  
8 if  $S$  is better than  $S$  then  
9  $S \leftarrow S$ ;  $p \leftarrow 1$ ; /* Сделать движение */  
end end  
10  $t \leftarrow$  CpuTime();  
until  $t > t_{\max}$ ;  
11 Return  $S$ ;
```

VNS_MinDiff использует одну структуру окрестности в течение обоих ключевых шагов VNS, которые повторяются: процедуры улучшение и встряхивания (см шаги 5 и 6). Кроме того, шаг *Двигаться или нет* также является простейшим возможным (шаги 6-9): шаг делается, только если лучшее решение в области локального поиска (шаг 6) находится.

В дальнейшем, мы даем полное описание предложенной эвристики. Точнее, мы предоставляем описание процедуры для создания исходного решения, определение используемой структуры окрестности, а также описание использованной процедуры встряхивания.

Исходное решение для нашей эвристики получается путем выборе m элементов из множества N случайным образом. Следовательно, никакая попытка не делается для создания некоторой конструктивной эвристики, чтобы получить исходное решение хорошего качества. Этот факт делает реализацию нашей VNS_MinDiff еще более простым. Его шаги приведены в Алгоритме 2.

Локальный поиск используемый в VNS_MinDiff, основанный на исследовании структуры перестановки окрестностей, определяется как:

$$Swap(S) = \{S' \subset N \mid |S \cap S'| = |S| - 1, |S'| = |S|\}$$

Эта структура окрестности определяется в движении, что вовлекает заменяющего один выбранный элемент с элементом, который не принадлежит к S . Для того, чтобы эффективно оценить значение целевой функции каждого решения в данном районе, мы используем вспомогательный массив (уже упоминалось во введении), обозначаемый через Δ . Это позволяет нам вывести значение решения S' в $O(m)$ сложности времени. А именно, каждый элемент в массиве Δ представляет собой сумму расстояний элемента $i \in N$ из выбранных элементов в множестве S : $\Delta(i) = \sum_{j \in S, j \neq i} d_{ij}$. Следовательно, для того,

чтобы найти (обновление) значение решения S' , полученный путем замены выбранного элемента k элементом l , которого нет в S , достаточно определить максимальное и минимальное значения $\delta(i)$:

$$(\max) / (\min) \delta(i) = \Delta(i) - d_{ik} + d_{il}, i \in S \cup \{l\}, i \neq k.$$

Алгоритм 2: Порядок создания исходного решения

Function Initial_solution();

1 $S = \emptyset$;

2 **for** $i = 1$ to m **do**

3 Select j in $N \setminus S$ at random;

4 $S \leftarrow S \cup \{j\}$;

end

Заметим, что эти два значения определяют значение решения S' , как разницу между ними: $f(S') = \max_i \delta(i) - \min_i \delta(i)$.

Мы различаем две различных стратегий поиска, чтобы исследовать эту структуру единой окрестности:

(I) **Первое улучшение** локального поиска (LS_FI), где новое действующее решение получается, как только улучшенное решение обнаружено;

и (II) **наибольшее улучшение** локального поиска (LS_BI), где лучшим среди всех улучшенных решений (если таковые имеются) установлено быть новое действующее решение.

Независимо от используемой стратегии поиска, если изменение в действующем решении происходит, поиск возобновляется с началом нового действующего решения, в противном случае процедура будет завершена, локальный минимум достигается. Следует отметить, что каждое изменение действующего решения требует обновления массива Δ , который может быть выполнен в $O(n)$, так как каждый элемент $\Delta(i)$ может быть обновлен в фиксированное время.

Встряхивание. Во избежание ловушки локального оптимума порождается локальный поиск, эвристический VNS использует процедуру встряхивания (S, P), представленную в Алгоритме 3.

Алгоритм 3: Процедура встряхивания

```
Function Shake(S,p);  
1 for  $i = 1$  to  $p$  do  
2 Select  $S$  in  $Swap(S)$  at random;  
3  $S \leftarrow S$  ;  
end
```

Процедура встряхивания имеет два формальных параметра: решение S и индекс окрестности p . В самом деле, p параметр определяет количество итераций, выполненных в процедуре встряхивания. На каждой итерации путем перестановки окрестности текущего решения генерируется случайное решение. Следует отметить, что замена может включать два элемента уже замещенных в некоторых из предыдущих итераций.

Литература

1. O.A. Prokopyev, N. Kong, D.L. Martinez-Torres, The equitable dispersion problem, *European J. Operational Res.* 197 (1) (2009) 59–67.
2. E. Erkut, The discrete p -dispersion problem, *European J. Operational Res.* 46 (1) (1990) 48–60.
3. E. Erkut, S. Neuman, Analytical models for locating undesirable facilities, *European J. Operational Res.* 40 (3) (1989) 275–291.
4. M.J. Kuby, Programming models for facility dispersion: the p -dispersion and maximum dispersion problems, *Geograp. Anal.* 19 (4) (1987) 315–329.
5. M. Rahman, M. Kuby, A multiobjective model for locating solid waste transfer facilities using an empirical opposition function, *Location Sci.* 4 (4) (1996) 277–278.
6. G.K. Adil, J.B. Ghosh, Maximum diversity/similarity models with extension to part grouping, *Int. Trans. Operational Res.* 12 (3) (2005) 311–323.
7. J.B. Ghosh, Computational aspects of the maximum diversity problem, *Operations Res. Lett.* 19 (4) (1996) 175–181.
8. F. Glover, C.-C. Kuo, K.S. Dhir, Heuristic algorithms for the maximum diversity problem, *J. Inf. Opt. Sci.* 19 (1) (1998) 109–132.
9. C.-C. Kuo, F. Glover, K.S. Dhir, Analyzing and modeling the maximum diversity problem by zero-one programming, *Decision Sci.* 24 (6) (1993) 1171–1185.
10. R. Weitz, S. Lakshminarayanan, An empirical comparison of heuristic methods for creating maximally diverse groups, *J. operational Res. Soc.* (1998) 635–646.
11. G. Kortsarz, D. Peleg, On choosing a dense subgraph, in: *Proceedings of the 34th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, 1993*, pp. 692–701.
12. M.B. Teitz, Toward a theory of urban public facility location, *Pap. Regional Sci.* 21 (1) (1968) 35–51.

13. J.R. Brown, The knapsack sharing problem, *Operations Res.* 27 (2) (1979) 341–355.
14. J.R. Brown, The sharing problem, *Operations Res.* 27 (2) (1979) 324–340.
15. A. Duarte, J. Sánchez-Oro, M.G. Resende, F. Glover, R. Martí, Greedy randomized adaptive search procedure with exterior path relinking for differential dispersion minimization, *Inf. Sci.* 296 (2015) 46–60.
16. A. Ilic, D. Urošević, J. Brimberg, N. Mladenovic, A general variable neighborhood search for solving the uncapacitated single allocation p-hub median problem, *European J. Operational Res.* 206 (2) (2010) 289–300.
17. J. Brimberg, N. Mladenovic, D. Urošević, Solving the maximally diverse grouping problem by skewed general variable neighborhood search, *Inf. Sci.* 295 (2015) 650–675.
18. J. Lazic, R. Todosijević, S. Hanafi, N. Mladenovic, Variable and single neighbourhood diving for mip feasibility, *Yugoslav J. Operations Res.* (2014), doi: 10.2298/YJOR140417027L.
19. S. Salhi, A. Imran, N.A. Wassan, The multi-depot vehicle routing problem with heterogeneous vehicle fleet: Formulation and a variable neighborhood search implementation, *Comput. Operations Res.* 52 (2014) 315–325.
20. S. Agca, B. Eksioğlu, J.B. Ghosh, Lagrangian solution of maximum dispersion problems, *Naval Research Logistics* 47 (2000) 97–114.
21. A. Caprara, D. Pisinger, P. Toth, Exact solution of the quadratic knapsack problem, *INFORMS Journal on Computing* 11 (1999) 125–137.
22. P. Hansen, I.D. Moon, Dispersing facilities on a network, *Cah CERO* 36 (1994) 221–234.
23. R. Hassin, S. Rubinstein, A. Tamir, Approximation algorithms for maximum dispersion, *Operations Research Letters* 21 (1997) 133–137.
24. R.K. Kincard, Good solutions to discrete noxious location problems via metaheuristics, *Annals of Operations Research* 40 (1992) 265281.
25. P.M. Pardalos, G.P. Rodgers, Computational aspects of a branch and bound algorithm for quadratic zero-one programming, *Computing* 45 (1990) 141–144.
26. P.B. Mirchandani, R.L. Francis (Eds.), *Discrete Location Theory*, Wiley, Hoboken, NJ, 1990.
27. D. Pisinger, Upper bounds and exact algorithms for p-dispersion problems, *Computers and Operations Research* 33 (2006) 1380–1398.
28. S.S. Ravi, D.J. Rosenkrantz, G.K. Tayi, Heuristic and special case algorithms for dispersion problems, *Operations Research* 42 (1994) 299310.
29. M.G.C. Resende, R. Martí, M. Gallego, A. Duarte, GRASP and path relinking for the max–min diversity problem, *Computers and Operations Research* (2008), doi:10.1016/j.cor.2008.05.011.
30. M.B. Teitz, Toward a theory of public facility location, *Papers in Regional Science* 21 (1968) 35–51.
31. N. Mladenović, R. Todosijević, D Urošević, Less is more: basic variable neighborhood search for minimum differential dispersion problem, *Information Sciences* 326, 160–171.

О ЗАДАЧЕ РАСКРОЯ НА ПРЯМОУГОЛЬНИКИ С ДВУМЯ ВЫСОТАМИ

Арсланов М.З.

E-mail: mars@ipic.kz

*Институт информационных и вычислительных технологий МОН РК, Алматы,
Республика Казахстан*

В работе рассматривается проблема оптимального гильотинного раскроя прямоугольника на прямоугольники с двумя высотами. Доказано существование полиномиального алгоритма.

1. Введение

Среди задач прямоугольного раскроя и упаковки задачи гильотинного раскроя кажутся более простыми. Скажем задача PLP (pallet loading problem) имеет невыясненную вычислительную сложности, а эта же задача в случае гильотинного раскроя GPLP (guillotine pallet loading problem) принадлежит классу P (классу задач решаемых за полиномиальное время). Общая задача упаковки сильно NP-сложна, а в гильотинном случае она имеет псевдополиномиальный алгоритм динамического программирования. Псевдополиномиальный алгоритм имеет и целочисленная задача оптимального гильотинного раскроя. Если рассмотреть целочисленный вариант задачи, то из полиномиального алгоритма Ленстры для задачи целочисленного линейного программирования следует полиномиальный алгоритм для оптимальной упаковки прямоугольников $(a_i, 1), i \in I$ в прямоугольник (A, B) при фиксированном множестве I . При учете ограничений на число прямоугольников существование полиномиального алгоритма проблематично. Дело в том, что задача об оптимальной упаковке n_1 прямоугольников $(a_1, 1), n_2$ прямоугольников $(a_2, 1), n_3$ прямоугольников $(a_3, 1)$ в прямоугольник (A, B) эквивалентна задаче MSP3 – задаче о упаковке брусков с тремя длинами, для которой существование полиномиального алгоритма является давнишней нерешенной проблемой теории расписаний. Мы будем рассматривать задачу оптимального гильотинного раскроя прямоугольник (A, B) на прямоугольники с двумя высотами $(a_i, b_1), i \in I_1 = 1, 2, \dots, n_1, (a_i, b_2), i \in I_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_1 + n_2$ без ограничений на количество каждого прямоугольника. Обозначим эту задачу

$$\{(A, B); (a_1, b_1), (a_2, b_1), \dots, (a_{n_1}, b_1), (a_{n_1+1}, b_2), (a_{n_1+2}, b_2), \dots, (a_{n_1+n_2}, b_2)\}.$$

2. Основные результаты

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть $B = rb_1 + sb_2$. Тогда среди оптимальных раскроев задачи $\{(A, B); (a_1, b_1), (a_2, b_1), \dots, (a_{n_1}, b_1), (a_{n_1+1}, b_2), (a_{n_1+2}, b_2), \dots, (a_{n_1+n_2}, b_2)\}$ существует раскрой стороны B , так что получаем сведение исходной задачи на две подзадачи

$$\{(A, rb_1); (a_1, b_1), (a_2, b_1), \dots, (a_{n_1}, b_1), (a_{n_1+1}, b_2), (a_{n_1+2}, b_2), \dots, (a_{n_1+n_2}, b_2)\}$$

$$\{(A, sb_2); (a_1, b_1), (a_2, b_1), \dots, (a_{n_1}, b_1), (a_{n_1+1}, b_2), (a_{n_1+2}, b_2), \dots, (a_{n_1+n_2}, b_2)\}$$

Доказательство. Докажем теорему от противного. Пусть (A, B) прямоугольник минимальной площади, для которого теорема не верна. Если первый рез для оптимального раскроя делит сторону $A = A_1 + A_2$, то теорема будет справедлива для прямоугольников $(A_1, B), (A_2, B)$ и для них обоим первый рез делит сторону B . Стало быть первый рез делит сторону $B = B_1 + B_2$. Заменяем $B_1 = r_1 b_1 + s_1 b_2$, $B_2 = r_2 b_1 + s_2 b_2$. Если $\min(r_1, s_1) = 0$, или $\min(r_2, s_2) = 0$, то противоречие легко получается из тех соображений, то для прямоугольников $(A, B_1), (A, B_2)$ теорема справедлива. Пусть, к примеру, $\min(r_1, s_1) = 0$. Тогда или $r \geq r_1$ или $s \geq s_1$. Если $r \geq r_1$, то имеем первый рез $(A, r_1 b_1), (A, B - r_1 b_1) = (A, (r - r_1) b_1 + s b_2)$ и по теореме второй прямоугольник режется на прямоугольники $(A, (r - r_1) b_1), (A, s b_2)$. Склеив $(A, r_1 b_1), (A, (r - r_1) b_1)$ мы можем получить оптимальный рез $(A, r b_1), (A, s b_2)$. Таким образом, предполагаемое противоречие можно получить только при $\min(r_1, s_1) = \min(r_2, s_2) = 0$. Если бы $r_1 = 0, s_1 > 0, r_2 > 0, s_2 = 0$, или $r_1 > 0, s_1 = 0, r_2 = 0, s_2 > 0$, то противоречие опять можно легко получить. В самом деле, пусть имеем первый рез $(A, r_2 b_1), (A, s_1 b_2)$. Так как $r_2 b_1 + s_1 b_2 \leq r b_1 + s b_2$, то или $r_2 \leq r$ или $s_1 \leq s$. Пусть, к примеру, $s_1 \leq s$. Получаем оптимальный рез $(A, B - s_1 b_2 = r b_1 + (s - s_1) b_2), (A, s_1 b_2)$. Тогда по теореме получаем рез $(A, r b_1), (A, (s - s_1) b_2), (A, s_1 b_2)$. Склеив второй и третий прямоугольники получаем оптимальный рез $(A, r b_1), (A, s b_2)$. Осталось рассмотреть случай $\min(r_1 + r_2, s_1 + s_2) = 0$. Пусть, к примеру, $r_1 + r_2 = 0$. То есть оптимальный раскрой имеет вид $(A, s_1 b_2), (A, s_2 b_2)$. Если $B = M b_1 b_2 + r b_1 + s b_2$ и $M > 0$, то $B = r b_1 + (M b_1 + s) b_2$ и $\min(s_1, s_2) < M b_1 + s$, поскольку $r b_1 < M b_1 b_2 + s b_2$ и легко получить противоречие. Пусть, к примеру, $s_1 < M b_1 + s$. Тогда имеем оптимальный раскрой стороны B на $s_1 b_2, r b_1 + (M b_1 + s - s_1) b_2$. Для прямоугольника $(A, r b_1 + (M b_1 + s - s_1) b_2)$ теорема справедлива, поэтому имеем раскрой на прямоугольники $(A, r b_1), (A, (M b_1 + s - s_1) b_2), (A, s_1 b_2)$. А этот раскрой можно склеить в раскрой $(A, r b_1), (A, (M b_1 + s) b_2)$. То есть противоречие приводит к $M = 0, B = r b_1 + s b_2, r < b_2, s < b_1$. Если можно уменьшить тройку $(b_1, b_2, r b_1 + s b_2)$ до тройки $(b_1', b_2', r b_1' + s b_2')$, то в силу теоремы об эквивалентности раскрой для прямоугольника $(A, r b_1' + s b_2')$ декомпозируется, но тогда и раскрой для прямоугольника $(A, r b_1 + s b_2)$ декомпозируется на прямоугольники $(A, r b_1), (A, s b_2)$. Стало быть тройку $(b_1, b_2, r b_1 + s b_2)$ уменьшить нельзя и поэтому $r \geq b_2', s \geq b_1''$, где

$$\frac{b_1''}{b_2''} < \frac{b_1}{b_2} < \frac{b_1'}{b_2'}$$

три последовательных члена ряда Фарея F_{b_2} . То есть имеем оптимальный раскрой на прямоугольники $(A, s_1 b_2), (A, s_2 b_2)$. Но раскрой на прямоугольники $(A, r b_1), (A, s b_2)$. Так как $r b_1 + s b_2 \geq s_1 b_2 + s_2 b_2$ и равенства нет в силу $\gcd(b_1, b_2) = 1$, то $r b_1 + s b_2 - 1 \geq s_1 b_2 + s_2 b_2$. Теорема доказана.

Теперь полиномиальный алгоритм для рассматриваемой задачи гильотинного раскроя вытекает из следующих рассуждений. Рассмотрим множество целоположительных решений для стороны B

$$\{(x, y) \mid xb_1 + yb_2 \leq B, x, y \in Z_+ = \{0, 1, 2, \dots\}\}.$$

Выпуклую оболочку этого множества можно представить в виде алгебраической суммы (суммы Минковского) элементарных треугольников

$$\bigoplus_{k=1}^m T_k(X_k, Y_k).$$

Последовательно применяя доказанную теорему и принцип уменьшения параметров мы сводим исходную задачу оптимального раскроя к совокупности задач оптимального раскроя прямоугольников $(A, T_k(X_k, Y_k))$. Из интуитивных рассуждений следует, что оптимальный (с точки зрения минимума остатков) раскрой прямоугольника $(A, T_k(X_k, Y_k))$ сводится к решению следующей задачи о рюкзаке

$$\min \{z = \sum_{i \in I_1} X_k a_i x_i + \sum_{i \in I_2} Y_k a_i x_i \mid z \leq A\}.$$

Эта задача в случае фиксированных множеств I_1, I_2 решается полиномиальным алгоритмом Ленстры. Поэтому справедлива следующая лемма

Лемма 1. Для задачи раскроя $(A, T_k(X_k, Y_k))$ на прямоугольники $(a_i, b_1), i \in I_1 = 1, 2, \dots, n_1$, $(a_i, b_2), i \in I_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_1 + n_2$ при фиксированных множествах индексов I_1, I_2 существует полиномиальный алгоритм оптимального раскроя.

Доказательство. Если бы первый рез был резом стороны A , т.е. $(A_1, T_k(X_k, Y_k)), (A_2, T_k(X_k, Y_k))$, то применив индукцию получили бы, что для $(A_1, T_k(X_k, Y_k)), (A_2, T_k(X_k, Y_k))$, лемма справедлива и легко отсюда получить справедливость леммы для $(A, T_k(X_k, Y_k))$. Пусть первый рез делит $T_k(X_k, Y_k)$. Тогда имеем раскрой на два прямоугольника $(A, t_1), (A, t_2)$. Но тогда представив сторону t_1 в виде суммы Минковского элементарных треугольников мы сможем трансформировать этот раскрой на раскрой, при котором первый рез будет разрезать сторону A . Лемма доказана.

Объединяя все результаты получаем следующую теорему.

Теорема 2. Для задачи раскроя (A, B) на прямоугольники $(a_i, b_1), i \in I_1 = 1, 2, \dots, n_1$, $(a_i, b_2), i \in I_2 = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n_1 + n_2$ при фиксированных множествах индексов I_1, I_2 существует полиномиальный алгоритм оптимального раскроя.

Литература

1. Arslanov M.Z., Ashigaliev D.U. and Ismail E.E. Polynomial algorithms for guillotine cutting of a rectangle into small rectangles of two kinds /European Journal of Operational Research. – 2008. – Vol. 185(1). –P. 105-121.

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПЕРЕХОДА ОТ ПОЗИЦИОННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ К ОСТАТКАМ

Ахметова А.М., Нугманова С.А.
e-mail: ardak_66@mail.ru, nugm_s@mail.ru

*Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК,
Казахстан*

Аннотация. Система остаточных классов обладает одной особенностью, которую можно отнести к недостаткам этой системы: нельзя визуально определить величину числа, представленного в СОК, а следовательно затруднительно и выполнение таких операций, как сравнение чисел, определение знака числа. Один из путей решения этой проблемы состоит в преобразовании чисел из СОК в позиционную систему счисления. В данной статье рассматривается алгоритм перехода от позиционного представления к остаточным.

Ключевые слова: система остаточных классов, метод ортогональных базисов, Китайская теорема, базисы системы, диапазон, позиционная система, алгоритм, обобщенная позиционная система, преобразование.

1 Анализ последних исследований и публикаций

Толчком к исследования в области непозиционных систем счисления послужили опубликованные в 1955-1957 гг работы чешских ученых М. Валаха и А. Свободы, посвященные представлению чисел в виде совокупности не отрицательных вычетов по группе взаимно простых оснований, и определившей в связи с этим представлением возможности выполнения рациональных операций без учета разрядных связей между цифрами числа. Проведенные авторами настоящей исследования в этой новой системе счисления, названной системой остаточных классов, привели к созданию машинной арифметики.

В процессе исследования возможностей системы остаточных классов удалось построить самокорректирующиеся коды пригодные для обнаружения и исправления ошибок возникающих не только при передаче информации, но и при ее арифметической обработке.

2 Постановка задачи

В настоящее время существует несколько алгоритмов, предназначенных для использования в области цифровой обработки сигналов. Здесь немалую роль играет система остаточных классов, основанная на элементарной теории чисел. Система остаточных классов обладает одной особенностью: нельзя визуально определить величину числа, представленного в система остаточных классов, а следовательно затруднительно и выполнение таких операций, как сравнение чисел, определение знака числа. Один из путей решения этой проблемы состоит в преобразовании чисел от позиционного представления чисел к остаткам и обратно из системы остаочных классов в позиционную систему счисления. Цель исследования – рассмотреть методы и алгоритмы перехода от позиционного представления к остаткам.

3 Основная часть

Перевод числа N из позиционной системы в систему остаточных классов может быть осуществлен с помощью набора констант, являющихся эквивалентами степеней p (основание позиционной системы) в системе остаточных классов [1]. Нельзя визуально

определить величину числа, представленного в системе остаточных классов (СОК), а, следовательно, затруднительно и выполнение таких операций, как сравнение чисел, определение знака числа. Один из путей решения этой проблемы состоит в преобразовании чисел из позиционной системы в остаточную систему классов и обратно из СОК в позиционную систему счисления [2]. Оценим существующие способы перевода, как традиционные: методы перехода от позиционного представления к остаткам и обратно.

Обработка информации в цифровых устройствах, функционирующих в СОК, осуществляется с помощью модульных и немодульных операций. К модульным операциям относятся операции сложения, вычитания и умножения. Анализ применения арифметики СОК показывает, что их звенья имеют одинаковую структуру, типовым элементом которой является последовательность вида

4 Анализ последних исследований и публикаций

Толчком к исследования в области непозиционных систем счисления послужили опубликованные в 1955-1957 гг работы чешских ученых М. Валаха и А. Свободы, посвященные представлению чисел в виде совокупности не отрицательных вычетов по группе взаимно простых оснований, и определившейся в связи с этим представлением возможности выполнения рациональных операций без учета разрядных связей между цифрами числа. Проведенные авторами настоящей исследования в этой новой системе счисления, названной системой остаточных классов, привели к созданию машинной арифметики.

В процессе исследования возможностей системы остаточных классов удалось построить самокорректирующиеся коды пригодные для обнаружения и исправления ошибок возникающих не только при передаче информации, но и при ее арифметической обработке.

$$V = \left| \sum_{i=1}^K |F_i(\alpha_i)|_{p_i} \right|_p \quad (1)$$

где $F_i(\alpha_i)$ - целочисленная функция вычета α_i по некоторому модулю, p_i - основание СОК, $|\dots|_p$ - операция определения наименьшего вычета по модулю p_i

К немодульным операциям относятся операции, при которых значение того или иного результата разряда зависит от всех или нескольких разрядов исходного числа.

Устройства, реализующие немодульные операции, довольно чётко разделяются на 2 типа.

Примером устройства первого типа является устройство свёртки, обеспечивающее вычисление

$$V = \left| \sum_{i=1}^K |A_i Q_i|_{p_i} \right|_p \quad (2)$$

где A_i - значение i -го разряда исходного числа, представленного в позиционной системе счисления (ПСС); Q_i - весовой коэффициент.

Устройства свёртки широко используются в цифровых системах, функционирующих в СОК, представляющих существенную, а порой и основную часть оборудования, предназначенную для реализации ряда способов выполнения операций – перевода чисел из ПСС в СОК, деления произвольных чисел и некоторых других. Кроме того, такие устройства находят применение и в цифровых системах, функционирующих в ПСС.

Примером устройств второго типа является устройство позиционного преобразования, обеспечивающие получение характеристик, указывающих на принадлежность числа, представленного в СОК, тому или иному интервалу диапазона представимых чисел.

Математической основой устройств первого типа является определение наименьших неотрицательных вычетов, которые определяются свёртками исходного числа по каждому модулю. Для определения свёрток по каждому модулю необходимо перевести число из позиционной системы счисления в систему остаточных классов.

Перевод числа в систему остаточных классов можно осуществить методом деления. Однако из-за операции деления техническая реализация такого метода не эффективна для машинного использования, кроме того, данный метод требует применения арифметического устройства в позиционной системе счисления.

Рассмотрим метод перевода числа из позиционной системы счисления в СОК, не содержащий операции деления, называемый методом непосредственного суммирования модульных значений разрядов позиционного числа.

Пусть число X записано в позиционной системе счисления с основанием N , т. е.

$$X = A_k N^k + A_{k-1} N^{k-1} + \dots + A_0 N^0$$

или

$$X = \sum_{i=0}^k A_i N^i \quad (3)$$

где $0 \leq A_i \leq N-1$.

Представим степени основания N^i и коэффициенты A_i в системе остаточных классов с основаниями p_1, p_2, \dots, p_n , тогда

$$N^i = (B_1^{(i)}, B_2^{(i)}, \dots, B_n^{(i)}), \quad A^i = (A_1^{(i)}, A_2^{(i)}, \dots, A_n^{(i)}). \quad (4)$$

Подставим (4) в (3), получим

$$X = \left(\sum_{i=0}^{k-1} A_1^{(i)} B_1^{(i)} \bmod p_1, \sum_{i=0}^{k-1} A_2^{(i)} B_2^{(i)} \bmod p_2, \dots, \sum_{i=0}^{k-1} A_n^{(i)} B_n^{(i)} \bmod p_n \right) \quad (5)$$

Таким образом, для образования числа X в СОК требуется k констант, являющихся степенями p_1 и $p_i - 1$ констант, соответствующих значениям A_i .

Имея в памяти процессора массив из $k + p_i - 1$ констант, весь перевод может быть осуществлён процессором, работающим в СОК.

Рассмотренный метод является основой широкого выбора возможных аппаратурных реализаций цифровых преобразователей ПСС – СОК, которые различаются между собой как по составу и количеству используемых элементов, так и по скорости преобразования информации. Известные в литературе цифровые преобразователи ПСС – СОК, основанные на данном методе, анализ которых позволил сделать важные выводы о том, что одним из существенных недостатков подобных преобразователей являются большие аппаратурные затраты при переводе чисел большой разрядности и низкое быстродействие. Повышенные требования, связанные с уменьшением аппаратурных средств и увеличением скорости обработки информации, привели к необходимости глубокого изучения вопросов разработки эффективных алгоритмов. Для решения этой задачи предлагаются два метода. Рассмотрим первый метод. Для этого докажем следующую теорему, которая является основой нового метода преобразования чисел из ПСС в СОК как аппаратурными, так и программными способами.

Теорема. Пусть число X записано в позиционной системе счисления с основанием N и если

$$X_n = \sum_{i=0}^r A_i^{(n)} C_i^{(n)}$$

где

$$C_i \equiv N^i \pmod{P_j}. \quad (6)$$

а P_j - простое число, r - число разрядов P_j (при $j=1, 2, \dots, r$), то

$$X \equiv X_n \pmod{p_j} \text{ и } X_n < X \quad (7)$$

Доказательство. $C_0 = 1$, $C_1 = N^i \pmod{P_j}$, \dots , $C_k = N^k \pmod{P_j}$. Далее, подставляя значения выражений (6) в выражение (7), и учитывая свойства сравнений, получим

$$X = A_k N^k + A_{k-1} N^{k-1} + \dots + A_0 N^0 \equiv A_k C^k + A_{k-1} C^{k-1} + \dots + A_0 C^0 \pmod{P_j} \equiv X_1 \quad (8)$$

Рассмотрим второй метод, который нашёл широкое применение в литературе. Назовём его методом последовательного умножения и суммирования. Суть метода состоит в следующем. Пусть число записано в виде (3). Иначе это выражение можно записать

$$\begin{aligned} X &= (\dots (A_k N + A_{k-1}) N + A_{k-2}) N + \dots + A_1) N + A_0 \equiv X_1 \pmod{P_j} = -\alpha_j \pmod{P_j} \\ & (A_k N + A_{k-1}) N \equiv X_k \pmod{p_j}, \\ & (X_k \pmod{P_j} + A_{k-2}) N \equiv X_{k-1} \pmod{p_j} \\ & (X_3 \pmod{P_j} + A_1) N \equiv X_2 \pmod{p_j}, \\ & (X_2 \pmod{P_j} + A_0) \equiv X_1 \pmod{p_j} = \alpha_j \pmod{p_j} \end{aligned} \quad (9)$$

Т.е. значение числа X в СОК по модулю P_j образуется путём умножения старшего разряда на основание системы счисления N , затем суммирования полученного результата со значением следующего разряда по модулю P_j , затем умножения полученного результата на основание N по модулю P_j , а так последовательные умножения и суммирования по модулю производятся до тех пор, пока при суммировании не будет добавлено значение младшего разряда.

Следует отметить, что рассмотренный метод позволяет реализовать весьма экономичные, в смысле аппаратных затрат, цифровые устройства преобразования информации.

Метод восстановления числа по его остаткам был найден еще в Китае две тыс. лет назад. Основой этого метода является теорема, названная, поэтому Китайской теоремой об остатках (КТО).

Теорема. Пусть p_1, p_2, \dots, p_n попарно взаимно простые числа, $P = \prod_{i=1}^n p_i, m_1, m_2, \dots, m_n$ подобраны так, что $\frac{P}{p_i} m_i \equiv 1 \pmod{p_i}$, $A_0 = \sum_{i=1}^n \frac{P}{p_i} m_i a_i, i = 1, \dots, n$.

Тогда решение системы, $A \equiv \alpha_i \pmod{p_i}, i = 1, \dots, n$ будет иметь вид: $A \equiv A_0 \pmod{P}$.

Эта теорема лежит в основе метода ортогональных базисов при переводе из системы остаточных классов в позиционную систему счисления.

Пусть основания системы остаточных классов p_1, p_2, \dots, p_n .

$P = \prod_{i=1}^n P_i$ объем диапазона системы. С выбором системы определяются ее основные константы – базисы, $B_i, i = 1, \dots, n$. Задача перевода числа $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ в ПСС заключается в определении таких чисел $M_i, i = 1, \dots, n$ чтобы $A = \sum_{i=1}^n M_i B_i$. Для однозначного определения M_i на базисы системы B_i накладывается ряд ограничений и показывается, что таким свойством обладают базисы $B_1 = (1, 0, 0, \dots, 0, 0), B_2 = (0, 1, 0, \dots, 0, 0), \dots, B_n = (0, 0, 0, \dots, 0, 1)$, которые называются ортогональными [3].

Тогда в случае ортогональных базисов $M_i = \alpha_i, i = 1, \dots, n$ Ортогональные базисы определяются по формуле

$$B_i = \frac{m_i P}{P_i} m_i P_i, i = 1, \dots, n, \quad (10)$$

где

$$P_i = \frac{P}{P_i = P_1 \cdot P_2 \cdot \dots \cdot P_{i-1} \cdot P_{i+1} \cdot \dots \cdot P_n} \quad (11)$$

m_i – целые положительные числа, которые называются весами базиса, их определяют из сравнений

$$P_i m_i \equiv 1 \pmod{P_i} \quad (12)$$

Тогда, по Китайской теореме, число

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \equiv \sum_{i=1}^n \alpha_i B_i \pmod{P}$$

Таким образом, если найдены ортогональные базисы для системы оснований, то для перевода числа $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ достаточно вычислить $\sum_{i=1}^n \alpha_i B_i$ и ввести эту сумму в диапазон $[0; P)$ вычитанием величины, кратной P , т.е.

$$A = \left\lfloor \sum_{i=1}^n \alpha_i B_i \right\rfloor P = \sum_{i=1}^n \alpha_i B_i - r_A P \quad (4)$$

Где r_A – ранг числа A , показывающий сколько раз надо вычесть величину диапазона P из полученного числа, чтобы вернуть его в диапазон.

Пример. Пусть дана система оснований $P_1 = 2, P_2 = 3, P_3 = 5, P_4 = 7, P_5 = 11$, объем диапазона $P = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2310$. $P = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ перевести число $A = (1, 2, 1, 4, 7)$ $A = (1, 2, 1, 4, 7)$ в позиционную систему.

Вычислим ортогональные базисы.

Для этого найдем величины P_i :

$$P_1 = \frac{P}{P_1 = 1155}, P_2 = \frac{P}{P_2 = 770}, P_3 = \frac{P}{P_3 = 462}, P_4 = \frac{P}{P_4 = 330}, P_5 = \frac{P}{P_5 = 210}$$

Ищем веса базисов:

$$1155^{m_1} \equiv 1 \pmod{2}, m_1 \equiv 1 \pmod{2}$$

$$770^{m_2} \equiv 1 \pmod{3}, m_2 \equiv 2 \pmod{3}$$

Секция 1. Современные проблемы прикладной математики, информатики и теории управления

$$462^{m_1 \circ 1}(\text{mod } 5), m_3 \circ 3(\text{mod } 5)$$

$$330^{m_2 \circ 1}(\text{mod } 7), m_4 \circ 1(\text{mod } 7)$$

$$210^{m_5 \circ 1}(\text{mod } 11), m_5 \circ 1(\text{mod } 11)$$

Тогда получаем сами базисы:

$$B_1 = m_1 \cdot P_1 = 1 \cdot 1155 = 1155,$$

$$B_2 = m_2 \cdot P_2 = 2 \cdot 770 = 1540,$$

$$B_3 = m_3 \cdot P_3 = 3 \cdot 462 = 1386,$$

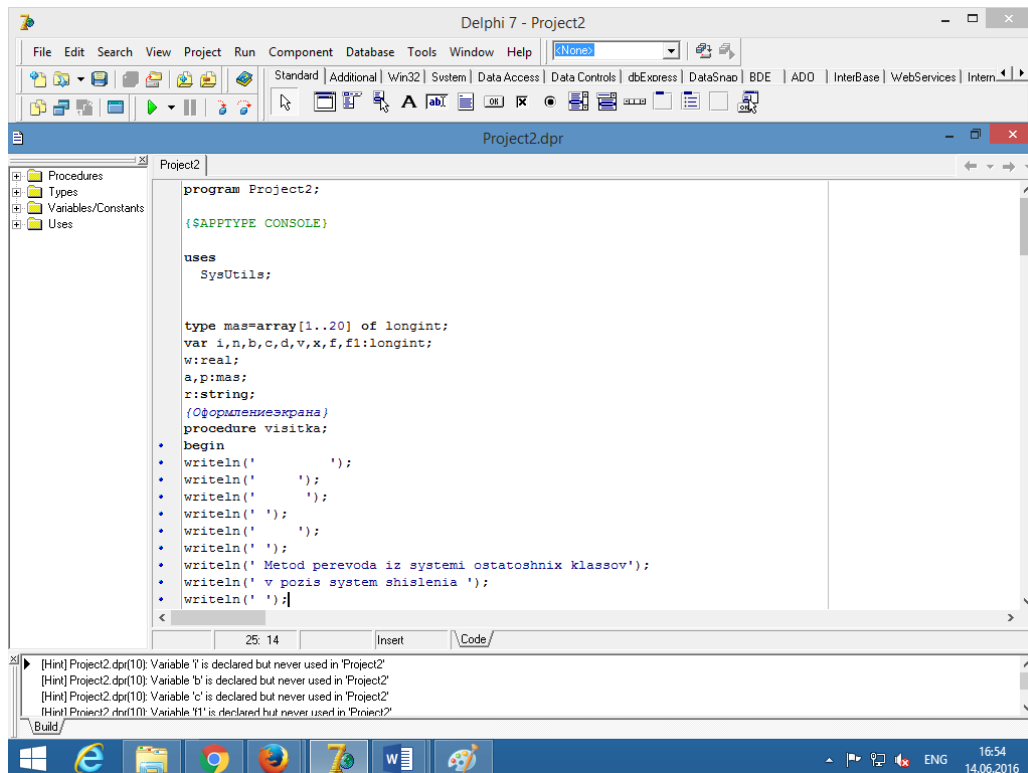
$$B_4 = m_4 \cdot P_4 = 1 \cdot 330 = 330,$$

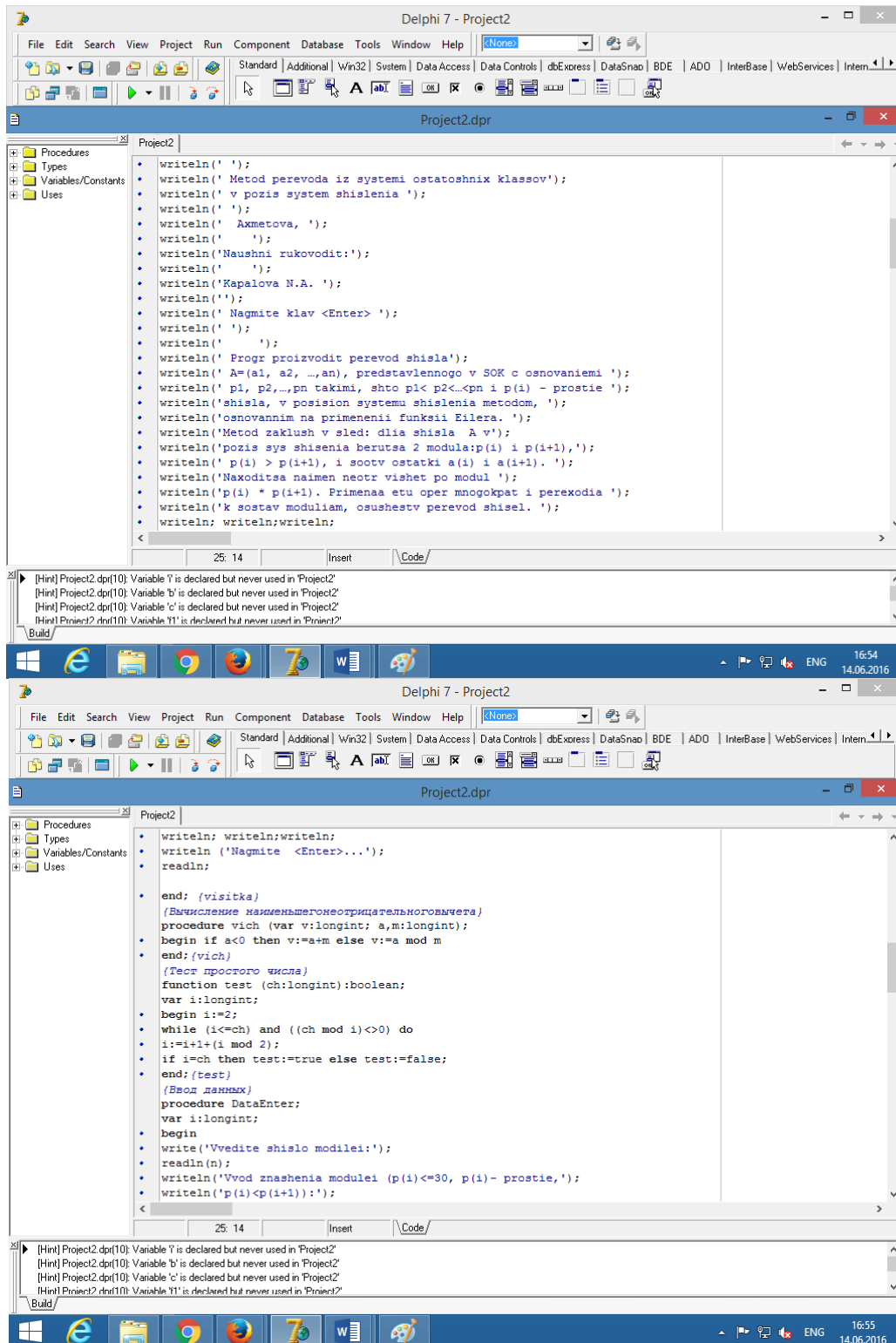
$$B_5 = m_5 \cdot P_5 = 1 \cdot 210 = 210$$

Вычислим величину числа **A**:

$$A = \left| 1 \cdot 1155 + 2 \cdot 1540 + 1 \cdot 1386 + 4 \cdot 330 + 7 \cdot 210 \right|_{2310} = \left| 8411 \right|_{2310} = 1481.$$

Получены результаты составленной программы перевода чисел из системы остаточных классов в позиционную систему.





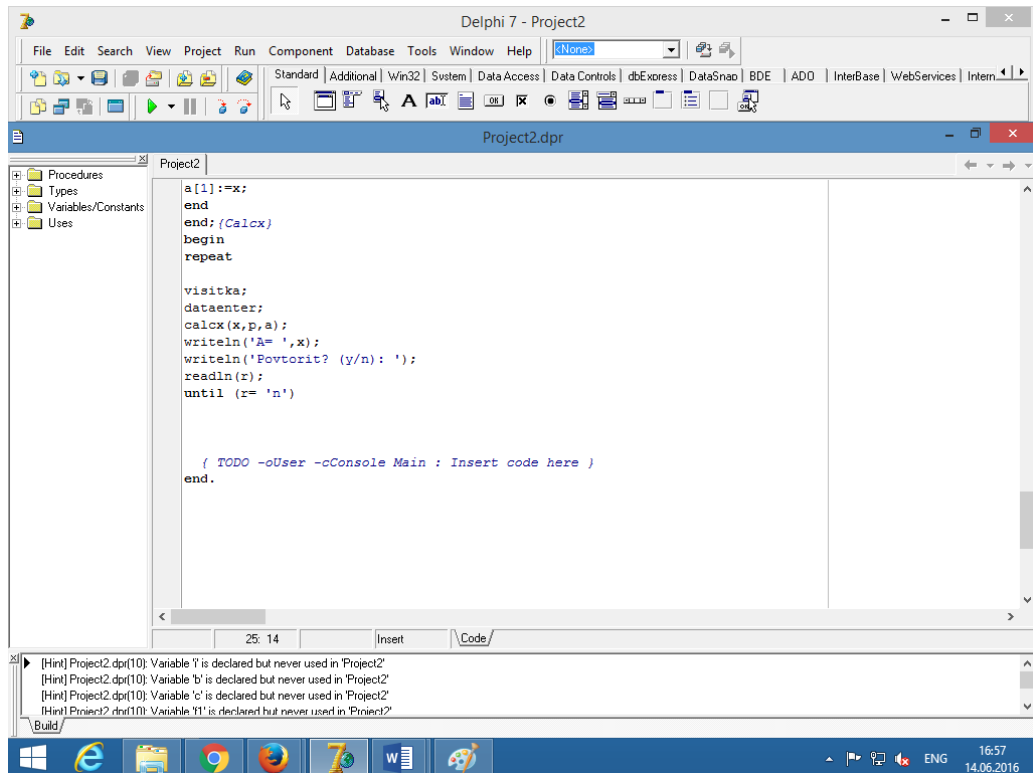
Секция 1. Современные проблемы прикладной математики, информатики и теории управления

```
Project2.dpr  
for i:=1 to n do  
begin  
while true do begin  
write('Modul p',i,'=' );  
readln(p[i]);  
if (p[i]<=30) and Test(p[i]) then  
begin if i<>1 then begin  
if p[i]>p[i-1] then break;  
end  
else break;  
end;  
end;(while)  
end;(for)  
writeln('Vvod shisla SOK (a(i)>=0 i a(i)<p(i)):');  
for i:=1 to n do  
begin  
while true do begin  
write('a',i,',')=');  
readln(a[i]);  
if (a[i]>=0) and (a[i]<p[i]) then break;  
end;(while)  
end;(for)  
end;(DataEnter)  
{ПереводчислаПСС}  
procedure Calcx (var x:longint;p,a:mas);
```

[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'i' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'b' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'c' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'l1' is declared but never used in 'Project2'

```
Project2.dpr  
procedure Calcx (var x:longint;p,a:mas);  
var i,b,c,f1:longint;  
begin  
f1:=p[2];  
for i:=2 to n do  
begin  
{ВычислениефункцииЭйлера}  
if p[i]<p[i] then f:=p[i]-1; {f-значениефункцииЭйлера, если}  
{p[i]-простое число}  
f1:=f1*(p[i]-1);  
if p[i]>p[i] then  
begin b:=p[i];p[i]:=p[i];p[i]:=b;  
c:=a[i];a[i]:=a[i];a[i]:=c;  
f:=f1 {f - значениефункцииЭйлера, если}  
{f - составное число}  
end;  
{Перевод числа }  
w:=exp ((f-1)*ln (p[i]-p[1]));  
vich (d,round (w),p[1]);  
vich (v,a[i]-a[1],p[1]);  
vich (v,d*v,p[1]);  
x:=v*p[1]+a[1];  
p[1]:=p[1]*p[1];  
a[1]:=x;  
end  
end
```

[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'i' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'b' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'c' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'l1' is declared but never used in 'Project2'



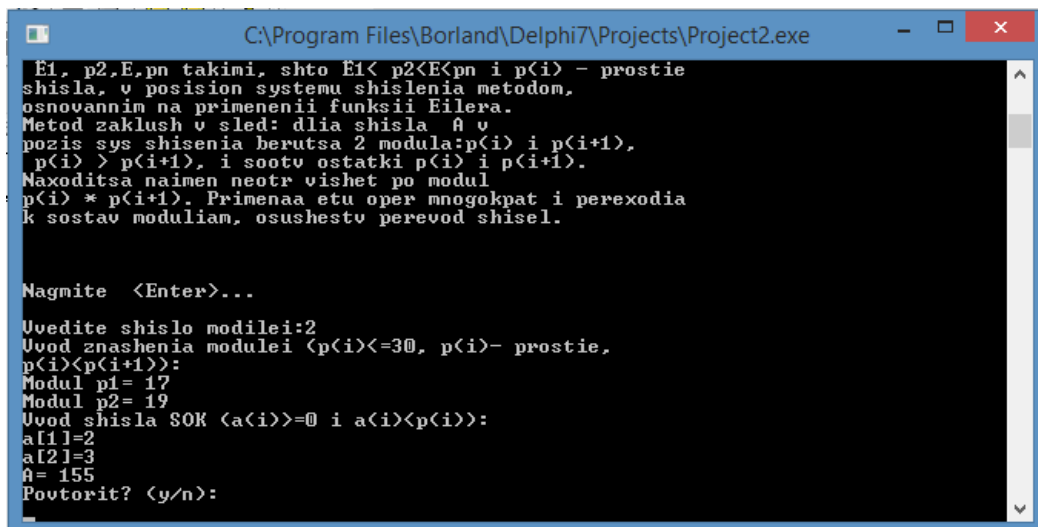
```
Project2.dpr
Procedures
Types
Variables/Constants
Uses

a[1]:=x;
end
end; {CalcX}
begin
repeat

visitka;
dataenter;
calcX(x,p,a);
writeln('A= ',x);
writeln('Povtorit? (y/n): ');
readln(z);
until (z= 'n')

{ TODO -oUser -cConsole Main : Insert code here }
end.
```

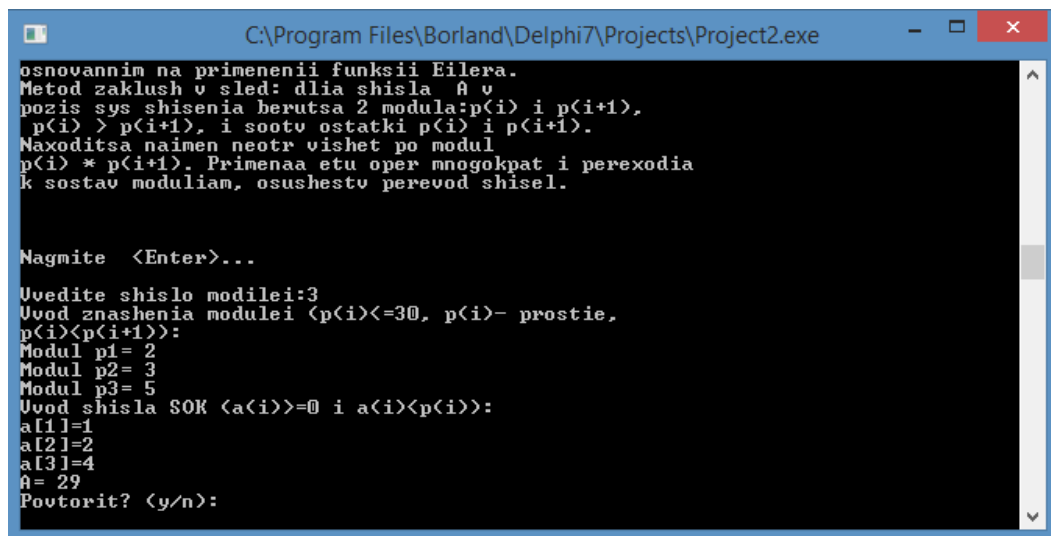
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'y' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'b' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 'c' is declared but never used in 'Project2'
[Hint] Project2.dpr(10): Variable 't1' is declared but never used in 'Project2'



```
C:\Program Files\Borland\Delphi7\Projects\Project2.exe
E1, p2,E,pn takimi, shoto E1< p2<E<pn i p(i) - prostie
shisla, v position systemu shislenia metodom,
osnovannim na primenenii funktsii Eilera.
Metod zaklush v sled: dlia shisla A v
pozis sys shislenia berutsa 2 modula:p(i) i p(i+1),
p(i) > p(i+1), i sootv ostatki p(i) i p(i+1).
Naxoditsa naimen neotr vishet po modul
p(i) * p(i+1). Primenaa etu oper mnogokpat i perexodia
k sostav moduliam, osushestv perevod shisel.

Nagmite <Enter>...

Uvedite shislo modilei:2
Uvod znashenia modulei (p(i)<=30, p(i)- prostie,
p(i)<p(i+1)):
Modul p1= 17
Modul p2= 19
Uvod shisla SOK (a(i))=0 i a(i)<p(i)):
a[1]=2
a[2]=3
A= 155
Povtorit? (y/n):
```



```
C:\Program Files\Borland\Delphi7\Projects\Project2.exe
osnovannim na primenenii funktsii Eilera.
Metod zaklush v sled: dlia shisla A v
pozis sys shislenia berutsa 2 modula:p(i) i p(i+1),
p(i) > p(i+1), i sootv ostatki p(i) i p(i+1).
Naxoditsa naimen neotr vishet po modul
p(i) * p(i+1). Primenaa etu oper mnogokrat i perehodia
k sostav moduliam, osushestv perevod shisel.

Nagmite <Enter>...

Uvedite shislo modilei:3
Uvod znashenia modulei (p(i)<=30, p(i)- prostie,
p(i)<p(i+1)):
Modul p1= 2
Modul p2= 3
Modul p3= 5
Uvod shisla $OK (a(i))=0 i a(i)<p(i):
a[1]=1
a[2]=2
a[3]=4
A= 29
Povtorit? (y/n):
```

Список литературы

1. Бухштаб А. А. Теория чисел – М: Наука, 1975 г.
2. Айерленд К. Классическое введение в современную теорию чисел. М: Мир, 1987.
3. Акушинский И. Л., Юдицкий Д. И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М. Советское радио, 1968.
4. Червяков Н. И. Применение системы остаточных классов в цифровых системах обработки и передачи информации. – Ставрополь: СВВиУС, 1984.

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ СИНТЕЗА СИСТЕМ НЕЧЕТКОГО ВЫВОДА

Бекмуратов Т.Ф., Мухамедиева Д.Т., Примова Х.А.
e-mail: dilnoz134@rambler.ru

Центр разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при ТУИТ, Узбекистан

Аннотация. Предлагается нейро-нечеткий алгоритм синтеза систем нечеткого вывода (СНВ). Описывается двухэтапный адаптивный алгоритм синтеза СНВ. На первом этапе производится кластеризация исходных нечетких параметров с целью сокращения числа входных параметров нечетких правил, а на втором - осуществляется синтез нечетких моделей (правил вывода) типа Сугэно.

1. Введение

Модели и алгоритмы нечеткого вывода занимают центральное место в задачах принятия решений, управления, прогнозирования, классификации, распознавания и машинного обучения в условиях неопределенности нечеткой природы. Алгоритмы нечеткого вывода реализуются системами нечеткого вывода (СНВ), ядром которых являются продукционные правила типа «Если A , То B ». Эти правила формируются на основе лингвистических высказываний экспертов. В совокупности система таких правил отображает эвристическую модель исследуемых задач.

При решении прикладных задач в условиях неопределенности нечеткой, размытой (т.е. нестохастической) природы информацию, необходимую для построения и реализации системы принятия решений, можно разделить на две части: численную (количественную), и лингвистическую (качественную), поступающую от эксперта. Значительная часть нечетких систем использует второй вид знаний, чаще всего представляемых в форме базы нечетких правил, объединяемых в СНВ. Особенностью моделей таких задач является наличие в них нечеткой базы правил, описывающей структуру нечеткой модели задачи в целом и содержащих основные знания (экспертную информацию) о моделируемой системе, т.е. главную составляющую «интеллекта» рассматриваемой задачи. Поэтому корректное формирование нечеткой базы правил является очень важным условием эффективного решения поставленной задачи. Для решения задач такого класса широкое применение получают подходы, основанные на интеллектуальных технологиях «Soft Computing» [1-4].

Для того, чтобы такая модель была адекватна реальной ситуации, количество формируемых правил в СНВ обычно должно быть равно числу элементов входного вектора - условия A правила. Чрезмерно большое их число приводит к увеличению размерности и, соответственно, сложности решаемой задачи. Кроме того, объем имеющейся доступной информации, в том числе экспертной, о моделируемой системе часто оказывается недостаточным для построения более сложной и адекватной модели. Следует также учитывать наличие объективных ограничений на точность получения исходных данных. Поэтому при их формировании и оценке в процессе построения исследуемых моделей следует использовать принцип разумной полноты и точности. Это обуславливает важность анализа исходной информации, и использования процедур разумного сокращения количества правил.

Одним из перспективных подходов к формированию нечетких правил и настройки значений их параметров, в особенности, когда в наличии имеются только численные

данные, являются нечеткие нейронные сети (fuzzy-neural) [2]. При всех достоинствах основным их недостатком является длительность построения базы нечетких правил в процессе итеративного обучения нейронных сетей.

С целью устранения этого недостатка предлагается комбинированный метод построения базы нечетких правил с использованием кластеризации на основе нечетких отношений и нечетких нейронных сетей. При построении процедур классификации и кластеризации были проанализированы и систематизированы различные критерии [5-9]. Достоинство этого метода заключается в его простоте и высокой эффективности. Кроме того, он позволяет объединять численную информацию, представленную в форме обучающих данных, с лингвистической информацией, имеющей вид базы правил, за счет дополнения имеющейся базы правилами, созданными на основе численных данных.

Алгоритм синтеза правил СНВ и настройки их параметров реализуется в два этапа.

На первом этапе осуществляется кластеризация (clustering) входных переменных правил. Каждый из сформированных кластеров будет объединять группу исходных входных переменных, сходных по определенным признакам. В этом случае каждый кластер может рассматриваться как обобщенное условие для соответствующего формируемого правила СНВ. Результатом этого этапа являются лингвистические правила СНВ с предварительными, грубыми значениями их параметров, описывающих математические модели функций принадлежности.

На втором этапе производится уточнение и настройка этих параметров с использованием нечетких нейронных сетей и различных процедур обучения.

2. Постановка задачи синтеза правил СНВ

Рассматривается задача нечеткого логического вывода (НЛВ), описываемая нечеткой моделью Сугэно [2,10]:

$$\bigcup_{p=1}^{k_j} \left(\bigcap_{i=1}^n x_i = a_{i,jp} - \text{с весом } w_{jp} \right) \rightarrow y_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1)$$

Здесь: $j = \overline{1, m}$ - номер правила; $a_{i,jp}$ - лингвистический терм, которым оценивается входная переменная x_i , $i = \overline{1, n}$ в строке-конъюнкции с номером jp ($jp = \overline{1, k_j}$) j -го правила;

$w_{jp} = [0,1]$ - весовой коэффициент правила с номером jp ;

$y_j = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - выход (заключение) нечеткого правила, который может быть описан, например, полиномом вида

$$y_j = b_{j,0} + b_{j,1} \cdot x_1 + b_{j,2} \cdot x_2 + \dots + b_{j,n} \cdot x_n, \quad j = \overline{1, m}$$

В модели (1) каждая входная переменная, оцениваемая соответствующим нечетким термом $a_{i,jp}$, описывается собственными функциями принадлежности (ФП) нечетким термам (например, квантификаторам типа ОН – очень низкий, Н - низкий, НС – ниже среднего, С - средний, ВС – выше среднего, В - высокий, ОВ – очень высокий). В общем виде ФП описываются выражением:

$$\tilde{\mu}^k(x_i^j) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x_i^j - c_k^j}{s_k^j} \right)^2}. \quad (2)$$

Здесь c_k^j, s_k^j - параметры ФП, k – индекс терма, j - номер правила.

Для конкретной рассматриваемой задачи формируется обучающая выборка в виде множества пар «вход - выход» с зафиксированными (измеренными) значениями входных параметров $X^* = \{X_q^*\} = \{x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*\}$ и соответствующих им выходных. $Y^* = \{y_q^*\}$ $q = \overline{1, N}$ - число выборок. Требуется найти такие значения параметров c_k^j, s_k^j , при которых отклонения текущих фактических значения заключений правил НЛВ (1) от зафиксированных в обучающей выборке эталонных будут наименьшими.

3. Алгоритм кластеризации входных параметров нечетких правил СНВ

Основным назначением этого алгоритма, реализуемого на первом этапе, является сокращение исходного числа входных параметров правил (1) и, соответственно, числа правил, с использованием процедур кластеризация и формирование правил СНВ с предварительными (грубыми) значениями параметров описывающих их ФП (2). Известные алгоритмы кластеризации K-Means и Expectation Maximization [5] налагают ограничения на геометрию получаемых кластеров, требуя, в частности, возможности охвата каждого кластера отдельным выпуклым множеством. Такое ограничение налагается используемыми этими алгоритмами предположениями о существовании центров кластеров (K-Means) или функции плотности вероятности для каждого кластера с соответствующими значениями математического ожидания и дисперсии (Expectation Maximization). Поэтому эти алгоритмы не в состоянии адекватно разбить на кластеры невыпуклые множества, тем более вложенные структуры.

Эту проблему решает описываемый ниже алгоритм кластеризации конечного набора элементов произвольного метрического пространства на основании разбиения исходного множества на классы эквивалентности по нечеткому отношению. Он позволяет группировать в кластеры элементы, между которыми есть последовательность «близких» друг к другу элементов, что также соответствует интуитивному представлению о группировке.

Рассмотрим алгоритм кластеризации в следующей постановке.

Допустим, что требуется построить базу правил для СНВ с n входами и одним выходом. Для этого необходимо сначала сформировать множество пар данных обучающей выборки

$$(x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*, y_q^*), \quad q = \overline{1, N} \quad (3)$$

где $X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*)$ - заданные значения входных параметров (условий) модуля СНВ, а y_q^* - ожидаемое (эталонное) значение выходного параметра (заключения) q - й обучающей выборки.

Суть процедуры кластеризации состоит в следующем.

Пусть: X – метрическое пространство; $d : X \rightarrow R$ - определенная на нем метрика; $(X_1, X_2, \dots, X_N) \subset X$ - последовательность элементов из X .

Предположим, что

$$\forall i \in \{1, \dots, N\} \exists j \in \{1, \dots, N\} : X_i \neq X_j. \quad (4)$$

Из условия (4) следует, что $\forall i \in \{1, \dots, N\}$ справедливо:

$$\max\{d(X_i, X_k) \mid k \in \{1, \dots, N\}\} > 0. \quad (5)$$

Таким образом, для каждого индекса i мы можем определить функцию, описывающую меру сходства j -го элемента последовательности с i -м элементом:

$$\xi_i : \{1, \dots, N\} \rightarrow [0, 1],$$

$$\xi_i(j) := 1 - \frac{d(X_i, X_j)}{\max\{d(X_i, X_k) \mid k \in \{1, \dots, N\}\}}.$$

Для каждого индекса i определим функцию, описывающую меру сходства k -го и l -го элемента относительно i -ого элемента:

$$\zeta_i : \{1, \dots, N\}^2 \rightarrow [0, 1],$$

$$\zeta_i(k, l) := 1 - |\xi_i(X_k) - \xi_i(X_l)|.$$

Определим теперь функцию, описывающую меру сходства любых двух элементов последовательности - $\mu(i, j)$ относительно всех элементов последовательности:

$$\mu : \{1, \dots, N\}^2 \rightarrow [0, 1],$$

$$\mu(i, j) := \min\{\zeta_k(i, j) \mid k \in \{1, \dots, N\}\}$$

$$\zeta_k(i, i) = 1 - |\xi_k(X_i) - \xi_k(X_i)| = 1$$

для всех k и i .

Из этих выражений следует:

$$\mu(i, i) := \min\{\zeta_k(i, i) \mid k \in \{1, \dots, N\}\} = 1,$$

$$\mu(i, i) = 1, \forall i.$$

$$\zeta_k(i, j) = 1 - |\xi_k(X_i) - \xi_k(X_j)| = 1 - |\xi_k(X_j) - \xi_k(X_i)| = \zeta_k(j, i),$$

следовательно:

$$\mu(i, j) := \min\{\zeta_k(i, j) \mid k \in \{1, \dots, N\}\} = \min\{\zeta_k(j, i) \mid k \in \{1, \dots, N\}\} = \mu(j, i),$$

$$\mu(i, j) = \mu(j, i), \forall i, j$$

Для $k=1, 2, \dots, N$ определим рекурсивно функции $\mu^{(k)} : \{1, \dots, N\}^2 \rightarrow [0, 1]$,

$$\begin{cases} \mu^{(1)}(i, j) := \mu(i, j), \\ \dots \\ \mu^{(k)}(i, j) := \max\{\min\{\mu^{(k-1)}(i, s), \mu^{(k-1)}(s, j)\} \mid s \in \{1, \dots, N\}\} \end{cases},$$

$$\mu^{(k)}(i, i) = 1, \forall i, k.$$

$$\mu^{(k)}(i, j) \geq \mu^{(k-1)}(i, j), \forall k > 2.$$

Для каждого уровня $\alpha \in [0, 1]$ определим на множестве $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ бинарное отношение $R_\alpha \subset \{X_1, X_2, \dots, X_N\}^2$ следующим образом:

$$(X_i, X_j) \in R_\alpha \Leftrightarrow \mu^{(N)}(i, j) \geq \alpha.$$

Отношение R_α является отношением эквивалентности, которое разбивает множество $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ на непересекающиеся классы эквивалентности. Два элемента X_i, X_j входят в один класс эквивалентности тогда и только тогда, когда значение функции меры их сходства (близости) $\mu^N(i, j)$ для этих элементов велико, т.е.

$$\mu^N(i, j) = \max(\mu^N(i, j_1), \mu^N(j_1, j_2), \dots, \mu^N(j_r, j)).$$

С использованием предложенных мер сходства формируются нечеткие правила, которые позволяют сконструированной на их основе СНВ генерировать, для заданных значений входных параметров, выходные параметры (заклучения) с наименьшим отклонением их текущих значений от эталонных, зафиксированных в обучающей выборке (3).

Алгоритм кластеризации реализуется в следующей последовательности.

Шаг 1. Разделение множества $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ на непересекающиеся классы эквивалентности. Представим, что нам известно минимальное и максимальное значение каждой входной и выходной информации. По ним можно определить интервалы, в которых находятся допустимые значения. Для входного сигнала x_i такой интервал обозначим $[x_{iq}^-, x_{iq}^+]$. Если значения x_{iq}^- и x_{iq}^+ неизвестны, то можно воспользоваться обучающими данными и выбрать из них соответственно минимальное и максимальное значения.

Каждый определенный таким образом интервал разделим на K областей (отрезков), причем значение K для каждого сигнала подбирается индивидуально, а отрезки могут иметь одинаковую или различную длину.

Для оценки значений лингвистических переменных будем использовать указанную выше семиуровневую шкалу квантификаторов термов. Каждый из этих термов представляет нечеткое множество, заданное с помощью соответствующей функции принадлежности.

Пользуясь введенными качественными термами (классификаторами) и знаниями эксперта, представим нечеткие правила в виде таблицы, элементами которой являются функции принадлежности термов нечетких правил.

Используя таблицу и операции \wedge (И - min) и \vee (ИЛИ - max), легко записать систему нечетких логических уравнений, связывающих функции принадлежности заключений НЛВ и входных переменных.

В общем случае каждая переменная входного вектора $X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*)$ $q = \overline{1, N}$ имеет свои собственные функции принадлежности нечетким термам (ОН, Н, НС, С, ВС, В, ОВ), которые используются в правилах СНВ. Для упрощения моделирования будем использовать для всех переменных входного вектора только одну форму функций принадлежности.

Шаг 2. Построение нечетких правил на основе обучающих данных.

Вначале определим степени принадлежности обучающих данных (3) к каждой области, выделенной на шаге 1. Эти степени будут выражаться значениями ФП нечетких множеств соответствующей группы данных.

Основными преимуществами рассмотренного алгоритма являются:

Отсутствие необходимости в априорных предположениях относительно структуры данных (вид и параметры распределения вероятности по кластерам, центров плотности, числа кластеров).

Понятная интерпретация результатов разбиения по кластерам: элементы входят в один кластер, когда между ними есть последовательность близких друг к другу элементов.

Отсутствие ограничений на геометрию кластеров. Полученные при помощи описанного алгоритма кластеры могут иметь произвольную геометрическую форму множеств, в том числе и невыпуклую. Это выгодно отличает данный алгоритм от известных алгоритмов кластеризации (например, модификациями алгоритма K-Means, Expectation Maximization и т.д.).

4. Алгоритм идентификации и настройки параметров нечетких правил СНВ

Для идентификации параметров заключений в правилах (1) предлагается использовать следующий нейро - нечеткий алгоритм:

1. Фиксируются значения входных и выходных параметров состояния объекта:

$$X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*), \quad Y^* = \{y_q^*\} \quad q = \overline{1, N}.$$

2. Определяются значения функций принадлежности входных параметров $\mu^q(x_i^*)$ при фиксированных значениях вектора $X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*)$.

3. Вычисляются значения функций принадлежности выходных параметров $\mu^{y_q}(x_{1q}^*, x_{2q}^*, \dots, x_{nq}^*)$ при фиксированных значениях вектора $X_q^* = (x_{1q}^*, \dots, x_{nq}^*)$.

4. Путем обучения нейросети (НС) подбираются такие значения параметров c_k^q, s_k^q функций принадлежности (2), которые минимизируют величину невязки $E_t = y_t^* - y_q$, т.е. различие между зафиксированными реальными значениями выходных параметров объекта (y_t^*) и значениями выходных параметров (y_q), которые формируются на выходе нечеткой НС, аппроксимирующей правила (1). В результате определяются значения y_q^* на выходе нечеткой НС, для которого:

$$\mu^{y_q^*}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = \max_{q=1, n} [\mu^{y_q}(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)].$$

Для обучения нейро-нечеткой сети используется система рекуррентных соотношений, являющихся модификацией алгоритма обратного распространения ошибок, которые для (t+1)-й итерации обучения имеют вид:

$$c_k^q(t+1) = c_k^q(t) - \eta(y_t - y_t^*) \frac{y_q \sum_{i=1}^N \mu^{y_i}(y_i) - \sum_{i=1}^N y_i \mu^{y_i}(y_i)}{\left(\sum_{i=1}^N \mu^{y_i}(y_i) \right)^2} \frac{1}{\mu^k(x_i^q)} \prod_{i=1}^n \mu^k(x_i^q) \frac{2s_k^q(x_i^q - c_k^q)^2}{((s_k^q)^2 + (x_i^q - c_k^q)^2)^2}$$

$$s_k^q(t+1) = s_k^q(t) - \eta(y_t - y_t^*) \frac{y_q \sum_{i=1}^N \mu^{y_i}(y_i) - \sum_{i=1}^N y_i \mu^{y_i}(y_i)}{\left(\sum_{i=1}^N \mu^{y_i}(y_i) \right)^2} \frac{1}{\mu^k(x_i^q)} \prod_{i=1}^n \mu^k(x_i^q) \frac{2(s_k^q)^2(x_i^q - c_k^q)}{((s_k^q)^2 + (x_i^q - c_k^q)^2)^2}.$$

Алгоритм обучения нейро-нечеткой сети состоит из двух фаз. На первой фазе вычисляется модельное значение выхода объекта (y), соответствующее заданной архитектуре сети. На второй фазе вычисляется значение невязки (E_t) и пересчитываются параметры функций принадлежности по следующему алгоритму.

1) Генерация выборки экспериментальных данных (X_q, y_q) , $q=1, 2, \dots, N$, где $X_q = (x_{1q}, x_{2q}, \dots, x_{nq})$ - входной вектор в q -й паре и y_q - соответствующий выход.

2) Нормирование значений параметров вектора $X_q = (x_{1q}, x_{2q}, \dots, x_{nq})$ на $[0, l]$, где l - значение масштаба:

$$u_i^q = l \frac{x_{iq} - x^{\min}}{x^{\max} - x^{\min}}.$$

3) Фаззификация нормированных значений $X_q = (x_{1q}, x_{2q}, \dots, x_{nq})$:

$$\mu^k(u_i^q) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u_i^q - c_q}{s_q}\right)^2\right) \quad c_q = 0,1,2,\dots,l.$$

4) Максимизация : $\mu^*(u_i^q) = \max_j \mu^k(u_i^q).$

5) Вычисление степени истинности выполнения заключения к-го правила:

$$SP^q = \mu^*(u_1^q) \cdot \mu^*(u_2^q) \dots \mu^*(u_n^q).$$

6) Нормирование значений SP^q на $[0,1]$: $\eta^q = l \frac{SP^q - SP^{\min}}{SP^{\max} - SP^{\min}}.$

7) Фаззификация значений η^q : $\mu^k(\eta^q) = \frac{1}{1 + \frac{(\eta^q - c_q)}{s_q}}.$

8) Нахождение максимума функции принадлежности: $\mu^*(\eta^q) = \max_j \mu^k(\eta^q).$

9) Формирование совокупности нечетких правил вида (1) для базы знаний:

Если $x_1^1 = u_{11}^1 \cap x_2^1 = u_{21}^1 \dots \cap x_n^1 = u_{n1}^1$ или

$$x_1^2 = u_{11}^2 \cap x_2^2 = u_{21}^2 \dots \cap x_n^2 = u_{n1}^2 \quad \text{или}$$

$$x_1^{k_q} = u_{11}^{k_q} \cap x_2^{k_q} = u_{21}^{k_q} \dots \cap x_n^{k_q} = u_{n1}^{k_q}$$

то

$$y_q = b_{q_0} + b_{q_1} x_1^q + \dots + b_{q_n} x_n^q, \quad q = \overline{1, N}.$$

Необходимо найти такие значения элементов матрицы коэффициентов заключенных правил

$$B = \begin{pmatrix} b_{10} & b_{11} & \dots & b_{1n} \\ b_{20} & b_{21} & \dots & b_{2n} \\ - & - & - & - \\ b_{N0} & b_{N1} & \dots & b_{Nn} \end{pmatrix},$$

которые обеспечивают минимум квадратичной невязки:

$$E = \sum_{q=1}^N (y_q - y_q^f)^2 \rightarrow \min, \quad (6)$$

где y_q^f - результат вывода по нечеткой модели, y_q - эталонное значение выхода объекта.

Входному вектору $X_q = (x_{1q}, x_{2q}, \dots, x_{nq})$ соответствует такой результат нечеткого вывода:

$$y_q^f = \frac{\sum_{q=1}^N \mu_{y_q} \cdot (X_q) \cdot y_q}{\sum_{j=1}^N \mu_{y_q} \cdot (X_q)},$$

где

$$y_q = b_{q_0} + \sum_{i=1}^n b_{q_i} x_i^q$$

- заключение q -го правила;

$$\mu_{y_q}(X_j) = \mu_q^{k_q}(x_{j1}) \cdot \mu_q^{k_q}(x_{j2}) \cdot \dots \cdot \mu_q^{k_q}(x_{jn})$$

- степень истинности выполнения заключения q -го правила.

Обозначим через

$$\beta_{qj} = \frac{\mu_{y_q}(X_j)}{\sum_{q=1}^N \mu_{y_q} \cdot (X_j)}$$

относительную степень истинности выполнения заключения q -го правила для входного вектора X_j , тогда:

$$y_q^f = \sum_{q=1}^N \beta_{qj} y_q = \sum_{j=1}^N (\beta_{qj} b_{j_0}) + \beta_{q_1} \cdot b_{j_1} \cdot x_{q_2} + \beta_{q_2} \cdot b_{j_2} \cdot x_{q_2} + \dots + \beta_{q_n} \cdot b_{j_n} \cdot x_{q_n},$$

$$\beta_{q_j} = \frac{\mu_j(x_{q_1}) \cdot \mu_j(x_{q_2}) \cdot \dots \cdot \mu_j(x_{q,n})}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x_{q_2}) \cdot \mu_k(x_{q_2}) \cdot \dots \cdot \mu_k(x_{q,n})} = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{q_i} - c_{ij}}{s_{ij}}\right)^2\right]}{\sum_{k=1}^N \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_{q_i} - c_{ik}}{s_{ik}}\right)^2\right]}.$$

Введем следующие обозначения:

$$Y^f = (y_1^f, y_2^f, \dots, y_N^f)^T, \quad Y = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} \beta_{1,1}, \dots, \beta_{1,N}, & x_{1,1} \cdot \beta_{1,1}, \dots, x_{1,1} \cdot \beta_{1,N}, & \dots, & x_{1,n} \cdot \beta_{1,1}, \dots, x_{1,n} \cdot \beta_{1,N} \\ \vdots \\ \beta_{N,1}, \dots, \beta_{N,N}, & x_{N,1} \cdot \beta_{1,1}, \dots, x_{N,1} \cdot \beta_{1,N}, & \dots, & x_{N,n} \cdot \beta_{N,1}, \dots, x_{N,n} \cdot \beta_{N,N} \end{bmatrix}.$$

Тогда задачу (6) перепишем в следующем матричном виде: найти значения элементов матрицы B , при которых будет выполняться условие

$$E = (Y - Y^f)^T \cdot (Y - Y^f) \rightarrow \min. \quad (7)$$

Решение задачи (7) соответствует решению уравнения:

$$Y = A \cdot B.$$

5. Заключение

Предложенный адаптивный алгоритм позволяет упрощать процедуры синтеза нечетких правил СНВ за счет существенного снижения размерности множества исходных переменных и осуществлять оперативную корректировку нечетких моделей в условиях

изменяющихся параметров среды. Результаты вычислительных экспериментов, проведенных с использованием разработанных программ для задач прогнозирования [11-13], показали высокую эффективность нечетких моделей прогнозирования, построенных по предложенному алгоритму.

Перспективным направлением исследований по рассматриваемой проблематике является разработка методов и алгоритмов синтеза правил СНВ с использованием комбинации средств "Soft Computing"- технологии: нечетких множеств, нейронных сетей и генетических алгоритмов.

Литература

1. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. - М.: Мир, 1976. -165 с.
2. Алиев Р.А., Алиев Р.Р. Теория интеллектуальных систем и ее применение. - Баку, Изд-во Чашыюглы, 2001. – 720 с.
3. Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. М.: Радио и связь, 1989. 304 с.
4. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. – 798 с. (серия «Адаптивные и интеллектуальные системы).
5. Забродин, В.Ю. О критериях естественной классификации. – НТИ, сер.2, 1981, №8.
6. Витяев Е.Е. Классификация как выделение групп объектов, удовлетворяющих разным множествам согласованных закономерностей. // Анализ разнотипных данных (Вычислительные системы - 99), Новосибирск, 1983, с. 44-50.
7. Демин А.В., Витяев Е.Е. Логическая модель адаптивной системы управления. Нейроинформатика, 2008, том 3, № 1, стр. 79-107.
8. Vityaev E.E., Lapardin K.A., Khomicheva I.V., Proskura A.,L. Transcription factor binding site recognition by regularity matrices based on the natural classification method. Intelligent Data Analysis. Special issue: “New Methods in Bioinformatics. Presented at the fifth International Conference on Bioinformatics of Genom Regulation and Structure” eds. Evgenii Vityaev and Nikolai Kolchanov. v.12(5), IOS Press, 2008 pp. 495-512.
9. Vityaev E.E., Kostin V.V., Podkolodny N.A., Kolchanov N.A. Natural classification of nucleotide sequences. // Proc. of the Third International Conference On Bioinformatics of Genome Regulation and Structure (BGRS’2002, Novosibirsk, Russia, July 14-20, 2002), v3, ICG, Novosibirsk, 2002, pp. 197-199.
10. Штовба С.Д. "Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику". <http://www.matlab.exponenta.ru>.
11. Бекмуратов Т.Ф., Мухамедиева Д.Т., Бобомуратов О.Ж. Нечеткая модель прогнозирования урожайности// Научный журнал СО РАН “Проблемы информатики”. – Новосибирск, 2010. № 3. – С. 11-23.
12. Bekmuratov T,F., Muhamedieva D.T., Bobomuradov O.J. Model prediction of yield initial conditions. Ninth International Conference on Application of Fuzzy Systems and Soft Computing. ICAFS – 2010. . Edited by R.A. Aliev, K.W. Bonfig, M. Jamshidi, W. Pedrycz, I.B. Turksen. b – Quadrant Verlag. Prague, Czech Republic. August 26-27, 2010. – pp. 321-328.
13. Bekmuratov T,F., Muhamedieva D.T., Bobomuradov O.J. Fuzzy inference system for forecasting problems. IJUCI - International Journal of Ubiquitous Computing and Internationalization. V.3, No. 1, April 2011. ITIRC. - pp. 1-6.

ПРИМЕНЕНИЕ ИММУННОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛИ

Бекмуратов Т.Ф., Мухамедиева Д.Т., Ниёзматова Н.А.
e-mail: dilnoz134@rambler.ru

*Центр разработки программных продуктов и аппаратно-программных
комплексов при ТУИТ, Узбекистан*

***Аннотация.** Рассматриваются основные характеристики нечетких иммунных алгоритмов и построение модели нечеткого логического вывода на основе использования иммунных алгоритмов. На основе предлагаемого алгоритма лежит синтез обычного эволюционного иммунного подхода с идеями адаптационной оптимизации. С помощью предложенного подхода решена задача создания модели нечеткого логического вывода на основе использования иммунного алгоритма и создано программное обеспечение.*

1. Введение

Выявление скрытых закономерностей, классификация данных, прогнозирование протекания процессов, а также анализ изучаемого процесса при больших объемах данных и в условиях их неопределенности являются основными задачами интеллектуального анализа данных. Для сложных, слабоформализуемых процессов, характеризующихся нечеткостью ситуаций внешней и внутренней среды, т.е. нестохастичностью и неполнотой исходной информации, обычно невозможно построить простую адекватную математическую модель. Информация о параметрах таких процессов обычно выражается экспертами в виде слов и предложений, т.е. в лингвистической форме. В таких случаях при моделировании, принятии решений и управлении целесообразно использовать средства технологии мягких вычислений (Soft Computing).

На практике прикладные задачи достаточно часто относятся к числу неполностью формализованных задач. Применение методов интеллектуального анализа данных при решении таких задач является фактором развития современных интеллектуальных систем и технологий. На сегодняшний день ввиду ограниченности возможностей традиционных методов математического моделирования при решении слабоформализуемых задач применяются технологии интеллектуального анализа данных. В их основе лежат методы искусственного интеллекта и преимущественно методы мягких вычислений, а также формирующиеся на их теоретико-методологической базе технологии интеллектуальных вычислений. Эти технологии позволяют получать решения с приемлемой для практики точностью, путем обучения на доступных исходных данных, имеющихся в ограниченном, неполном объеме, а также представленных в качественном виде.

Достоинством нечеткой логики является возможность использования экспертных знаний о структуре объекта в виде лингвистических высказываний. Однако аппарат нечеткой логики не содержит механизмов обучения. Нечеткая логика, в так называемом чистом виде, не всегда применима для создания интеллектуальных систем. В частности, невозможно построить приемлемую базу нечетких правил, когда проектировщик не обладает достаточной априорной информацией (знаниями) о системе. С возрастанием сложности системы возникает трудность, связанная с определением корректного множества правил и функций принадлежности для

адекватного описания поведения системы. Нечеткие системы имеют недостатки при извлечении дополнительных знаний по результатам эксперимента и корректировке нечетких правил для улучшения качества функционирования системы.

Большинства из перечисленных недостатков лишена другая основная компонента мягких вычислений – нейронные сети. Наиболее важным признаком этих сетей является их адаптивная природа, где «обучение по примеру» заменяет традиционное «программирование».

Использование нечетко-множественного подхода для описания параметров нейронной сети позволяет строить так называемые нечеткие системы, сочетающие преимущества указанных двух компонент Soft Computing – технологии. Это, в свою очередь, создает предпосылки для разработки более эффективных средств информационных технологий (алгоритмов и программ) построения нечетких моделей задач классификации, оценки, прогнозирования и принятия решений.

Объединение нечеткой логики с нейронными сетями и эволюционными алгоритмами дает принципиально новое качество. Гибридная система, полученная таким объединением, будет обладать тем же интеллектуальным свойством, что и применение знаний на естественном языке. При этом база правил должна обеспечивать возможность достижения требуемой точности нечеткой модели (после того, как определены параметры последней). Одновременно с этим, чтобы уменьшить стоимость вычислений и сделать модель более «прозрачной» (интуитивно понятной), число правил, содержащихся в базе, должно быть как можно меньшим. Более того, сокращение количества правил в модели с несколькими входами может быть предварительным требованием для выполнения настройки ее параметров.

В связи с этим разработка алгоритмов и программ построения нечетких моделей задач классификации, оценки, прогнозирования и принятия решений, основанных на нечетких правилах вывода, нейронных сетях и эволюционных алгоритмах является актуальной задачей. Следовательно, необходимо разработать методы и алгоритмы решения задач интеллектуального анализа данных, то есть задач построения нечетких моделей классификации, оценки и прогнозирования на основе метода нечеткой кластеризации, настройки параметров модели с помощью нейронных сетей и иммунных алгоритмов, а также нечеткой многокритериальной оптимизации, возникающей при построении модели.

2. Вычислительные аспекты иммунной системы

В настоящее время иммунные алгоритмы являются мощным вычислительным средством в разнообразных оптимизационных задачах.

Естественная иммунная система представляет собой сложную систему, состоящую из нескольких функционально различных компонентов. Иммунная система использует многоуровневую защиту против внешних антигенов, включая действие неспецифических (врожденных) и специфических (приобретенных) защитных механизмов. Основная роль иммунной системы заключается в распознавании всех клеток (или молекул) организма и классификации их как «своих» или «чужих». Чужеродные клетки подвергаются дальнейшей классификации с целью стимуляции защитного механизма соответствующего типа. В процессе эволюции иммунная система обучается различать внешние антигены (например, бактерии и вирусы) и собственные клетки или молекулы организма.

Установлено, что в организме человека поддерживается большое количество иммунокомпетентных клеток, которые циркулируют по всему телу. Основным типом клеток, участвующих в иммунном ответе и обладающих свойствами специфичности, раз-

нообразия, памяти и адаптивности, являются лимфоциты. Другие клетки, имеющие название фагоцитов, – нейтрофилы, эозинофилы, базофилы и моноциты – это вспомогательные клетки, основная функция которых заключается в обеспечении способности иммунной системы к уничтожению антигенов. В организме имеется два основных типа лимфоцитов – Т- и В-лимфоциты.

Указанные два типа лимфоцитов играют в иммунном ответе разную роль, хотя и могут взаимодействовать, контролируя, таким образом, свои функции.

При попадании антигена в организм лишь малая часть клеток иммунной системы способна к его распознаванию. Такое распознавание стимулирует процессы размножения и дифференцировки лимфоцитов, приводящие к образованию клонов идентичных клеток (или антител). Этот процесс, называемый размножением клона, формирует многочисленную популяцию специфичных к антигену антителопродуцирующих клеток. Размножение клона иммунокомпетентных клеток приводит к разрушению или нейтрализации антигена. Часть образовавшихся клеток сохраняется для иммунной памяти. В результате, последующее воздействие похожего антигена приводит к более быстрой иммунной реакции (вторичному ответу).

Процесс циркуляции В- и Т-лимфоцитов в первичных и вторичных лимфоидных органах тщательно контролируется, что обеспечивает попадание соответствующих клеточных популяций – наивных («необученных») и эффекторных клеток, а также клеток памяти – в разные места назначения. Избирательная миграция лимфоцитов в различные органы и ткани имеет название хоуминга (самонаведения). В этих органах имеется специализированная среда для поддержания процессов размножения активированных антигеном лимфоцитов и их дифференцировки в эффекторные клетки и клетки памяти. Интересно, что клетки памяти оказывают избирательное предпочтение тому типу тканей, в котором они впервые встретились с антигеном. Вероятно, это обеспечивает возврат каждой конкретной клетки памяти в тот участок тела, где она, скорее всего, снова встретится с антигеном.

В практике разработки интеллектуальных систем имеется тенденция использования гибридных моделей для решения различных практических задач. Так, применительно к обучению нечетких моделей некоторые авторы, наряду с традиционными методами оптимизации, используют иммунный алгоритм [12]. Экспериментальные исследования, проведенные авторами, показывают, что использование данного подхода позволяет добиться лучших результатов по повышению скорости и точности решаемых задач. Таким образом, применительно к проблеме формирования баз знаний экспертных систем актуальной задачей является разработка эффективного алгоритма обучения нечеткой модели на основе интеллектуальных методов и эффективных эвристических алгоритмов.

Иммунная система представляет большой интерес как система, способная эффективно обрабатывать значительные объемы данных. В частности, она выполняет большой объем сложных высокопараллельных распределенных вычислений. Поведение иммунной системы в целом определяется всей совокупностью локальных взаимодействий.

Иммунная система функционирует как «второй мозг», поскольку способна хранить информацию об интенсивности предыдущих контактов составляющих ее клеток и отвечать на новые, ранее не встречавшиеся, структуры (антигены). Описание закономерностей развития иммунного ответа представляет собой интересную задачу теории динамических систем. В отношении возможных приложений для обработки информации перспективны следующие свойства иммунной системы.

Распознавание. Иммунная система способна распознавать и классифицировать различные молекулярные структуры и избирательно на них реагировать. Распознавание происходит в ходе межклеточных контактов, при этом сила образующихся связей определяется формой молекул и величиной электростатического заряда. Распознавание своего и чужого является одной из основных задач, которую решает иммунная система.

Выделение особенностей. Антиген – презентирующие клетки (АПК) интерпретируют антигенное окружение и выделяют особенности путем обработки антигенов и представления антигенных пептидов на своей поверхности. Каждая АПК служит в качестве «фильтра», подавляющего молекулярный шум, и «увеличительного стекла», фокусирующего внимание лимфоцитов-рецепторов.

Разнообразие. Иммунная система использует комбинаторный механизм (генетически-обусловленный процесс) для образования множества различных рецепторов лимфоцитов с тем, чтобы гарантировать, что хотя бы один лимфоцит из всей совокупности сможет провзаимодействовать с любым наперед заданным (известным или неизвестным) антигеном.

Обучение. Иммунная система оценивает структуру конкретного антигена, используя его случайные контакты с составляющими эту систему клетками. Обучение состоит в изменении концентрации лимфоцитов, которое происходит при первичном ответе (в результате первого контакта с антигеном). Следовательно, способность иммунной системы к обучению заложена, главным образом, в механизме пополнения клонов, приводящем к образованию новых иммунокомпетентных клеток с учетом текущего состояния системы (этот процесс имеет название размножения клона).

Память. Небольшая часть лимфоцитов, находящихся в активированном состоянии, становится клетками памяти (ассоциативная память). Считается, что время жизни клеток памяти является динамической величиной и определяется частотой стимуляции антигенами. Используя кратковременные и долгосрочные механизмы иммунной памяти, иммунная система поддерживает идеальный баланс между экономией ресурсов и исполнением функции за счет сохранения минимально необходимой, но достаточной памяти о предыдущих контактах с антигеном.

Распределенный поиск. По своей сути иммунная система – это распределенная система. Клетки иммунной системы, главным образом лимфоциты, непрерывно рециркулируют через кровь, лимфу, лимфоидные органы и остальные ткани. В случае встречи с антигеном они осуществляют специфический иммунный ответ.

Саморегуляция. Иммунная защита обладает свойством саморегуляции. Центрального органа, контролирующего функции иммунной системы, не существует. В зависимости от способа проникновения в организм и других свойств антигена, регуляция иммунного ответа может быть как локальной, так и системной.

Пороговый механизм. Иммунный ответ и размножение иммунокомпетентных клеток происходят лишь после преодоления некоторого порога, зависящего от силы химических связей.

Совместная стимуляция. Активация В-лимфоцитов жестко регулируется при помощи дополнительного стимулирующего сигнала. Второй сигнал (от хелперных Т-лимфоцитов) помогает обеспечивать толерантность и проводить различие между серьезной угрозой и «ложным звонком» (т.е. опасными и неопасными антигенами).

Динамическая защита. Клональное размножение и соматическое гипермутирование позволяют иммунной системе продуцировать высокоаффинные иммунокомпетентные клетки (этот процесс называется увеличением аффинности), что создает динамический баланс между изучающей и защитной функцией адаптивного иммунитета.

$$\mu^{jp}(x_i) = \frac{1}{1 + \left(\frac{a_i^{jp} - b_i^{jp}}{c_i^{jp}} \right)^2}$$

где b_i^{jp}, c_i^{jp} - параметры функции принадлежности.

Общая схема рассматриваемого метода является итерационной и состоит из следующих основных этапов.

Для решения задачи (1) используем иммунный алгоритм.

4. Настройка нечетких баз знаний с применением иммунных алгоритмов оптимизации

Иммунные алгоритмы (ИА) оптимизации содержат следующие операторы: клонирование, мутация, старение и селекция. Рассмотрим их подробнее.

Алгоритм настройки параметров функций принадлежности $B = (b_1, b_2, \dots, b_q)$ и $C = (c_1, c_2, \dots, c_q)$ - и веса правил $W = (w_1, w_2, \dots, w_N)$ состоит из следующих этапов.

1. Формирование исходной популяции *Оператор клонирования* генерирует новое поколение копий антител в будущей популяции. Известны следующие основные операторы клонирования: а) статический оператор клонирования, который просто копирует каждую В-клетку, производя переходную популяцию; б) пропорциональный оператор клонирования, который клонирует В-клетки пропорционально их антигенной схожести; в) оператор вероятностного клонирования, в соответствии с которым В-клетки выбираются из текущего поколения в зависимости от вероятности клональной селекции.

Для реализации ИА следует задать способ кодирования нечетких моделей. Сведем неизвестные параметры W, B, C в один вектор:

$$S = (W, B, C) = (w_1, w_2, \dots, w_N, b_{11}, c_{11}, \dots, b_{1l_1}, c_{1l_1}, b_{n1}, c_{n1}, \dots, b_{nl_1}, c_{nl_1})$$

где N - общее число строк в нечеткой базе знаний;

l_i - количество термов-оценок входной переменной λ_i ,

$$l_1 + l_2 + \dots + l_n = q, \quad i = \overline{1, n};$$

q - общее число термов;

2. *Оператор мутации* действует в зависимости от имеющейся популяции клонов, применяя к каждому антителу определенное количество одиночных мутаций, осуществляемых случайным образом.

Каждый элемент вектора S может подвергнуться операции мутации с вероятностью p_m . Обозначим мутацию элемента s через $Mu(s)$:

$$Mu(w_j) = RANDOM \left(\left[\underline{w}, \overline{w} \right] \right), \quad j = \overline{1, N}$$

$$Mu(b_{ip}) = RANDOM \left(\left[\underline{x}_i, \overline{x}_i \right] \right),$$

$$Mu(c_{ip}) = RANDOM \left(\left[\underline{c}_i, \overline{c}_i \right] \right),$$

где $\underline{w}, \overline{w}$ - нижняя (верхняя) граница интервала возможных значений весов правил, $\left[\underline{w}, \overline{w} \right] \subset [0, 1]$;

$[\underline{\tilde{n}}_i, \overline{c}_i]$ - интервал возможных значений коэффициента концентрации-растяжения функций принадлежности термов-оценок входной переменной x_i ,
 $[\underline{\tilde{n}}_i, \overline{c}_i] \subset (0, +\infty]$, $i = \overline{1, n}$;

$RANDOM([\underline{\xi}, \overline{\xi}])$, обозначает операцию нахождения равномерно распределенного на интервале $[\underline{\xi}, \overline{\xi}]$ случайного числа.

3. *Оператор старения* устраняет старые особи. Статический оператор старения использует возрастной параметр для максимального количества поколений антител, которым разрешено оставаться в популяции. Когда антитело старше, оно удаляется из системы, даже если оно может оказаться вполне пригодным на последующих итерациях.

При клональной экспансии клонированное антитело наследует возраст его родителя. После этапа мутации только те антитела, которые получили высшее значение аффинности, получают возраст, равный 0. Элитный вариант этого оператора получается путем взятия наилучших антител популяции в поколение с возрастом, равным 0.

Элитный вариант этого оператора получается взятием лучшего антитела из популяции в поколение.

4. *Оператор селекции* заменяет наихудшие антитела в популяции новыми случайными антителами.

На основе описанного ИА разработано программное обеспечение в среде DELPHI-7 для решения практических задач многокритериальной оптимизации и получены результаты оптимизационной задачи [10,11].

Для проведения сравнительного анализа взяты известные модельные задачи, расположенные по электронному адресу: <http://www.ics.uci.edu/~mlearn/databases/>. К ним относятся следующие задачи: задача ирис (Iris Data Set), задача идентификации стекла (Glass Identification Data Set), задача диагностирования диабета (Pima Indians Diabetes), экологическая задача (Ecoli Data Set), задача Хабермана (Haberman's Survival Data Set), задача определения сорта вина (Wine Data Set), задача определения состояния печени (Liver).

Ниже в таблице 1 приводятся параметры перечисленных задач.

Таблица 1- Параметры модельных задач

Наименование задачи	Количество классов	Количество признаков	Количество объектов
Стекло (Glass)	7	9	214
Хаберман (Haberman)	2	4	306
Ирис (Iris)	3	4	150
Экология (Ecoli)	8	7	336
Вино (Wine)	3	13	178
Печень (Liver)	2	6	345

В таблице 2 для сравнения приведены результаты решения некоторых модельных задач на основе различных известных и предлагаемого алгоритмов.

Таблица 2 - Результаты работы предлагаемого и существующих алгоритмов

Задача	Предлагаемый алгоритм	GBC	SGF	SVM	1NN	KNN	Conventional RBF network
Стекло (Glass)	87.85	84.27	75.74	71.50	72.01	72.01	69.16
Ирис (Iris)	98.3	98.00	97.33	97.33	96.00	95.33	95.33
Вино (Wine)	98.88	100	99.44	99.44	95.52	96.07	98.89

В таблице приведены лучшие результаты работы рассматриваемых алгоритмов. Наиболее лучшие результаты для конкретной задачи выделены отдельно.

Кроме того, в таблице 3 сравниваются различные результаты работы предлагаемого нами алгоритма, алгоритмов GBC (Gravitation Based Classification) и SVM (Support Vector Machines).*

Таблица 3 - Результаты работы предлагаемого и существующего алгоритмов

	Предлагаемый метод			GBC			SVM		
	Очень плохо	Очень хорошо	Плохо	Очень плохо	Очень хорошо	Плохо	Очень плохо	Очень хорошо	Плохо
Хаберман (Haberman)	82.7	87.5	85.1	75.2	86.7	81.5	72.3	82.1	78.8
Печень (Liver)	78.4	86	82.3	63.5	72.8	67.1	60.4	68.3	65.5
Экология (Ecoli)	88.5	94.2	91.8	89.7	98.5	95.5	89.4	94.4	92.3

5. Заключение

Таким образом, показана целесообразность объединения метода нечеткого вывода и иммунных алгоритмов в задачах с параметрами, содержащими неопределенности различного типа, а также в задачах, для которых характерны интуитивные решения. Предложенный метод позволяет существенно улучшить качество решения многокритериальных задач оптимизации с нечетко заданными параметрами и критериями. В дальнейшем планируется изучение различных гибридных методов применительно к оптимизационным задачам, а также методов автоматического формирования базы нечетких правил. Это позволит существенно повысить эффективность решений оптимизационных задач рассматриваемого класса.

Литература

1. Мухамедиева Д.Т. Задачи нечеткого параметрического программирования в случае зависимости от многих параметров коэффициентов целевой функции // Вопросы вычислительной и прикладной математики. –Ташкент. 2004. Вып. 114. С.81-87.

Dasgupta D., Artificial Immune Systems and Their Applications, Springer-Verlag, 1998.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Джомартова Ш.А., Мазаков Т.Ж.
e-mail: jomartova@mail.ru, tmazakov@mail.ru

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Казахстан

Аннотация. В работе предлагается исследование проблемы устойчивости линейных систем с интервально-заданной матрицей. Предложенный способ основан на введенной новой интервальной арифметике. На примерах показана эффективность критериев устойчивости.

1 Введение

Интервальный анализ в настоящее время активно развивается во многих странах. Первоначально интервальные методы возникли как средство автоматического контроля ошибок округления на ЭВМ и впоследствии превратились в один из разделов современной прикладной математики.

Интервальные методы давно вышли за рамки чисто теоретического исследования и достаточно широко применяются на практике с помощью соответствующего программного обеспечения. В результате появились интервальная арифметика, интервальная алгебра, интервальная топология, интервальные методы решения задач вычислительной математики, оптимального управления, устойчивости и т.д.

Интервальный анализ относительно новое направление вычислительной математики широко используется для исследования свойств механических систем. Одним из основных требований, предъявляемых к качеству таких систем является требование устойчивости. Использование интервального анализа при решении задачи устойчивости динамики механических систем позволяет получить критерий гарантированной устойчивости. Но при применении интервальной математики исследователи испытывают трудности при решении громоздких интервальных уравнений, а также эти решения получаются «сверхдостаточными», что на практике является жестким ограничением.

2 Определение устойчивости и критерии интервальной устойчивости

Математический анализ реальных механических систем дает некоторую погрешность. Это связано с тем, что в действительности параметры механической системы нельзя задать с большей точностью. Любая погрешность, например, в массе, в размерах звеньев и т.п. влияет на характер движения системы, ее устойчивость и прочие важные динамические характеристики. Как известно, критерий устойчивости делится на две большие группы: алгебраические и частотные. Алгебраические критерии основаны на анализе непосредственно характеристического уравнения системы вида:

$$\dot{x} = Ax, \quad (1)$$

где через коэффициенты матрицы A заданы параметры, характеризующие механические параметры (такие как вес, метрические характеристики, инерционность и т.п.). При этом предполагается, что матрица A является интервальной, т.е. элементы ее представляют собой интервальные числа.

Для системы (1) в случае когда элементы матрицы A являются «точечными» числами разработаны критерии устойчивости, выражающиеся через элементы матрицы A –

критерий Рауса-Гурвица и др. [1]. Однако, при этом не учитываются то обстоятельство, что указанные физические параметры измеряются с некоторой погрешностью. Исследователи часто, делая вывод об устойчивости системы (1), забывают, что коэффициенты и корни характеристического полинома могут быть очень чувствительны к малым погрешностям матричных элементов [2].

Интервальный анализ дает возможность автоматически учитывать погрешности в задании исходных данных и погрешности, вызываемые машинным округлением. Использование интервального анализа при решении задачи устойчивости динамики механических систем позволяет получить критерий гарантированной устойчивости.

Введем обозначение: $\tilde{\mathbf{A}} = \{\tilde{a}_{ij}\}$ - точечная матрица, элементы которой принадлежат соответствующим интервалам a_{ij} интервальной матрицы \mathbf{A} , т.е. $\tilde{a}_{ij} \in a_{ij}$.

Аксиома. Интервальная матрица \mathbf{A} обладает свойством если этим свойством обладают все точечные матрицы $\tilde{\mathbf{A}}$.

Известно, что для определения устойчивости интервальной матрицы \mathbf{A} достаточно определения устойчивости 2^{n^2} точечных матриц $\tilde{\mathbf{A}}$, составленных из различных комбинаций верхних и нижних границ элементов исходной интервальной матрицы. Однако такой подход не является конструктивным, так как уже при $n=3$ приходится определять устойчивость 512 точечных матриц и при $n=4$, соответственно, 65536 точечных матриц.

Определение. Систему (1) с интервальной матрицей \mathbf{A} , элементы которой имеют нормальное распределение, назовем интервально асимптотически устойчивой по Ляпунову, если для любого интервального решения

$$x(t) = [\bar{x}(t) - \varepsilon_x(t), \bar{x}(t) + \varepsilon_x(t)] = \{\bar{x}(t), \varepsilon_x(t)\}, \quad t \in [0, \infty)$$

справедливо утверждение:

1) для любых $\varepsilon > 0$ и $t_0 \in [0, \infty)$ существует $\delta = \delta(\varepsilon, t_0)$ такое, что для всех решений $x = x(t)$, удовлетворяющих условию $\|x(t_0)\| < \delta$, справедливо неравенство $\|x(t)\| < \varepsilon$, при $t \in [t_0, \infty)$;

2) для любого $t_0 \in [0, \infty)$ существует $\lambda = \lambda(t_0)$ такое, что все решения $x = x(t)$, удовлетворяющие условию $\|x(t_0)\| < \lambda$, обладают свойством:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\bar{x}(t)\| = 0.$$

Как известно, для определения устойчивости точечной матрицы анализируются свойства ее собственных значений [3]. Аналогично, для определения устойчивости интервальной матрицы строится характеристический полином с интервальными коэффициентами:

$$\varphi_{\mathbf{A}}(\lambda) = \det(\lambda E - \mathbf{A}) = p_n \lambda^n + p_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + p_0, \quad (2)$$

где $p_i, i = \overline{0, n}$ – интервальные числа.

Определение. Интервальный характеристический полином (2) называется устойчивым, если интервал, составленный из вещественных частей интервальных собственных значений, не содержит 0 и находится полностью в отрицательной области.

Необходимое условие устойчивости: все коэффициенты характеристического полинома (2) должны находиться в положительной области и не содержать 0: т.е. для $p_i = [\overline{p_i - \varepsilon_i^p}, \overline{p_i - \varepsilon_i^p}]$, $i = \overline{0, n}$ должно выполняться $0 \notin p_i, \overline{p_i - \varepsilon_i^p} > 0, i = \overline{0, n}$.

Составим матрицу Гурвица

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} p_1 & p_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ p_3 & p_2 & p_1 & p_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{2n-1} & p_{2n-2} & p_{2n-3} & p_{2n-4} & \dots & p_n \end{bmatrix},$$

где принято $p_j = 0$ при $j < 0$ и $j > n$.

Обозначим через $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ главные диагональные миноры матрицы \mathbf{M} :

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= p_1, \\ \Delta_2 &= \begin{vmatrix} p_1 & p_0 \\ p_3 & p_2 \end{vmatrix}, \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta_n &= |\mathbf{M}| = p_n \Delta_{n-1}, \end{aligned}$$

которые в свою очередь являются интервальными числами.

Критерий интервальной устойчивости Гурвица: для того чтобы $\operatorname{Re} \lambda_j(\mathbf{A}) < 0, j = \overline{1, n}$ необходимо и достаточно, чтобы главные диагональные миноры $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ матрицы \mathbf{M} находились в правой полуплоскости, т.е. $\Delta_j \in (0, \infty), j = \overline{1, n}$.

Критерий интервальной устойчивости Льенара-Шипара: Если все интервальные коэффициенты p_0, p_1, \dots, p_n характеристического полинома (2) находятся в положительной области, т.е. $0 \notin p_i, \overline{p_i - \varepsilon_i^p} > 0, i = \overline{0, n}$ тогда для того чтобы $\operatorname{Re} \lambda_j(\mathbf{A}) < 0, j = \overline{1, n}$ необходимо и достаточно, чтобы для главных диагональных миноров $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ матрицы \mathbf{M} выполнялись условия

$$\Delta_3 \in (0, \infty), \Delta_5 \in (0, \infty), \Delta_7 \in (0, \infty), \dots \text{ или } \Delta_2 \in (0, \infty), \Delta_4 \in (0, \infty), \Delta_6 \in (0, \infty), \dots$$

Для характеристического уравнения

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

составим таблицу Рауса (матрица размерности $(n+1) \times m$, где $m = [n/2] + 2$)

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} = a_0 & c_{12} = a_2 & \dots \\ c_{21+} = a_1 & c_{22} = a_3 & \dots \\ c_{31} & c_{32} & \dots \\ c_{41} & c_{42} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

в первую строку записываются коэффициенты исходного характеристического уравнения с четными индексами, во вторую – с нечетными. Элементы остальных строк рекуррентно вычисляются по формуле

$$c_{1k} = \begin{cases} a_{2(k-1)} & \text{если } 2(k-1) \leq n; \\ 0 & \text{если } 2(k-1) > n; \end{cases}$$

$$c_{2k} = \begin{cases} a_{2k-1} & \text{если } 2k-1 \leq n; \\ 0 & \text{если } 2k-1 > n; \end{cases}$$

$$c_{ik} = c_{i-2,k+1} - d_i c_{i-1,k+1};$$

$$d_i = c_{i-2,1} / c_{i-1,1}; i = \overline{3, n+1}; k = \overline{1, m}.$$

Критерий интервальной устойчивости Рауса: для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца матрицы C находились в правой полуплоскости, т.е. $c_{1j} \in (0, \infty)$, $j = \overline{1, n+1}$.

Для автоматизированного построения интервального характеристического полинома реализованы алгоритмы Крылова, Леверье, Леверье-Данилевского, основанные как на классической, так и введенной интервальной математике.

Вышеперечисленные критерии интервальной устойчивости также реализованы в разработанном пакете интервальных вычислений.

3 Введенная интервальная математика

Введем формальное понятие интервала a в следующем виде:

$$a = [\bar{a} - \varepsilon_a, \bar{a} + \varepsilon_a] = (\bar{a}, \varepsilon_a); \quad (3)$$

где \bar{a} - середина интервала (или математическое ожидание), ε_a - ширина интервала (или дисперсия). Обозначим множество всех таких интервалов как $I_{\text{веп}}(R)$.

Пусть a, b, c – интервалы из $I_{\text{веп}}(R)$. Введем следующие интервальные арифметические операции (в предположении, что интервалы являются независимыми нормально распределенными величинами):

1) сложение двух интервалов a, b $I_{\text{веп}}(R): c = a + b, \quad \bar{c} = \bar{a} + \bar{b};$
 $\varepsilon_c = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2};$

2) вычитание двух интервалов a, b $I_{\text{веп}}(R): c = a - b, \quad \bar{c} = \bar{a} - \bar{b};$
 $\varepsilon_c = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2};$

3) умножение двух интервалов a, b $I_{\text{веп}}(R): c = a * b,$
 $\bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b}; \varepsilon_c = \sqrt{\bar{a}^2 \cdot \varepsilon_b^2 + \bar{b}^2 \cdot \varepsilon_a^2};$

4) обратный интервал a $I_{\text{веп}}(R): c = \frac{1}{a}; \quad \bar{c} = \frac{1}{\bar{a}}; \quad \varepsilon_c = \frac{\varepsilon_a}{\bar{a}^2};$

5) деление двух интервалов a, b $I_{\text{веп}}(R): c = \frac{1}{a}; \quad \bar{c} = \frac{\bar{a}}{b}; \quad \varepsilon_c = \sqrt{\frac{\bar{a}^2 \cdot \varepsilon_b^2}{b^4} + \frac{\varepsilon_a^2}{b^2}}.$

Теорема. Пусть a, b, c – интервалы из $I_{\text{вер}}(R)$. Тогда выполняются

- 1) $a + b = b + a$; $a * b = b * a$; (коммутативность);
- 2) $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(a * b) * c = a * (b * c)$; (ассоциативность);
- 3) $x = [0, 0]$ и $y = [1, 1]$ – единственные нейтральные элементы соответственно сложения и умножения, т.е.

$a = x + a = a + x$ для всех интервалов a ;

$a = y * a = a * y$ для всех интервалов a ;

- 4) произвольный интервал a , который не является точечным, не имеет обратного ни по сложению, ни по умножению. Тем не менее,

$$0 \in a - a; \quad 1 \in \frac{a}{a}.$$

- 5) при условии при условии $\bar{b} \cdot \bar{c} : 0$ выполняется субдистрибутивность $a * (b + c) \subseteq a * b + a * c$.

Доказательство теоремы приведено в [4].

4 Примеры

Возможность применения пакета программ демонстрируется на следующем примере:

Рассмотрим матрицу

$$A = \begin{pmatrix} -4 & c1 & 0 & 0 \\ c2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

При $c1=6$ и $c2=2$ матрица (4) неустойчива. Уменьшая незначительно $c1$ или $c2$ получим устойчивость.

Предположим что матрица A является интервальной, в которой параметры $c1$ и $c2$ – интервалы.

При $c1=(5.87, 5.871)$ и $c2=(1.999, 2.001)$ вычислены коэффициенты характеристического полинома

$$(1.0, 1.0)\lambda^4 + (10.0, 10.0)\lambda^3 + (23.25, 23.20)\lambda^2 + (14.71, 14.84)\lambda + (0.02, 1.01) \quad (5)$$

и значения определителей главных миноров матрицы Рауса-Гурвица, построенной на основе полинома (5)

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (10.0, 10.0) > 0, \\ \Delta_2 &= (232.52, 232.65) > 0, \\ \Delta_3 &= (3420.30, 3453.66) > 0, \\ \Delta_4 &= (82.43, 3494.34) > 0. \end{aligned}$$

При $c1 = (5.88, 5.881)$ и $c2 = (1.999, 2.001)$ вычислены коэффициенты характеристического полинома

$$(1.0, 1.0)\lambda^4 + (10.0, 10.0)\lambda^3 + (23.25, 23.20)\lambda^2 + (14.65, 14.78)\lambda + (-0.01, 0.97) \quad (6)$$

и значения определителей главных миноров матрицы Рауса-Гурвица, построенной на основе полинома (6)

$$\begin{aligned} p_1 &= (10.0, 10.0) > 0, \\ p_2 &= (232.32, 232.45) > 0, \\ p_3 &= (3403.40, 3436.76) > 0, \\ p_4 &= (-57.54, 3342.68) < 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим интервальную матрицу третьего порядка [5]:

$$A = \begin{bmatrix} [1,2] & [0,1] & [-9,-4] \\ [-4,-2] & [1,1] & [2,2] \\ [-1,2] & [3,4] & [0,1] \end{bmatrix}, \quad (7)$$

для которой приводятся значения коэффициентов интервального характеристического полинома (ИХП), полученных с использованием различных методов:

- методом Леверье

$$p_1 = [-4, -2], \quad p_2 = [-18, 23], \quad p_3 = [-262.3, 99.7]$$

- методом Леверье с использованием «точного» вычисления произведения матриц

$$p_1 = [-4, -2], \quad p_2 = [-16, 23], \quad p_3 = [-235.7, 91.7]$$

- методом Фадеева

$$p_1 = [-4, -2], \quad p_2 = [-16.5, 22.5], \quad p_3 = [-242.3, 58.3]$$

- методом Фадеева с использованием «точного» вычисления произведения матриц

$$p_1 = [-4, -2], \quad p_2 = [-14, 22.5], \quad p_3 = [-182.3, 52.3]$$

- методом главных миноров

$$p_1 = [-4, -2], \quad p_2 = [-16, 21], \quad p_3 = [-165, -2]$$

- методом главных миноров с использованием «точного» вычисления всех миноров и определителя матриц

$$p_1 = [-4, -2], \quad p_2 = [-14, 21], \quad p_3 = [-129, -6]$$

истинные значения коэффициентов ИХП

$$p_1 = [-4, -2], \quad p_2 = [-14, 21], \quad p_3 = [-129, -6]$$

Для «точечной» матрицы

$$A = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.5 & -6.5 \\ -3.0 & 1.0 & 2.0 \\ 0.5 & 3.5 & 0.5 \end{bmatrix},$$

элементы которой представляют середины соответствующих интервалов интервальной матрицы (7) с помощью программного обеспечения KazSapг [6], реализованного на языке программирования Фортран, методами Леверье, Фадеева, Данилевского и Крылова получены одинаковые результаты:

$$p_0 = 1; \quad p_1 = -3.0; \quad p_2 = 0.5; \quad p_3 = -63.$$

При использовании разработанного программного обеспечения, реализующего введенные интервальные арифметические операции, для интервальной матрицы (7) получены следующие результаты:

- методом Фадеева

$$p = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.000, 1.000] \\ [-3.707, -2.293] \\ [-6.655, 7.655] \\ [-86.349, -39.651] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1.000, 0.000) \\ (-3.000, 0.707) \\ (0.500, 7.155) \\ (-63.000, 23.349) \end{pmatrix}$$

- методом Леверье

$$p = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.000, 1.000] \\ [-3.707, -2.293] \\ [-6.754, 7.754] \\ [-90.811, -35.189] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1.000, 0.000) \\ (-3.000, 0.707) \\ (0.500, 7.254) \\ (-63.000, 27.811) \end{pmatrix}$$

- методом Данилевского

$$p = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.000, 1.000] \\ [-4.742, -1.258] \\ [-10.157, 11.157] \\ [-110.358, -15.642] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1.000, 0.000) \\ (-3.000, 1.742) \\ (0.500, 10.657) \\ (-63.000, 47.358) \end{pmatrix}$$

- методом Крылова

$$p = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.000, 1.000] \\ [-6.182, 0.182] \\ [-17.686, 18.686] \\ [-224.283, 98.283] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1.000, 0.000) \\ (-3.000, 3.182) \\ (0.500, 18.186) \\ (-63.000, 161.282) \end{pmatrix}$$

Рассматривается интервальная матрица пятого порядка [5]:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -5 & 0 & [1, 2] \end{pmatrix}, \quad (8)$$

для которой приводятся значения коэффициентов ИХП, полученных с использованием различных методов:

- методом Леверье

$$p_1 = [0, 1], p_2 = [-1, 1], p_3 = [37.3, 51.7], p_4 = [-162.5, -40.6], p_5 = [-331.8, 285.3]$$

- методом Фадеева

$$p_1 = [0, 1], p_2 = [-2.5, 2], p_3 = [25.2, 64.8], p_4 = [-244.3, 34.2], p_5 = [-995.9, 975.6]$$

- методом главных миноров

$$p_1 = [0,1], p_2 = [-2,2], p_3 = [36,53], p_4 = [-131,-84], p_5 = [-32,34]$$

- методом главных миноров с использованием «точного» вычисления всех миноров и определителя матриц

$$p_1 = [0,1], p_2 = [-2,2], p_3 = [38,51], p_4 = [-123,-92], p_5 = [-32,34]$$

истинные значения коэффициентов ИХП

$$p_1 = [0,1], p_2 = [-1,1], p_3 = [40,49], p_4 = [-113,-102], p_5 = [-8,10]$$

Для «точечной» матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 7 \\ -1 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -5 & 0 & 1.5 \end{pmatrix}$$

элементы которой представляют середины соответствующих интервалов интервальной матрицы (8) с помощью программного обеспечения KazSapг [6], реализованного на языке программирования Фортран, методами Леверье, Фадеева получены одинаковые результаты:

$$p_0 = 1; p_1 = 0.5; p_2 = 0.0; p_3 = 44.5; p_4 = -107.5; p_5 = 1.0.$$

При использовании разработанного программного обеспечения, реализующего введенные интервальные арифметические операции, для интервальной матрицы (8) получены следующие результаты:

- методом Фадеева

$$p = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.000,1.000] \\ [0.000,1.000] \\ [-0.952,0.952] \\ [40.570,48.430] \\ [-118.746,-96.254] \\ [-35.171,37.171] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1.000,0.000) \\ (0.500,0.500) \\ (0.000,0.952) \\ (44.500,3.930) \\ (-107.500,11.246) \\ (1.000,36.171) \end{pmatrix}$$

- методом Леверье

$$p = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.000,1.000] \\ [0.000,1.000] \\ [-0.559,0.559] \\ [41.840,47.160] \\ [-126.857,-88.143] \\ [-59.156,61.156] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1.000,0.000) \\ (0.500,0.500) \\ (0.000,0.559) \\ (44.500,2.660) \\ (-107.500,19.357) \\ (1.000,60.156) \end{pmatrix}$$

Из численных примеров можно сделать вывод, что наименьший размах коэффициентов характеристического полинома обеспечивается алгоритмами Фадеева и Леверье. При этом середина интервалов коэффициентов характеристического полинома

совпадает с коэффициентами характеристического полинома «точечной» матрицы, элементы которой представляют середины соответствующих интервалов исходной интервальной матрицы. Это свойство не обеспечивается как при использовании классической интервальной арифметики, так и полным переборе всех точечных матриц.

5 Примеры технических систем, к которым применим критерий устойчивости

1. В гетеродинных приемниках [7] для обеспечения качественного звучания в состав вводят систему автоматической подстройки частоты (рисунок 1).

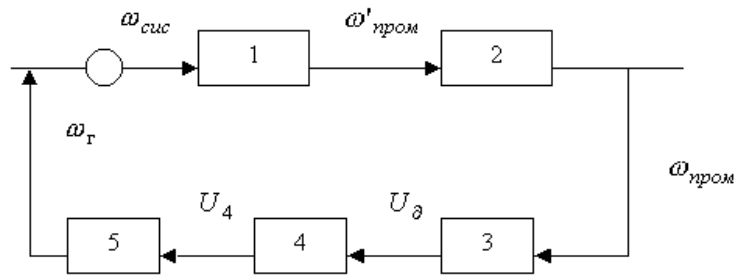


Рисунок 1 – Система автоматической подстройки частоты гетеродинного приемника

Работа каждого из устройств 1-5 описывается следующими соотношениями, записанными для отклонений частот $\delta\omega$:

1) смеситель: $\delta\omega_{\text{сигн}} - \delta\omega_{\text{г}} = \delta\omega'_{\text{проп}}$;

2) усилитель промежуточной частоты: $T_1 \frac{d}{dt}(\delta\omega_{\text{проп}}) + \delta\omega_{\text{проп}} = \delta\omega'_{\text{проп}}$

3) дискриминатор: $U_{\delta} = K_{\delta} \delta\omega_{\text{проп}}$

4) усилитель: $T_2 \frac{dU_y}{dt} + U_y = U_{\delta}$

5) управляющий элемент гетеродина: $T_3 \frac{d}{dt}(\delta\omega_{\text{г}}) + \delta\omega_{\text{г}} = K_{\text{г}} U_y$

При точных значениях $T_1 = 0.3; T_2 = 0.2, T_3 = 0.1$, применяя критерий Рауса, получим устойчивость при коэффициенте усиления $K_{\delta} = 11.0$. Однако при изменении значений параметров на 1 процент система становится неустойчивой. Интервальный критерий обеспечивает устойчивость при интервальном коэффициенте усиления $K_{\delta} = [10.6, 10.96] = (10.78, 0.107)$.

2. На рисунке 2 показана электромеханическая следящая система [8]. В этой системе для коррекции введены усилитель на входе системы и две отрицательные жесткие обратные связи.

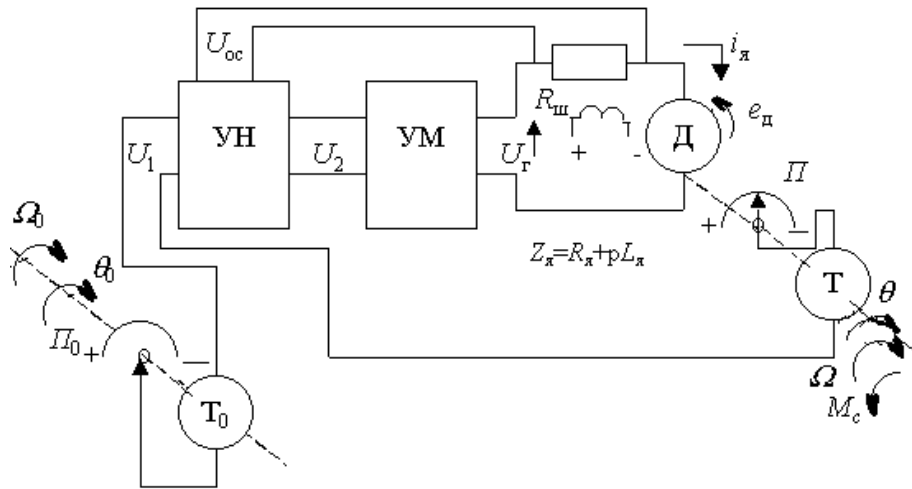


Рисунок 2 – Функциональная схема электромеханической следящей системы

Запишем уравнение состояния цепей электромеханической следящей системы в матричной форме:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{я} \\ \Omega \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{T_{я}} + \frac{\kappa_{ос}\kappa_{ум}R_{ш}}{L_{я}}\right) & -\left(\frac{\kappa_{е}}{L_{я}} + \frac{\kappa_1\kappa_{ум}\kappa_{т}}{L_{я}}\right) & -\frac{\kappa_1\kappa_{ум}\kappa_{п}}{L_{я}} \\ \frac{\kappa_{м}}{J} & -\frac{1}{T_{м}} & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{я} \\ \Omega \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\kappa_1\kappa_{ум}\kappa_{г}}{L_{я}} & \frac{\kappa_1\kappa_{ум}\kappa_{п}}{L_{я}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Систему (9) можно записать в матричной записи:

$$\dot{x} = Ax + Bg, \quad (10)$$

где матрицы A и B являются интервальными матрицами соответствующих размерностей, зависящими от исходных технических параметров исследуемой системы.

Для анализа устойчивости интервальной системы (10) могут быть применены результаты предыдущих параграфов главы.

3. Линеаризованные дифференциальные уравнения динамики бокового движения самолета [8] имеют вид:

$$\dot{\omega}_n = -\left(\frac{1}{T_n} + k_{\omega n}\right)\omega_n - k_{\delta n}\delta_n - k_{\omega\psi}\psi + k_{\psi}\psi_0, \quad \dot{\delta}_n = \omega_n,$$

$$\dot{\omega}_\psi = a_{\delta n}\delta_n - \frac{1}{T_\psi}\omega_\psi - a_{\omega\gamma}\omega_\gamma - a_{\beta n}\beta, \quad \dot{\psi} = \omega_\psi,$$

$$\dot{\beta} = \omega_\psi - \frac{1}{T_\beta}\beta - a_{\beta\gamma}\gamma + \dot{\beta}_n, \quad \dot{\omega}_\gamma = -\left(\frac{1}{T_\gamma} + \kappa_{\omega\gamma}\right)\omega_\gamma - \kappa_{\delta\gamma}\delta_\gamma - \kappa_{\omega\gamma}\omega_\gamma - \kappa_\gamma\gamma + \kappa_\gamma\gamma_0,$$

$$\dot{\delta}_\gamma = \omega_\gamma, \quad \dot{\omega}_\delta = -a_{\omega\psi}\omega_\psi - a_{\beta\delta}\beta + a_{\delta\delta}\delta_\gamma - \frac{1}{T_\gamma}\omega_\gamma, \quad \dot{\gamma} = \omega_\gamma, \quad \vartheta_2 = \psi - \beta + \beta_n$$

где переменные ψ -угол рыскания, β -угол скольжения, β_0 -угол сноса от ветра, γ -угол крена, ϑ_2 -угол отклонения от траектории, δ_n -угол поворота направления, δ_γ -угол поворота элеронов, a_{ij} -коэффициенты, учитывающие аэродинамические свойства, массу, скорость и момент инерции самолета, k_{ij} - постоянные усиления системы управления, T_i - постоянные времени.

Записанную систему уравнений легко представить в векторно-матричной форме (9). Аналогично для анализа устойчивости такой интервальной системы применимы полученные результаты.

4. В качестве следующего примера рассмотрим динамическую схему манипулятора промышленного робота [9] (рисунок 3).

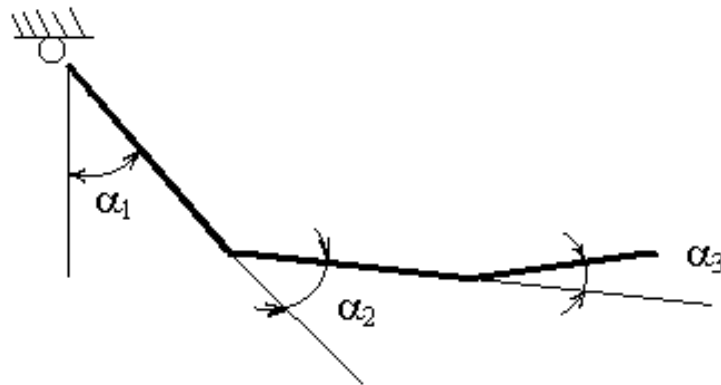


Рисунок 3 – Схема манипулятора с тремя степенями подвижности

Линеаризованные уравнения динамики манипулятора с тремя степенями подвижности имеют вид:

$$a_{11}p^2\alpha_1 + a_{12}p^2\alpha_2 + a_{13}p^2\alpha_3 + c_{11}\alpha_1 + c_{12}\alpha_2 + c_{13}\alpha_3 + f_1p\alpha_1 = (k_{11} + k_{12}p)\gamma_1 + M_1,$$
$$p = \frac{d}{dt},$$
$$a_{21}p^2\alpha_1 + a_{22}p^2\alpha_2 + a_{23}p^2\alpha_3 + c_{21}\alpha_1 + c_{22}\alpha_2 + c_{23}\alpha_3 + f_2p\alpha_2 = (k_{21} + k_{22}p)\gamma_2 + M_2, \quad (11)$$

$$a_{31}p^2\alpha_1 + a_{32}p^2\alpha_2 + a_{33}p^2\alpha_3 + c_{31}\alpha_1 + c_{32}\alpha_2 + c_{33}\alpha_3 + f_3p\alpha_3 = (k_{31} + k_{32}p)\gamma_3 + M_3,$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M_1, M_2, M_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ - выходные и входные величины (углы и моменты); a_{ij}, c_{ij} - коэффициенты, определяемые через массы и геометрические размеры звеньев манипулятора; f_1, f_2, f_3, k_{ij} - коэффициенты трения и упругой деформации. По своей физической природе параметры системы являются интервальными величинами. Поэтому для анализа системы (11) применимы методы исследования интервальной устойчивости, описанные выше.

Литература

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – 632 с.
2. Летов А.М. Устойчивость нелинейных регулируемых систем. – М.: Физматгиз, 1962. – 312 с.
3. Лурье А.И. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. – М.: ГИТЛ, 1951. – 216 с.
4. Джомартова Ш.А. Практические интервальные вычисления // Вестник НАН РК. – 2002. – №2. – С.41-46.
5. Крутько П.Д., Максимов А.И., Скворцов Л.М. Алгоритмы и программы проектирования автоматических систем / Под ред. П.Д.Крутько. – М.: Радио и связь, 1988. – 306 с.
6. Мазаков Т.Ж., Дарибаев А.М. Об одной фортрановской библиотеке математических процедур //Материалы респуб.конф. "Компьютеризация образования. Проблемы и перспективы". – Алматы: КазГУ, 1998. - С.93.
7. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высш. шк., 1989. – 447 с.
8. Черноуцкий Г.С., Сибрин А.П., Жабреев В.С. Следящие системы автоматических манипуляторов /Под ред. Г.С. Черноуцкого. – М.: Наука, 1987. – 272 с.
9. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. Учеб.пособие для вузов. – М.: Наука, 1989. – 304 с.

ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ К ФОРМИРОВАНИЮ ИНСТИТУТА МЕЖДУНАРОДНОГО ЭЛЕКТРОННОГО НОТАРИАТА (СООТНЕСЕНИЕ ДОВЕРЕННЫХ ИКТ-СЕРВИСОВ С РЯДОМ ТРАДИЦИОННЫХ НОТАРИАЛЬНЫХ ДЕЙСТВИЙ)

Домрачев А.А., Вусс Г.В.

e-mail: alekdomrachev@gmail.com, g.vuss@mail.ru

*Федеральное государственное бюджетное учреждение
«Центр экспертизы и координации информатизации» Минкомсвязи России*

***Аннотация.** В работе предлагается придать имеющимся технологическим наработкам в области ИКТ институциональный характер в целях защиты прав и законных интересов граждан и юридических лиц, вступающих в юридически значимое, в том числе трансграничное информационное взаимодействие.*

В работе дается заключение, что институт нотариата, сформированный веками, может быть эффективно использован для «укрепления» электронных доверенных сервисов.

1 Введение

В последние десятилетия бурное развитие получили ИКТ, однако их имплементация на практике не встречает сопротивления только там, где нет необходимости в обеспечении качества юридической значимости электронных документов.

С подобного рода трудностями столкнулись во всех странах, реализующих программы электронного правительства, а также на уровне бизнеса в сферах телемедицины и дистанционного образования. Определенный прогресс в этом направлении отмечается в трех регионах мира:

- в Европейской Комиссии – на основе Regulation of the European Parliament and of the Council on electronic identification and trust services for electronic transactions in the internal market (project – eIDAS) [1];

- в Евразийском экономическом союзе – на основе Договора о создании Евразийского экономического союза и Концепции использования сервисов и юридически значимых электронных документов при межгосударственном информационном взаимодействии [2], [3];

- в азиатско-тихоокеанском регионе – на основе документов PAN ASIAN e COMMERCE ALLIANCE (PAA) [4].

В настоящее время появилась настоятельная необходимость придать проведенным технологическим наработкам институциональный характер в целях защиты прав и законных интересов граждан и юридических лиц, вступающих в юридически значимое, в том числе трансграничное информационное взаимодействие.

Для такой постановки задачи на постсоветском пространстве имеются определенные основания:

1. Решение Совета Евразийской экономической комиссии от 18 сентября 2014 года N 73 «О Концепции использования при межгосударственном информационном взаимодействии сервисов и имеющих юридическую силу электронных документов» [3] - <http://www.tks.ru/news/law/2014/10/08/0006> , в пункте VI.1 которой в частности отмечается следующее.

«В целях реализации настоящей Концепции должны быть разработаны и приняты соответствующие документы, направленные на унификацию правовых требований к

операторам доверенных третьих сторон и порядку их деятельности, которые в дальнейшем могут быть рекомендованы к имплементации в законодательство государств-членов.

В состав таких документов может входить, в том числе модельный кодекс института международного электронного нотариата на основе сервисов и служб доверенных третьих сторон государств-членов».

2. Постановление Экспертного совета МПА СНГ-РСС от 11 ноября 2014 года № 6 «О предложениях Экспертного совета МПА СНГ-РСС в перспективный план модельного законодательства в Содружестве Независимых Государств на 2016-2020 годы» [5].

2 Основные подходы к формированию института международного электронного нотариата

В целях формирования института международного электронного нотариата на основе сервисов и служб доверенных третьих сторон государств-участников СНГ рассмотрим различные подходы к этой проблеме.

В этой связи имеются два альтернативных направлений действий:

- проинтегрировать возможности, предоставляемые современными доверенными ИКТ-сервисами, с одним из традиционных институтов, например, нотариальным;
- предпринять усилия к формированию нового института, основанного не на общественных отношениях, а на технологиях.

В качестве основы для выбора ниже проводится сравнение имеющихся технологических наработок с российским законодательством о нотариате.

Для целей дальнейшего исследования действия, совершаемые нотариусами, могут быть квалифицированы на две группы, по специальной и общей направленности.

К специальным нотариальным действиям, имеющим конкретный характер[6], могут быть отнесены:

- удостоверение сделки;
- выдача свидетельства о праве собственности на долю в общем имуществе супругов;
- наложение и снятие запрещения отчуждения имущества;
- удостоверение факта нахождения гражданина в живых;
- удостоверение факта нахождения гражданина в определенном месте;
- удостоверение тождественности гражданина с лицом, изображенным на фотографии;
- передача заявления и (или) иных документов физических и юридических лиц другим физическим и юридическим лицам;
- принятие в депозит денежных сумм и ценных бумаг;
- совершение исполнительных надписей;
- совершение протестов векселей;
- предъявление чеков к платежу и удостоверение неоплаты чеков;
- совершение морских протестов;
- обеспечение доказательств;
- регистрация уведомлений о залоге движимого имущества;
- выдача выписок из реестра уведомлений о залоге движимого имущества;
- выдача дубликатов нотариальных свидетельств, исполнительных надписей и дубликатов документов, выражающих содержание нотариально удостоверенных сделок;
- представление документов на государственную регистрацию прав на недвижимое имущество и сделок с ним;
- удостоверение тождественности собственноручной подписи инвалида по зрению с факсимильным воспроизведением его собственноручной подписи;

выдача свидетельств о праве на наследство;
принятие мер по охране наследственного имущества;
удостоверение решений органов управления юридических лиц.

К общим нотариальным действиям, имеющим преимущественно документо-ведческий характер [6], могут быть отнесены:

свидетельствование верности копий документов и выписок из них;
свидетельствование подлинности подписи на документах;
свидетельствование верности перевода документов с одного языка на другой;
удостоверение времени предъявления документов;
принятие на хранение документов;
удостоверение сведений о лицах в случаях, предусмотренных законодательством

Российской Федерации;

удостоверение равнозначности электронного документа документу на бумажном носителе;

удостоверение равнозначности документа на бумажном носителе электронному документу.

С нотариальными действиями общего характера тесно связаны правила их совершения, к которым относятся:

установление личности обратившегося за совершением нотариального действия;

проверка правоспособности юридических лиц, а также полномочий на совершение нотариального действия;

совершение нотариальных действий на основании электронного документа.

Важным является международный аспект нотариальных действий. Нотариус принимает документы, составленные в соответствии с требованиями международных договоров, а также совершает удостоверительные надписи в форме, предусмотренной законодательством других государств, если это не противоречит международным договорам Российской Федерации.

Нотариальные действия общего характера и связанные с ними правила их совершения, включая международный аспект, могут быть поставлены в соответствие с сервисами трансграничного пространства доверия (далее - ПД-Т), описанными в проекте разработанной для целей Евразийской экономической комиссии Архитектуры ПД-Т.

Под «трансграничным пространством доверия» понимается совокупность правовых, организационных и технических условий, согласованных государствами-членами с целью обеспечения доверия при межгосударственном обмене данными и электронными документами между уполномоченными органами [3];

Сопоставление нотариальных действий общего характера и связанных с ними правил их совершения с сервисами трансграничного пространства доверия приведено в Таблице 1.

Данное соответствие может быть в свою очередь классифицировано, как: работа с реквизитами (п.п. 1 – 4 таблицы), с контентом (п. 6 таблицы), архивное хранение (п. 5 таблицы) и международный интерфейс (п. 7 таблицы), что является необходимым и достаточным набором юридически значимых действий и соотнесенных с ними доверенных сервисов для массового перехода от бумажного к электронному документообороту, в том числе в трансграничной форме.

Другим важным заключением является то, что юридически значимые сервисы ПД-Т имеют все признаки традиционных нотариальных действий, но совершаемых не на бумаге, а с использованием современных ИКТ.

Таблица 1 – Соответствие нотариальных действий сервисам ПД-Т

№ п/п	Сервисы трансграничного пространства доверия
1	<p>Сервис доверенной третьей стороны (ДТС) Сервис удостоверяющего центра (УЦ) ПД-Т Сервис национальной инфраструктуры открытых ключей</p>
2	<p>Совокупность сервисов на клиентском уровне, используемых для информационного взаимодействия в рамках общих процессов ПД-Т: - комплексная эмиссия средств доступа и подписи (производство, дистрибуция, персонализация, выдача, утилизация); - эмиссия устройств чтения средств доступа и подписи; - идентификация и аутентификация субъектов информационного взаимодействия; - клиентский интерфейс для различных операционных систем; - другие клиентские сервисы.</p>
3	Сервис доверенного времени
4	Сервис подтверждения статусов (полномочия и правомочия физических лиц, правовой статус юридических лиц, право подписи, других статусов) субъектов информационного взаимодействия
5	Сервис доверенного архивного хранения электронных документов
6	<p>Сервис заверения подлинности отдельных фрагментов контента электронного документа (место издания и другие)</p>
7	Сервис внешнего интерфейса для информационного взаимодействия с гражданами и организациями стран, не входящих в ПД-Т ЕАЭС
№ п/п	Сервисы трансграничного пространства доверия
1	<p>Сервис доверенной третьей стороны (ДТС) Сервис удостоверяющего центра (УЦ) ПД-Т Сервис национальной инфраструктуры открытых ключей</p>
2	<p>Совокупность сервисов на клиентском уровне, используемых для информационного взаимодействия в рамках общих процессов ПД-Т: - комплексная эмиссия средств доступа и подписи (производство, дистрибуция, персонализация, выдача, утилизация); - эмиссия устройств чтения средств доступа и подписи; - идентификация и аутентификация субъектов информационного взаимодействия; - клиентский интерфейс для различных операционных систем; - другие клиентские сервисы.</p>
3	Сервис доверенного времени
4	Сервис подтверждения статусов (полномочия и правомочия физических лиц, правовой статус юридических лиц, право подписи, других статусов) субъектов информационного взаимодействия
5	Сервис доверенного архивного хранения электронных документов
6	<p>Сервис заверения подлинности отдельных фрагментов контента электронного документа (место издания и другие)</p>
7	Сервис внешнего интерфейса для информационного взаимодействия с гражданами и организациями стран, не входящих в ПД-Т ЕАЭС

В этой связи широко обсуждаемая категория Доверенной третьей стороны не имеет самостоятельного правового содержания, а является только инструментом для обеспечения деятельности специальной категории уполномоченных лиц.

Необходимо подчеркнуть, что «доверие» само по себе является фундаментальной общественной функцией.

Поэтому построение какого-либо института, обеспечивающего «доверие» и одновременно основанного исключительно на технологиях, а не на общественных отношениях, представляется невозможным.

Эффективным путем обеспечения доверия в рамках ПД-Т видится сопряжение традиционно существующих институтов, способных адекватно поддержать реализацию системообразующего фактора ПД-Т, с организационными и технологическими возможностями, предоставляемыми современными ИКТ-сервисами.

Из этого следует, что институт нотариата, сформированный веками, может быть эффективно использован для «укрепления» электронных доверенных сервисов.

Альтернатива этому пути – выращивание нового института на основе появившихся новых технологий представляется тупиковым.

Система электронного нотариата, обеспечивающая электронный трансграничный документооборот, основана на имплементации существующих институциональных правоотношений, возникающих в ходе реализации функций нотариуса, в сферу электронного взаимодействия.

Отсюда следует, что тип правоотношений при этом не меняется, и системные требования к участникам взаимодействия не могут и не должны предполагать наличия каких-либо специализированных прав или взаимных обязательств.

Иными словами, информационная система, обеспечивающая функционирование организационно-правового механизма трансграничного электронного нотариата, является только и исключительно инфраструктурным решением, а не отдельной институцией.

Постановка задачи предполагает формирование информационной среды, посредством которой нотариусы могут заверять электронные документы иностранного происхождения, на основе результатов проверки электронной подписи, выданной в ином домене доверия.

В этом плане генезис нотариата, как общественного института, может рассматриваться как замена информационного юридически значимого интерфейса с бумажного на электронную форму.

А в условиях глобализации масштабирование этих подходов за национальные границы имеет характер цивилизационного явления.

3 Выводы

В последнее время на законодательном уровне в Российской Федерации и ряде государств-участников Содружества Независимых Государств сделаны решительные шаги в направлении широкого внедрения элементов электронного нотариата, предполагающего постепенный переход к оформлению, фиксации и хранению нотариальных актов непосредственно в электронной форме, а также – иные формы использования современных информационных технологий в нотариальной деятельности (например, в Российской Федерации - использование аудио- и видеозаписей в нотариальном производстве, регистрация нотариальных действий в Едином реестре нотариальных действий, непосредственное взаимодействие с публичными реестрами, органами государственной власти в рамках Единой системы межведомственного электронного взаимодействия и др.).

В условиях активизации интеграционных тенденций на пространстве СНГ у института нотариата имеются все возможности поддержать политическую волю лидеров и предложить инновационные подходы по обеспечению юридической значимости широкого спектра трансграничных информационных транзакций в экономической и социальной сферах.

Такая потребность растет год от года и является актуальной для всех регионов мира.

Государства-участники СНГ являются лидерами в этом направлении наряду с европейским и азиатско-тихоокеанским регионами.

Все необходимые законодательные и технологические предпосылки для такого рывка имеются, как показано в настоящей работе.

Требуется синергетическое слияние усилий государств и нотариальных сообществ для придания институциональных качеств современным информационно-безопасным технологиям.

4 Рекомендации

1. Совместно с Экспертным советом Межпарламентской Ассамблеи государств-участников Содружества Независимых Государств и Регионального содружества в области связи разработать гармонизированные с Евразийским экономическим союзом рекомендации для имплементации общих подходов в национальные законодательства.

2. Совместно с профильными органами государственной власти и структурами государств-участников СНГ инициативно внести предложения в рассматриваемом направлении для обсуждения в рамках ЕАЭС, БРИКС, ШОС и других международных форматов.

Литература

1. Регламент N 910/2014 Европейского парламента и Совета Европейского Союза "Об электронной идентификации и удостоверительных сервисах для электронных транзакций на внутреннем рынке и об отмене Директивы 1999/93/ЕС (Принят в г. Брюсселе 23.07.2014). Regulation of the European Parliament and of the Council on electronic identification and trust services for electronic transactions in the internal market (project – eIDAS);

2. Договор о создании Евразийского экономического союза. Подписан в городе Астане 29 мая 2014 года.

3. Концепция использования при межгосударственном информационном взаимодействии сервисов и имеющих юридическую силу электронных документов. Решение Совета Евразийской экономической комиссии от 18 сентября 2014 года N 73.

4. Документы Паназиатского Альянса за развитие электронной торговли ("РАА"). PAN ASIAN e COMMERCE ALLIANCE (PAA).

5. Постановление Экспертного совета МПА СНГ-РСС от 11 ноября 2014 года № 6 «О предложениях Экспертного совета МПА СНГ-РСС в перспективный план модельного законодательства в Содружестве Независимых Государств на 2016-2020 годы».

6. "Основы законодательства Российской Федерации о нотариате" (утв. ВС РФ 11.02.1993 N 4462-1) (ред. от 03.07.2016).

ЛОКАЛИЗАЦИЯ НА КАРТЕ ГИС ТЕРРИТОРИЙ ВОЕННО-ПОЛИТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ КАЗАХСКОГО ХАНСТВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИТ-ТЕХНОЛОГИИ

**Жанысбекова Г.А., Сембиев О.З., Сулейменова Л.А., Ашим Ж.К.,
Тимабай Ж.Н.**

e-mail: amirbaevag@mail.ru, komekbaev46@gmail.ru

*Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауэзова,
Шымкент, Казахстан*

***Аннотация.** Статья состоит из двух составляющих: историко-географического анализа и исследования локализации местности Козыбасы – как изначального места появления молодого Казахского ханства как предметная область для информатизации и моделирования пространственных исторических данных в цифровой формат с помощью технологии ГИС. Для этого в статье дается описание алгоритма создания векторной карты по заданной исторической тематике.*

1. Историко-географический анализ локализации местности «Козыбасы»

Территория и столица как административно-политический, социально-экономический, научно-культурный, а также военный центр является стержневой частью формирования, становления, развития и в конце концов истории любого государства. Исходя из этого постулата нами проведен анализ исторических процессов юго-востока современного Казахстана, где произошло изначальное образование государства с именем, идентичным с современным самоназванием национальности казахов. Произошел всплеск интереса к истории образования Казахского ханства в связи с его юбилейной датой образования. До сих пор историки, писатели, журналисты и общественные деятели на страницах научных и публицистических изданий горячо полемизируют по проблеме определения даты появления Казахского ханства, по разному истолковывая выражение М.Х. Дулати, которого он любил повторять время от времени: «Один Аллах ведает».

Мы со своей стороны, как создатели ГИС по истории Казахстана, считаем, что локализация в пространстве карты места первоначального сложения социума имеет не менее важное значение для укрепления идентичности нации, созданию и популяризации позитивного образа истории казахского народа и Казахстана, как конкретно определенная историческая дата появления нового государства и установленная на месте памятная стелла.

На территории юго-западной части Моголистана впервые начался процесс формирования казахской национальности, который дал мощный толчок развитию новой государственности. Появление и развитие Казахского ханства характеризуется ростом численности вследствие миграционного прироста и активного участия новых резидентов новоявленной страны средних веков в реалиях их современности. Безусловно, этот процесс был непосредственно связан в основном с защитой своих рубежей от калмаков и от хана Абулхайра, а впоследствии и от наследников Есен-Буги. Можно судить о степени драматичности реалий тех дней со слов Мухаммеда Хайдара Дулати, автора «Тарихи-и Рашиди», отмечавшего с чувством сожаления процесса постепенного исчезновения казахов при Тахире и Буйдаш хане, а после смерти последнего в 940 г. (1533-1534 гг.) почти полного исчезновения их [1]. При этом

источник доносит до нас и точные цифры: это двести тысяч всадников, когда казахи под руководством Жанибека и Керей поднялись на гребень популярности как альтернатива деспотичному Абулхаиру и двадцать тысяч при Буйдаш хане, а после него автор не находит даже их. Где были казахи в это время? Ведь всем известно дальнейший расцвет созданный ими средневекового государства?

Хотя на пространстве карты невозможно отражение факторов предшествовавших появлению ханства, нам кажется что вполне необходимо их отметить в рамке статьи. Это, во-первых, фактор внешнего напряжения в лице калмаков, который вынуждал предпринимать военные подготовки и Абулхаиру, и Есен-Бугу;

Во-вторых, внутренние разногласия и раздробленность государства Абулхаира, который имел в своих пределах сепаратно настроенных и недовольных своим подчиненным положением потомков правителей величественной Ак-Орды;

В-третьих, относительная военно-экономическая слабость Моголистана и наличие претендента на престол хана в лице Жуниса.

Вообще, исследователь истории Казахского ханства Б. Карибай выделяет три ступени появления и становления молодого государства. Как нам кажется, остаток казахов, которые не позволили себя подмять никакой силе – зализывала раны и подтягивала новые силы к себе, оставаясь незамеченными до поры, до времени. Но, как можно оставаться малозамеченными в степи в столь длительное время? Такую возможность степь категорично не может дать в силу своей географической особенности. Кроме того, из того же источника известно, что ханы средневековых государств время от времени посылали в степь своеобразных карательных отрядов для очистки ее от различных непрошенных «гостей». Видимо, в средневековье так охранялись рубежи соседствующих стран.

Поэтому, при создании карты «Образование Казахского ханства» появилась острая необходимость локализации местности Козыбасы, которая известна как первоначальная центральная территория нового государства Жанибека и Керей, потому как, карта помогает раскрыть невидимую при чтении источника информацию. Из источников известно, что Есен-Буга, владетель Моголистана, отдавая свои территории Жанибеку и Керей, имел свои дальневидные планы по охране своих западных рубежей от калмаков. Но неизбежно встает вопрос, почему были отданы именно данные местности, какие факторы выступили при этом определяющими, кроме буферности расположения нового государственного образования для моголов? Как нам кажется, никто, в каком бы ни в плачевном состоянии он не оказался, не станет соглашаться стать добровольным «овцом на заклание». Жанибек и Керей также, спасая подвластных им казахские роды от тисков Абулхаира, конечно, не имели цели исчезновения на беззащитных и неплодородных песках, лежащих вдали караванных дорог ради спасения Есен-Буги. Они тоже были полноправными чингизидами, потомками ханов Ак Орды и имели право голоса в степи, вполне могли затребовать для своего расположения те местности, которые бы отвечали их запросам. По логике вещей для жизнеобеспечения средневекового кочевого государства эти требования могли выглядеть следующим образом:

во-первых, наличие более-менее плодородных земель, где можно было бы развести скот;

во-вторых, иметь какие-нибудь торговые сношения, то есть наличие караванных путей; в-третьих, иметь пресноводный источник воды, для потребления людей – ничего этого нет в песках Мойын кум.

Для решения намеченной проблематики нами были изучены исторические карты, как составленные царскими специалистами, так и современные. Ни на одной карте не

была установлена локализация местности первоначального зарождения позднесредневековой казахской государственности [2].

В этом отношении приходится признать правоту археологов К.А. Акишева и М.К. Хабдулиной называвших Козыбасы «terra инкогнито» для современных историков [3].

Надо заметить что слово «басы» - чья-то голова, встречается хотя и изредко, но в топонимах разных районов юга и юго-востока Казахстана, что подсказывает нам о некоей однотипности зарождения данных топонимов. Например, общеизвестно, что в Южном Казахстане имеется местность «Тюлькубасы» (голова лисы), в оконечности отрога гор Таласского Алатау, где образовалось одноименное селение, превратившееся в советском периоде в районный административный центр. Вторая местность название которой было образовано со словом «басы» – это «Атбасы» (голова лошади), по определению составителей МИКХ «Ат-баши – Атбаш древний город на холме около впадения реки Кара-Койина, приток Нарына – реки Атбаш» [4].

Там же находилось одноименное селение, близ Нарына в дореволюционной Семиреченской области. Данная местность была знаменита в конце XIX- начале XX вв. организацией при содействии Кашгарского консульства ежегодной осенней ярмарки [5].



Рисунок 1 – Карта «Коренных областей Туркестана» Атласа Азиатской России, изданного в 1914 году

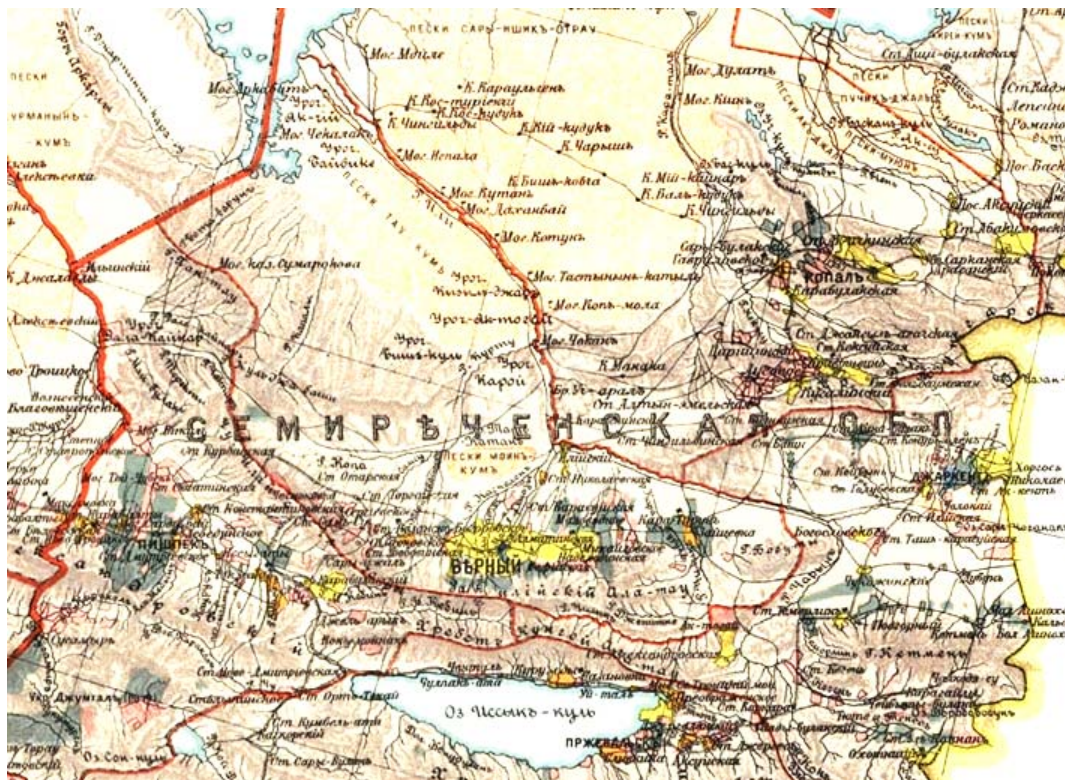


Рисунок 2 – Увеличенные части карты коренных областей Туркестана для поиска местности Козыбасы

Топоним Атбасы – как название горной местности встречается и в «Тарих-и Рашиди»: «Весть о переходе хазырета Маулана под защиту всемогущего и бесконечно доброго Аллаха и этот трактат был получен когда хан оставив меня для управления делами страны отправился для перемены климата в Атбасы» [1, б. 375].

Перечисляя наиболее крупные города «Манлай Субэ» - территории дулатов, находящейся на юге Моголистана автор называет городом наряду с Кашкарком, Хотаном, Жаркентом, Кашаном, Ахсикентом, Андижаном, Аксу, Кусаном и Атбасы. Хотя, предводитель дулатов эмир Болатшы выбрал город Аксу в качестве административного центра, тем не менее Атбасы в списке крупных городов Манлай Субэ занимал не последнее место [1, б. 45]. Атбасы в качестве топонима довольно часто фигурирует в сочинении М.Х.Дулати. Следующий раз мы встречаем Атбасы как резиденцию эмира Есенбуга хана Мухаммеда шаха [1, б. 109]. То есть, можно сделать вывод о том, что для средних веков, образование топонима из слова «басы» - чья-либо голова и указанием хозяина головы частое и привычное для повседневной жизнедеятельности явление.

Но здесь обращает на себя внимание связь названия «Баши» или «басы» с высотными местами и горами. Если исходить, что все названные местности находятся в горах, при этом не забывая, что слово «басы» скорее всего взято по силуэту каменистых возвышенностей – то изначальное понятие о том, что казахи Жанибека и Керей, отколовшись от Абулхаира, смогли непугано лежать на равнине реки Чу – начал рассыпаться как карточный домик. Легкодоступность равнины всаднику делает этот вариант неприемлимым, так как известно, что Абулхаир не мог отпустить своевольных казахов без какого-либо военных действий, с миром. Значит, надо было держаться наготове, начеку. Кроме того, все источники и историки единодушны в том, что

Есенбуга имел намерение превратить неожиданно прибывших казахов если не в своих воинов, то в военных союзников выставляемых против калмаков и против Абулхаира, в непримиримого противника которого он превратился с момента принятия в лоно своего государства сепаратно-мятежных султанов. То было условие «аренды» территории.

Это обстоятельство усиливает требование к местности обитания нового государственного образования изначально приобретающего военизированный облик в силу сложившихся в исторической арене ситуации. Оно должно было отвечать всем требованиям военной тактики и стратегии степного боя и построения фронта. Укрепление в возвышенной местности дает те преимущества над противником, которые желательны для победного исхода дел, к которому были решительно настроены родоначальники Казахского ханства. По сути, гора или возвышенность по силуэту напоминающая голову ягненка – Козыбасы была средневековой удобной военной базой. Ее популярность среди воинственных казахов не вызывает сомнения – мырза Мухаммед Хайдар Дулати даже не утруждает себя пояснением относительно расположения его. Отсюда можно делать вывод о общеизвестности этой местности как для казахов ищущих для себя нового постоянного места обетования, так и другим средневековым государствам. К такому же выводу можно прийти относительно реки Чу. Дополнительное косвенное свидетельство в пользу горных местностей как мест военных действий дает и то изречение о некоем военном действии составителей Материалов по истории Казахских ханств (далее – МИКХ) XV-XVIII вв.: «дважды дал сражение Ишан (Тайши) в Бат-баши (Ат-баши)» [4, с.218.].

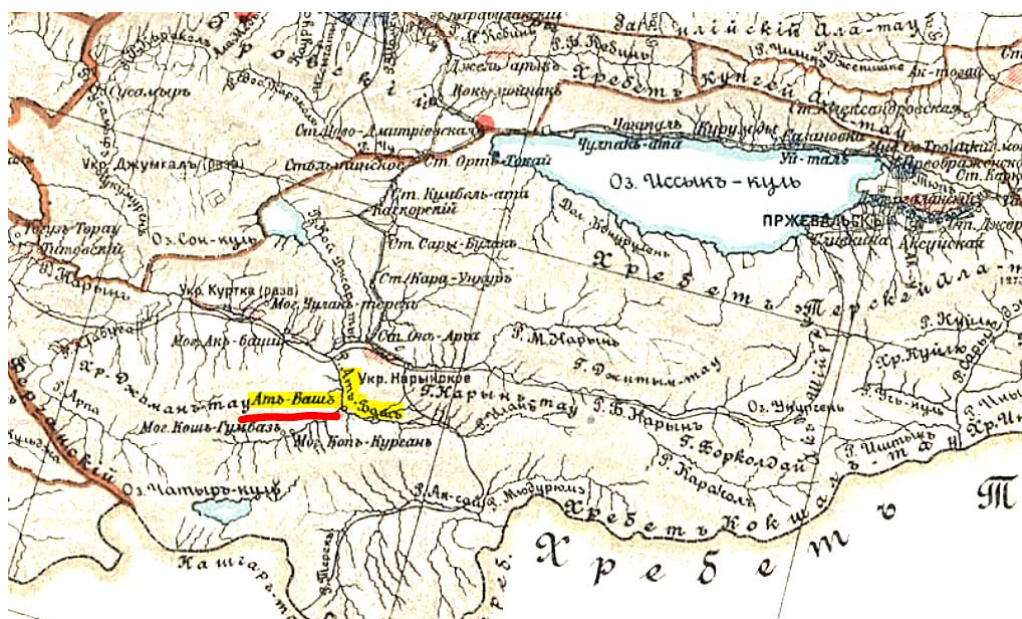


Рисунок 3 – Увеличенная часть карты поливных земель Туркестанской области с местностью «Атбаш» рядом с одноименной рекой (топоним подчеркнут нами – Г.Ж.)

Мы в начале нашего исследования предположили, что сама равнина реки Чу, исходя из особенности ведения хозяйства казахского общества служила только местом обитания табунов и отаров. А сама река – водопоем для них. К сожалению, не дали результата попытка локализации с помощью проведения устного опроса жителей Чуйского района современной Жамбылской области о местонахождении Козыбасы. Составители ГИС истории в результате длительного процесса поиска хоть какого-либо источника нашли статью Н.А. Атыгаева вышедшую 1 октября этого года в электронном

научном журнале «EDU.E-HISTORY.KZ» за №4 и, целиком и полностью посвященную нашей проблематике – «К вопросу о локализации местности «Козыбасы»! [6].

Автор работал над всеми известными списками и переводами «Тарихи-и Рашиди» и скупрулезно проанализировал следующие:

1. Рукопись, хранящийся в Общественной библиотеке г. Исфahan;
2. Рукопись которой пользовался В.В. Вельяминов-Зернов;
3. Рукопись Британской библиотеки;
4. Рукопись изданной в 2004 г. в Тегеране иранским ученым Аббаскули Гаффари Фардан,
5. Текст рукописи использованного в 1969 г. составителями и переводчиками сборника МИКХ;
6. Перевод на английский язык Денисона Росса, сделанный в 1895 году;
7. Перевод осуществленный У.М. Текстоном в 1996 г.;
8. Перевод на чагатайский язык, выполненный в XIX веке Мухаммедом Садиком из Кашгара;
9. Перевод на казахский язык в 2003 г. (кстати, которого автор определяет как вторичный – перевод с русского языка);
10. Перевод и издание на русский язык в 1996 г., произведенной узбекскими востоковедами под руководством А. Урунбаева, переизданного в Казахстане в 1999 г.;
11. Новый перевод на казахский язык в 2015 г., под составительством М. Койгельдиева.

На основе текстологического анализа вышеприведенных источников и их копий и переводов Н.А. Атыгаев приходит к выводу, о неидентичности местностей Шу и Козыбасы, о чем мы также говорили в начале данной статьи и, идет дальше в своем суждений утверждая о негидрономическом происхождения названия Шу. Он более склонен к использованию забытого названия Джуд, при этом приведя в подтверждение своей гипотезе слова того же М.Х. Дулати о Джуде: «Джуд – местность в Моголистане. Протяженность ее месяц пути» [3], а также «В Джуде в одном месте имеются следы большого города. В нескольких местах сохранились минареты, купола и медресе. Поскольку никто не знает названия этого города, то моголы называют его Минара» [7]. Отказываясь от восприятия Джу (Джуд, Чу) только как гидронима, Н.А. Атыгаев рекомендует понимать под «Джуд», то есть то, что мы воспринимали вслед за В.В. Бартольдом до сегодняшнего дня только как река Чу – **обширную территорию Юго-Восточного Казахстана и Северного Кыргызстана, от реки Чу на восток и юго-восток, включая также северо-западные районы Иссыккуля.**

В подтверждение своей гипотезы он также ссылается на анализированные ими работы археологов К.А. Акишева и М.К. Хабдулиной [3], С. Жолдасбайулы [8], известного ученого Ч.Ч. Валиханова [9], на поэму Ж. Жабаева «Сұраншы батыр» [10], на работу С. Асфендиярова и П. Кунте «Прошлое Казахстана в источниках и материалах» [11], на киргизский эпос «Манас», на извлечения из «Материалов по истории Казахских ханств XV-XVIII вв.» [4], что делает его вывод научно веским. Общеизвестно, что все перечисленные источники и работы исследователей на сегодняшний день научно признаны. Автор говорит, что «К.А. Акишев и М.К. Хабдулина указывают, что «средневековый топоним Козы-басы сохранился в названии горы, расположенной на юге с. Таргап. Она оконтуривала восточные пределы территории расселения казахов на западной границе Моголистана. Небольшая гора Козы-басы (1149,6) вместе с двумя другими: Бес-батыр (1088,4) и Дегерес (1337,8) составляют горную гряду, протянувшуюся с востока на запад на 43-50 км. На юге гряда соединяется с горой Жетижол (3267) и образует вместе с северными склонами Заилийского Алатау межгорную доли-

ну, орошенную многочисленными родниками и горными речками. Долина является южным пределом региона Козыбасы.

На севере в него входили Чу-Илийские горы (1178) с долинами Копа и Карой, а на северо-западе – горы Аныракай (1095) и Хантау (1042). Вся эта территория, включая на западе низовья и среднее течение р. Чу – общей протяженностью 1000-1200 км, составляла округ Чу-Козыбасы, по Мухаммед Хайдару»[6].

Кроме этого автор досконально изучил топографические справочники и это дает ему дополнительный аргумент в пользу высказанного им гипотезы по локализации Козыбасы и отказа от долины Чу, как первоначальной территории молодого Казахского ханства.

О множественности сложившихся мнений о легендарной гористой местности «Козыбасы (Қозыбашы)» говорят и исследователи природно-географических особенностей топонимики историки Г.Е. Сабденова и Е.М. Тургынбаев. Они нашли четыре местности несущих искомый топоним «Козыбасы». Это: 1) сопка Козыбасы на Кордайском перевале; 2) у подножья Хантау на Мойынкуме; 3) на северо-западе Заилийского Алатау; 4) на верхнем течении реки Чу. При этом авторы отмечают, нахождения всех выявленных Козыбасы вблизи реки Чу [12], что лишний раз подтверждает гипотезу Н.А. Атыгаева

Таким образом, получив научно подтвержденную гипотезу о локализации в пространстве места появления Казахского ханства – Козыбасы нами начата работа по электронному картографированию и ГИС истории.

Для создания карты «Образования Казахского ханства» взята в основу методика В.Н. Владимирова [13]. Хотя в западной историографии работы с применением ГИС стали появляться на 8-10 лет раньше чем в России, но объект изучения исторической ГИС российских авторов по географическому расположению находится рядом с казахстанскими. В единственной монографии во всем постсоветском пространстве рассматриваются опыт применения геоинформационных систем (ГИС) в российской и зарубежной исторической науке, их место, роль и значение в «наведении мостов» между историей и географией, предмет и объект исследования исторической геоинформатики и ее взаимоотношения с исторической географией и исторической картографией. Он отмечает, что впервые работы по компьютерному картографированию в науке западных стран стали появляться в 90-х гг. XX века. Своеобразной вехой в развитии этого процесса автор называет рабочего семинара во Флоренции (Италия), проходивший в 1994 г. и полностью посвященного проблемам компьютерного картографирования и, что выпущенный по итогам сборник статей «Coordinates for Historical Maps» не потерял свою актуальность по сегодняшний день.

В монографии большое внимание уделяется источниковедческим аспектам, методике и технике применения ГИС в исторических исследованиях. Выясняются возможности компьютерного картографирования для изучения истории населенных пунктов Алтайского края в XVIII-XX вв., что стало интересно для разработки карты «Образования Казахского ханства». Автор основательно анализирует зарубежный опыт разработки ГИС и приходит собственному видению проблемы и создает собственную методику по использованию ГИС для изучения истории населенных пунктов Алтая [13, с.104-139].

Но, что верно для одной страны с ее культурным развитием, для другой страны, в частности для Казахстана, где переписи населения не велись до принятия подданства России, данное положение на наш взгляд потребует корректировки. Для создания исторической ГИС Казахстана первоначально необходимо доскональное изучение различных словарей и энциклопедий топонимов Казахстана [14-20].

Это видно из опыта Н.А. Атыгаева, который все исторические анализы подтвердил данными из вышеназванных энциклопедий и словарей [6].

Для отражения на карте процессы образования и становления Казахского ханства можно пользоваться теми источниками, которые были написаны для тех или иных правителей современниками событий средневекового Казахстана. На первом ряду из них стоит, конечно, вышеупомянутый «Тарих-и Рашиди», написанный пером правителя Кашмира, выходца из Моголистана, уроженца одного из протоказахского рода «Дулат» - М. Хайдара. Желая осветить историю моголов, в составе которых существовал род дулат, и получил от хана территорию «Манлай Субэ» – для будущего поколения добываясь полноты изложения истории несколько раз касается событий происходивших в Казахском ханстве. Сведения из данного повествования является неоспоримым подспорьем для работы по ГИС Казахского ханства [1, сс. 110, 119, 270, 305, 340].

Из показаний автора «Тарих-и Рашиди» можно явственно почерпнуть сведения о происходивших в Казахском ханстве при Жанибеке и Керей, а также при хане Касыме. Это во-первых, непосредственно сведения об отходе Жанибека и Керей от Абулхайра, которые должны показываться на карте постепенно раздваивающей стрелкой с поступательным движением вперед, первая стрелка – красная, обозначающая «Көш» племен подвластных самому Абулхайру в сторону Дешты Кыпчака; другая – зеленая, обозначающая переход новых казахских ханов, взявших восточнее от основного маршрута кочевых узбеков в сторону владения Есен-Буги в западную часть Моголистана.

Известно об объединении 92 племен государством кочевых узбеков Абулхайра. Если, часть их пошла за Жанибеком и Кереем, то нас конечно интересует где именно данное событие произошло и что об этом говорят устная история и немногочисленные источники? Нуржан Наушабаев, автор «Манзумат казакии», вышедшей в 1907 году в Казани вслед за неизвестным жырау говорит, что данное событие произошло на «Танбалы тас», в окрестности гор Улытау. Эпос повествует:

Тоқсан баулы айтайын тор өзбекті,
Заманында мал біткен зор өзбекті.
Пайғамбардың батасы тиген дейді.
Соның үшін байыған со өзбекті.
Өзбексіз ел бар ма тамам елде.
Өзбектің өскені осы бір белде.
«Тоқсан баулы» өзбек айрылыпты,
Таңбалының моласы деген жерде.

Значит, следуя этому скудному сведению, мы рискуем разделить стрелки направления «көш» кочевых узбеков именно в районе Улытау.

О драме тех событий повествует и кюй, исполняемый на кобызе под названием «Ел айрылған» – дословный перевод которого звучит как «Распростившиеся страны».

О казахах говорит и Сейфи-Челеби в своей хронике указав, что «По другую сторону Кашгарского вилайета расположилось племя (таифе), носящее название казахи. Они кочевники, нет у них ни городов, ни селений. Число их составляет два раза по сто тысяч семейств [21].

Таким образом, локализация на поверхности земли как таковой, а также на условно-графическом пространстве является трудоемким и малознакомым процессом в методологическом отношении, который требует создания уникального направления научных исследований исторической геоинформатики.

2. Моделирование исторических геоинформационных данных на цифровой карте Средневекового Казахстана

Опираясь на мнение М.В. Витова одна из пионеров ГИС истории в России Н.В. Пиотух отмечает, что в историографии был накоплен определенный опыт и с точки зрения методики локализации исторических поселений XVI- XVII вв. Оба автора согласны таким положением методики компьютерного картографирования, что для точной локализации населенного пункта необходимо проследить его существование по материалам имеющихся переписей с промежутком примерно в 150 лет с тем, чтобы выявить изменения в названии того или иного селения, определить его местоположение и географическую привязку в разное время по различным источникам, а затем через сравнение с современной картой нанести на нее селения, например, конца XVI в [22].

Цифровые исторические карты, помимо общегеографической справочной информации, содержат материалы о формировании и развитии государств, государственных образований, исторических событий, данные о городах и народах и др. ГИС-инструментарий позволяет сопоставлять информацию путем наложения тематических слоев карт на одну и ту же территорию, обрабатывать данные об исторических, природных и социально-экономических процессах и явлениях.

Цифровая карта является своеобразным «слоеным пирогом», который имеет соответственные слои обозначающие исторические периоды или отдельные процессы (рис. 3). Тема «Козыбасы» является неотделимой частью истории средневекового Казахстана, и имеющее почти сакральное значение. Поэтому при создании тематической цифровой карты средневекового Казахстана появляется необходимость глубокого изучения источников по истории Казахстана для конкретного представления местоположения исторического объекта используя возможности ГИС технологии.

Историко-географическая информация представлена в цифровой карте как совокупность геоинформационных слоев. Каждый слой содержит определенную группу объектов, относящихся к какой-то конкретной теме, поэтому такие слои часто называются тематическими слоями. Если слои составлены растровыми объектами, то их обычно называют растровыми, если векторными объектами – векторными [23].

Дополнительно в электронную карту могут быть добавлены в любом количестве и составе векторные слои, растровые изображения и матрицы. Эти слои можно разбить на еще более мелкие уровни.

Базовая карта (Карта Евразия. *map*) состоит из слоев, содержание которых обычно соответствует справочно-географическим и общегеографическим картам:

- планово-высотная основа;
- рельеф суши (основные и промежуточные горизонталы, названия крупных форм рельефа, наивысшие точки, подписи горизонталей);
- населенные пункты – средневековые города;
- дорожная сеть-караванные-торговые пути, миграционные пути;
- гидрография (океаны, моря, заливы, проливы, реки, озера, водохранилища);
- рельеф дна прибрежных морей и океанов (основные и промежуточные изобаты, точки с наибольшими глубинами, подписи изобат);
- растительность (показано только наличие/отсутствие растительного покрова);
- гидротехнические сооружения;
- политическая карта (политико-административное деление государств средневекового Казахстана);
- математическая основа (рамка карты).

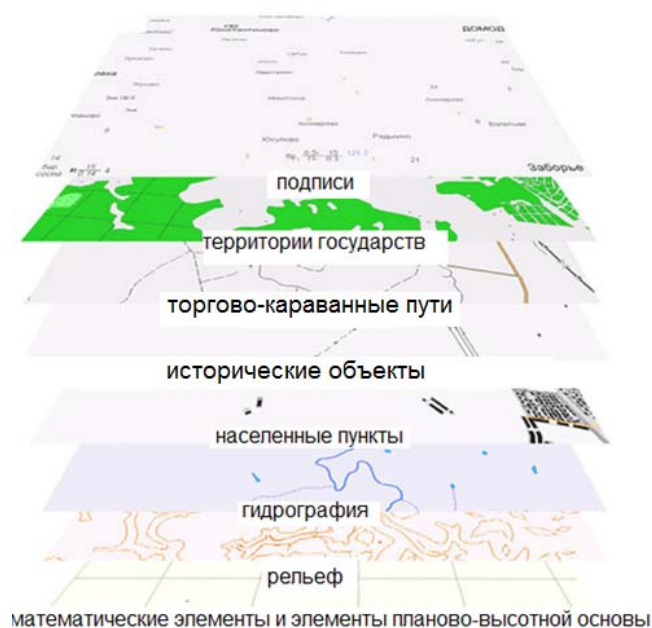


Рисунок 4 - Основные слои тематической карты по истории средневекового Казахстана

В слое «политическая карта» в семантике объектов «государства» содержатся сведения о государстве и их полное и краткое наименование, форма политико-административного устройства.

В слое «гидрография» в семантике объектов «реки» приведена информация о наиболее крупных реках мира: длина, площадь бассейна.

Практически в каждой тематической карте имеются такие слои, как математическая основа, геооснова и историческая инфраструктура. Математическая основа включает в себя рамку карты, градусную сеть и ряд других служебных картографических элементов.

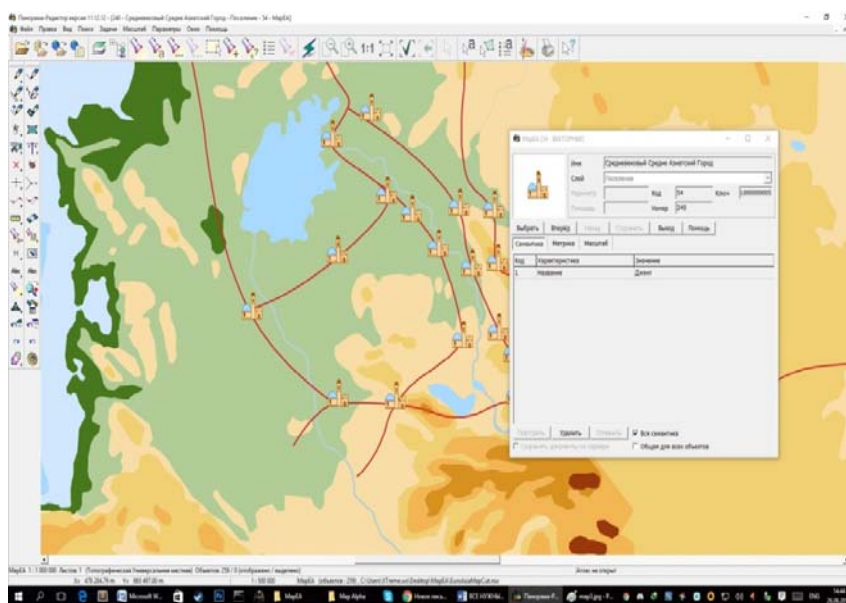


Рисунок 5. Создание слоя «Города средневекового Казахстана и Великие Шелковые пути» на тематической карте «Казахское ханство» в редакторе-карт «Панорама» [4]

Геооснова – это слой, в который включены географические объекты (реки, моря, озера, горы и пр.). К исторической инфраструктуре отнесены антропогенные географические объекты, имевшие в рассматриваемый период важное значение (например, города с указанием времени основания и/или существования) [24-27].

На векторной карте отображены исчезнувшие средневековые города Казахстана соответственно координатными данными такие как Сарайшык, Созак, Сыганак и т.д.

Тематическая карта «Казахское ханство» посвящена становлению государственности казахов. На карте отображены события, относящиеся к XV-XVIII вв. Она состоит из следующих геоинформационных слоев:

- территории (ареалы) проживания казахских родов и племен в XV-XVIII вв.;
- казахские государственные образования;
- военные походы XV-XVIII гг.
- средневековые города Казахстана
- кочевые пути и торговли и т.д.

В семантике объектов, относящихся к слою «территория (ареалы) проживания казахских родов и племен в XV-XVIII вв.», представлена краткая характеристика казахских родов и племен, проживавших в данный исторический период.

Описание видов объектов цифровых карт, семантических характеристик, слоев, в которые объединяются объекты, условных знаков, используемых при формировании электронной карты на графических устройствах, хранится в цифровом классификаторе – файле ресурсов электронной карты. В классификаторе содержатся географические и исторические объекты. Если географические объекты карт являются постоянными показателями для всех карт, то исторические объекты средневекового Казахстана имеет идентификационное значение [28-30].

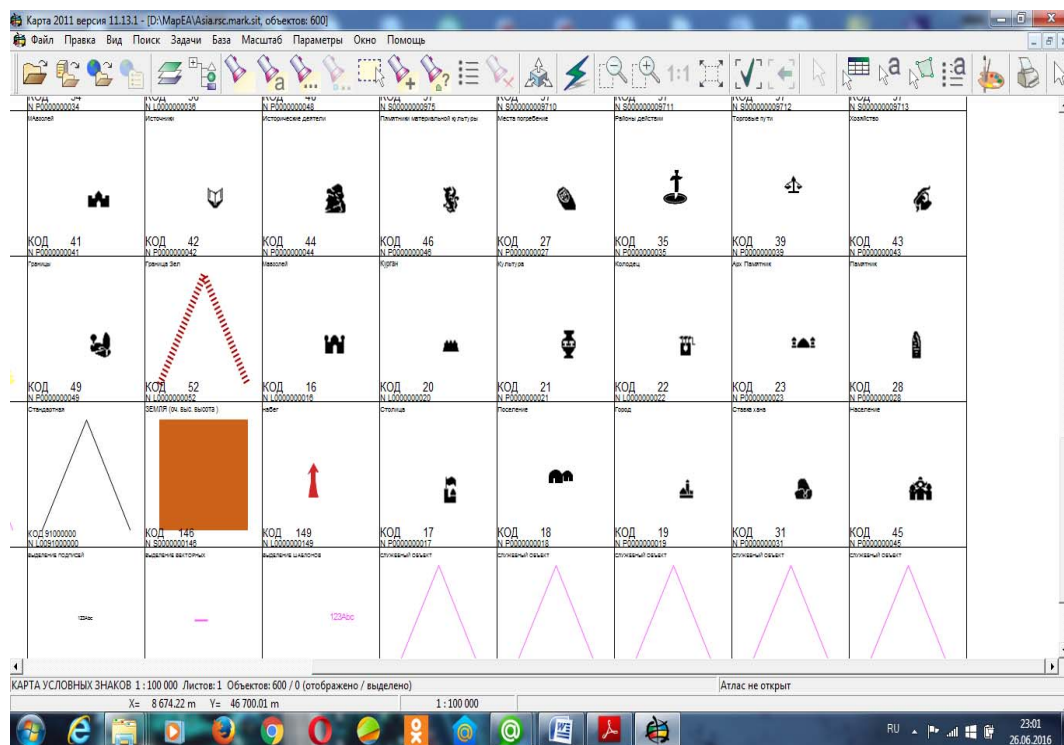


Рисунок 6. Классификатор тематических карт средневекового Казахстана

№	Название условных знаков	Вид исторического объекта на карте
	«Поселение»;	
	«Археологическая культура»	
	«Петроглиф»	
	«Место погребения»	
	«Город»	
	«Столица»	
	«Ставка хана, правителя»	
	«Колодец»	
	«Курган»	
	«Мавзолей»	
	«Памятник (какой-либо) культуры, эпохи»	
	«Архитектурный памятник»	
	«Фигура всадника»	
	«Фигура война»	
	«Место сражения»	
	«Место восстания»	

Таблица №1 - Условные знаки классификатора для картографирования древней и средневековой истории Казахстана

Исходя из разработанных слоев и классификации карты для реализации базы данных для ГИС выбрана реляционная модель данных, где каждого исторического объекта карты можно представить виде таблицы базы данных [31].

Таким образом для создания векторной карты по истории Казахстана исследованы технология создания ГИС карт и адаптирована для истории средневекового Казахстана. При этом определены и созданы основные исторические слои карты и классификатор с соответствующий набором исторических объектов.

Заключение

Средневековая история Казахстана это тот период, который вызывает интерес современного гражданина республики и позволяет ему себя идентифицировать со своей родиной. Но архивные источники не всегда доступны для изучения массового читателя из-за своей ветхости и плохой сохранности, малорепрезентативности и подачи информации. Такие свойства как хранения, систематизация и структурирования базы данных, обработка и визуализация информации и пр. имеющиеся в технологии ГИС делает привлекательным процесс познания собственной истории.

Литература:

1. Дулати М.Х. Тарихи-и Рашиди. – Алматы: М.Х. Дулати қоғамдық қоры, 2003. – С.111.
2. Атлас Азиатской России. – СПб.: 1914.
3. Акишев К.А., Хабдулина М.К. Казахское государство XV-XVI вв.: этническая территория, памятники культуры // Евразийское сообщество: общество, политика, культура. 1998. №1 (21). – С.130-141.
4. Материалы по истории Казахских ханств XV-XVIII вв. (извлечения из персидских и тюркских сочинений). Составители: С.К. Ибрагимов, Н.Н. Мингулов, К.А. Пищулина, В.П. Юдин. – Алма-Ата: Изд.-во Академии Наук Казах. ССР, 1969. – С. 215.
5. Галиев В.В. Казахстан в системе российско-китайских торгово-экономических отношений в Синьцзяне. Конец XIX – начало XX века. – Алматы:2003. – С. 45.
6. Атыгаев Н.А. «К вопросу о локализации местности «Козыбасы». // «EDU.E-HISTORY.KZ, №4 от 01.10.2015. –URL: <http://edu.e-history.kz/kz/publications/view/313>
7. Дулати М.Х. Тарих-и Рашиди. Перевод с персидского языка А. Урунбаева, Р.П. Джалиловой, Л.М. Епифановой, 2-е издание дополненное. Алматы: Санат, 1999. – 656 с.
8. Жолдасбайұлы С. Жетісу тарихы. (XVI-XVIII ғғ.). (Тарихи және палеоэтнологиялық зерттеу). – Алматы: 1996. – 300 б.
9. Валиханов Ч.Ч. Собрание сочинений в пяти томах. Т.1. – Алма-Ата: 1984. – 432 с.
10. Жабаев Ж. Таңдамалылар. Құрастырған М.Етекбаев. – Алматы: «Жазушы», 1971. – 311 бет.
11. Прошлое Казахстана в источниках и материалах. Сборник I (V в. до н. э, XVIII в. н. э.). Под ред. С.Д. Асфендиярова и проф. П.А. Кунте. – Москва-Алма-Ата: 1935. – 298 с.
12. Сабденова Г.Е. Тургынбаев Е.М. Жамбыл облысы топонимдеріндегі табиғи-географиялық ерекшеліктер. -
13. Владимирова В.Н. Историческая геоинформатика: геоинформационные системы в исторических исследованиях. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2005. - 192 с.
14. Топонимика Казахстана. Энциклопедический справочник. Алматы: ТОО «Аруна», 2010. – 816 б.
15. Жерінің аты - Елінің хаты. Энциклопедиялық анықтамалық. Алматы: Аруна, 2006. – 808 б.
16. Жер-су атауларының анықтамалығы. Алматы: Арыс, 2006. – 744 бет.
17. «Жетісу». Энциклопедия. - Алматы: «Арыс» баспасы, 2004 жыл. — 712 бет + 48 бет түрлі түсті суретті жапсырма.

18. Жанұзақ Т. Жер-су атаулары (этимологиялықанықтама). Алматы «Өнер», 2011. – 496 б.
19. Краткий энциклопедический словарь исторических топонимов Казахстана / Сост. И.В. Ерофеева. – Алматы, 2014. – 528 с., 54 ил.
20. Оңтүстік Қазақстан: Ауыл анықтамалығы. – Алматы: РИИЦ «Азия», 2004. – 288 б.
21. Сейфи-Челеби. Китаб-и падишахан-и вилайет-и Хинд ва Хитай ва Хотан ва Кашмир. Фотокопия Лейденской рукописи в О ИВ РАН. ФВ.310. См. Турсынов Т.И. Кочевые племена Приаралья в XV-XVII вв. (Вопросы этнической и социальной истории.) – М.:Наука, 1982. – С.82.
22. Витов М.В. Приемы составления карт поселений XV-XVII вв. по данным писцовых и переписных книг (на примере Шунгского погоста Обонежской пятины) // Проблемы источниковедения. Т. V. М., 1956; Он же. Историко-географические очерки Заонежья XVI-XVII вв. М., 1962.
23. Gregory I.N., Remp K.K., Mostern R. Geographical Information and historical research: current progress and future directions.– P. 9.
24. Капралов Е.Г., Кошкарёв А.В., Тикунов В.С. и др. Геоинформатика: Учебник для студентов вузов.– М.: Издательский центр «Академия», 2005. – 480 с.
25. Журкин И.Г., Шайтура С.В. Геоинформационные системы. С.-Пб.: «Кудлиц-Пресс», 2009. 272 с.
26. Александрова В.Н., Базина М.А., Журкин И.Г. и др. Справочник стандартных и употребляемых терминов по геодезии, топографии, геоинформационным системам, пространственным данным. - М.: – «Братишка», 2007. 736 с.
27. Скворцов А.В. Геоинформатика. Томск:2006.-315 с.
28. Инструментарий разработчика ГИС-приложений GIS ToolKit для среды разработки Delphi, C++ Builder, RAD Studio версий XE3, XE4, XE5. Руководство программиста. Версия 12. – Ногинск: Панорама, 1991-2014. – 246 с.// URL: www.gisinfo.ru.
29. Присяжнюк С.П., Железняков А.В. Опыт применения инструментария GIS ToolKit в отечественных разработках // Информационный бюллетень, ГИС Ассоциация. 2001. № 3(30).
30. URL:<http://gis-lab.info/qa/gentle-intro-gis-2.html>
31. Бычков И.В., Фереферов Е.С., Хмельнов А.Е. Метаописание баз данных как основа интеграции информационно-справочных систем и ГИС /Вычислительные технологии Том 12, № 5, 2007

СНИЖЕНИЕ СУБЪЕКТИВНОСТИ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ УНИВЕРСИТЕТОВ ПО МНОЖЕСТВУ КРИТЕРИЕВ

Исмаилов Б.И.¹⁾, Мамбеталиева С.М.²⁾

¹⁾Д.т.н., профессор, ²⁾к.т.н., *Институт автоматизации и информационных технологий Национальной академии наук Кыргызской Республики*

В сфере образования часто возникает задача оценки эффективности работы профессиональных учебных заведений. Особенно это касается высших учебных заведений. В последние два десятилетия в качестве оценки эффективности университетов часто применяются и становятся популярными международные и национальные рейтинги университетов, так как они представляют большой интерес для студентов, работодателей, правительств и т.п. Количество рейтингов университетов увеличивается, и их популярность продолжает расти.

Как правило, при выборе вуза абитуриенты и их родители ориентируются на международные рейтинги университетов. Следует отметить, что первые рейтинги создавались именно для этой целевой аудитории и лишь позднее они стали использоваться в качестве инструментов управления как внутри университета, так и на уровне государства, а сегодня они превратились в один из значимых инструментов конкурентной борьбы.

Наиболее известными в мире рейтингами являются Академический рейтинг университетов мира (Шанхайский рейтинг), Рейтинг лучших университетов мира Times Higher Education World University Rankings, Мировой университетский рейтинг QS, Глобальный рейтинг The U.S. News & World Report.

Во всех указанных рейтингах суть заключается в том, что оценка эффективности работы (рейтинг) университетов вычисляется как

$$K = \sum_{j=1}^n K_j a_j, \quad (1)$$

где K_j – значение j -го критерия эффективности,

a_j – j -ый весовой коэффициент,

n – число критериев эффективности.

Далее университеты по различным методикам ранжируются в зависимости от значения оценки эффективности работы K . Про ранжированный список университетов и есть рейтинг. Естественно, у каждого вышеупомянутого рейтинга свои критерии эффективности. Рассмотрим их более подробно.

Академический рейтинг университетов мира - The Academic Ranking of World Universities (ARWU) составляется Институтом высшего образования Шанхайского университета Цзяо Тун [1]. Поэтому его часто называют еще Шанхайский рейтинг. ARWU – один из наиболее влиятельных рейтингов лучших университетов мира. Результаты рейтинга в виде списка 500 лучших университетов публикуются с 2003 года.

Этот рейтинг считается одним из старейших университетских рейтингов в мире. Рейтинг финансируется китайским правительством, и его первоначальная цель заключалась в оценке различий между университетами Китая и университетами «мирового класса». ARWU публикуется в британском журнале The Economist. Рейтинг получил высокую оценку за то, что, по мнению многих, является «последовательным и прозрачным».

Критерии эффективности работы университетов по Шанхайскому рейтингу приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Область оценки	Критерии эффективности	Значимость критерия
Научные публикации	Число статей, опубликованных в Nature или Science	20 %
	Число часто цитируемых публикаций (показатель цитируемости SCIE – Science Citation Index-Expanded и SSCI - Social Science Citation Index)	20 %
Качество преподавательского состава	Число преподавателей, обладающих Нобелевскими или Филдсовскими премиями	20 %
	Число часто цитируемых в научных изданиях публикаций	20 %
Качество обучения	Число выпускников вуза, получивших Нобелевскую или Филдсовскую премию. Под выпускниками понимаются те, кто получил степень бакалавра, магистра или доктора в исследуемом вузе. Считается только одна премия и одна степень. Большой удельный вес имеет число лиц, получивших степень после 1991 года, меньший - те, кто получил степень в период с 1901 по 1910 год	10 %
Академическая производительность	Соотношение пяти вышеизложенных критериев к численности персонала вуза	10 %

По каждому критерию, самым лучшим университетам мира присваивается 100 баллов, а оценка других университетов рассчитывается как процент от максимально возможного балла.

Так же происходит и общая оценка: результаты по каждому показателю являются взвешенными. Самым результативным университетам присваивается 100 баллов, оценка других университетов рассчитывается как процент от максимального. Ранг (позиция в списке) университета означает число лучших университетов, находящихся в списке выше данного.

Следует отметить высокую обоснованность выбора критериев эффективности работы университетов. Поскольку целью являлось определение лучших университетов мира, ориентация на высшие достижения (Нобелевские и Филдсовские премии и т.п.) полностью оправдана.

Качество обучения действительно сильно коррелирует с количеством выпускников, получивших нобелевскую или филдсовскую премии. Лучше всего о научной результативности говорит число публикаций в самых престижных журналах - Nature и Science, а также число часто цитируемых публикаций (показатель цитируемости SCIE - Science Citation Index-Expanded и SSCI - Social Science Citation Index). Качество преподавательского состава также сильно коррелирует с числом преподавателей – лауреатов Нобелевской и Филдсовской премий и числом часто цитируемых в научных изданиях публикаций преподавателей. Критерий - соотношение пяти вышеизложенных показате-

телей к численности персонала университета справедлив, так как позволяет небольшим университетам успешно конкурировать с большими университетами.

Недостатком данного рейтинга является субъективность весовых коэффициентов критериев эффективности.

Рейтинг лучших университетов мира (THE World University Rankings) — глобальное исследование и сопровождающий его рейтинг лучших высших учебных заведений мирового значения [2]. Рассчитан по методике британского издания Times Higher Education (THE) при участии информационной группы Thomson Reuters. Считается одним из наиболее влиятельных глобальных рейтингов университетов. Рейтинг разработан в 2010 году Times Higher Education совместно с Thomson Reuters в рамках глобального проекта Global Institutional Profiles Project и пришел на смену популярному рейтингу World University Rankings, который выпускался с 2004 года Times Higher Education совместно с компанией Quacquarelli Symonds.

В свою очередь, Quacquarelli Symonds с 2010 года выпускает рейтинг лучших университетов мира под названием QS World University Rankings, который также считается одним из ведущих в этой области.

Уровень достижений университетов оценивается на основании результатов комбинации статистического анализа их деятельности, аудированных данных, а также результатов ежегодного глобального экспертного опроса представителей международного академического сообщества и работодателей, которые высказывают свои мнения об университетах. Опросы охватывают десятки тысяч ученых из большинства стран мира. Критериями отбора экспертов для опроса служит наукометрический анализ продуктивности и цитируемости, а также преподавательская и научная деятельность в высших учебных заведениях более 16 лет, наличие не менее 50 опубликованных научных работ и другие критерии. В ходе опросов эксперты выбирают из шести тысяч учреждений только лучшие, по их мнению, высшие учебные заведения, а также сильнейшие университеты для продолжения образования на магистерском и докторском уровнях.

Анализ деятельности университетов складывается из 13 следующих критериев эффективности:

Критерий	Вес
Академическая репутация университета, включая научную деятельность и качество образования (данные глобального экспертного опроса представителей международного академического сообщества)	15,0 %
Научная репутация университета в определенных областях (данные глобального экспертного опроса представителей международного академического сообщества)	19,5 %
Общая цитируемость научных публикаций, нормализованная относительно разных областей исследований (данные анализа 12 тысяч научных журналов за пятилетний период)	32,5 %
Отношение опубликованных научных статей к численности профессорско-преподавательского состава (данные анализа 12 тысяч научных журналов за пятилетний период)	4,5 %
Объем финансирования исследовательской деятельности университета по отношению к численности профессорско-преподавательского состава (показатель нормализуется по паритету покупательной способности, исходя из экономики конкретной страны)	5,25 %
Объем финансирования сторонними компаниями исследовательской деятельности университета по отношению к численности профессорско-преподавательского состава	5,5 %

Отношение государственного финансирования исследовательской деятельности к общему исследовательскому бюджету университета	0,75 %
Отношение профессорско-преподавательского состава к численности обучающихся	4,5 %
Отношение количества иностранных представителей профессорско-преподавательского состава к численности местных	3,0 %
Отношение количества иностранных студентов к численности местных	2,0 %
Отношение защищенных диссертаций (Ph.D) к численности преподавательского состава	6,0 %
Отношение защищенных диссертаций (Ph.D) к численности бакалавров, идущих на звание магистра	2,25 %
Средний размер вознаграждения представителя преподавательского состава (показатель нормализуется по паритету покупательной способности, исходя из экономики конкретной страны)	2,25 %

По итогам ежегодного исследования составляется рейтинг 400 лучших университетов мира. В рейтинге не учитываются университеты, которые занимаются только специфическими областями исследований и имеют менее 200 научных публикаций в год.

Отсюда видно, что данный критерий более сложный по сравнению с Шанхайским критерием (13 критериев против 6) и более трудоемкий, так как глобальный экспертный опрос является длительной и дорогостоящей процедурой. Однако, он также популярен и широко используется. Критерии достаточно хорошо обоснованы и адекватно отражают различные аспекты эффективности работы университетов.

Недостатком данного рейтинга также является субъективность и однозначность весовых коэффициентов критериев эффективности.

Рейтинг лучших университетов мира (QS World University Rankings) — глобальное исследование и сопровождающий его рейтинг лучших высших учебных заведений мирового значения по показателю их достижений в области образования и науки [3]. Рассчитывается по методике британской консалтинговой компании Quacquarelli Symonds (QS). Считается одним из наиболее влиятельных глобальных рейтингов университетов.

Рейтинг оценивает университеты по следующим показателям: активность и качество научно-исследовательской деятельности, мнение работодателей и карьерный потенциал, преподавание и интернационализация. Эти показатели охватывают ключевые стратегические миссии университетов мирового значения, за которые они отвечают перед участниками процесса: академическим сообществом, работодателями, учащимися и их родителями. Ежегодно в исследовании оцениваются свыше 2,5 тысяч высших учебных заведений по всему миру. По его итогам составляется рейтинг 500 лучших университетов мира, а также рейтинги университетов по отдельным дисциплинам.

Уровень достижений университетов оценивается на основании результатов комбинации статистического анализа деятельности учебных заведений, аудированных данных (включая информацию по индексу цитирования из базы данных Scopus, крупнейшей в мире библиометрической базы данных научных публикаций), а также данных глобального экспертного опроса представителей международного академического сообщества и работодателей, которые высказывают свои мнения об университетах.

Для оценки деятельности университетов используются следующие **критерии эффективности:**

Критерий	Вес
Индекс академической репутации (опрос)	40 %
Индекс репутации среди работодателей (опрос)	10 %

Соотношение профессорско-преподавательского состава по отношению к численности обучающихся 20 %

Индекс цитирования научных статей преподавательского состава по отношению к численности преподавательского состава (база данных Scopus) 20 %

Доля иностранных преподавателей по отношению к численности преподавательского состава (по эквиваленту полной ставки) 5 %

Доля иностранных студентов по отношению к численности обучающихся (программы полного цикла обучения) 5 %.

В опросе представителей международного академического сообщества (QS Global Academic Survey) принимают участие профессора и руководители университетов со средним стажем в науке 19,6 лет. Среди них ведущие ученые и ректора более 500 университетов. Респондент может назвать до 30 университетов, не называя вуза, в котором он работает. Опрос проводится в пяти предметных областях: естественные науки, социальные науки, гуманитарные науки и искусство, науки о жизни, инженерные науки и технологии. В опросе представителей работодателей (QS Global Employer Survey) принимают участие несколько тысяч компаний из более чем 90 стран мира.

Составители рейтинга подчеркивают, что волатильность ТОП-100 университетов в QS World University Rankings заметно ниже, чем в большинстве других подобных рейтингов, что отражает зрелость и надежность используемой методологии. QS является членом Observatory on Academic Ranking and Excellence (IREG), регулирующего органа для организаций, составляющих рейтинги высших учебных заведений.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что критерии эффективности данного рейтинга четко сформулированы и хорошо обоснованы. К недостатку можно отнести ту же субъективность весовых коэффициентов.

Рейтинг U.S. News Best Global Universities Rankings публикуется медиакомпанией «U.S. News & World Report». Первый выпуск рейтинга был опубликован в 2014 году. Второй выпуск - в 2015 году. Предполагается, что данный рейтинг будет ежегодным.

Несмотря на то, что обозначенный мировой рейтинг выходит всего два года, медиакомпания «U.S. News & World Report» имеет большой опыт в выпуске рейтингов университетов. Данная компания на протяжении более 30 лет ранжировала американские университеты, позволяя определить, какое положение занимают американские университеты в мире, а также сравнить университеты внутри страны и региона (штата).

Рейтинг U.S. News Best Global Universities rankings, в основном, фокусируется на академических исследованиях университета и на общемировой репутации. Поставщиком информации при составлении рейтинга выступает компания Thomson Reuters, и, соответственно, база данных Web of Science.

U.S. News Best Global Universities Rankings считается одним из самых авторитетных мировых рейтингов университетов и характеризуется жесткими критериями отбора. Чтобы попасть в число ранжируемых вузов, университет должен входить в топ-200 по результатам опроса Academic Reputation Survey, ежегодно проводимого компанией Thomson Reuters. Второй из двух возможных фильтров для попадания в рейтинг - количество публикаций в научных журналах, индексируемых в базе данных Web of Science за пятилетний период (например, для рейтинга 2015-2016 года учитывались публикации, опубликованные в период 2009-2013 годы).

Рейтинг охватывает ТОП-750 университетов из 57 стран (в 2014-2015 году ТОП-500 из 49 стран). Первый шаг создания рейтинга - создание пула из 1000 университетов на основании данных Thomson Reuters InCites™ research analytics solutions, из которых выбирается ТОП-750. Помимо этого, в обозначенное число включаются университеты, которые публиковали наибольшее количество статей на протяжении 5 лет (2009-2013).

Второй шаг - подсчет рейтинга на основании следующих **12 критериев эффективности:**

- глобальная исследовательская репутация - 12.5 %;
- региональная исследовательская репутация - 12.5 %;
- публикационная активность - 10.0 %;
- книги - 2.5 %;
- конференции (публикации по результатам конференций) - 2.5 %;
- нормализованный индекс цитирования – 10 %;
- полное число цитирований - 7.5 %;
- количество публикаций, входящих в 10 % наиболее цитируемых публикаций - 12.5 %;
- доля публикаций, входящих в 10% наиболее цитируемых, в общем количестве публикаций – 10 %;
- международное сотрудничество - 10%;
- количество присужденных степеней Ph.D - 5%.

Критерии эффективности данного рейтинга также хорошо обоснованы, т.к. тесно коррелируют с различными аспектами эффективности работы университетов. Недостаток остается тем же самым – субъективность весовых коэффициентов.

Все четыре рейтинга направлены на оценку элитных университетов, вузов мирового класса. Они дают хорошую основу для создания национальных рейтингов, не только университетов, но и профессиональных учебных заведений. Критерии эффективности для национального рейтинга должны быть обоснованы на основе системного анализа ситуации в конкретной стране.

Четыре рассмотренных рейтинга имеют один общий недостаток – субъективность весовых коэффициентов. Один набор весовых коэффициентов – это одна точка зрения, пусть и консолидированная. Если поменять значения весовых коэффициентов, то результаты рейтинга могут измениться. Конечно, обоснованию весовых коэффициентов отводится достаточно много времени и сил. Высококвалифицированные эксперты долго обсуждают и приходят к какому-то компромиссу, т.е. к одному общему консолидированному мнению. Однако, субъективность остается и однозначность весовых коэффициентов не гарантирует минимума субъективности.

Субъективность весовых коэффициентов можно снизить следующим образом. Пусть имеем m экспертов. Каждый эксперт после обсуждения дает свой набор весовых коэффициентов. В результате будем иметь матрицу весовых коэффициентов:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & \dots & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где a_{ij} - j -ый весовой коэффициент i -го эксперта,

- m – число экспертов.

Далее вычисляется оценка эффективности работы (рейтинг) каждого университета для каждого набора весовых коэффициентов. Каждая строка представляет собой набор весовых коэффициентов одного эксперта. После вычислений каждая строка дает

один из вариантов рейтинга. В результате вычислений с использованием весовых коэффициентов матрицы (2), будем иметь m рейтингов университетов, соответствующих точкам зрения m экспертов. То есть каждому эксперту соответствует свой вариант рейтинга. Естественно, эти рейтинги будут отличаться друг от друга.

В результате имеем матрицу:

$$\begin{bmatrix} K^{11} & K^{12} & \dots & K^{1L} \\ K^{21} & K^{22} & \dots & K^{2L} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K^{m1} & K^{m2} & \dots & K^{mL} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где L -число университетов.

Определим сумму мест (рангов) для каждого университета:

$$K^k = \sum_{i=1}^m K^{ik}, \quad (4)$$

где K_i^k - рейтинг k -го университета, данный i -ым экспертом.

В результате, получим множество общего по всем экспертам значений оценки всех L университетов. Упорядочив это множество по возрастанию, мы получим окончательный рейтинг университетов

$$\{ K^1 K^2 \dots K^L \}. \quad (5)$$

В этом рейтинге университеты располагаются в порядке возрастания суммы мест, занятых университетом в m рейтингах. Первое место получает университет с наименьшей суммой мест, занятых в рейтингах всех экспертов. Он получает наиболее высокую оценку у всего множества экспертов. Такой рейтинг как бы суммирует результаты работы всех экспертов. Блок – схема алгоритма вычисления рейтинга по описанной методике показана на рис.1.

Возможен другой способ снижения субъективности весовых коэффициентов, который заключается в следующем. Эксперты задают не одно значение весового коэффициента, а его диапазон (a_n, a_g) , характеризующийся нижним и верхним граничными значениями. Но при этом, обязательно, должно выполняться условие:

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1, \quad (6)$$

т.е. сумма весовых коэффициентов всегда должна быть равна единице.

Этот диапазон делится на участки и его границы принимаются за значения весовых коэффициентов. В результате, получаем матрицу значений весовых коэффициентов (2). Различие в том, что роль экспертов играют границы участков диапазона значений весовых коэффициентов. Однако, строки матрицы, возможным наборам значений весовых коэффициентов, должны удовлетворять формуле (6). Далее все выполняется по вышеописанной схеме.

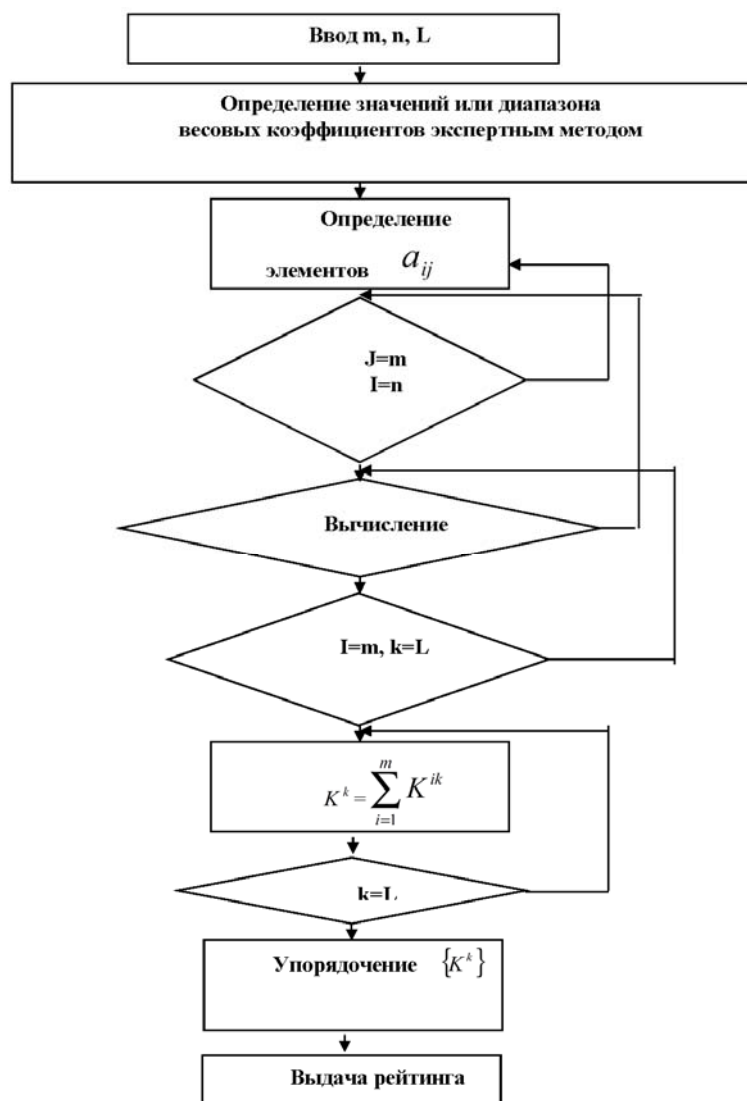


Рис.1. Блок – схема алгоритма вычисления рейтинга, снижающего субъективность весовых коэффициентов критериев эффективности работы университетов

Выводы:

1. Все вышеописанные международные рейтинги обладают общим недостатком, который заключается в субъективности весовых коэффициентов.

2. Субъективность весовых коэффициентов нельзя полностью устранить, но возможно снизить за счет учета множества мнений экспертов. Одному набору весовых коэффициентов соответствует один рейтинг.

3. Субъективность весовых коэффициентов можно снизить, используя для расчета не один набор весовых коэффициентов, а их множество и ранжировать университеты по сумме мест, занятых во множестве рейтингов.

4. Другой способ снижения весовых коэффициентов заключается в том, что эксперты задают не одно значение весового коэффициента, а его диапазон. Этот диапазон делится на участки, границы которых принимаются за значения весовых коэффициентов. Ранжирование также осуществляется по сумме мест по всему множеству полученных рейтингов.

Литература:

1. Academic Ranking of World Universities, 2010, Ranking Methodology.
2. Рейтинг лучших университетов мира по версии Times Higher Education. Гуманитарная энциклопедия [Электронный ресурс] // Центр гуманитарных технологий. — 16.03.2012 (последняя редакция: 05.05.2016). URL: <http://gtmarket.ru/ratings/the-world-university-rankings/info>.
3. Рейтинг лучших университетов мира по версии Quacquarelli Symonds. Гуманитарная энциклопедия [Электронный ресурс] // Центр гуманитарных технологий. — 10.10.2011 (последняя редакция: 29.04.2015). URL: <http://gtmarket.ru/ratings/qs-world-university-rankings/info>

УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Колесникова С.И., Егоров С.С., Дубина Н.Д.
e-mail: skolesnikova@yandex.ru

*Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия*

Аннотация. Рассматривается задача применения метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов для конструирования управления сложным (по Л.А. Растригину) экономическим объектом с наличием положительных и отрицательных обратных связей. Даются постановки задач управления, излагаются алгоритмы синтеза управления с теоретическим обоснованием. Приводятся содержательные примеры применения разработанных алгоритмов и результаты их численного моделирования. Результаты могут быть полезны при создании интеллектуальной системы управления в реальном режиме времени экономическими объектами различного назначения и принятия решений относительно процесса осуществления финансовой политики.

Введение

Методы анализа и управления, реализующие принцип направленной самоорганизации и декомпозиции нелинейных динамических систем в настоящее время стремительно набирают популярность в теории нелинейных систем. Привлекательность методов аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) научной школы А.А. Колесникова, бэкстеппинг (P.V. Kokotovic), управления в скользящем режиме (Уткин В.И.) заключается и в том, что в процессе синтеза системы управления производится учет физических особенностей управляемого объекта (согласно Красовскому А.А.) через специально выбранные инварианты, образующие целевые многообразия или желаемые целевые аттракторы нелинейной системы [1-7].

Отметим, что многомерные, многосвязные, нелинейные объекты с неопределенностью в описании называются сложными (по Л.А. Растригину). Напомним также, что по словам Дж. фон Неймана, «невозможно найти общие закономерности в поведении сложных систем».

Научные изыскания последних лет все чаще обращены к нелинейным моделям экономических объектов разнообразного приложения и масштаба (производственные и торговые предприятия, крупные кредитные организации и др.), которые более точны по отношению к реальным и описываются многосвязными нелинейными показателями, изменяющимися под действием положительных и отрицательных обратных связей (например, [8-11]).

В докладе рассматриваются задачи приложения методов нелинейной адаптации на многообразиях к экономическим моделям, а именно, поставлены и решены на основе единой методологии [7] различные задачи управления для следующих объектов с нелинейными моделями описания и наличием неустойчивых режимов: 1) рост капитала крупной корпорации; 2) изменение объемов продаж у двух конкурирующих фирм, производящих два одинаковых товара; 3) финансовая деятельность малого предприятия. Все рассматриваемые объекты управления представлены в виде систем разностных уравнений или систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с хаотическими режимами при определенных сочетаниях параметров (модели детермини-

рованного хаоса). Математические модели экономических объектов являются неустойчивыми (здесь) в разомкнутом состоянии, что содержательно означает следующее: существуют такие начальные условия и значения ключевых параметров объектов, что свойство саморегуляции экономики перестает работать [9, 11].

Постановки задач управления

Задача 1. В работе [12] показана связь обобщенной модели роста капитала:

$$K(n) = K_0 \cdot e^{\beta \cdot p \cdot n} \quad (1)$$

где K_0 - начальный объем капитала в момент времени $n=0$, β - коэффициент капитализации прибыли, или доля прибыли, которая идет на увеличение капитала, p - коэффициент рентабельности (отношение прибыли к затратам), s - дискретным аналогом модели Ферхюльста:

$$x_{n+1} = (1 + p) \cdot x_n - p \cdot x_n^2. \quad (2)$$

Здесь $x_{n+1} = K(n+1)/K_{\max}$, $K(n+1) = (1+r) \cdot K(n)$, x_n - изменение численности популяции в году n при нелинейном коэффициенте прироста p (аналог рентабельности, или отношения прибыли к затратам в динамике роста капитала); K_{\max} - максимально возможное значение объема капитала.

В этой же работе ставится (по сути) задача управления ростом капитала в виде:

$$x_{n+1} = (1 + p) \cdot x_n - p \cdot x_n^2 - y_{n+1}, \quad (3)$$

где величина изъятия капитала определяется следующим образом:

$$y_{n+1} = \begin{cases} (p+1) \cdot x_n - p \cdot x_n^2 - \bar{x}, & \text{если } (p+1) \cdot x_n - p \cdot x_n^2 > \bar{x}, \\ 0, & \text{если } (p+1) \cdot x_n - p \cdot x_n^2 \leq \bar{x}. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь \bar{x} - некоторое фиксированное число, и политика изъятия избыточного капитала заключается в его полном изъятии с сохранением «несгораемого» остатка, если величина текущего капитала больше порогового числа \bar{x} .

Поставим теперь задачу управления ростом капитала таким образом, чтобы была возможность аналитически обоснованной реализации любой стратегии перераспределения финансовых средств (изъятия, в том числе), продиктованной нуждами организации и заданной лицом, принимающим решение (ЛПР).

С этой целью рассмотрим задачу управления ростом капитала в виде:

$$x_{n+1} = (1 + p) \cdot x_n - p \cdot x_n^2 + u_n, \quad (5)$$

и потребуем, чтобы управление u_n обеспечивало выполнение заданной аналитически цели (в частности ЛПР):

$$\Psi_n = x_n - x_n^* = 0, \quad (6)$$

где x_n^* - заданная динамика целевой траектории для показателя x_n ; Ψ_n - некоторая новая макропеременная.

Ставится задача конструирования управления, обеспечивающего перевод дискретной системы (5) из произвольного начального состояния в окрестность заданного состояния (6) и, что немаловажно для практики, асимптотически устойчиво удерживающего объект управления в этой окрестности.

Задача 2. Рассмотрим экономическую модель изменения объемов продаж двух фирм [11]:

$$\begin{cases} X_{i+1} = X_i(\alpha C_0 - \mu\beta_x X_i Y_i), \\ Y_{i+1} = A(\alpha C_0 - \mu\beta_y X_i Y_i), \end{cases} \quad (7)$$

где X_{i+1} , Y_{i+1} – ожидаемые объемы очередных продаж однотипной продукции в $(i+1)$ -й период, реализуемых частным и государственным предприятиями, соответственно; X_i , Y_i – объемы предыдущих продаж; C_0 – средний доход покупателя в регионе; β_x , β_y – цены на товары у предприятий, A – количественная характеристика государственных нужд в этом виде продукции (); α , μ – коэффициенты пропорциональности; $i = 0 \dots N$.

Поставим для примера (без ограничения общности, как будет ниже показано при решении задачи) задачу вывода объема продаж фирмы с преобладающим государственным капиталом на заданный уровень. Содержательно под управляющим воздействием будем понимать переменную, предназначенную для реализации оптимальной стратегии поведения на рынке двух конкурирующих производителей с целью достижения множества желаемых (заданных) состояний. Объект управления будет иметь описание:

$$\begin{cases} X_{i+1} = X_i(\alpha C_0 - \mu\beta_x X_i Y_i), \\ Y_{i+1} = u_i(\alpha C_0 - \mu\beta_y X_i Y_i), \end{cases} \quad (8)$$

где u_i – мультипликативно входящая в уравнение переменная управляющего воздействия, $i = 0 \dots N$. Ставится задача нахождения такого управляющего воздействия, чтобы была достигнута цель, заданная в виде:

$$Y_i = \rho X_i, \quad i = 0 \dots N, \quad (9)$$

ρ – коэффициент пропорциональности. Выражение (9) определяет заданный баланс между продажами товара у двух фирм.

Задача 3. Рассмотрим модель деятельности малого предприятия с описанием [7, 11]:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = \alpha X_2 X_3 - \gamma X_1, \\ \dot{X}_2 = \mu(X_2 + X_3) - \beta X_1 X_3, \\ \dot{X}_3 = \delta X_2 - \lambda X_3, \end{cases} \quad (10)$$

Среди предельных состояний системы (10) имеет место и странный аттрактор Лоренца, с содержательной точки зрения означающий нежелательное (хаотическое) состояние объекта. В модели (10) переменные X_1, X_2, X_3 здесь интерпретированы как количественные характеристики финансовых вложений/изыманий в такие показатели деятельности предприятия как число сотрудников, величину капитала, объем использования новых технологий, соответственно; величины δ , α , β , γ , λ , μ – коэффициенты пропорциональности (пример: компьютерная фирма по ремонту вычислительной техники). Поставим частные (без ограничения общности) задачи скалярного и векторного управления таким объектом с целью «удержания» системы (10) в окрестности заданного устойчивого состояния.

Задача 3.1 (скалярное управление). Рассмотрим следующий объект управления (на основе описания (1)):

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = \alpha X_2 X_3 - \gamma X_1, \\ \dot{X}_2 = \mu (X_2 + X_3) - \beta X_1 X_3, \\ \dot{X}_3 = \delta X_2 - \lambda X_3 + u, \end{cases} \quad (11)$$

где u - переменная управления. Определим, как возможный вариант, цель управления в виде (аналитически определенная желаемая целевая зависимость):

$$\psi = X_3 + \rho X_2 = 0, \quad (12)$$

где ψ - целевая макропеременная, равенство нулю которой определяет целевое многообразие, содержательно означающее заданное соотношение между переменными объекта. Содержательный смысл условия (12) здесь определим как баланс между величиной капитала, затратами на обучение сотрудников и на развитие новых технологий на предприятии, ρ - коэффициент пропорциональности. Поставим задачу синтеза управления для объекта (11), обеспечивающего достижение цели управления $\psi(X) = 0$, X - вектор состояния.

Задача 3.2 (векторное управление). Рассмотрим объект управления с описанием:

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = \alpha X_2 X_3 - \gamma X_1 + u_1, \\ \dot{X}_2 = \mu (X_2 + X_3) - \beta X_1 X_3, \\ \dot{X}_3 = \delta X_2 - \lambda X_3 + u_2, \end{cases} \quad (13)$$

где $u = (u_1, u_2)$ - искомая векторная переменная. Требуется осуществить управление в пространстве состояний объекта, переводящее объект (13) из заданного начального состояния $X_0 = (X_{01}, X_{02})$ в окрестность двумерного (по числу скалярных переменных управления) целевого многообразия $\psi(X) = 0$, $\psi = (\psi_1, \psi_2)$:

$$\begin{cases} \psi_1 = X_1 + \rho_1 X_2 = 0, \\ \psi_2 = X_3 + \rho_2 X_2 = 0, \end{cases} \quad (14)$$

где коэффициенты ρ_1, ρ_2 несут вышеупомянутый смысл. Содержательно условия (14) могут быть интерпретированы как одновременное выполнение требований на соблюдение баланса между величиной капитала и затратами на внедрение новых технологий и баланса между величиной капитала и затратами на сотрудников, соответственно.

Решения задач управления

Алгоритм синтеза управления с программно определяемой адаптацией к заданному многообразию предполагает выполнение следующих практически не обременительных условий [7]: 1) существует асимптотически устойчивая (в целом) целевая система, удовлетворяющая заданным технологическим условиям; 2) все решения исходной системы должны быть ограниченными; 3) исходная модель состояния объекта должна быть стабилизируема; 4) существует целевое аттрактивное многообразие по отношению к исходной системе уравнений объекта с описанием: $\psi(X) = 0$, где $\psi(X) = (\psi_1(X), \dots, \psi_m(X))$ - некоторая заданная непрерывная дифференцируемая векторная функция, отвечающая требуемым физическим свойствам целевого состояния [2], называемая целевой макропеременной; 5) функционал качества синтезируемой системы управления имеет вид [7]:

$$\Phi = \int_0^{\infty} \sum_{l=1}^m [\phi_l^2(\psi_l) + \omega_l^2 \psi_l^2] dt$$

со следующими условиями на функции $\phi_l(\psi_l)$, $l = \overline{1, m}$:

- 1) $\phi_l(\psi_l)$ однозначные, непрерывные, дифференцируемые функции для всех i ;
- 2) $\phi_l(0) = 0$;
- 3) $\phi_l(\psi_l)\psi_l > 0$, $\forall \psi_l \neq 0$.

Весовые коэффициенты ω_l являются параметрами настройки регулятора и пропорциональны длительности движения изображающей точки до целевого многообразия (целевого аттрактора) $(X)=0$, m – размерность вектора управления.

В указанных предположениях математические постановки всех вышеперечисленных задач будут трансформированы в следующие: требуется осуществить управление в пространстве состояний объекта, переводящее объект из заданного начального состояния x_0 в окрестность целевого многообразия $(X) = 0$ и доставляющие минимум функционалу качества с учетом m -мерности управляющего воздействия.

Замечание. Функционал имеет прозрачный «физический» смысл и обобщает классический квадратичный функционал. Так, первое слагаемое в выражении для функционала отражает различные целевые свойства объекта управления, а второе – свойство синтезируемой системы управления для динамического объекта (скорость стремления к устойчивому состоянию).

Решение задачи 1. Введем наряду с макропеременной $\psi(x)$, содержащей информацию о целевой траектории, дискретный оптимизирующий функционал качества вида:

$$\Phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (\gamma^2 \psi_n^2 + (\Delta \psi_n)^2). \quad (15)$$

Утверждение 1. Для функционала Φ_1 уравнение $\Delta F_{\Delta \psi}(i) - \Delta F_{\psi}(i+1) = 0$, где $F(n) = \gamma^2 \psi_n^2 + (\Delta \psi_n)^2$, $\Delta F_{\Delta \psi}(i) = \partial F / \partial \Delta \psi = 2 \Delta \psi_i$, $F_{\psi}(i+1) = \partial F / \partial \psi = 2 \gamma^2 \psi_{i+1}$ будет уравнением Эйлера-Лагранжа.

Утверждение 2. Для функционала Φ_1 уравнения вида:

$$\psi_{n+1} + \lambda \psi_n = 0, \quad |\lambda| < 1, \quad n \geq 1 \quad (16)$$

определяют семейство устойчивых экстремалей, доставляющих минимум функционалу Φ_1 . При этом скаляры λ и γ связаны соотношением: $\lambda = 0.5 \left(2 + \gamma^2 - \sqrt{(2 + \gamma^2)^2 - 4} \right)$.

Справедливость утверждений проверяется непосредственно и опирается на результаты теоретической механики (см., напр., работы А.С. Галиуллина, Н.П. Еругина).

Алгоритм вывода управления в задаче 1 для объекта (5)

1. Формулируется вариационная задача: $\Phi_1 \rightarrow \min$ при ограничении (6).
2. Выражение для ψ из (6) подставляется в функциональное уравнение вида (16) с последующим учетом описания (5):

$$\psi_{n+1} + \lambda \psi_n = x_{n+1} - x_{n+1}^* + \lambda \psi_n = x_{n+1} - x_{n+1}^* + \lambda \psi_n = (p+1)x_n - px_n^2 + u_n - x_{n+1}^* + \lambda \psi_n = 0, \quad n \geq 1.$$

3. Разрешаем последнее уравнение относительно переменной u_n :

$$u_n = -\lambda\psi_n + x_{n+1}^* + px_n^2 - (p+1)x_n, \quad n \geq 1. \quad (17)$$

Утверждение 3. Управление (17) асимптотически устойчиво выводит объект (5) на заданное целевое многообразие (6) с обеспечением минимума функционала качества управления (15), при этом параметр системы управления интерпретируется как величина, пропорциональная длительности переходного периода.

На рисунке 1 показаны результаты сравнения двух подходов к управлению ростом капитала с условием $x_n^* = x^* = const$ при разных значениях параметра λ , при этом, как было выше показано, алгоритм 1 обеспечивает возможность осуществления любой заданной политики роста капитала.

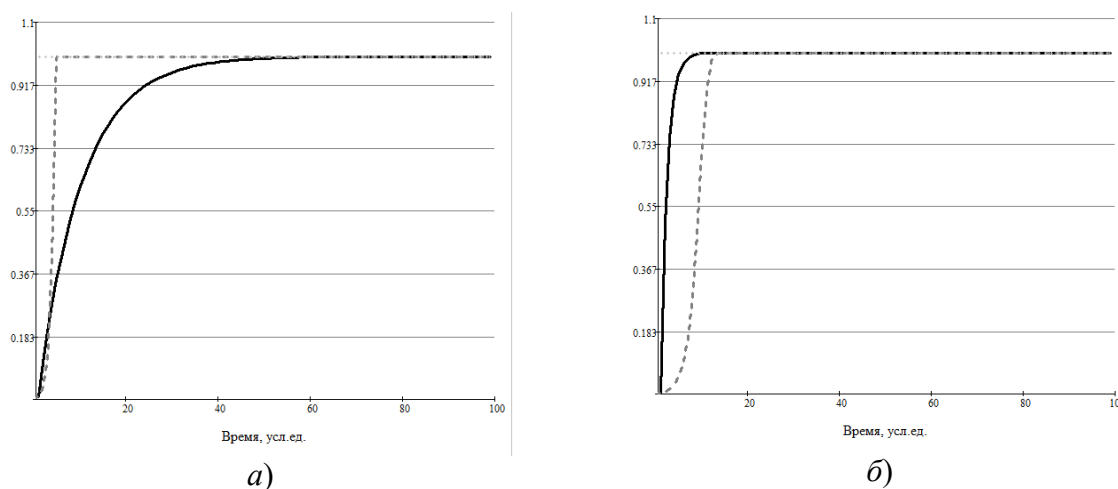


Рисунок 1 - Результат работы двух методов: сплошное начертание – АКАР - управление, пунктир-начертание управление на основе [12]
а) при $p=2.9, \lambda=0.9$; б) при $p=0.9, \lambda=0.5$

Решение задачи 2. Введем дискретный оптимизирующий функционал Φ_2 качества управления вида (15), где макропеременная уже будет иметь вид: $\psi_n = Y_n - \rho X_n$, $n \geq 1$, согласно требованию (9).

Алгоритм вывода управления в задаче 2 для объекта (8)

1. Формулируется вариационная задача: $\Phi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} (\gamma^2 \psi_n^2 + (\Delta \psi_n)^2) \rightarrow \min$ при ограничении (6).

2. Выражение для $\psi_n = Y_n - \rho X_n$ подставляется в функциональное уравнение вида (16):

$$\psi_{n+1} + \lambda\psi_n = x_{n+1} - x_{n+1}^* + \lambda\psi_n = Y_{n+1} - \rho X_{n+1} + \lambda(Y_n - \rho X_n) = 0, \quad |\lambda| < 1, \quad n \geq 1.$$

3. Подставляем уравнения (8) в последнее уравнение и разрешаем его относительно переменной u_n :

$$u_n = \frac{\rho(X_n(\alpha C_0 - \mu_{\beta_x} X_n Y_n) - \lambda(Y_n - \rho X_n))}{\alpha C_0 - \mu_{\beta_y} X_n Y_n}, \quad n \geq 1. \quad (18)$$

Утверждение 4. Управление (18) асимптотически устойчиво выводит объект (8) на заданное целевое многообразие $\psi_n = Y_n - \rho X_n = 0$ с обеспечением минимума функционала качества управления Φ_2 , при этом параметр системы управления интерпретируется как величина, пропорциональная длительности переходного периода.

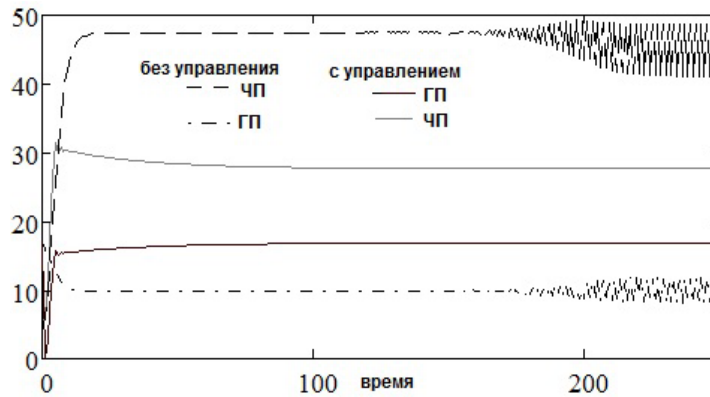


Рисунок 2 - Сравнительный график координат системы с АКАР-управлением и без управления

Из рисунка 2 следует, что у объекта (8) с управлением вида (18) появился новый аттрактор, которой объект ранее не обладал. Таким образом, АКАР-управление может обеспечить объекту новые асимптотически устойчивые свойства в виде «навязанного» извне целевого многообразия $\psi_n = 0$.

Решение задачи 3. Введем непрерывный оптимизирующий функционал $\Phi_{3.1}$ качества синтезируемого управления для объекта (11), где макропеременная уже будет иметь вид (12).

Алгоритм вывода скалярного управления в задаче 3.1.

1. Формулируется вариационная задача:

$$\Phi_{3.1} = \int_0^{\infty} (\psi^2 + T^2 \dot{\psi}^2) dt \rightarrow \min \quad (19)$$

при ограничении $\psi(t) = X_3(t) + \rho X_2(t) = 0$.

2. Выражение из (12) подставляется в функциональное уравнение вида:

$$T\dot{\psi} + \psi = 0, \quad T = \text{const} > 0. \quad (20)$$

3. В выражение (20) подставляются уравнения целевой макропеременной $\psi(t) = X_3(t) + \rho X_2(t)$ из левой части (12) и объекта (11), затем полученное уравнение разрешается относительно переменной u :

$$u = -(\rho\mu + \delta)X_2 - (\rho\mu - \lambda)X_3 + \beta\rho X_1 X_3 - T^{-1}\psi. \quad (21)$$

Утверждение 5. Управление (21) асимптотически устойчиво выводит объект (11) на заданное целевое многообразие (12) с обеспечением минимума функционала качества управления (19) (T - параметр системы управления, интерпретируемый как величина, пропорциональная длительности переходного периода).

Поведение декомпозированной системы на достигнутом многообразии $\psi = 0$ с учетом, что $X_{3\psi} = -\rho X_{2\psi}$ (снабдим переменные декомпозированной системы дополнительным индексом ψ), подчиняется уравнениям:

$$\begin{aligned}\dot{X}_{1\psi} &= -\alpha\rho X_{2\psi}^2 - \gamma X_{1\psi}, \\ \dot{X}_{2\psi} &= \mu(X_{2\psi} - \rho X_{2\psi}) - \beta\rho X_{1\psi} X_{2\psi}^2.\end{aligned}$$

Можно убедиться, что производная соответствующей функции Ляпунова вида $V = 0.5X_{1\psi}^2 + 0.5X_{2\psi}^2$ при управлении (8) для такой системы будет отрицательна: $\dot{V} = -\gamma X_{1\psi}^2 - X_{1\psi} X_{2\psi}^2 (\beta\rho X_{2\psi} - \alpha\rho) + X_{2\psi}^2 \mu(1-\rho) < 0$, и, таким образом, полученное управление u обеспечивает асимптотическую устойчивость системы управления (2), (8) (рисунок 3).

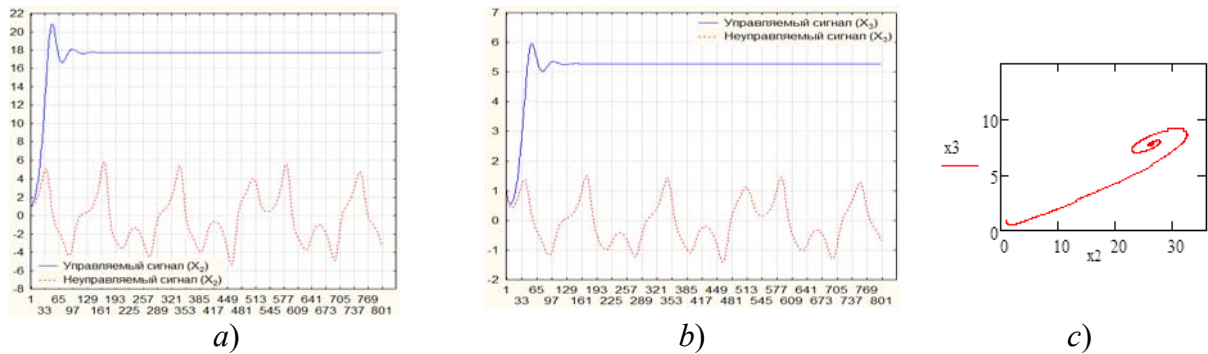


Рисунок 3 - Поведение системы управления (11), (12), (21): *a*) поведение координаты X_2 ; *b*) поведение координаты X_3 ; *c*) фазовый портрет (X_2, X_3)

Моделирование проводилось при следующих значениях параметров:

$\alpha = 1.3319$, $\beta = 3.337$, $\gamma = 0.99$, $\delta = 1.047$, $\lambda = 3.52$, $\mu = 1.68$, $T = 0.21$, $\Delta = 0.1$, $\rho_1 = -0.15$, $\rho_2 = -0.35$, где Δ - параметр дискретизации времени наблюдения.

Для решения задачи векторного управления введем оптимизирующий функционал $\Phi_{3.2}$ качества синтезируемого управления для объекта (13), где две макропеременные уже будут иметь вид (14).

Алгоритм вывода векторного управления в задаче 3.2.

1. Формулируется вариационная задача:

$$\Phi_{3.2} = \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^2 (T_n^2 \dot{\psi}_n^2(t) + \psi_n^2(t)) dt \rightarrow \min, \quad 0 < T_n < \infty \quad (22)$$

при ограничении (14).

2. Выражения $\dot{\psi}_n$ из (14) подставляются в функциональные уравнения вида:

$$T_n \dot{\psi}_n(t) + \psi_n(t) = 0, \quad T_n = \text{const} > 0, \quad n = 1, 2. \quad (23)$$

3. В выражения (23) подставляются уравнения целевых макропеременных из левой части (14) и объекта (13), затем полученные уравнения разрешаются относительно переменных u_n , $n = 1, 2$:

$$\begin{aligned} u_1 &= (\gamma - T_1^{-1})X_1 - \rho_1(\mu + T_1^{-1})X_2 - \rho_1\mu X_3 + \beta\rho_1 X_1 X_3 - \alpha X_2 X_3, \\ u_2 &= (\lambda - \rho_2\mu - T_2^{-1})X_3 - (\delta + \rho_2\mu + T_2^{-1}\rho_2)X_2 + \beta\rho_2 X_1 X_3. \end{aligned} \quad (24)$$

Утверждение 6. Векторное управление $u = (u_1, u_2)$ асимптотически устойчиво выводит объект (13) на заданное целевое многообразие (14) с обеспечением минимума функционала качества управления (22) ($T_n, n = 1, 2$ - параметры системы управления, пропорциональные длительности переходного периода).

Приведенные на рисунке 4 графики управляемых координат свидетельствуют о «хорошем» качестве управления объектом (13), обеспечивающим и достижение цели (14) в смысле глобального минимума функционала $\Phi_{3,2}$ и асимптотически устойчивое удержание объекта управления (13) в окрестности заданного многообразия $(X) = 0, = (1, 2)$.

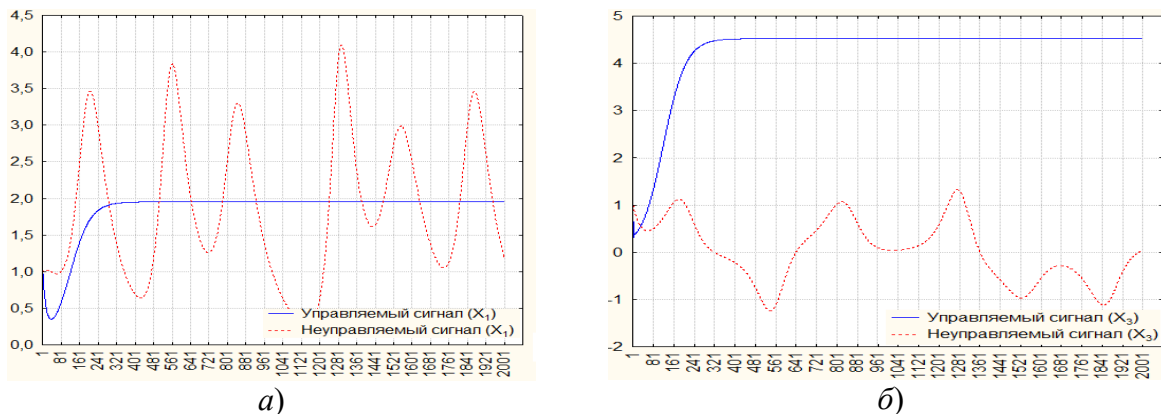


Рисунок 4 - Поведение системы управления (13), (14), (24): а) поведение координаты X_1 , б) поведение координаты X_3

Моделирование проводилось при тех же значениях параметров объекта управления и со значениями параметров системы управления: $T_1 = 0.1591$, $T_2 = 0.099$, $\Delta = 0.01$.

Заключение

Поставлены и решены задачи управления тремя нелинейными экономическими объектами, описание которых представлено в виде систем нелинейных обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений с хаотическими режимами при определенных сочетаниях параметров (моделей детерминированного хаоса). Аналитический синтез систем скалярного и векторного управления, переводящих исходный объект из неустойчивого состояния в устойчивое и обеспечивающих дальнейшую стабилизацию объекта в состоянии, осуществлен на основе метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов. Важно заметить, что задаваемая целевая зависимость между показателями объекта управления определяет целевое многообразие (целевой аттрактор) как новое желаемое состояние объекта, которое ему возможно и несвойственно в свободном (неуправляемом) режиме. Именно вид целевой макропеременной определяет разные способы организации процесса управления экономическим объектом.

Робастность и асимптотическая устойчивость сконструированных систем управления подтверждена результатами численного моделирования в расчетных и нерасчетных условиях (аддитивных помех по параметрам объекта).

Литература

1. Lorenz H.W. Nonlinear dynamical economics and chaotic motion. Berlin: Springer-Verlag, 1989. 248 p.
2. Красовский А.А. Математическая и прикладная теория. Избранные труды. М.: Наука, 2002. 362 с.
3. Халил Х.К. Нелинейные системы: монография. - М.: Институт компьютерных исследований; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 812 с.
4. Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах / Санкт-Петербург: ЛКИ, 2008. – 384 с.
5. P.V. Kokotovic and M. Arcak. (1999) Activation of Nonlinear Feedback Concepts, in System Theory: Modeling, Analysis, and Control // The Springer International Series in Engineering and Computer Science: Springer-Verlag New York, LLC. 379-389.
6. V. I. Utkin, “Sliding mode control in discrete-time and difference systems,” Variable Structure and Lyapunov Control, A. S. Zinober, Ed. London, U.K.: Springer-Verlag, 1993, pp. 83–103.
7. Колесников А. А. Синергетика и проблемы теории управления: сборник научных трудов / Под ред. А.А. Колесникова. – Москва: Физмалит, 2004. – 504 с.
8. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 488 с.
9. Занг В.Б. Синергетическая экономика. Время и переменны в нелинейной экономической теории. М.: Мир, 1999. 311 с.
10. Росс С.И. Математическое моделирование и исследование национальной экономики. СПб.: ГУ ИТМО, 2006. 61 с.
11. Шаповалов В. И. Моделирование синергетических систем: метод пропорций и другие математические методы. М.: Проспект, 2015. – 136 с.
12. Емцева Е.Д., Солодухин К.С. Модель роста капитала в условиях неопределенности [Электронный ресурс] // Электронный научный журнал «Современные проблемы науки и образования», 2013. №6. Режим доступа: <http://www.science-education.ru/pdf/2013/6/699.pdf>. Дата обращения: 30.12.2013.

ПРИНЯТИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ В НЕФТЕГАЗОВОЙ ОТРАСЛИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Костылев А.О., Скопина Л.В.

e-mail: l.v.skopina@gmail.com

Новосибирский государственный университет, Россия

***Аннотация.** В статье систематизированы критерии принятия управленческих решений при оценке инвестиционных проектов. Анализируются основные факторы неопределенности, которые требуется учитывать при оценке инвестиционных проектов в нефтегазовой сфере: геологическая и экономическая неопределенности, неопределенность коммерческой ценности, технологическая, политическая, экологическая и управленческая неопределенности. Проведенный анализ позволяет сделать вывод о необходимости комплексного учета факторов неопределенности при построении моделей для принятия оптимальных управленческих решений. Отмечается потребность внедрения и использования в практике современных методов оценки (метод реальных опционов, вероятностное моделирование и методы Монте Карло).*

***Ключевые слова:** нефтегазовые инвестиционные проекты, критерии управленческих решений, факторы неопределенности при оценке.*

"Следует заранее примириться с тем, что всякое принятое решение сомнительно, ибо это в порядке вещей, что, избежав одной неприятности, попадаешь в другую"

(Николо Макиавелли)

1 Введение

Сложная геополитическая обстановка в мире, направленная на изоляцию России в международном экономическом пространстве, требует квалифицированной оценки возможностей реализации инвестиционных проектов в условиях нарастания факторов неопределенности и рисков.

В этой связи актуальность задач по повышению эффективности управленческих решений имеет большое значение в обеспечении экономического роста в отраслях российской экономики, в том числе в нефтегазовом секторе как ее локомотиве.

2 Критерии принятия управленческих решений при оценке инвестиционных проектов

В работах [1, 2, 3] приводятся следующие критерии принятия управленческого решения относительно реализации инвестиционного проекта (ИП):

1. *Абсолютное значение чистого дисконтированного денежного потока (NPV criterion)*

Критерий предписывает реализовывать ИП только в случае положительного чистого дисконтированного денежного потока (NPV) от его осуществления. Впервые описание этого метода можно найти в работе Dean [4]. В современной практике корпоративного управления именно этот критерий принятия управленческого решения является доминирующим при оценке целесообразности реализации ИП. Стоит отметить, что непрофессиональное использование такого подхода грозит принятием неэффективного инвестиционного решения. Приведём простой пример: инвестиционный проект, по сравнению с аналогом, может демонстрировать более высокое значение чистого дис-

континированного денежного потока (NPV), но при этом требует больших капитальных вложений в начальные годы, а отдача начинается спустя несколько лет после начала работы проекта-аналога. В таком случае инвестору будет разумнее диверсифицировать риски и вложиться в несколько проектов, каждый из которых позволит обернуть денежные средства несколько раз из-за более короткого срока окупаемости.

Кроме того, в сам критерий заложен субъективизм: для расчёта NPV необходимо прогнозирование будущего потока чистых доходов, который должен быть дисконтирован по заранее определённой процентной ставке.

Анализируя современную научную литературу и практику оценки ИП, можно обнаружить многочисленные модификации предложенного Dean [4] метода: вариация ставки дисконта по годам, приведение расходов и доходов к нулевому периоду с использованием разных дисконтирующих множителей, использование анализа чувствительности NPV к вариации основных параметров модели вместо точечной оценки и т.д. Однако критерий положительного решения о реализации инвестиционного проекта остаётся прежним: величина $NPV > 0$.

2. Пороговая рентабельность (*Hurdle Rate rule*)

Внутренняя норма рентабельности есть значение дисконта, при котором величина суммарного дисконтированного потока наличности за расчетный период равна нулю [1]. Правило пороговой рентабельности предписывает инвестировать в проект, когда внутренняя норма доходности (IRR) превышает заранее определённое пороговое значение (*Hurdle Rate*). Robert L. McDonald [3] отмечает, что важно сравнивать внутреннюю норму доходности с пороговой рентабельностью не только в заданный период времени. Возможно, эффективнее отложить проект сегодня и начать его реализацию в ближайшем будущем.

IRR не может быть вычислена в следующих ситуациях: все значения годового потока доходов отрицательны или все значения годового потока доходов положительны. Кроме того, возможны ситуации, когда внутренняя норма доходности не может быть найдена при смене знака денежного потока в промежуточный период жизненного цикла ИП или существует несколько значений IRR, при подстановке которых NPV равняется 0. Важно указать основное допущение правила пороговой рентабельности: возможность для инвестора реинвестировать полученный денежный поток по ставке IRR. Очевидно, что это не всегда возможно. Кроме того, возникает вопрос, почему ставка реинвестирования должна различаться для двух проектов с аналогичными характеристиками риска, но разными показателями IRR.

3. Индекс прибыльности (*Profitability Index*)

Индекс прибыльности (IP) характеризует экономическую отдачу вложенных средств и рассчитывается как отношение суммарных приведенных чистых поступлений (прибыли от реализации и амортизационных отчислений) к суммарному объёму первоначальных вложений в ИП [1]. Критерий одобрения реализации ИП: индекс прибыльности превышает заранее выбранное пороговое значение. В специализированной литературе IP обычно описывается как критерий, наиболее часто используемый для ранжирования проектов, когда средства для инвестирования ограничены.

4. Срок окупаемости (*Payback rule*)

Срок окупаемости капитальных вложений определяется количеством лет, по истечении которых накопленный отрицательный денежный поток за начальные годы реализации проекта полностью компенсируется последующими положительными значениями. Денежные потоки могут быть дисконтированы или нет. Как и в предыдущих критериях, определяется пороговое значение, и проект получает финансирование в случае

приемлемого срока окупаемости вложений. Главным недостатком критерия является игнорирование денежных потоков по наступлению окупаемости проекта.

5. *Другие критерии*

По мнению авторов, в эту категорию следует отнести следующие факторы, влияющие на принятие решения о реализации ИП:

1) *Положительный синергетический эффект от реализации проекта.* Например, реализуя несколько ИП в одном регионе, стоит учитывать их взаимное влияние друг на друга. Положительный эффект масштаба (экономия на общей инфраструктуре, управлении, снабжении, сбыте и т.д.) может определить перспективность инвестирования даже тогда, когда по другим критериям проект характеризуется как неэффективный. При реализации проектов по вводу в хозяйственный оборот нефтегазовых месторождений Западной Сибири менеджерами часто использовался этот критерий.

2) *Стратегия компании.* Компании, выходящие на новый рынок с помощью агрессивной экспансии (например, демпинга) и/или захватывающие доминирующее положение в отрасли/регионе, готовы пойти на реализацию на первый взгляд неэффективных проектов.

3) *Политические мотивы.* Государственные компании зачастую реализуют социально-ориентированные проекты, которые формально не отвечают критериям прибыльности, но которые решают важнейшие социальные задачи целого региона или страны: занятость населения, стабильные налоговые поступления, экономическая независимость, мультипликативный эффект для экономики страны и т.д.

4) *Комплексное предложение.* Органы государственной власти, выставя перспективный нефтегазовый актив на продажу, могут добавить к нему "в нагрузку" экономически неэффективный. Так будет достигнута сбалансированная прибыльность для инвестора: убытки от реализации относительно худшего проекта будут компенсированы положительным эффектом более прибыльного.

5) *Поведенческие стимулы менеджера.* Обычной практикой ведения бизнеса является делегирование собственником (акционерами) принятия ряда управленческих решений (в т.ч. инвестиционных) менеджменту компании – наёмным профессионалам в своей области. В своей работе [5] Katona писал, что "в современном мире положение любой компании на рынке напрямую зависит от качества финансовых и стратегических решений, принимаемых её менеджментом. Выбор этих решений обусловлен комплексом мотиваций, на основе которых менеджер принимает управленческие решения". Менеджеры могут иметь неэкономические причины принятия решений. Руководитель как носитель конфиденциальной и истинной информации о реальном состоянии дел в компании находится в более выгодном положении в части удовлетворения собственных интересов.

6) *Прочие.* В работе не рассматриваются в силу редкой применимости на практике.

Все вышеперечисленные критерии имеют положительные и отрицательные черты. В каждом конкретном случае компании подходят к оценке инвестиционного проекта индивидуально. Зачастую менеджеры при одобрении инвестиционного проекта используют многокритериальный подход [6]. В этом случае альтернативные проекты оцениваются по ряду показателей, далее каждому приписывается определённый вес. Суммирование критериев с весами даёт агрегированный показатель, на основе которого и выбирается проект. Но и этот подход не лишён недостатков: выбор весов субъективен. Критерий принятия решения о реализации проекта не нейтрален к определению значимости отдельных характеристик проекта. Кроме того, отдельные характеристики проекта могут быть невзаимозаменяемыми, что требует при корректном подсчёте агрегированного показателя.

Альтернативой описанного выше метода вычисления агрегированного показателя оценки может быть принцип выбора по принципу «меньшего из зол». Этот подход пришёл из теории игр: проекты, не отвечающие хотя одному из заранее определённых критериев, исключаются из рассмотрения. Безусловно, и этот подход имеет свои недостатки: возможен выбор проекта «среднего» с точки зрения общей полезности.

Рассмотренные выше критерии принятия управленческих решений относительно реализации ИП являются универсальными и могут быть использованы в нефтегазовой отрасли. Однако реализация нефтегазовых ИП имеет свои особенности, которые стоит проанализировать более подробно.

3 Неопределенность - неотъемлемая характеристика ИП в нефтегазовой отрасли

Важно принимать во внимание тот факт, что изучение и разработка месторождения углеводородного сырья являются вероятностным процессом, которому присущи высокий уровень неопределённости и риски. В обыденном понимании неопределенность обычно связывается с такими характеристиками, как непредсказуемость, случайность, неоднозначность, нечеткость. Под неопределенностью в данной работе мы будем понимать наличие нескольких возможных исходов каждой альтернативы. Термин "риск" будет обозначать возможность количественной оценки неблагоприятного исхода в условиях неопределенности.

Неопределённость параметров ИП может обуславливаться следующими факторами [6]:

- неполнотой или неточностью информации о значениях наиболее существенных технических, технологических или экономических параметров объектов;
- ошибками в расчётах параметров проекта, обусловленных экстраполяцией на будущее данных и зависимостей, имевших место в прошлом и иными факторами;
- упрощением в расчётах финансово-экономических параметров проекта, обусловленных моделированием сложных технических или организационно-экономических систем.

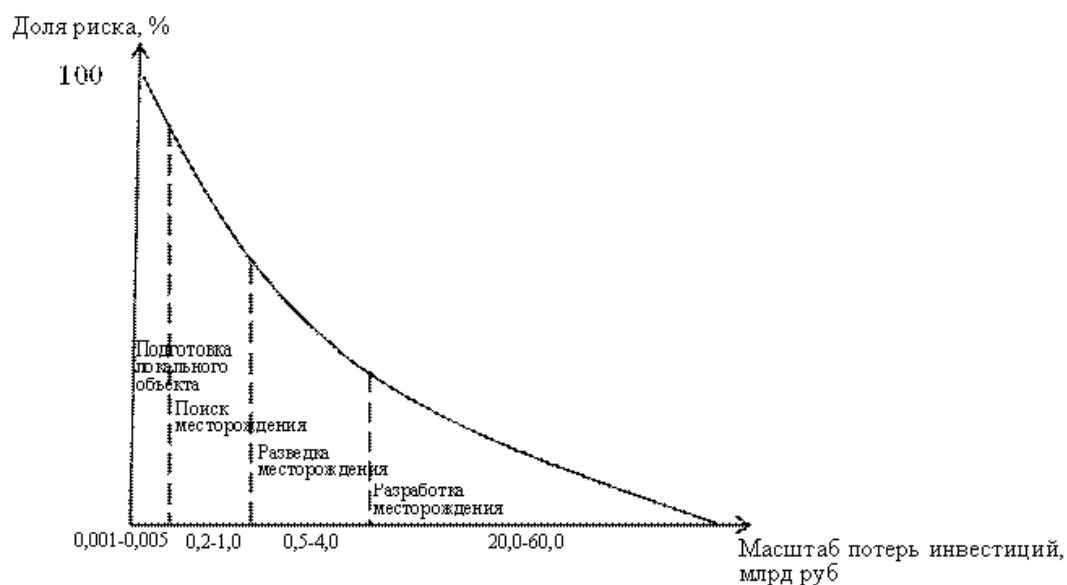


Рисунок 1 - Соотношение доли риска и масштабов потерь инвестиций

В.И. Назаров и Л.В. Калист [7] иллюстрируют соотношение рисков и масштабов потерь от инвестиций на разных стадиях изученности месторождения углеводородных ресурсов (см. Рис. 1).

Комментарий к рисунку 1. На начальных стадиях реализации проекта вероятность получить неудовлетворительный результат от реализации ИП максимальна по причине низкой изученности месторождения. В то же время в начале инвестиционного процесса масштаб потенциальных потерь является относительно небольшим. В ходе реализации инвестиционного процесса объём осуществленных инвестиций увеличивается, что обуславливает и увеличение потенциального масштаба потерь. Но вместе с развитием ИП поступает достоверная информация о реально достижимых результатах. Новая информация позволяет скорректировать прогнозы, предпринять необходимые управленческие решения и снизить вероятность потерь.

Можно выделить следующие факторы неопределённости в добыче углеводородов, которые должны учитываться при проведении оценки эффективности ИП [8,9]:

1) *Геологическая неопределённость.* Под геологической неопределённостью подразумевается риск несоответствия параметров качества и количества извлекаемых запасов нефти их первоначальным оценкам: нефтегазовые запасы и их качество окажутся ниже ожидаемого уровня. Крайний случай – это риск не подтверждения открытия месторождения. По мере проведения ГРП геологическая неопределённость снижается. Чем выше степень изученности месторождения, тем ниже вероятность неверных оценок качества и количества запасов и ресурсов.

Примерами реализации геологической неопределенности могут служить неудавшиеся "сланцевые революции" в области газодобычи в Польше. Такие известные международные компании как Marathon, Talisman, Exxon и Eni, поверившие в перспективность коммерческой добычи сланцевого газа в Польше, отказались от реализации инвестиционных проектов из-за не подтверждения первоначальных оценок запасов, что привело к нецелесообразности дальнейшего осуществления инвестиций в разведку и добычу.

2) *Экономическая неопределённость.* В первую очередь она обусловлена изменениями мировых цен на нефть и нефтепродукты, нестабильной рыночной конъюнктурой, уровнем инфляции, ставками налогов, изменениями валютных курсов и т.д. Важным фактором экономической неопределённости являются издержки на проведение ГРП и разработку месторождения. Этот вид неопределённости обусловлен преимущественно внешними факторами, соответственно нефтедобывающие компании практически не могут её регулировать, только лишь прогнозировать, либо оценивать на основе экспертных оценок.

Указанный фактор неопределенности реализовался в 2014 году: с июня по декабрь цена нефти марки Brent на мировых биржах снизилась со 115 до 55 долл. США за баррель. Такое значительное снижение стоимости нефти повлияет на приостановку или отказ от реализации многих инвестиционных проектов в нефтегазовой отрасли, а также приведет к пересмотру инвестиционных планов в кратко- и среднесрочной перспективе.

3) *Неопределённость коммерческой ценности открытого месторождения.* Она относится не только к геологической, но и к экономической ценности. Коммерческая ценность зависит от следующих параметров: объемов запасов и ресурсов нефти, условий залегания нефти, дебитов скважин, географического расположения месторождения (расстояние до трубопровода, природно-климатические особенности), уровень эксплуатационных и капитальных затрат.

Иллюстрацией влияния указанного фактора неопределенности на инвестиционный процесс может служить тот факт, что власти Китая (США объявили КНР обладателем

крупнейших ресурсов сланцевого газа в мире) в 3 раза снизили план по добыче сланцевого газа на 2020 год со 100 до 30 млрд. кубометров в год из-за "сложной геологии".

4) *Технологическая неопределённость*, связанная с прогнозом технологических показателей разработки месторождения. Под технологической неопределённостью понимают также возможность возникновения неблагоприятных, в том числе аварийных, ситуаций из-за неправильного выбора, или несоответствия техническим нормам оборудования, ошибочного выбора технологической схемы разработки месторождения.

Крупнейшей ошибкой в области нефтедобычи в СССР часто называют разработку уникального Самотлорского нефтегазоконденсатного месторождения, геологические запасы нефти которого были оценены в 7,1 млрд. т, а извлекаемые — в 2,7 млрд. т. Из-за неправильного выбора варианта разработки случилось обводнение месторождения, что привело к резкому падению его продуктивности.

5) *Политическая неопределённость*, которая обуславливается нестабильной политической ситуацией в стране. Так же, как и экономическая, вызвана внешними факторами, соответственно нефтедобывающие компании не могут адекватно регулировать степень данной неопределённости. Прогнозировать её ещё труднее, чем экономическую.

Факторы политической неопределённости привели к тому, что многие европейские и американские энергетические компании понесли большие убытки из-за вложений в инвестиционные проекты в некоторых африканских странах (например, в Алжире и Ливии) и на Ближнем Востоке (например, в Сирии и Ираке).

6) *Экологическая неопределённость*, обусловленная наступлением ответственности за нанесение ущерба окружающей среде, а также жизни и здоровью третьих лиц. Возникает из-за событий природного (катаклизмы) и техногенного характера.

Примером экологической аварии, приведшей к ухудшению финансового положения такой крупнейшей международной энергетической компании как BP, может считаться случившийся в апреле 2010 г. разлив нефти в Мексиканском заливе. Последствиями разлива нефти стали загрязнение 1100 миль побережья США, массовая гибель флоры и фауны в зоне экологической катастрофы. Всего к концу 2013 г. BP потратила на возмещение причиненного техногенной катастрофой урона более 14 миллиардов долларов.

7) *Управленческая неопределённость*. В реальном бизнесе наблюдается делегирование полномочий принятия инвестиционных решений от собственников к менеджеру. Менеджер же преследует свои цели при принятии управленческих решений. Этим обуславливается неопределённость, связанная с принятием управленческих решений и определяющая финансово-экономические параметры ИП в период его жизненного цикла.

Менеджеры, принимающие инвестиционные решения, склонны завышать собственные силы и переоценивать результаты проектов, находящихся под их контролем. Результаты многочисленных исследований подтверждают, что завышение менеджерами прибыльности и капитальных затрат при реализации инвестиционных проектов является важнейшими следствиями эффекта излишней самоуверенности. Эффект излишней самоуверенности менеджеров как фактор неопределённости описан нами в статье "Эффект излишней самоуверенности менеджера как фактор неопределённости при оценке нефтегазовых инвестиционных проектов", вышедшей в журнале "Вестник НГУ: социально-экономические науки" в 2013 г. [11].

4 Выводы

Систематизация факторов неопределённости, присущих ИП в нефтегазовой отрасли, позволяет сделать вывод о необходимости их комплексного учета при постро-

нии моделей оценки для принятия оптимальных управленческих решений. В силу ограниченности традиционного DCF метода, чтобы комплексно учесть рассмотренные факторы неопределенности возникает потребность внедрения и использования в практике более продвинутых методов оценки. Такими методами могут быть метод реальных опционов, вероятностное моделирование с помощью дерева решений и метода Монте Карло. Более подробно с указанными методами можно ознакомиться в статье "Развитие доходных методов оценки эффективности разработки лицензионных участков с учётом неопределённости и рисков" [12].

Игнорирование неопределенности и рисков способно привести к много миллиардным убыткам инвесторов, ухудшению деловой репутации и потере рыночных позиций по сравнению с конкурентами. Создание и внедрение эффективного риск-менеджмента, которые позволят корректно учитывать сразу несколько факторов риска и неопределенности, а также их взаимное влияние на оценку ИП, должны стать приоритетной задачей для собственников и наемных менеджеров ведущих нефтегазовых компаний.

Литература

1. Boyle G. and Guthrie G. Payback and the value of waiting to invest. — University of Otago, 1997. — 25 с.
2. Dixit A. and Pindyck R. Investment under Uncertainty. — Princeton University Press, 1994. — 488 с.
3. McDonald R. Real Options and Rules of Thumb in Capital Budgeting. — Northwestern University, 1995. — 29 с.
4. Dean J. Capital Budgeting. — Columbia University Press, 1951. — 157 с.
5. Katona G. Psychological Analysis of Business Decisions and Expectations. — American Economic Review, 1946. — 186 с.
6. Keeney R. and Raiffa H. Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. — New York: Wiley, 1976. — 592 с.
7. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика. — М.: Дело, 2002. — 888 с.
8. Назаров В.И., Калист Л.В. Риски в системе управленческих решений по выбору направлений и объектов освоения морских углеводородных ресурсов // Нефтегазовая геология. Теория и практика: электронный научный журнал. — СПб.: ВНИГРИ, 2007.
9. Андреев А.Ф., Зубарева В.Д., Саркисов А.С. Методические аспекты оценки инвестиционных проектов в нефтяной и газовой промышленности. — М.: Полиграф, 1996. — 200 с.
10. Герт А.А., Волкова К.Н., Немова О.Г., Супрунчик Н.А. Геолого-экономическая и стоимостная оценка месторождений и участков недр, содержащих запасы и ресурсы нефти и газа. — Новосибирск, 2007. — 122 с.
11. Мкртчян Г.М., Костылев А.О., Скопина Л.В. Эффект излишней самоуверенности менеджера как фактор неопределенности при оценке нефтегазовых инвестиционных проектов // Вестник НГУ: социально-экономические науки — Новосибирск, 2013
12. Мкртчян Г.М., Морозов В.П., Скопина Л.В., Шубников Н.Е. Развитие доходных методов оценки эффективности разработки лицензионных участков с учётом неопределённости и рисков // Наука и образование. — 2012. №3. — с. 101–105.

ПОЧТИ СЧЕТНАЯ КАТЕГОРИЧНОСТЬ В УПОРЯДОЧЕННЫХ СТРУКТУРАХ

Кулпешов Б.Ш.

Международный университет информационных технологий, Казахстан

Аннотация. В настоящей работе исследуется понятие почти счетной категоричности в упорядоченных структурах. В частности, устанавливается бинарность подкласса почти счетно категоричных слабо o -минимальных теорий.

1. Предварительные сведения

Пусть L – счетный язык первого порядка. Всюду в данной статье мы рассматриваем L -структуры и предполагаем что L содержит символ бинарного отношения $<$, который интерпретируется как линейный порядок в этих структурах. Настоящая работа касается понятия *слабой o -минимальности*, первоначально глубоко исследованного в [1]. Подмножество A линейноупорядоченной структуры M называется *выпуклым*, если для любых $a, b \in A$ и $c \in M$ всякий раз когда $a < c < b$ мы имеем $c \in A$. *Слабо o -минимальной структурой* называется линейно упорядоченная структура $M = \langle M, =, <, \dots \rangle$ такая, что любое определимое (с параметрами) подмножество структуры M является объединением конечного числа выпуклых множеств в M . Вспомним что такая структура M называется *o -минимальной*, если каждое определимое (с параметрами) подмножество структуры M является объединением конечного числа интервалов и точек в M . Таким образом, слабая o -минимальность является обобщением o -минимальности. Вещественно замкнутые поля с собственным выпуклым кольцом нормирования обеспечивают важный пример слабо o -минимальных (не o -минимальных) структур.

Пусть A, B – произвольные подмножества линейно упорядоченной структуры M . Тогда выражение $A < B$ означает, что $a < b$ всякий раз когда $a \in A$ и $b \in B$. Выражение $A < b$ (соответственно $b < A$) означает, что $A < \{b\}$ ($\{b\} < A$). Через $<_{lex}$ обозначаем отношение лексикографического упорядочения. Для произвольного типа p мы обозначаем через $p(M)$ множество реализаций типа p в M . Для произвольного кортежа $\bar{b} = \langle b_1, b_2, \dots, b_n \rangle$ длины n мы обозначаем через \bar{b}_i кортеж $\langle b_1, b_2, \dots, b_i \rangle$ для каждого $1 \leq i \leq n-1$. Если $B \subseteq M$ и E – отношение эквивалентности на B , то мы обозначаем через B/E множество представителей E -классов, лежащих в B . Если f – функция на M , то мы обозначаем через $Dom(f)$ область определения функции f , а через $Range(f)$ – ее область значений. Теория T является *бинарной*, если любая формула теории T эквивалентна в T булевой комбинации формул самое большее от двух свободных переменных.

В следующих определениях M – слабо o -минимальная структура, $A, B \subseteq M$, $M - |A|^+$ -насыщенна, $p, q \in S_1(A)$ – неалгебраические.

Определение 1.1 (Байжанов Б.С., [2]) Будем говорить что тип p не является *слабо ортогональным* типу q , если существуют A -определимая формула $H(x, y)$, $a \in p(M)$ и $\beta_1, \beta_2 \in q(M)$ такие что $\beta_1 \in H(M, a)$ и $\beta_2 \notin H(M, a)$.

Лемма 1.2 ([2], Corollary 34 (iii)) Отношение не слабой ортогональности является отношением эквивалентности на $S_1(A)$.

Определение 1.3 [3] Будем говорить что тип p не является *вполне ортогональным* типу q , если существует A -определимая биекция $f : p(M) \rightarrow q(M)$. Будем говорить что слабо o -минимальная теория является *вполне o -минимальной*, если понятия слабой и вполне ортогональности 1-типов совпадают.

Пример 1.4 [1] Пусть $M = \langle M; <, P_1^1, P_2^1, f^1 \rangle$ – линейно упорядоченная структура такая, что M есть непересекающееся объединение интерпретаций унарных предикатов P_1 и P_2 , при этом $P_1(M) < P_2(M)$. Мы отождествляем интерпретацию P_2 с множеством рациональных чисел Q , упорядоченном как обычно, а P_1 с $Q \times Q$, упорядоченном лексикографически. Символ f интерпретируется частичной унарной функцией с $Dom(f) = P_1(M)$ и $Range(f) = P_2(M)$ определяется равенством $f((n, m)) = n$ для всех $(n, m) \in Q \times Q$.

Может быть доказано, что $Th(M)$ – слабо o -минимальная теория. Пусть $p(x) := \{P_1\}$, $q(x) := \{P_2\}$. Очевидно что $p, q \in S_1(\emptyset)$, p и q не слабо ортогональны, но p и q вполне ортогональны, т.е. $Th(M)$ не является вполне o -минимальной.

Пример 1.5 Пусть $M = \langle M; <, P_1^1, P_2^1, f^1 \rangle$ – линейно упорядоченная структура, так что M есть непересекающееся объединение интерпретаций унарных предикатов P_1 и P_2 , при этом $P_1(M) < P_2(M)$. Мы отождествляем интерпретации P_1 и P_2 с копиями множества Q , упорядоченными как обычно. Символ f интерпретируется частичной унарной функцией с $Dom(f) = P_1(M)$ и $Range(f) = P_2(M)$ и определяется посредством равенства $f(a) = a'$ для всех $a \in P_1$, где a' – копия числа a в P_2 .

Может быть доказано, что $Th(M)$ – вполне o -минимальная теория. Пусть $p(x) := \{P_1\}$, $q(x) := \{P_2\}$. Очевидно, что $p, q \in S_1(\emptyset)$ и f – \emptyset -определимая биекция $p(M)$ на $q(M)$.

Определение 1.6 [4, 5] Пусть $p_1(x_1), \dots, p_n(x_n)$ – 1-типы из $S(T)$ с дизъюнктивными множествами свободных переменных. Тип $q(x_1, \dots, x_n) \in S(T)$ называется (p_1, \dots, p_n) -*типом*, если $q(x_1, \dots, x_n) \supseteq \bigcup_{i=1}^n p_i(x_i)$. Множество всех (p_1, \dots, p_n) -типов теории T обозначается через $S_{p_1, \dots, p_n}(T)$. Счетная теория T называется *почти a -категоричной*, если для любых типов $p_1(x_1), \dots, p_n(x_n) \in S(T)$ существует лишь конечное число типов $q(x_1, \dots, x_n) \in S_{p_1, \dots, p_n}(T)$.

Вполне o -минимальные теории являются подклассом класса слабо o -минимальных теорий, наследующим многие свойства o -минимальных теорий. Почти a -категоричность тесно связана с понятием эренфойхтовости теории. Так, в работе [4] доказано, что если T – почти a -категоричная теория с условием $I(T, a) = 3$, то в теории T интерпретируется плотный линейный порядок. В работе [6] были полностью описаны a -категоричные вполне o -минимальные теории. Это описание влечет их бинарность. В настоящей работе мы устанавливаем бинарность почти a -категоричных вполне o -минимальных теорий.

2. Результаты

Определение 2.1 [7] Пусть M – слабо o -минимальная структура, $A \subseteq M$, $M - |A|^+$ -насыщенна, $p \in S_1(A)$ – неалгебраический.

(1) A -определимая формула $F(x, y)$ называется p -стабильной, если существуют $a, \gamma_1, \gamma_2 \in p(M)$ такие, что $F(M, a) \setminus \{a\} \neq \emptyset$ и $\gamma_1 < F(M, a) < \gamma_2$.

(2) p -стабильная формула $F(x, y)$ называется *выпуклой вправо (влево)*, если существует $a \in p(M)$ такой, что $F(M, a)$ выпукло, a – левая (правая) конечная точка множества $F(M, a)$ и $a \in F(M, a)$.

Пусть $F_1(x, y), F_2(x, y)$ – p -стабильные выпуклые вправо(влево) формулы. Будем говорить, что $F_2(x, y)$ *больше чем* $F_1(x, y)$, если существует $a \in p(M)$ такой, что $F_1(M, a) \subset F_2(M, a)$.

Определение 2.2 [8] Будем говорить, что p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула $F(x, y)$ является *эквивалентность-генерирующей*, если для любых $a, \beta \in p(M)$ таких, что $M \models F(\beta, a)$, имеет место следующее:

$$M \models \forall x(x \geq \beta - (F(x, a) \leftrightarrow F(x, \beta))) \quad (M \models \forall x(x < \beta - (F(x, a) \leftrightarrow F(x, \beta))))$$

Лемма 2.3 [8] Пусть M – слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M$, $M - |A|^+$ -насыщенна, $p \in S_1(A)$ – неалгебраический, $F(x, y)$ – p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула. Предположим, что $F(x, y)$ не является эквивалентность-генерирующей. Тогда существуют $a, \beta \in p(M)$ такие, что

$$M \models F(\beta, a) \wedge \exists x(-F(x, a) \wedge F(x, \beta))$$

Лемма 2.4 [8] Пусть M – слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M$, $M - |A|^+$ -насыщенна, $p \in S_1(A)$ – неалгебраический, $F(x, y)$ – p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула. Тогда следующая формула $F'(x, y) := \exists z(F(z, y) \wedge F(x, z))$ также является p -стабильной выпуклой вправо (влево).

Лемма 2.5 [8] Пусть M – слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M$, $p \in S_1(A)$ – неалгебраический, $M - |A|^+$ -насыщенна. Предположим что $F(x, y)$ – p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула, являющаяся эквивалентность-генерирующей. Тогда

1) $G(x, y) := F(y, x)$ – p -стабильная выпуклая влево (вправо) формула, являющаяся также эквивалентность-генерирующей.

2) $E(x, y) := F(x, y) \vee F(y, x)$ – отношение эквивалентности, разбивающее $p(M)$ на бесконечное число бесконечных выпуклых классов.

Предложение 2.6 Пусть T – почти a -категоричная слабо о-минимальная теория, $p \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраический. Тогда любая p -стабильная выпуклая вправо (влево) формула является эквивалентность-генерирующей.

Следствие 2.7 Пусть T – почти a -категоричная слабо о-минимальная теория, $p \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраический. Если $a_1 < a_2$ – реализации типа p , то существует a_3 такой, что $a_1 < a_3 < a_2$.

Следствие 2.8 Пусть T – почти a -категоричная слабо о-минимальная теория, $M \models T$, $p \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраический, $E(x, y)$ – \emptyset -определимое отношение эквивалентности, разбивающее $p(M)$ на выпуклые классы, причем имеется не менее двух таких классов. Тогда E разбивает $p(M)$ на бесконечное число таких классов, так что индуцированный порядок на классах является плотным порядком без конечных точек.

Определение 2.9 [9] Пусть T – слабо α -минимальная теория, M – достаточно насыщенная модель теории T , и пусть $\varphi(x)$ – произвольная M -определимая формула с одной свободной переменной. Ранг выпуклости формулы $\varphi(x)$ ($RC(\varphi(x))$) определяется следующим образом:

1) $RC(\varphi(x)) \geq 1$, если $\varphi(M)$ бесконечно.

2) $RC(\varphi(x)) \geq \alpha + 1$, если существуют параметрически определимое отношение эквивалентности $E(x, y)$ и бесконечная последовательность элементов $b_i, i \in \alpha$, такие, что:

Для любых $i, j \in \alpha$, всякий раз когда $i \neq j$ мы имеем $M \models \neg E(b_i, b_j)$

Для каждого $i \in \alpha$ $RC(E(x, b_i)) \geq \alpha$ и $E(M, b_i)$ – выпуклое подмножество множества $\varphi(M)$

3) $RC(\varphi(x)) \geq \delta$, если $RC(\varphi(x)) \geq \alpha$ для всех $\alpha < \delta$ (δ предельный).

Если $RC(\varphi(x)) = \alpha$ для некоторого α , то мы говорим что $RC(\varphi(x))$ определяется. В противном случае (т.е. если $RC(\varphi(x)) \geq \alpha$ для всех α), мы полагаем $RC(\varphi(x)) = \infty$.

Рангом выпуклости 1-типа p ($RC(p)$) называется инфимум множества $\{RC(\varphi(x) \mid \varphi(x) \in p\}$, т.е. $RC(p) := \inf\{RC(\varphi(x) \mid \varphi(x) \in p\}$.

Ранг выпуклости произвольной одноместной формулы $\varphi(x)$ назовем *бинарным* и будем обозначать через $RC_{bin}(\varphi(x))$, если в Определении 2.9 параметрически определимые отношения эквивалентности заменим на \emptyset -определимые (т.е. бинарные) отношения эквивалентности.

Лемма 2.10 Пусть T – почти α -категоричная слабо α -минимальная теория, $p \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраический. Тогда $RC_{bin}(p) < \alpha$.

Доказательство Леммы 2.10. Допустим противное: $RC_{bin}(p) \geq \alpha$. Тогда существует бесконечное число \emptyset -определимых отношений эквивалентности $\{E_i(x, y) \mid i \in \alpha\}$ такое, что либо для любого $a \in p(M)$

$$E_1(a, M) \subset E_2(a, M) \subset \dots \subset E_i(a, M) \subset \dots$$

либо для любого $a \in p(M)$

$$E_1(a, M) \supset E_2(a, M) \supset \dots \supset E_i(a, M) \supset \dots$$

Пусть $E_0(x, y) := x = y$. Рассмотрим для каждого $n \in \alpha$ следующее множество формул:

$$p_n(x, y) := p(x) \cup p(y) \cup \{E_n(x, y) \wedge \neg E_{n-1}(x, y)\}$$

Оно локально совместно. Тогда получаем, что число (p_1, p_2) -типов бесконечно, где $p_i(x_i) := p(x_i), i = 1, 2$. Последнее противоречит почти α -категоричности T .

Предложение 2.11 Пусть T – почти α -категоричная вполне α -минимальная теория. Тогда в любой модели теории T имеет место принцип замены для алгебраического замыкания.

Лемма 2.12 Пусть T – произвольная полная теория, $M \models T$, $A \subseteq M$, $M \dashv A^+$ – насыщенная, $m, n < \omega, \bar{a} = \langle a_1, \dots, a_m \rangle, \bar{a}' = \langle a'_1, \dots, a'_m \rangle \in M^m$, $\bar{b} = \langle b_1, \dots, b_n \rangle, \bar{b}' = \langle b'_1, \dots, b'_n \rangle \in M^n$ такие, что $tp(\bar{b} / A) = tp(\bar{b}' / A), tp(\langle a_i, b_j \rangle / A) = tp(\langle a'_i, b'_j \rangle / A)$ для всех $1 \leq i \leq m$,

$1 \leq j \leq n$ и $tp(\langle \bar{a}, \bar{b}_{n-1} \rangle / A) = tp(\langle \bar{a}', \bar{b}'_{n-1} \rangle / A)$. Тогда $tp(\langle \bar{a}, \bar{b} \rangle / A) \neq tp(\langle \bar{a}', \bar{b}' \rangle / A)$ влечет существование $b''_n \in M$ такого, что $tp(\langle \bar{b}_{n-1}, b_n \rangle / A) = tp(\langle \bar{b}_{n-1}, b''_n \rangle / A)$, $tp(\langle a_i, b_n \rangle / A) = tp(\langle a_i, b''_n \rangle / A)$ для всех $1 \leq i \leq m$ и $tp(\langle \bar{a}, \bar{b}_{n-1}, b_n \rangle / A) \neq tp(\langle \bar{a}, \bar{b}_{n-1}, b''_n \rangle / A)$.

Лемма 2.13 Пусть T – почти α -категоричная вполне о-минимальная теория, $M \models T$, $p, q \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраические, не слабо ортогональные типы. Тогда для любых $a, a' \in p(M), b_1 < b_2, b'_1 < b'_2 \in q(M)$ таких, что $tp(\langle b_1, b_2 \rangle / \emptyset) = tp(\langle b'_1, b'_2 \rangle / \emptyset)$ мы имеем $tp(\langle a, b_1, b_2 \rangle / \emptyset) = tp(\langle a', b'_1, b'_2 \rangle / \emptyset)$.

Определение 2.14 [1] Пусть M – слабо о-минимальная структура, $D \subseteq M$ – бесконечно, $f : D \rightarrow M$ – функция. Будем говорить, что f является *локально возрастающей* (локально убывающей, локально константой) на D , если для любого $x \in D$ существует бесконечный интервал $J \subseteq D$, содержащий x , так что f является строго возрастающей (строго убывающей, константой) на J .

Будем также говорить, что функция f является *локально монотонной* на множестве $D \subseteq M$, если f является либо локально возрастающей, либо локально убывающей на D .

Пусть f – A -определимая функция на $D \subseteq M$, E – A -определимое отношение эквивалентности на D . Мы говорим что f – *строго возрастающая* (убывающая) на D/E , если для любых $a, b \in D$ с условиями $a < b$ и $\neg E(a, b)$ мы имеем $f(a) < f(b)$ ($f(a) > f(b)$).

Предложение 2.15 [6] Пусть M – слабо о-минимальная структура, $A \subseteq M$, $p \in S_1(A)$ – неалгебраический тип. Тогда любая функция, область определения которой содержит множество $p(M)$, является локально монотонной или локально константой на $p(M)$.

Лемма 2.16 Пусть T – почти α -категоричная вполне о-минимальная теория, $M \models T$, $p, q \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраические, слабо ортогональные типы, $a \in p(M), b \in q(M)$, $q' := tp(b / \{a\})$. Предположим что существует $\{a\}$ -определимая функция f такая, что $q'(M) \subseteq \text{Dom}(f)$ и f не является константой на $q'(M)$. Тогда существует \emptyset -определимое отношение эквивалентности $E(x, y)$, разбивающее $q'(M)$ на бесконечное число выпуклых классов, так что f является строго монотонной на $q'(M)/E$.

Пусть $A \subseteq B \subseteq M, B$ конечно, $p_1, p_2, \dots, p_s \in S_1(A)$ – неалгебраические. Мы говорим, что семейство 1-типов $\{p_1, \dots, p_s\}$ является *слабо ортогональным над B* , если каждый s -кортеж $\langle a_1, \dots, a_s \rangle \in p_1(M) \times \dots \times p_s(M)$ удовлетворяет одному и тому же типу над B . Мы говорим, что семейство 1-типов $\{p_1, \dots, p_s\}$ является *ортогональным над B* , если для любой последовательности $(n_1, \dots, n_s) \in \omega^s$, для любых возрастающих кортежей $\bar{a}_1, \bar{a}'_1 \in [p_1(M)]^{n_1}, \dots, \bar{a}_s, \bar{a}'_s \in [p_s(M)]^{n_s}$ таких, что $tp(\bar{a}_1 / B) = tp(\bar{a}'_1 / B), \dots, tp(\bar{a}_s / B) = tp(\bar{a}'_s / B)$ мы имеем $tp(\langle \bar{a}_1, \dots, \bar{a}_s \rangle / B) = tp(\langle \bar{a}'_1, \dots, \bar{a}'_s \rangle / B)$.

Если $A \subseteq M, p_1, p_2 \in S_1(A)$ и они слабо ортогональны, то очевидно что $\{p_1, p_2\}$ является слабо ортогональным над A .

Лемма 2.17 Пусть T – почти a -категоричная вполне о-минимальная теория, $p_1, \dots, p_m \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраические попарно слабо ортогональные типы. Тогда $\{p_1, \dots, p_m\}$ слабо ортогонально над \emptyset .

Теорема 2.18 Пусть T – почти a -категоричная вполне о-минимальная теория, $p_1, \dots, p_m \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраические попарно слабо ортогональные типы. Тогда $\{p_1, \dots, p_m\}$ ортогонально над \emptyset .

Доказательство Теоремы 2.18. Докажем индукцией по $m \geq 2$.

Шаг 2. Докажем индукцией по (n_1, n_2) что для любых возрастающих

$$\bar{a} = \langle a_1, a_2, \dots, a_{n_1} \rangle, \bar{a}' = \langle a'_1, a'_2, \dots, a'_{n_1} \rangle \in [p_1(M)]^{n_1},$$

$$\bar{b} = \langle b_1, b_2, \dots, b_{n_2} \rangle, \bar{b}' = \langle b'_1, b'_2, \dots, b'_{n_2} \rangle \in [p_2(M)]^{n_2}$$

таких, что $tp(\bar{a}/\emptyset) = tp(\bar{a}'/\emptyset), tp(\bar{b}/\emptyset) = tp(\bar{b}'/\emptyset)$ мы имеем

$$tp(\langle \bar{a}, \bar{b} \rangle / \emptyset) = tp(\langle \bar{a}', \bar{b}' \rangle / \emptyset)$$

Случай (1, 1) является тривиальным. Предположим что шаг 2 установлен для любого $(k_1, k_2) <_{lex} (n_1, n_2)$ и докажем его для (n_1, n_2) . Допустим противное: предположим что $tp(\langle \bar{a}, \bar{b} \rangle / \emptyset) \neq tp(\langle \bar{a}', \bar{b}' \rangle / \emptyset)$. В силу слабой ортогональности типов p_1 и p_2 $tp(\langle a_i, b_j \rangle / \emptyset) = tp(\langle a'_i, b'_j \rangle / \emptyset)$ для всех $1 \leq i \leq n_1, 1 \leq j \leq n_2$. Тогда по Лемме 2.12 существует $b''_{n_2} \in p_2(M)$ такой, что

$$tp(\langle \bar{b}_{n_2-1}, b_{n_2} \rangle / \emptyset) = tp(\langle \bar{b}_{n_2-1}, b''_{n_2} \rangle / \emptyset), tp(\langle a_i, b_{n_2} \rangle / \emptyset) = tp(\langle a_i, b''_{n_2} \rangle / \emptyset)$$

для всех $1 \leq i \leq n_1$ и $tp(\langle \bar{a}, \bar{b}_{n_2-1}, b_{n_2} \rangle / \emptyset) \neq tp(\langle \bar{a}, \bar{b}_{n_2-1}, b''_{n_2} \rangle / \emptyset)$. Пусть $A := \{\bar{a}_{n_1-1}, \bar{b}_{n_2-2}\}$. В силу индукционного предположения мы имеем: $tp(\langle \bar{b}_{n_2-1}, b_{n_2} \rangle / A) = tp(\langle \bar{b}_{n_2-1}, b''_{n_2} \rangle / A)$.

Случай 1. $tp(b_{n_2-1}/A) = tp(b_{n_2}/A)$. Пусть $p'_1(x) := tp(a_{n_1}/A), p'_2(y) := tp(b_{n_2-1}/A)$. Также в силу индукционного предположения типы p'_1 и p'_2 слабо ортогональны и, следовательно, по Лемме 2.13 мы имеем $tp(\langle a_{n_1}, b_{n_2-1}, b_{n_2} \rangle / A) = tp(\langle a_{n_1}, b_{n_2-1}, b''_{n_2} \rangle / A)$, противоречия нашему предположению.

Случай 2. $tp(b_{n_2-1}/A) \neq tp(b_{n_2}/A)$. Пусть p'_1 и p'_2 будут как в Случае 1 и пусть $p'_3(z) := tp(b_{n_2}/A)$. В силу индукционного предположения типы p'_1 и p'_2 слабо ортогональны, типы p'_1 и p'_3 слабо ортогональны, и следовательно типы p'_2 и p'_3 также слабо ортогональны. Тогда по Лемме 2.17 $tp(\langle a_{n_1}, b_{n_2-1}, b_{n_2} \rangle / A) = tp(\langle a_{n_1}, b_{n_2-1}, b''_{n_2} \rangle / A)$, также противоречия нашему предположению.

Шаг m . Предположим что теорема установлена для множеств из k 1-типов для любого $k \leq m-1$ и докажем ее для множеств из m 1-типов. По Лемме 2.17 Случай $n_1 = 1, n_2 = 1, \dots, n_m = 1$ имеет место. Предположим что шаг m установлен для всех $(k_1, k_2, \dots, k_m) <_{lex} (n_1, n_2, \dots, n_m)$ и докажем его для (n_1, n_2, \dots, n_m) . Возьмем произвольные возрастающие кортежи $\bar{a}_{n_1} \in [p_1(M)]^{n_1}, \bar{a}_{n_2} \in [p_2(M)]^{n_2}, \dots, \bar{a}_{n_{m-2}} \in [p_{m-2}(M)]^{n_{m-2}}$. Индукционное предположение гарантирует что p_{m-1} и p_m имеют единственные расширения до типов p'_{m-1} и p'_m соответственно над $\{\bar{a}_{n_1}, \bar{a}_{n_2}, \dots, \bar{a}_{n_{m-2}}\}$, т.е. $p_{m-1}(M) = p'_{m-1}(M)$,

$p_m(M) = p'_m(M)$. Пусть $M' = \langle M, \bar{a}_{n_1}, \bar{a}_{n_2}, \dots, \bar{a}_{n_{m-2}} \rangle$. Индукционное предположение также гарантирует что p'_{m-1} и p'_m являются слабо ортогональными в M' . В силу Шага 2 $\{p'_{m-1}, p'_m\}$ ортогонально над \emptyset в M' , и, следовательно, $\{p_{m-1}, p_m\}$ ортогонально над $\{\bar{a}_{n_1}, \bar{a}_{n_2}, \dots, \bar{a}_{n_{m-2}}\}$ в M . В силу произвольности $\{\bar{a}_{n_1}, \bar{a}_{n_2}, \dots, \bar{a}_{n_{m-2}}\}$ мы имеем что $\{p_1, \dots, p_m\}$ ортогонально над \emptyset .

Определение 2.19 [10] Тип $p \in S_1(\emptyset)$ называется *простым*, если для всех $n \in a$ всякий раз когда $f(x_1, \dots, x_n)$ – нетривиальная \emptyset -определимая n -арная функция и a_1, \dots, a_n – реализации типа p , то $f(a_1, \dots, a_n)$ не является реализацией типа p .

Определение 2.20 [11] Пусть $p \in S_1(A)$ – неалгебраический. Будем говорить, что тип p является *бинарным над A* , если для каждого $n < a$ и любых возрастающих кортежей $\bar{b} = \langle b_1, \dots, b_n \rangle, \bar{b}' = \langle b'_1, \dots, b'_n \rangle \in [p(M)]^n$ таких, что $tp(\langle b_i, b_j \rangle / A) = tp(\langle b'_i, b'_j \rangle / A)$ для всех $1 \leq i < j \leq n$ мы имеем $tp(\bar{b} / A) = tp(\bar{b}' / A)$. Если $p \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраический и p – бинарный над \emptyset , мы говорим, что p – бинарный.

Предложение 2.21 Пусть T – почти a -категоричная вполне о-минимальная теория, $p \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраический. Тогда p бинарный.

Доказательство Предложения 2.21. Необходимо доказать, что для любого $s < a$ и любых возрастающих кортежей $\bar{b} = \langle b_1, \dots, b_s \rangle, \bar{b}' = \langle b'_1, \dots, b'_s \rangle \in [p(M)]^s$ таких, что $tp(\langle b_i, b_j \rangle / \emptyset) = tp(\langle b'_i, b'_j \rangle / \emptyset)$ для всех $1 \leq i < j \leq s$ следует, что $tp(\bar{b} / \emptyset) = tp(\bar{b}' / \emptyset)$.

Допустим противное: существуют возрастающие кортежи $\bar{b} = \langle b_1, \dots, b_s \rangle, \bar{b}' = \langle b'_1, \dots, b'_s \rangle \in [p(M)]^s$ такие, что $tp(\langle b_i, b_j \rangle / \emptyset) = tp(\langle b'_i, b'_j \rangle / \emptyset)$ для всех $1 \leq i < j \leq s$ и $tp(\bar{b} / \emptyset) \neq tp(\bar{b}' / \emptyset)$, и s – минимальное с таким свойством.

В силу минимальности s $tp(\langle b_1, \dots, b_{s-1} \rangle / \emptyset) = tp(\langle b'_1, \dots, b'_{s-1} \rangle / \emptyset)$. Тогда по Лемме 2.12 существует $b''_s \in p(M)$ такой, что $tp(\langle b_i, b_s \rangle / \emptyset) = tp(\langle b_i, b''_s \rangle / \emptyset)$ для всех $1 \leq i < s$ и $tp(\langle b_1, \dots, b_{s-1}, b_s \rangle / \emptyset) \neq tp(\langle b_1, \dots, b_{s-1}, b''_s \rangle / \emptyset)$.

В силу Леммы 2.10 $RC_{bin}(p) < a$, и поэтому существует $k < a$ и \emptyset -определимые отношения эквивалентности $E_1(x, y), \dots, E_k(x, y)$, разбивающие $p(M)$ на бесконечное число бесконечных выпуклых классов, причем для каждого $2 \leq i \leq k$ E_i разбивает каждый E_{i-1} -класс на бесконечное число бесконечных выпуклых E_i -подклассов.

Также пусть $E_0(x, y) := x = y$.

Следовательно, существуют натуральные числа i_1, i_2, \dots, i_{s-1} такие, что $1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_{s-1} \leq k$ и выполняется следующее:

$$M \models E_{i_1}(b_1, b_2) \wedge \neg E_{i_1-1}(b_1, b_2) \wedge E_{i_2}(b_2, b_3) \wedge \neg E_{i_2-1}(b_2, b_3) \wedge \dots \\ \dots \wedge E_{i_{s-2}}(b_{s-2}, b_{s-1}) \wedge \neg E_{i_{s-2}-1}(b_{s-2}, b_{s-1}) \wedge E_{i_{s-1}}(b_{s-1}, b_s) \wedge \neg E_{i_{s-1}-1}(b_{s-1}, b_s).$$

Пусть

$$p'(x) := p(x) \cup \{x < b_2\} \cup \{E_{i_1}(x, b_2) \wedge \neg E_{i_1-1}(x, b_2)\} \\ p''(x) := p(x) \cup \{x > b_{s-1}\} \cup \{E_{i_{s-1}}(x, b_{s-1}) \wedge \neg E_{i_{s-1}-1}(x, b_{s-1})\}$$

В силу минимальности s выполняется $p', p'' \in S_1(\{b_2, \dots, b_{s-1}\})$. Так как $b_1 \in p'(M)$, $b_s, b_s'' \in p''(M)$, то типы p' и p'' не слабо ортогональны. В силу вполне о-минимальности существует $\{b_2, \dots, b_{s-1}\}$ -определимая биекция $f: p'(M) \rightarrow p''(M)$, и следовательно существует $b_s^0 \in p''(M)$ такой, что $b_s^0 \in dcl(\{b_1, b_2, \dots, b_{s-1}\})$.

Случай 1: $i_1 < i_2 < \dots < i_{s-1}$.

Рассмотрим следующее множество формул:

$$p_0(x) := p(x) \cup \{x < b_3\} \cup \{E_{i_2}(x, b_3) \wedge \neg E_{i_2-1}(x, b_3)\}$$

Утверждаем, что $p_0 \in S_1(\{b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0\})$. Тогда $b_1, b_2 \in p_0(M)$ и $b_2 \in dcl(\{b_1, b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0\})$. Следовательно, существует $\{b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0\}$ -определимая формула $\varphi_1(x_1, x_2, b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0)$ такая, что

$$M \models \varphi_1(b_1, b_2, b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0) \wedge \exists! y \varphi_1(b_1, y, b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0)$$

Пусть $\varphi_n(x, y, b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0) := \exists t [\varphi_{n-1}(x, t, b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0) \wedge \varphi_1(t, y, b_3, \dots, b_{s-1}, b_s^0)]$. Тогда рассмотрим для каждого $n \in \mathbb{a}$ следующее множество формул:

$$p_0(x_1) \cup p_0(x_2) \cup p(x_3) \cup \dots \cup p(x_s) \cup \{x_1 < x_2 < \dots < x_s\} \cup \{\varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_s)\}$$

Оно локально совместно. Следовательно, число (p_1, p_2, \dots, p_s) -типов бесконечно (где $p_i(x_i) := p(x_i)$), что противоречит почти \mathbb{a} -категоричности.

Случай 2: $i_l = i_{l+1}$ для некоторого $1 \leq l \leq s-1$.

Рассмотрим следующее множество формул:

$$p_0(x) := p(x) \cup \{x > b_l\} \cup \{x < b_{l+3}\} \cup \{E_{i_l}(x, b_l) \wedge \neg E_{i_l-1}(x, b_l)\}$$

Утверждаем, что $p_0 \in S_1(\{b_1, \dots, b_l, b_{l+3}, \dots, b_{s-1}, b_s^0\})$. Тогда $b_{l+1}, b_{l+2} \in p_0(M)$ и $b_{l+2} \in dcl(\{b_1, \dots, b_l, b_{l+3}, \dots, b_{s-1}, b_s^0\})$. Откуда аналогичным образом получим противоречие почти \mathbb{a} -категоричности.

Следствие 2.22 Пусть T – почти \mathbb{a} -категоричная вполне о-минимальная теория, $p \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраический. Тогда p простой.

Лемма 2.23 Пусть T – почти \mathbb{a} -категоричная вполне о-минимальная теория, $M \models T$, $p_1, p_2 \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраические, не слабо ортогональные типы. Тогда для любых $a \in p_1(M)$, $b \in p_2(M)$ и $c_1, c_2 \in M$ таких, что $tp(\langle a, c_1 \rangle / \emptyset) = tp(\langle a, c_2 \rangle / \emptyset)$, $tp(\langle b, c_1 \rangle / \emptyset) = tp(\langle b, c_2 \rangle / \emptyset)$ мы имеем $tp(\langle a, b, c_1 \rangle / \emptyset) = tp(\langle a, b, c_2 \rangle / \emptyset)$.

Лемма 2.24 Пусть T – почти \mathbb{a} -категоричная вполне о-минимальная теория, $M \models T$, $A \subseteq M$, A конечно, $p_1, p_2, p_3 \in S_1(A)$ – неалгебраические. Тогда для любых $a, a' \in p_1(M)$, $b, b' \in p_2(M)$, $c, c' \in p_3(M)$ таких, что

$$tp(\langle a, b \rangle / A) = tp(\langle a', b' \rangle / A), \quad tp(\langle a, c \rangle / A) = tp(\langle a', c' \rangle / A),$$

$$tp(\langle b, c \rangle / A) = tp(\langle b', c' \rangle / A)$$

мы имеем $tp(\langle a, b, c \rangle / A) = tp(\langle a', b', c' \rangle / A)$.

Лемма 2.25 Пусть T – почти a -категоричная вполне о-минимальная теория, $M \models T$, $p_1, p_2 \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраические, не слабо ортогональные типы. Тогда для любых $n_1, n_2 < a$ и для любых возрастающих $\bar{a} = \langle a_1, a_2, \dots, a_{n_1} \rangle, \bar{a}' = \langle a'_1, a'_2, \dots, a'_{n_1} \rangle \in [p_1(M)]^{n_1}$, $\bar{b} = \langle b_1, b_2, \dots, b_{n_2} \rangle, \bar{b}' = \langle b'_1, b'_2, \dots, b'_{n_2} \rangle \in [p_2(M)]^{n_2}$ таких, что $tp(\bar{a}/\emptyset) = tp(\bar{a}'/\emptyset)$, $tp(\bar{b}/\emptyset) = tp(\bar{b}'/\emptyset)$ и $tp(\langle a_i, b_j \rangle/\emptyset) = tp(\langle a'_i, b'_j \rangle/\emptyset)$ для всех $i, j: 1 \leq i \leq n_1, 1 \leq j \leq n_2$ мы имеем $tp(\langle \bar{a}, \bar{b} \rangle/\emptyset) = tp(\langle \bar{a}', \bar{b}' \rangle/\emptyset)$.

Теорема 2.26 Пусть T – почти a -категоричная вполне о-минимальная теория. Тогда T – бинарная.

Доказательство Теоремы 2.26. Возьмем произвольное натуральное число $s < a$ и пусть $p_1, p_2, \dots, p_s \in S_1(\emptyset)$ – неалгебраические. Докажем индукцией по $(s; n_1, n_2, \dots, n_s)$, где $s \geq 2$, что для любых $n_1, n_2, \dots, n_s < a$ и для любых возрастающих $\bar{a}_1, \bar{a}'_1 \in [p_1(M)]^{n_1}$, $\bar{a}_2, \bar{a}'_2 \in [p_2(M)]^{n_2}, \dots, \bar{a}_s, \bar{a}'_s \in [p_s(M)]^{n_s}$ таких, что $tp(\bar{a}_1/\emptyset) = tp(\bar{a}'_1/\emptyset)$, $tp(\bar{a}_2/\emptyset) = tp(\bar{a}'_2/\emptyset), \dots, tp(\bar{a}_s/\emptyset) = tp(\bar{a}'_s/\emptyset)$, для всех $i_1, i_2, j, k: 1 \leq i_1 < i_2 \leq s, 1 \leq j \leq n_{i_1}, 1 \leq k \leq n_{i_2}$ $tp(\langle a_{i_1 j}, a_{i_2 k} \rangle/\emptyset) = tp(\langle a'_{i_1 j}, a'_{i_2 k} \rangle/\emptyset)$ мы имеем

$$tp(\langle \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_s \rangle/\emptyset) = tp(\langle \bar{a}'_1, \bar{a}'_2, \dots, \bar{a}'_s \rangle/\emptyset) \quad (*)$$

Рассмотрим случай $(2; n_1, n_2)$. Если типы p_1 и p_2 слабо ортогональны, то по Теореме 2.18 $\{p_1, p_2\}$ ортогонально над \emptyset , т.е. (*) выполняется. Если типы p_1 и p_2 не слабо ортогональны, то (*) следует из Леммы 2.25.

Предположим что теорема установлена для всех $(s; k_1, k_2, \dots, k_s) <_{lex} (s; n_1, n_2, \dots, n_s)$ и докажем ее для $(s; n_1, n_2, \dots, n_s)$. Допустим противное: предположим что $tp(\langle \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_s \rangle/\emptyset) \neq tp(\langle \bar{a}'_1, \bar{a}'_2, \dots, \bar{a}'_s \rangle/\emptyset)$. В силу индукционного предположения $tp(\langle \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_{s-1} \rangle/\emptyset) = tp(\langle \bar{a}'_1, \bar{a}'_2, \dots, \bar{a}'_{s-1} \rangle/\emptyset)$. Тогда по Лемме 2.12 существует $a''_{n_s} \in p_s(M)$ такой, что $tp(\langle \bar{a}_{n_{s-1}}, a_{n_s} \rangle/\emptyset) = tp(\langle \bar{a}_{n_{s-1}}, a''_{n_s} \rangle/\emptyset)$, $tp(\langle a_{ij}, a_{n_s} \rangle/\emptyset) = tp(\langle a_{ij}, a''_{n_s} \rangle/\emptyset)$ для всех $1 \leq i \leq s-1, 1 \leq j \leq n_i$ и

$$tp(\langle \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_{s-1}, \bar{a}_{n_{s-1}}, a_{n_s} \rangle/\emptyset) \neq tp(\langle \bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_{s-1}, \bar{a}_{n_{s-1}}, a''_{n_s} \rangle/\emptyset)$$

Пусть $A := \{\bar{a}_1, \bar{a}_2, \dots, \bar{a}_{s-3}, \bar{a}_{n_{s-2}-1}, \bar{a}_{n_{s-1}-1}, \bar{a}_{n_{s-1}}\}$. Тогда

$$tp(\langle a_{n_{s-2}}, a_{n_{s-1}}, a_{n_s} \rangle/A) \neq tp(\langle a_{n_{s-2}}, a_{n_{s-1}}, a''_{n_s} \rangle/A)$$

В силу индукционного предположения

$$tp(\langle a_{n_{s-2}}, a_{n_s} \rangle/A) = tp(\langle a_{n_{s-2}}, a''_{n_s} \rangle/A), tp(\langle a_{n_{s-1}}, a_{n_s} \rangle/A) = tp(\langle a_{n_{s-1}}, a''_{n_s} \rangle/A)$$

Пусть $p'_{s-2} := tp(a_{n_{s-2}}/A), p'_{s-1} := tp(a_{n_{s-1}}/A), p'_s := tp(a_{n_s}/A)$. Ясно что типы p'_{s-2}, p'_{s-1} и p'_s неалгебраические. Тогда по Лемме 2.24 $tp(\langle a_{n_{s-2}}, a_{n_{s-1}}, a_{n_s} \rangle/A) = tp(\langle a_{n_{s-2}}, a_{n_{s-1}}, a''_{n_s} \rangle/A)$, противоречия нашему предположению.

В заключение отметим, что данные исследования поддержаны грантом КН МОН РК № 0830/ГФ4.

Литература

1. Macpherson, H.D., Marker, D., and Steinhorn, C. Weakly o-minimal structures and real closed fields // Transactions of The American Mathematical Society. – 2000. – Vol. 352. – P. 5435-5483.
2. Baizhanov, B.S. Expansion of a model of a weakly o-minimal theory by a family of unary predicates // The Journal of Symbolic Logic. – 2001. – Vol. 66. – P. 1382-1414.
3. Кулпешов, Б.Ш. Ранг выпуклости и ортогональность в слабо о-минимальных теориях // Известия НАН РК, серия физико-математическая. – 2003. – Том 227. – С. 26-31.
4. Ikeda, K., Pillay, A., Tsuboi, A. On theories having three countable models // Mathematical Logic Quarterly. – 1998. – Vol. 44, N 2. – P. 161-166.
5. Судоплатов, С.В. Классификация счетных моделей полных теорий. – Изд-во НГТУ, Новосибирск, части 1 и 2, 2014. – 356 с. и 448 с.
6. Kulpeshov, B.Sh. Countably categorical quite o-minimal theories // Journal of Mathematical Sciences. – 2013. – Vol. 188, N 4. – P. 387-397.
7. Baizhanov, B.S. One-types in weakly o-minimal theories // Proceedings of Informatics and Control Problems Institute, Almaty, 1996. – P. 75-88.
8. Baizhanov, B.S., Kulpeshov, B.Sh. On behaviour of 2-formulas in weakly o-minimal theories // Mathematical Logic in Asia, Proceedings of the 9th Asian Logic Conference / eds.: S. Goncharov, R. Downey, H. Ono, Singapore, World Scientific: 2006. – P. 31-40.
9. Kulpeshov, B.Sh. Weakly o-minimal structures and some of their properties // The Journal of Symbolic Logic. – 1998. – Vol. 63. – P. 1511-1528.
10. Mayer, L.L. Vaught's conjecture for o-minimal theories // The Journal of Symbolic Logic. – 1988. – Vol. 53. – P. 146-159.
11. Kulpeshov, B.Sh. Binary types in \aleph_0 -categorical weakly o-minimal theories // Mathematical Logic Quarterly. – 2011. – Vol. 57. – P. 246-255.

ОСНОВЫ КАСКАДНО-ВЕРОЯТНОСТНОГО МЕТОДА

Купчишин А.И.², Купчишин А.А.², Шмыгалева Т.А.¹,
Шмыгалев Е.В.¹,
Shmyg1953@mail.ru

¹ *Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

² *Казахский национальный университет им. Абая, Алматы, Казахстан*

Аннотация. Данная работа посвящена описанию моделирования процессов взаимодействия частиц с веществом в рамках аналитического каскадно-вероятностного метода. Представлена физическая модель взаимодействия заряженных частиц с веществом. Описана связь полученных каскадно-вероятностных функций (КВФ) между собой, с различными распределениями, интегро-дифференциальными уравнениями. Показана связь процессов радиационного дефектообразования в твердых телах, облученных различными частицами с цепями Маркова и Марковскими процессами.

В настоящее время широкое развитие получили исследования, связанные с математическим моделированием физических процессов. Математическая модель процесса, численный алгоритм, программа расчета на ЭВМ, анализ результатов и объекта исследования позволяют объяснить и описать многие явления.

Среди этих явлений большое место уделяется задачам, посвященным процессам взаимодействия частиц с веществом. При взаимодействии заряженных частиц с твердыми телами, образуются различные вторичные частицы, в том числе и первично-выбитые атомы (ПВА), которые являются родоначальниками атом-атомных каскадов. Взаимодействуя с веществом, ПВА образуют вторично-выбитые, третично-выбитые атомы и т. д. В результате изменяется структура твердого тела и происходит изменение многих свойств облученного вещества. Для того чтобы определить количество образующихся дефектов необходимо рассчитать энергетический спектр первично-выбитых атомов, знание которого позволяет также моделировать распределение дефектов по глубине и размерам.

При описании этих процессов возникает проблема выбора теоретического метода исследования. Наиболее известные и широко применяемые для этих целей теоретические методы расчета - это метод Монте-Карло, кинетические уравнения Больцмана, уравнения Фокера-Планка и различные специализированные методы и модели.

Нисколько не умаляя широко известных численных методов и моделей, по-видимому, можно сказать, что несомненным преимуществом по сравнению с ними обладают аналитические методы, даже если с их помощью удастся лишь приближенно описать какое-то явление. Среди таких методов в последнее время широко стал использоваться каскадно-вероятностный (КВ) метод [1], успешно применяющийся при решении космофизических, радиационных, позитронно-физических задач. Правильность его проверена на большом числе конкретных задач из различных областей ядерной физики и физики твердого тела. Основой его является получение и дальнейшее использование каскадно-вероятностных функций, которые имеют смысл вероятности достичь частицам некоторой переменной глубины h , под углом θ после n -го числа соударений.

В большинстве случаев при конкретных расчетах использовалась простейшая каскадно-вероятностная функция (КВФ), которая не учитывает реального изменения пробега и угла вылета частицы после каждого соударения. Это не всегда оправдано, в

особенности, если пробег взаимодействия зависит от энергии. Такой подход в лучшем случае можно использовать только для оценки результатов [2]. Поэтому была проведена работа в этом направлении и получены КВФ с учетом потерь энергии и других параметров для электронов, протонов, альфа-частиц, ионов и др. Также получена обобщенная КВФ для случая, когда после соударения угол и энергия частицы меняются по определенному закону.

Как показывает анализ и реальные расчеты сечений электрон-электронных, электрон-атомных, протон-электронных, ион-электронных, ион-атомных соударений, основная часть энергии, которая теряется первичными заряженными частицами при их прохождении через материалы, приходится на ионизацию и возбуждение атомов среды (это так называемые ионизационные потери). На сотни соударений заряженной частицы с электронами атомов твердого тела происходит одно - два соударения с атомами, ядрами, а также, например, при образовании Кумаховского излучения в кристаллах и каналировании и так далее.

Для такого рода процессов предлагается следующая физическая модель. Заряженная частица по пути своего движения непрерывно теряет свою энергию на ионизацию и возбуждение (потери энергии dE/dx для каждого сорта частиц в зависимости от энергии известны и описаны аналитическими выражениями, в частности, формулой Бете-Блоха). Соударения с атомами, ядрами или при каналировании и образовании Кумаховского излучения происходят дискретно. После столкновений первичные частицы сохраняют направление своего движения. При движении заряженных частиц через вещество их пробег зависит от энергии через сечение взаимодействия $(E)=1/ (E)^*n$, где n - число атомов в кубическом сантиметре среды.

В соответствии с этой физической моделью разработаны математические модели, представляющие собой каскадно-вероятностные функции для различных заряженных частиц, с использованием известных общих рекуррентных соотношений КВФ [1]. Правильность полученных выражений для каскадно-вероятностных функций: обобщенной, КВФ с учетом потерь энергии для электронов, протонов, альфа-частиц и ионов подтверждается методом математической индукции.

Получены аналитические выражения для каскадно-вероятностных функций с учетом потерь энергии для электронов, протонов, альфа-частиц, ионов, обобщенной КВФ, КВФ для мю-мезонов [2]. Исследовано поведение полученных функций, рассмотрены предельные переходы и доказаны свойства, которыми должны они обладать как с физической, так и с математической точек зрения. Рассмотрена связь обобщенной КВФ с простейшей. В случае сохранения направления движения первичной частицей или постоянного пробега взаимодействия нужно применить к обобщенной КВ-функции предельные переходы. После раскрытия неопределенности функции n переменных обобщенная КВФ переходит в простейшую. Также доказано, что при определенных ограничениях КВФ с учетом потерь энергии переходят в простейшую КВ-функцию. Рассмотрена взаимосвязь КВФ с различными распределениями: Пуассона, гипергеометрическим, нормальным, ПОИА, биномиальным, отрицательным биномиальным, полиномиальным. Решены интегро-дифференциальные уравнения в одномерной, двухмерной и трехмерной моделях элементарного акта, описывающие распространение частиц в равномерно облучаемом образце или прохождении потока космических лучей в атмосфере, в решения двумерного и трехмерного уравнений входят обобщенные каскадно-вероятностные функции. В решение одномерного уравнения входит простейшая КВФ [2].

Разработаны алгоритмы и произведены расчеты на ЭВМ каскадно-вероятностных функций с учетом потерь энергии для различных заряженных частиц. Проанализированы особенности этих функций. Показано, что, несмотря на свою кажущуюся простоту,

расчет их на ПЭВМ зачастую затруднителен, приходится прибегать к различным математическим приемам, использовать специальные методы.

Для электронов, протонов, альфа-частиц и ионов полученные КВФ, в отличие от простейшей, имеют фиксированную область определения. Для ионов установлены закономерности поведения и нахождения области определения результата КВФ и шага в зависимости от числа взаимодействий и глубины проникновения частиц. Рассмотрена зависимость поведения области определения результата и шага от атомного номера налетающей частицы, мишени, первоначальной энергии первичной частицы. Для ионов проанализированы также зависимости КВФ от массового числа налетающей частицы. Найдены области определения результата и представлены в таблицах для различных налетающих частиц и мишеней.

Произведены расчеты простейшей КВФ и сделано сравнение с КВФ с учетом потерь энергии, за истинное значение бралась КВФ с учетом потерь энергии. Расчеты показали, что использовать простейшую КВФ можно только для оценок.

Удачно подобранные аппроксимационные формулы для ряда параметров способствовали получению КВФ в аналитическом виде, что позволило значительно глубже понять не только общие закономерности процессов, но и их некоторые детали, которые невозможно в принципе рассмотреть в рамках других методов, например, при решении аналогичных задач методом Монте-Карло, с применением уравнений Больцмана и т.д.

Аппроксимировать выражения можно в принципе любой функцией, в частности полиномом. Мы руководствовались при подборе аппроксимационного выражения следующими соображениями: определялся примерный вид функции, учитывались известные физические параметры. Вид аппроксимационного выражения выбирался таким образом, чтобы выражение, в которое оно входит, было интегрируемым и теоретическое корреляционное отношение было достаточно высоким.

Установлена связь процессов радиационного дефектообразования в твердых телах, облученных различными частицами с цепями Маркова и Марковскими процессами. Процесс взаимодействия частиц с веществом является Марковским процессом, поскольку все вероятностные характеристики в будущем зависят лишь от того, в каком состоянии этот процесс находится в настоящее время и не зависят от того, каким образом этот процесс протекал в прошлом. Марковская цепь представляет собой разновидность Марковского процесса, в котором будущее зависит от прошлого через настоящее. Процесс взаимодействия частиц с веществом, в том числе с твердым телом, атмосферой Земли и др. описывается цепью Маркова, поскольку условные вероятности наступления каждого события при данном испытании однозначно определяются результатом предыдущего состояния [1].

Полученные КВ - функции использовались для расчета спектров ПВА и концентрации радиационных дефектов, образованных при облучении твердых тел электронами, протонами, альфа-частицами с энергиями 1-50 МэВ и ионами (1-1000 КэВ). Как показывают расчеты, эти результаты довольно хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Разработаны математические модели расчета, составлены алгоритмы, установлены области определения и произведены расчеты на ПЭВМ энергетических спектров первично-выбитых атомов и концентрации радиационных дефектов в металлах: алюминии, титане, меди, молибдене и полупроводнике кремнии при электронном (1-10 МэВ), протонном (1-30 МэВ), альфа (1-50 МэВ) облучениях. Исследованы особенности и сложности, получающиеся при расчетах и указаны пути их устранения. Произведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными, установлено непло-

хое их согласие. Сделан вывод, что учет потерь энергии существенно влияет на значения энергетических спектров ПВА и концентрации радиационных дефектов.

Исследованы процессы радиационного дефектообразования в металлах, облученных ионами. Разработаны математические модели, алгоритмы расчетов. Найдены реальные области определения результата концентрации радиационных дефектов в твердых телах, облученных ионами. Показано, что с увеличением глубины проникновения, увеличением номера налетающей частицы интервал области результата смещается вправо и увеличивается, значения концентрации увеличиваются. Произведены расчеты концентрации радиационных дефектов для различных налетающих частиц и мишеней Периодической системы Менделеева. Произведено сравнение результатов расчетов с данными физического эксперимента, установлено их хорошее согласие в пределах 10%. Рассмотрена зависимость времени счета от атомного номера налетающей частицы, мишени, глубины проникновения, первоначальной энергии первичной частицы.

Получены аналитические выражения для барометрического коэффициента мю-мезонной компоненты космических лучей при $\theta = 0$ и $\theta \neq 0$, которое получается из интегральной кратности мюонов, исходя из рассмотрения вопросов взаимодействия первичных космических лучей с ядрами атомов воздуха. Разработан алгоритм и получены модифицированные выражения, удобные для численных расчетов на ПЭВМ. Произведены расчеты на ПЭВМ многократного интеграла барометрического коэффициента различными методами: прямоугольников, Симпсона, Гаусса при $\cos \theta = 1$ в зависимости от числа n разбиений переменных многократного интеграла, найдены ошибки вычисления в зависимости от числа n . Показано, что наряду с теоретико-числовым методом, удовлетворительный результат дает метод Гаусса [2].

Получены аналитические выражения и разработаны алгоритмы интегральной кратности, парциального дифференциального энергетического спектра атмосферных частиц, дифференциальной кратности нейтронов и метеорологических эффектов нейтронной компоненты космических лучей в трехмерной модели элементарного акта.

Рассмотрена связь радиационных процессов в космических лучах с цепями Маркова. Показано, что в выражения для интегральной кратности мю-мезонной компоненты входят произведения переходных вероятностей, которыми описываются цепи Маркова.

Следует заметить, что ранее вопросы связи каскадно-вероятностных функций, энергетических спектров первично-выбитых атомов (ПВА), концентрации дефектов C и потоков вторичных частиц N , интегральных кратностей и др. с Марковскими процессами не рассматривались. Изучение этих связей позволило расширить наши знания о происходящих процессах в веществах при прохождении через них высокоэнергетических частиц и по иному посмотреть на эти явления, в частности, с общих позиций. Фактически все до сих пор полученные аналитические выражения для КВФ, энергетических спектров проходящих и вторичных частиц N и концентрации дефектов C и др. можно вывести из уравнения Колмогорова-Чэпмена, задавшись соответствующими физическими и математическими моделями.

Таким образом, процессы прохождения частиц через вещество и образования в нем радиационных дефектов можно рассматривать как Марковские процессы, непрерывные по времени и дискретные по числу соударений. Конечные выражения для каскадно-вероятностных функций, спектров первично-выбитых атомов и концентрации радиационных дефектов представляются в виде сумм, интегралов и произведений соответствующих условных вероятностей и нормировочных коэффициентов, зависящих от типов и энергии частиц, каналов реакций, дифференциальных и интегральных сечений взаимодействия, потерь энергии, параметров элементарного акта, плотности среды и т.д.

Литература:

1. А.А. Купчишин, А.И. Купчишин, Т.А. Шмыгалева и др. Моделирование на ЭВМ и экспериментальные исследования радиационных процессов в железе и твердых сплавах. Монография. Алматы.: КазНПУ им. Абая, ФТЦ, ТОО «КАМА», НИИЭТФ КазНУ им. аль-Фараби. 2010 г. – 263 с.
2. Э.Г. Боос, А.А. Купчишин, А.И. Купчишин, Е.В. Шмыгалев, Т.А. Шмыгалева. Каскадно-вероятностный метод, решение радиационно-физических задач, уравнений Больцмана. Связь с цепями Маркова. Монография. Алматы.: КазНПУ им. Абая, НИИ НХТ и М КазНУ им. аль-Фараби. 2015 г. – 388 с.

ПРИМЕНЕНИЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗАТОРА КАЗАХСКОГО ЯЗЫКА ДЛЯ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ФАКТОВ ИЗ ФАКТОГРАФИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Мансурова М.Е.¹, Койбагаров К.Ч.², Баракшин В.Б.^{3,4},
Солтангельдинова М.¹, Бердибеков С.¹

¹Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Казахстан,

²Институт информационных и вычислительных технологий МОН РК,
Казахстан,

³Институт вычислительных технологий СО РАН, Россия,

⁴Новосибирский государственный университет, Россия

Аннотация

В данной работе описывается применение лингвистического анализатора для казахского языка для автоматизированного наполнения онтологии фактографической поисковой системы. Для осуществления морфологической разметки используются лексический и морфологический модули анализатора. Задачей лексического модуля является определение границ предложений, выделение слов, идентификаторов и пунктуационных маркеров. Морфологический модуль выполняет поиск слов в словаре казахского языка и определяет их морфологические параметры. Осуществляемая с помощью разработанного анализатора морфологическая разметка является этапом автоматизированного наполнения онтологии фактографической поисковой системы.

1 Введение

В тюркологии существует большое количество исследований по автоматизации морфологической разметки текстов для родственных казахскому языков, основывающихся на разных концептуальных подходах [1, 2, 3, 4, 5]. Анализ открытых публикаций в области технологий морфологического анализа словоформ казахского языка показывает, что данное направление исследований представляет большой теоретический и практический интерес.

С 1970-2000 года публикации в области морфологии казахского языка носили в основном теоретический характер. С 2006 годов появились публикации в зарубежных журналах ([6, 7, 8, 9]). В работах российских исследователей описаны принципы разбиения существительных казахского языка на флективные классы и построение основанного на этом разбиении алгоритма синтеза словоформ [10, 11]. Среди работ казахстанских ученых особо следует отметить работу Шарипбаева А.А. ([12]), посвященную проектированию интеллектуального морфологического анализатора, основанного на семантических сетях. Целый ряд работ исследовательской группы из Назарбаев Университета посвящен методу морфологического анализа и устранения неоднозначности для казахского языка, который учитывает как флективную, так и деривационную морфологии [13, 14, 15]. Все перечисленные работы затрагивают различные аспекты в области морфологии и синтаксиса казахского языка, при этом основное внимание уделяется методологии построения морфологического анализатора. В связи с этим, актуальными являются вопросы проектирования, программной реализации и предоставления в открытом доступе морфологического анализатора для казахского языка. Среди методов морфологического анализа, использующихся в лингвистических процессорах, можно выделить методы с декларативной и с процедурной ориентацией. Данная работа

является продолжением исследований авторов в этой области, в основе которых лежит гибридный подход, который использует преимущества как декларативного, так и процедурного методов [16, 17, 18].

Дальнейшее изложение работы выглядит таким образом. В разделе 2 приводится описание разработки анализатора для автоматизации морфологической разметки текстов на казахском языке. Раздел 3 содержит сведения о технологии автоматизированного наполнения онтологии фактографической поисковой системы. В разделе 4 описываются результаты вычислительных экспериментов. В разделе 5 формулируются выводы и приводится план будущих исследований.

2 Разработка анализатора для автоматизации морфологической разметки текстов на казахском языке

2.1 Особенности казахской морфологии

Казахский язык относится к классу агглютинативных языков и вместе с узбекским, кыргызским, башкирским, татарским, азербайджанским, турецким и другими языками образует тюркскую семью. Для агглютинативных языков характерно последовательное присоединение различных формообразующих суффиксов или окончаний, несущих грамматическое значение, к неизменяемому корню или основе, являющихся носителями лексического значения.

Порядок добавления аффиксов строго определен. Например, для имен существительных к основе слова вначале добавляется суффикс и далее окончание множественного числа, затем притяжательное окончание, далее следует падежное окончание и последним окончание формы спряжения (добавляется только к одушевленным существительным) [19, 20].

Для казахского языка существует закон сингармонизма: гармония гласных и согласных звуков аффикса со звуками корня. Гармонируют гласные по принципу твердости-мягкости и согласные – конечный звук корня и первый звук аффикса. Помимо трех основных правил сингармонизма, необходимо учитывать следующие правила исключения.

1. Правило удаления глухой согласной в прибавляемом аффиксе, если в окончании слова присутствуют две глухие согласные. Например: **журналист+тер -> журналистер.**

2. Закон сингармонизма не соблюдается в следующих случаях следующих аффиксов:

а) для аффиксов **мен, пен, бен**: *қаламмен; нікі, дікі, тікі: баланікі;*

б) для заимствованных слов с окончаниями: **рк, нк, кс, кт**: *- пукните*

3. Правило выпадения гласной **і, ы** в корне слова при добавлении притяжательного аффикса **і, ы**. Например: *Әріп - әрпі, қауіп - қауіпі, қойын - қойны, Ерін - ерні, құлық - құлқы.*

2.2 Структура лингвистического анализатора

На рис. 2 представлен разрабатываемый нами лингвистический анализатор, который состоит из четырех анализаторов (лексический, морфологический, синтаксический и семантический) (рис 1). Анализаторы располагаются последовательно друг за другом, выходной поток одного анализатора служит входом для следующего анализатора. Задачей лексического анализатора является определение границ предложений, выделение слов, идентификаторов и пунктуационных маркеров. Морфологический анализатор выполняет поиск слов в словаре (словарь представляет собой отдельную базу данных) и определяет их морфологические параметры (например, часть речи, число, падеж и т. д.). Синтаксический анализатор выполняет построение синтаксического графа

предложения. В данной работе мы используем два анализатора – лексический и морфологический анализатор.

Лексический анализатор – это программа начального анализа естественного текста, представленного в виде цепочки Unicode символов. Выходная информация необходима для дальнейшей обработки морфологическим и синтаксическим анализаторами. В задачу лексического анализатора входят:

1. Разделение входного текста на слова, числа, разделители и т.д.
2. Выделение устойчивых оборотов, не имеющих словоизменительных вариантов;
3. Выделение имен собственных, выделение ФИО (фамилия, имя, отчество), когда имя и отчество написаны инициалами;
4. Выделение электронных адресов и имен файлов;
5. Выделение предложений из входного текста;

Процедура выделения из текста слов, чисел и знаков препинания совершенно очевидна. После считывания очередного абзаца текста графематический анализатор разбирает токены и приписывает им соответствующие графематические характеристики. На этом этапе выделение токенов производится по пробелам и знакам препинания. Однако наибольшую сложность составляет определение начала и конца предложения. Лексический анализатор содержит эвристический механизм определения границ предложения и результатами лексического анализа является не только массив лексем, но и указатели на начало и конец текущего предложения в тексте.

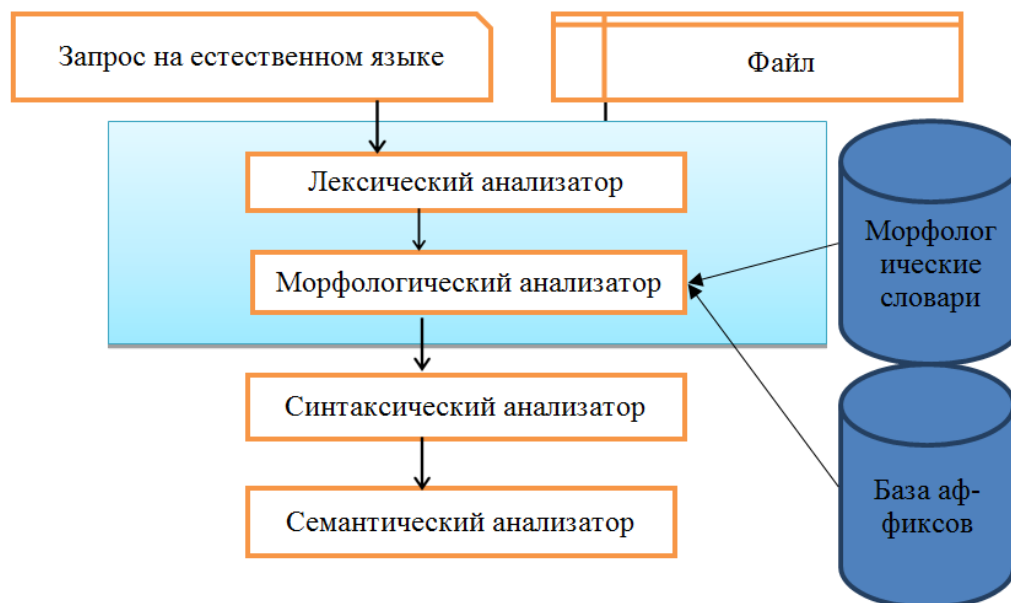


Рис. 1. Состав лингвистического анализатора

Найти конец предложения в тексте тоже не так просто, как может показаться. Восклицательный или вопросительный знак наверняка означают конец предложения, но вот точка может стоять и после сокращения, и в середине десятичной дроби. Следует также учитывать и сложные единицы измерения (*кв.м, км/час*), интернет-адреса (*http://yandex.ru*), записанные цифрами порядковые числительные (*1917-ж.*), выделения фамилий (*Касымов К.С.*). Рассмотрим следующий фрагмент:

1917 ж. 21-26 шілдеде Покровский С.И. Орынборда болған «Бүкілқазақтық» съезде.

Здесь точка встречается четырежды, и только в четвертом случае она означает конец предложения. Поэтому в анализатор введены специальные блоки проверки. В частности, простейшая проверка: лексема, стоящая непосредственно перед точкой, должна содержать хотя бы одну гласную. Такой проверкой удастся отобрать многие сокращения, употребляемые с точкой на конце:

ж., т.ғ.к., тг., ф.-м.ғ.д., к.

Разумеется, такая проверка не гарантирует правильность результата. С одной стороны, сокращение или число с точкой могут действительно стоять в конце предложения. Тем не менее, опыт работы с документами подтверждает эффективность такой проверки. Только после анализа точек, не являющихся маркером предложения, выполняется разбивка абзаца на предложения, и весь дальнейший анализ ведется уже только в пределах одного предложения.

2.3 Описание алгоритма морфологического анализатора

Работает морфологический анализатор следующим образом. На его вход поступает массив слов, знаков препинания и чисел, выделенных из входного текста на этапе лексического анализа, с лексическими характеристиками [21]. Для каждого слова анализатор выполняет процедуру поиска в словаре основ, загруженном в память. При этом ищутся все основы, с которых может начинаться анализируемое слово. Если очередная основа удовлетворяет этому условию, то из словаря аффиксов извлекается строка, содержащая все возможные аффиксы для данной основы. Каждый аффикс из этой строки поочередно присоединяется к основе, и результат сравнивается с анализируемым словом. В случае их точного совпадения формируется очередная запись в список результатов поиска: по порядковому номеру аффикса в строке аффиксов определяются переменные морфологические параметры слова (например, для существительного – число и падеж), а по словарной информации данной основы – его постоянные параметры (сущ, глаг, прил...). Если в результате такого поиска не найдено ни одного успешного варианта, то пользователю выдается запрос на ввод новой основы в словарь. В случае его отказа это сделать выполнение морфологического анализа прекращается. Если же новое слово введено в словарь, то вся процедура поиска повторяется сначала.

На выходе морфологического анализатора мы получим список лемм (нормальная форма слова) + аффикс + морфологические характеристики слова (часть речи, падеж, число).

Таким образом, вся совокупность результатов морфологического анализа представляется в виде динамического массива. Число его элементов равно числу лексем в предложении. Элементами массива являются другие массивы, каждый из которых хранит все возможные интерпретации своей лексемы омонимы. В качестве исходных лексических материалов используются словарь основ слов, словарь географических названий, словарь фамилий, словарь аффиксальных соединений.

Разработанный морфологический анализатор представлен в открытом доступе: <http://mmf.kaznu.kz/>. Наличие морфологической разметки текстов корпуса расширяет возможности поиска по корпусу: в качестве поискового запроса пользователь будет иметь возможность задать любое сочетание признаков слова, имеющихся в системе. Разработанный анализатор позволяет решать различные задачи по обработке текстов на казахском языке. В следующем разделе описывается применение морфологического анализатора для автоматизированного наполнения онтологии фактографической поисковой системы.

3 Алгоритм автоматизированного наполнения онтологии фактографической поисковой системы

В данном разделе описан алгоритм, позволяющий извлечь ключевые слова/словосочетания из корпуса текстов однородной тематики. Извлеченные ключевые слова в дальнейшем используются в качестве возможных значений атрибутов сущностей, описываемых в создаваемой онтологии предметной области, предназначенной для организации фактографического поиска. В качестве входных данных используется текст на казахском языке, предварительно размеченный с помощью морфологического анализатора, описанного в разделе 2. Для извлечения семантически связанных ключевых слов/словосочетаний в алгоритме применяется метод случайных блужданий. К набору этих словосочетаний с целью отнесения конкретного словосочетания к определенному атрибуту описываемой в тексте сущности применяется обученная нейронная сеть со скрытым слоем.

3.1 Автоматизированное извлечение фактов в системах фактографического поиска

Важным этапом процесса функционирования фактографических систем является извлечение фактов, содержащихся в текстах документов. Как показано в [22], под фактом понимается совокупность связей между сущностями, содержащаяся в тексте и метаданных документа. Практическая реализация такого подхода опирается на модель множества сущностей [23], отличительные особенности которой заключаются в том, что, во-первых, в ней всё трактуется как объекты, во-вторых, все связи в этой модели – бинарные, причем связи между объектами также рассматриваются как объекты, связанные, в свою очередь, с объектами – атрибутами связей. Таким образом, на практике в качестве атомарного факта можно рассматривать входящую в текст и в метаданные документа характеристику сущности, описываемую в онтологии информационной системы. Такая характеристика представляется как единичное значение данных. В данной работе под онтологией понимается модель с произвольным набором отношений.

Наиболее сложной проблемой, возникающей при создании фактографических систем, является разработка методик автоматизированного извлечения фактов из документов на естественном языке. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) разметить текст, определяя, к какой части речи относится каждая лексема, входящая в текст;
- 2) извлечь из размеченного текста наборы семантически связанных слов;
- 3) создать нейросеть, обученную извлечению лингвистических конструкций, в которые входят возможные значения атрибутов сущностей, описываемых в онтологии предметной области;
- 4) используя коллекцию лингвистических конструкций и наборы семантически связанных слов, наполнить онтологию предметной области.

Особенностью данного алгоритма является возможность использования результатов его применения для автоматизированного добавления вики-разметки в слабоструктурированные документы, предназначенные для помещения в Википедию.

3.2 Создание и обучение нейронной сети

Для выполнения этого этапа в качестве входных данных выбирается корпус текстов с википодобной разметкой. Данный корпус используется для обучения нейронной сети, извлекающей лингвистические конструкции, в которые входят возможные значе-

ния атрибутов сущностей, описываемых в онтологии предметной области. Мы остановили свой выбор на нейронной сети со скрытым слоем [24].

Известные входные данные – это лексические конструкции, например, для биографий: “родился x ”, “появился на свет x ” и т.п., где x – искомая характеристика (дата рождения). Процесс обучения сети осуществляется посредством предъявления каждого входного набора данных и последующего распространения ошибки. Стоит отметить, что в условиях данной задачи весовые коэффициенты являются булевозначными, равно как и вектор ошибки. В рассматриваемой задаче при распознавании синонимов сначала обрабатывается синоним первой характеристики, синоним второй и так далее, затем весь цикл повторяется. В итоге обученная сеть способна извлекать лингвистические конструкции, в которые входят возможные значения атрибутов сущностей, описываемых в онтологии предметной области. Отметим, что в текущей реализации скрытый слой реализован в виде коллекции в MongoDB.

3.3 Извлечение наборов семантически связанных слов

В данной работе на основе морфологического анализа текста с помощью метода случайных блужданий извлекаются семантически связанные слова. Предположим, что у нас имеется текст, включающий в себя n документов: $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)$.

В данном случае, в качестве документа при анализе текста целесообразно рассматривать отдельно взятое предложение. Обозначим через: $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ словарь. О каждом слове документа нам известны его морфологические характеристики (часть речи, род число, падеж и т.д.). Кроме того, для каждого документа мы можем подсчитать вес слова в данном документе (TF-IDF).

Анализируемый текст можно представить в виде гиперграфа $H = (V, E)$, в котором вершины $v \in V$ – это слова текста, гиперребра $e \in E$ – это документы нашего текста. Семантическую связь между вершинами (словами) нашего гиперграфа будем вычислять на основе модели случайных блужданий (random walk model) между вершинами гиперграфа. Предполагается, что случайный переход от вершины к вершине осуществляется в два этапа (на первом выбирается одно из гиперребер, смежных с нашей вершиной, на втором этапе случайным образом выбирается вершина данного гиперребра).

Таким образом, процесс случайных блужданий будет представлять собой дискретную цепь Маркова с конечным множеством состояний. Как известно, основным параметром такого процесса является матрица вероятностей переходов между состояниями цепи. Таким образом, на выходе получаем набор семантически связанных слов, на основе которого будет реализован алгоритм фактографического поиска.

3.4 Наполнение онтологии предметной области

Работа алгоритма была проверена на биографиях учёных, так как биографии при произвольной структуре имеют сходную онтологию. В качестве обучающей выборки были взяты статьи из Википедии. В качестве примера полного цикла работы алгоритма приводится биография Фаризы Онғарсынқызы. На первом этапе текст биографии размечается по частям речи. Затем с помощью метода случайных блужданий выделяются ключевые слова и словосочетания.

4 Вычислительные эксперименты

Данный алгоритм было опробован на биографиях выдающихся личностей. Для обучения нейронной сети со скрытым слоем было использовано 100 статей из Википедии и сайта Жарар [25] и извлеченные из соответствующих биографий наборы

ключевых слов. В качестве дескрипторов для извлечения онтологии были выбраны следующие характеристики: имя, род деятельности, дата рождения, дата смерти.

На первом этапе, текст биографии размечается по частям речи через морфологический анализатор. При разметке тексты разделяются по предложениям и для каждого слова, входящего в предложение, по базе ищутся все основы слов, с которых может начинаться данное слово. И таким образом, идет анализ каждого слова, определяются все характеристики и на выходе мы получаем список лемм + аффикс + морфологические характеристики.

Ниже приведена часть размеченного текста:

Предложение: *Фариза Оңғарсынқызы Оңғарсынова - қазақ ақыны, халық жазушысы, журналист. 1939 жылы 5 желтоқсанда Гурьев (қазіргі Атырау) облысы, Новобогат ауданына қарасты Манап ауылында туған.*

Разметка:

Фариза/фариза|| [fio]
қазақ/қазақ|| [zt]
ақыны/ақын|ы| [ЗТ|ы/ТЖ-3+ØАС] // сущ + притяж.оконч
./,|| [Comma]
халық/халық|| [zt]
жазушысы/жазушы|сы| [ЗТ|сы/ТЖ-3+ØАС] сущ + суффикс + притяж.оконч.
./,|| [Comma]
журналист/журналист|| [zt]
./,|| [Comma]
..
1939/1939|| [NUMCHAR]
<omonim>
жылы/жылы|| [сн]
жылы/жылы|| [ет]
жылы/жыл|ы| [ЗТ|ы/ТЖ-3+ØАС]
</omonim>
5/5|| [NUMCHAR]
желтоқсанда/желтоқсан|да| [ЗТ|да/ЖС]
Гурьев/гурьев|| [fio]
(/|| [LBracet]
қазіргі/қазіргі|| [сн]
<omonim>
Атырау/атырау|| [zt]
Атырау/атырау|| [geo]
</omonim>
)|| [RBracet]
облысы/облыс|ы| [ЗТ|ы/ТЖ-3+ØАС]
./,|| [Comma]
Новобогат/<Unknown>
ауданына/аудан|ына| [ЗТ|ы/ТЖ-3+на/БС]
<omonim>
қарасты/қарасты|| [үс]
қарасты/қарас|ты| [ЗТ|ты/ТС]
қарасты/қарас|ты| [ЕТ|ты/ЖӨШ+АР+ЖЖ-3]

```
</omonim>  
Манаш/манаш|| [fio]  
ауылында/ауыл|ында| [ЗТ|ы/ТЖ-3+нда/ЖС]  
<omonim>  
туған/туған|| [зт]  
туған/ту|ған| [ЕС|ған/БС]  
туған/ту|ған| [ЕТ|ған/Е+АР+ЖЖ-3]  
</omonim>  
./<SentEnd>
```

После этого с помощью метода случайных блужданий выделяются ключевые слова / словосочетания, например:

фариза оңгарсынқызы оңгарсынова, ақын, жазушы, 1939 жыл 5 желтоқсан, Гурьев облысы, Манаш ауылы и т.д.

И на последнем этапе, нейронная сеть размещает данные по дескрипторам.

“name”: “*фариза оңгарсынқызы оңгарсынова*”

“position”: “*ақын*”, “*жазушы*”

“date_of_birth”: “*1939 жыл 5 желтоқсан*”

“date_of_death”: “*2014 жылдың 23 қаңтар*”

5 Заключение

В данной работе описывается применение морфологического анализатора для автоматизированного наполнения онтологии фактографической поисковой системы. Предлагаемая технология основана на применении морфологического анализатора для разметки текста с последующим использованием метода случайных блужданий для извлечения семантически связанных ключевых слов (словосочетаний). К набору этих словосочетаний с целью отнесения конкретного словосочетания к определенному атрибуту описываемой в тексте сущности применяется обученная нейронная сеть со скрытым слоем. В дальнейшем планируется продолжить исследования по разработке модулей синтаксического и семантического анализаторов, что расширит возможности для наполнения онтологии и функционирования фактографической поисковой системы.

Исследование выполнено при финансовой поддержке МОН РК в рамках научного проекта № 5033 «Разработка интеллектуальной высокопроизводительной информационно-аналитической поисковой системы обработки слабоструктурированных данных». В разработке морфологического анализатора принимали участие сотрудники Института информационных и вычислительных технологий" МОН РК и сотрудники Института языкознания имени Ахмета Байтурсынова МОН РК.

Литература:

1. Махмудов М. Системы автоматической переработки тюркского текста на лексико-морфологическом уровне. – Баку: Элм, 1991. – 114 с.
2. Мигалкин В.В. Моделирование орфографии якутского языка и разработка комплекса программ для проверки правописания якутских текстов в среде Windows; Автореф. дисс. ... к.т.н. Якутск, 2005.
3. Садыков Т. Проблемы моделирования тюркской морфологии: аспект порождения киргизской именной словоформы. – Изд-во Илим, 1987. – 119 с.

4. Сиразитдинов З.А. Моделирование грамматики башкирского языка. Словоизменительная система. – Уфа, 2006. – 160 с.
5. Сиразитдинов З.А. О моделировании словоизменительной системы агглютинативных языков парными сочетаниями (на примере башкирского языка)/Актуальные проблемы современного монголоведения и алтаистики. Материалы Международной научной конференции. Элиста, 2014. С. 139-143.
6. Jonathan North Washington. A Novel Approach to Delineating Kazakh's Five Present Tenses: Lexical Aspect. (2006) <http://jnw.name/papers/2006wi-kzpres.pdf> (дата просмотра: 01.06.2016)
7. Altenbek G. and WANG Xiao-long. Kazakh segmentation system of inflectional affixes. // In Joint Conference on Chinese Language Processing, CIPS- SIGHAN, – p. 183-190. 2010.
8. Zafer H.R., Tilki B., Kurt A., Kara M. Two-level description of Kazakh morphology. // In: Proceedings of the 1st International Conference on Foreign Language teaching and Applied Linguistics, FLTAL 2011, Sarajevo (May 2011).
9. Kessikbayeva G., Cicekli I. A Rule Based Morphological Analyzer and a Morphological Disambiguator for Kazakh Language. Linguistics and Literature Studies, 4(1), 96 - 104. 2016.
10. Баряхнин В.Б., Лукпанова Л.Х., Соловьев А.А. Алгоритм построения словоформ с использованием флективных классов для систем морфологического анализа казахского языка // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2014. – Т. 12, № 2. – С. 25-32.
11. Баряхнин В.Б., Лукпанова Л.Х., Соловьев А.А. Алгоритм синтеза словоформ казахского языка с использованием флективных классов // Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции: тр. 16 Всерос. науч. конф. (RCDL'2014) Дубна, 13-16 окт. 2014 г. – Дубна: ОИЯИ, 2014. – С. 108-112.
12. Шарипбаев А.А., Бекманова Г.Т., Ергеш Б.Ж., Бурибаева А.К., Карабалаева М.Х. Интеллектуальный морфологический анализатор, основанный на семантических сетях // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем (OSTIS-2012): материалы II Международной научно-технической конференции – Минск: БГУИР, 2012. – С. 397-400.
13. Makhambetov O., Makazhanov A., Yessenbayev Zh., Matkarimov B., Sabyrgaliyev I., Sharafudinov A. Assembling the Kazakh Language Corpus. // Proceedings of Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP 2013). 2013 – P. 1022-1031.
14. Makhambetov O., Makazhanov A., Yessenbayev Zh., Sabyrgaliyev I., Sharafudinov A. Towards a data-driven morphological analysis of Kazakh language // J. Türkiye bilişim vakfi bilgisayar bilimleri ve mühendisliği dergisi. – Vol. 7, issue 1. – 2014.
15. Makhambetov O., Makazhanov A., Sabyrgaliyev, Yessenbayev Zh. Data-Driven Morphological Analysis and Disambiguation for Kazakh // International Conference on Intelligent Text Processing and Computational Linguistics Springer International Publishing 2015. – P. 151-163
16. Койбагаров К.Ч., Мусабаев Р.Р., Калимолдаев М.Н. Разработка лингвистического процессора текстов на казахском языке. / Проблемы информатики. 2014. – № 3. – С. 64-72.
17. Койбагаров К.Ч., Амиргалиев Е.Н., Мусабаев Т.Р. Программная реализация распознавания команд казахской речи на основе марковской модели. // Труды девятой международной азиатской школы-семинар «Проблемы оптимизации сложных систем», 2013.

18. Койбагаров К.Ч., Мусабаев Р.Р. Разработка лексико-морфологического парсера казахского языка // Труды 10-й международной Азиатской школы-семинар "Проблемы оптимизации сложных систем". Кыргызская Республика, Иссык-Кульская область, 2014 г.
19. Бекманова Г.Т. Некоторые подходы к проблемам автоматического словоизменения и морфологического анализа в казахском языке // Вестник Восточно-Казахстанского государственного технического университета им. Д. Серикбаева. – Усть-Каменогорск: 2009г. – № 4. – с. 192-197.
20. Жубанов А.Х. Основные принципы формализации содержания казахского текста. – Алматы, 2002. – 250 с.
21. Азарова И.В. Морфологическая разметка текстов на русском языке с использованием формальной грамматики AGFL. Кафедра математической лингвистики СПбГУ // <http://www.dialog-21.ru/Archive/2003/AzarovaAFGL.htm> (дата просмотра: 01.06.2016)
22. Барахнин В. Б., Федотов А. М. Построение модели фактографического поиска // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. – 2013. – Том 11, Выпуск № 4. – С. 16–27.
23. Chen P.P. The entity-relational model. Toward a unified view of data // ACM TODS. 1976. № 1. P. 9-36. / Рус. пер. Чен П. П.-Ш. Модель «сущность–связь» – шаг к единому представлению данных // СУБД. 1995. № 3. С.137-158.
24. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс, 2-е изд., испр.: Пер. с англ. – М.: ООО «И. Д. Вильямс», 2006.

СИНТЕЗ ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕННЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ¹

Мурзабеков З.Н., Мурзабеков А.З.

E-mail: murzabekov-zein@mail.ru

*Научно-исследовательский институт математики и механики
Казахского национального университета имени аль-Фараби, Казахстан*

Аннотация. Рассматривается задача оптимального управления нестационарными линейными системами со свободными правыми концами траекторий. Квадратичный целевой функционал зависит от управления, состояния объекта и его интеграла. Предлагается новый подход конструирования пропорционально-интегрального регулятора для систем автоматического управления с учетом ограничений на значения управления. Задача решена с использованием множителей Лагранжа специального вида.

Ключевые слова: задача оптимального управления, множители Лагранжа, программное управление, принцип максимума, метод динамического программирования, дифференциальное уравнение, целевая функция.

1 Введение

В основном задачи оптимального управления рассматриваются в двух постановках. Согласно одной из них, оптимальное управление ищется как функция времени и начального состояния системы (программное управление). Другая постановка задачи предполагает синтез оптимального управления с обратной связью, т.е. выбор входного сигнала в виде некоторой функции от текущего состояния управляемой системы и времени. В основе решения задач оптимального управления в первой постановке лежит принцип максимума Понтрягина (решение сводится к соответствующей двухточечной краевой задаче), а решение этой же задачи во второй постановке основано на методе динамического программирования (задача сводится к решению уравнения Беллмана). Работы Л.С. Понтрягина и Р. Беллмана составили математическую основу теории оптимального управления [1-3]. В условиях работы реальных и сложных систем для построения систем автоматического управления неизбежно применение новых информационных технологий. Традиционно принято разделять системы по сложности их описания на языке математики, выделять систему как объект с обратными связями и учитывая её связи с внешним миром, как подлежащие количественному определению возмущения. В работах в области автоматического управления можно найти различные примеры математической постановки и методы решения задач оптимального управления [4-7].

Разработка различных способов построения пропорционально-интегрально-дифференциальных регуляторов и соответствующих алгоритмов управления, обладающих необходимыми для приложений свойствами, является актуальной задачей современных информационных технологий [8].

В данной работе рассматривается задача оптимального управления для линейных систем со свободными концами траекторий. Предлагается новый подход конструирования пропорционально-интегрального регулятора для систем автоматического управ-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОН РК (грант № 1625 / ГФ3).

ления и соответствующий алгоритм управления, основанный на принципе обратной связи, с учетом ограничений на значения управлений.

2 Постановка задачи

Рассмотрим управляемую систему, описываемую векторным дифференциальным уравнением:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + f(t), \quad t \in (t_0, T), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1.1)$$

$$u(t) \in U(t) = \{u \mid \alpha(t) \leq u(t) \leq \beta(t), t \in (t_0, T); \alpha, \beta \in C[t_0, T]\} \subset L_2((t_0, T), R_m), \quad (1.2)$$

где $x(t)$ – вектор состояния объекта управления размерности $n \times 1$; $u(t)$ – вектор кусочно-непрерывных управляющих воздействий размерности $m \times 1$; $A(t)$, $B(t)$ – матрицы размерностей $n \times n$, $n \times m$ соответственно; $f(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$ – кусочно-непрерывные ограниченные функции; x_0 – заданный вектор; t_0 , T – заданные начальный и конечный моменты времени.

Будем предполагать, что система (1.1) управляема. Обозначим через $\Delta(t_0, T)$ множество всех допустимых управлений, удовлетворяющих условию $u(t) \in U(t)$, $t \in [t_0, T]$, и соответствующих траекторий $x(t, u)$ системы (1.1), определенных на отрезке $t_0 \leq t \leq T$. Пусть на множестве $\Delta(t_0, T)$ задан функционал, который зависит от управления, состояния объекта и его интеграла

$$J(y, x, u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [y^*(t)D(t)y(t) + x^*(t)Q(t)x(t) + u^*(t)R(t)u(t)] dt + \\ + \frac{1}{2} y^*(T)F_1 y(T) + \frac{1}{2} x^*(T)F_2 x(T), \quad (1.3)$$

$$\dot{y} = C(t)x, \quad t \in (t_0, T), \quad y(0) = y_0. \quad (1.4)$$

Здесь $y(t)$ – вектор значения интеграла от состояния объекта управления размерности $p \times 1$; $C(t)$ – матрица размерности $p \times n$; $R(t)$ – симметричная положительно определенная $m \times m$ -матрица; F_1 , F_2 , $Q(t)$, $D(t)$ – симметричные положительно полуопределенные матрицы. Символ $(^*)$ означает операцию транспонирования.

Ставится задача. Найти синтезирующее управление $\tilde{u}(x, y, t)$ такое, что соответствующая ему пара $\{\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)\}$ доставляет минимальное значение функционалу (1.3), где $\tilde{x}(t)$ является решением дифференциального уравнения (1.1) при управлении $\tilde{u}(t) = u(\tilde{x}(t), y(t), t)$, удовлетворяющем ограничению (1.2).

Для решения задачи оптимального управления (1.1)–(1.4) использован метод, основанный на применении множителей Лагранжа специального вида [9, 10].

3 Решение задачи

Для решения поставленной задачи рассмотрим следующий функционал:

$$\tilde{L}(x, y, u) = \int_{t_0}^T \left[\frac{1}{2} y^* D(t) y + \frac{1}{2} x^* Q(t) x + \frac{1}{2} u^* R(t) u + [K_1(t)y + K_2(t)x + q_1(t)]^* [C(t)x - \dot{y}] + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + [K_2^*(t)y + K_3(t)x + q_2(t)]^* [A(t)x + B(t)u + f(t) - \dot{x}] + \lambda_1^*(t)[\alpha(t) - u(t)] + \\
 & + \lambda_2^*(t)[u(t) - \beta(t)] + \lambda_3^*(t)[x - W_2^*(t, T)q_1(t) - W_3(t, T)q_2(t) - z_2(t)] + \quad (2.1) \\
 & + \lambda_4^*(t)[y - W_1(t, T)q_1(t) - W_2(t, T)q_2(t) - z_1(t)] dt + \frac{1}{2} y^*(T)F_1 y(T) + \frac{1}{2} x^*(T)F_2 x(T),
 \end{aligned}$$

где $q_1(t), q_2(t)$ – вектора размерностей $p \times 1, n \times 1$ соответственно; $K_1(t), K_2(t), K_3(t)$ – матрицы размерностей $p \times p, p \times n, n \times n$ соответственно. Множители $(K_2^*(t)y + K_3(t)x + q_2(t))$ и $(K_1(t)y + K_2(t)x + q_1(t))$ снимают ограничения, налагаемые на $\{y(t), x(t), u(t)\}$, в виде системы дифференциальных уравнений (1.1) и (1.4), а функции $\{\lambda_1(t), \lambda_2(t)\}$ – соответствующие ограничения, налагаемые на управление (1.2). Такое представление функционала (2.1) позволяет исходную задачу на условный экстремум свести к задаче на безусловный экстремум.

Для преобразования функционала (2.1) введем в рассмотрение функции:

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}(x, y, t) &= \frac{1}{2} y^* K_1(t)y + y^* K_2(t)x + \frac{1}{2} x^* K_3(t)x + y^* q_1(t) + x^* q_2(t), \quad (2.2) \\
 \tilde{M}(x, y, u, t) &= \frac{1}{2} y^* D(t)y + \frac{1}{2} x^* Q(t)x + \frac{1}{2} u^* R(t)u + [K_1(t)y + K_2(t)x + q_1(t)]^* C(t)x + \\
 & + [K_2^*(t)y + K_3(t)x + q_2(t)]^* [A(t)x + B(t)u + f(t)] + \frac{1}{2} y^* \dot{K}_1(t)y + y^* \dot{K}_2(t)x + \\
 & + \frac{1}{2} x^* \dot{K}_3(t)x + y^* \dot{q}_1(t) + x^* \dot{q}_2(t) + \lambda_1^*(t)[\alpha(t) - u(t)] + \lambda_2^*(t)[u(t) - \beta(t)] + \lambda_3^*(t)[x - \\
 & - W_2^*(t, T)q_1(t) - W_3(t, T)q_2(t) - z_2(t)] + \lambda_4^*(t)[y - W_1(t, T)q_1(t) - W_2(t, T)q_2(t) - z_1(t)]. \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

Теперь функционал (2.1), с учетом введенных функций (2.2) и (2.3), можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \tilde{L}(x(\cdot), y(\cdot), u(\cdot)) &= \tilde{V}(x(t_0), t_0) - \tilde{V}(x(T), T) + \frac{1}{2} y^*(T)F_1 y(T) + \frac{1}{2} x^*(T)F_2 x(T) + \\
 & + \int_{t_0}^T \tilde{M}(x(t), y(t), u(t), t) dt. \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

Используя условия оптимальности, из (2.4) находим:

$$u = -R^{-1}(t)B^*(t)[K_2^*(t)y + K_3(t)x + q_2(t)] + R^{-1}(t)[\lambda_1(t) - \lambda_2(t)]. \quad (2.5)$$

Пусть матрицы $K_1(t), K_2(t), K_3(t)$ являются решениями уравнений типа Риккати:

$$\dot{K}_1(t) - K_2(t)B(t)R^{-1}(t)B^*(t)K_2^*(t) + D(t) = 0, \quad K_1(T) = K_{1T}, \quad (2.6)$$

$$\dot{K}_2(t) - K_2(t)B(t)R^{-1}(t)B^*(t)K_3(t) + K_2(t)A(t) + K_1(t)C(t) = 0, \quad K_2(T) = K_{2T}, \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
 & \dot{K}_3(t) + K_3(t)A(t) + A^*(t)K_3(t) - K_3(t)B(t)R^{-1}(t)B^*(t)K_3(t) + \\
 & + K_2^*(t)C(t) + C^*(t)K_2(t) + Q(t) = 0, \quad K_3(T) = K_{3T}, \quad (2.9)
 \end{aligned}$$

а вектор-функции $q_1(t)$, $q_2(t)$ удовлетворяют следующим дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= K_2(t)B(t)R^{-1}(t)B^*(t)q_2 - \\ &- W_1^{-1}(t,T)W_2(t,T)[W_3(t,T) - W_2^*(t,T)W_1^{-1}(t,T)W_2(t,T)]^{-1}B(t)\varphi(t), \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_2 &= -C^*(t)q_1 - (A(t) - B(t)R^{-1}(t)B^*(t)K_3(t))^*q_2 + \\ &+ (W_3(t,T) - W_2^*(t,T)W_1^{-1}(t,T)W_2(t,T))^{-1}B(t)\varphi(t), \end{aligned} \quad (2.11)$$

где обозначено $\varphi(t) = R^{-1}(t)[\lambda_1(t) - \lambda_2(t)]$, а затем определены множители $\{\lambda_3(t), \lambda_4(t)\}$ в следующем виде:

$$\lambda_3(t) = -K_3(t)f(t) - [K_3(t) + (W_3(t,T) - W_2^*(t,T)W_1^{-1}(t,T)W_2(t,T))^{-1}]B(t)\varphi(t), \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \lambda_4(t) &= -K_2(t)f(t) - [K_2(t) - W_1^{-1}(t,T)W_2(t,T)(W_3(t,T) - \\ &- W_2^*(t,T)W_1^{-1}(t,T)W_2(t,T))^{-1}]B(t)\varphi(t). \end{aligned} \quad (2.13)$$

которые сохраняют свойства

$$y(t) = W_1(t,T)q_1(t) + W_2(t,T)q_2(t) + z_1(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (2.14)$$

$$x(t) = W_2^*(t,T)q_1(t) + W_3(t,T)q_2(t) + z_2(t), \quad t \in [t_0, T]. \quad (2.15)$$

Отметим, что матрицы $W_1(t,T)$, $W_2(t,T)$, $W_3(t,T)$ удовлетворяют дифференциальным уравнениям:

$$\dot{W}_1(t,T) = W_2(t,T)C^*(t) + C(t,T)W_2^*(t,T), \quad W_1(T,T) = W_{1\kappa}, \quad (2.17)$$

$$\dot{W}_2(t,T) = -W_1(t,T)K_2(t)B_1(t) + W_2(t,T)A_1^*(t) + C(t)W_3(t,T), \quad W_2(T,T) = W_{2\kappa}, \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_3(t,T) &= -W_2^*(t,T)K_2(t)B_1(t) - B_1(t)K_2^*(t)W_2(t,T) + \\ &+ W_3(t,T)A_1^*(t) + A_1(t)W_3(t,T) - B_1(t), \quad W_3(T,T) = W_{3\kappa}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

а функции $z_1(t)$, $z_2(t)$ определяются из решения векторных дифференциальных уравнений:

$$\dot{z}_1 = C(t)z_2, \quad t \in [t_0, T], \quad z_1(T) = 0, \quad (2.20)$$

$$\dot{z}_2 = -B_1(t)K_2^*(t)z_1 + A_1(t)z_2 + f(t), \quad t \in [t_0, T], \quad z_2(T) = 0. \quad (2.21)$$

Отсюда, используя решения уравнений (2.20) и (2.21), находим $z_1(t_0)$, $z_2(t_0)$, затем из соотношений (2.14) и (2.15) определяем начальные условия для уравнений (2.10) и (2.11):

$$\begin{aligned} q_1(t_0) &= W_1^{-1}(t_0, T)[E + W_2(t_0, T)(W_3(t_0, T) - \\ &- W_2^*(t_0, T)W_1^{-1}(t_0, T)W_2(t_0, T))^{-1}W_2^*(t_0, T)W_1^{-1}(t_0, T)](y(t_0) - z_1(t_0)) - \\ &- W_1^{-1}(t_0, T)W_2(t_0, T)[W_3(t_0, T) - W_2^*(t_0, T)W_1^{-1}(t_0, T)W_2(t_0, T)]^{-1}(x(t_0) - z_2(t_0)), \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$q_2(t_0) = (W_3(t_0, T) - W_2^*(t_0, T)W_1^{-1}(t_0, T)W_2(t_0, T))^{-1}[(x(t_0) - z_2(t_0)) - W_2^*(t_0, T)W_1^{-1}(t_0, T)(y(t_0) - z_1(t_0))]. \quad (2.23)$$

Теперь, дифференциальное уравнение, определяющее закон движения системы (1.1) с управлением (2.5), будет следующим

$$\dot{x} = A_1(t)x - B_1(t)(K_2^*(t)y + q_2(t)) + B(t)\varphi(t) + f(t), \quad x(t_0) = x_0. \quad (2.24)$$

$$\dot{y} = C(t)x, \quad t \in (t_0, T), \quad y(t_0) = y_0. \quad (2.25)$$

где обозначено $A_1(t) = A(t) - B(t)R^{-1}(t)B^*(t)K_3(t)$, $B_1(t) = B(t)R^{-1}(t)B^*(t)$.

Обозначим через

$$w(y, x, t) = -R^{-1}(t)B^*(t)[K_2^*(t)y + K_3(t)x + q_2(t)] \quad (2.26)$$

а множители $\lambda_1(t) \geq 0$, $\lambda_2(t) \geq 0$, управление $\tilde{u}(t)$ определим так, чтобы выполнялись условия:

$$R(t)[\tilde{u}(t) - w(y, x, t)] - \lambda_1(t) + \lambda_2(t) = 0, \quad (2.27)$$

$$\lambda_1^*(t)[\alpha(t) - \tilde{u}(t)] = 0, \quad \lambda_2^*(t)[\tilde{u}(t) - \beta(t)] = 0. \quad (2.28)$$

Для этого используем следующие выражения:

$$\lambda_1^0(t) = -\inf(0, w(y, x, t) - \alpha(t)), \quad \lambda_2^0(t) = -\inf(0, \beta(t) - w(y, x, t)). \quad (2.29)$$

Используя результаты из (2.29) осуществим выбор $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$, $\tilde{u}(t)$ следующим образом:

– если $\lambda_{1i}^0(t) = 0$, $\lambda_{2i}^0(t) = 0$, то принимаем $\lambda_{1i}(t) = 0$, $\lambda_{2i}(t) = 0$, а значения $\tilde{u}_i(t)$ определяем из уравнения (2.27);

– если $\lambda_{1i}^0(t) > 0$, то принимаем $\lambda_{2i}(t) = 0$, $\tilde{u}_i(t) = \alpha_i(t)$, а значения $\lambda_{1i}(t)$ определяем из уравнения (2.27);

– если $\lambda_{2i}^0(t) > 0$, то принимаем $\tilde{u}_i(t) = \beta_i(t)$, а значения $\lambda_{2i}(t)$ определяем из уравнения (2.27).

Таким образом, получен следующий результат.

Теорема. Для оптимальности пары $(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) \in \Delta(t_0, T)$ в задаче (1.1)-(1.4), необходимо и достаточно, чтобы $\tilde{x}(t)$ удовлетворяла дифференциальному уравнению

$$\dot{x} = A_1(t)x - B_1(t)(K_2^*(t)y + q_2(t)) + B(t)\varphi(y, x, t) + f(t), \quad x(t_0) = x_0. \quad (2.30)$$

Управление $\tilde{u}(t)$ определяется следующим образом:

$$\tilde{u}(t) = -R^{-1}(t)B^*(t)[K_2^*(t)y(t) + K_3(t)x(t) + q_2(t)] + \varphi(y(t), x(t), t), \quad (2.31)$$

где матрицы $K_2(t)$, $K_3(t)$ являются решением уравнений (2.6)- (2.9), вектор-функция $q_2(t)$ удовлетворяет уравнению (2.10) с начальным условием (2.23), а функция $\varphi(y, x, t)$ определяется следующим образом:

$$\varphi(y, x, t) = R^{-1}(t)(\lambda_1(y, x, t) - \lambda_2(y, x, t)). \quad (2.32)$$

Доказательство теоремы осуществляется путем применения множителей Лагранжа специального вида.

Алгоритм решения задачи. Опишем удобный для реализации на компьютере алгоритм решения задачи оптимального управления (1.1)–(1.4).

1. Используя численный метод, проинтегрировать дифференциальное уравнение (2.6)–(2.9) для определения матрицы $K(t)$ в интервале $[t_0, T]$ с условием $K(T) = K_T$.

2. Используя численный метод, проинтегрировать дифференциальное уравнение (2.17)–(2.19) для определения матрицы $W(t, T)$ с условием $W(T, T) = W_k$.

3. Используя численный метод, проинтегрировать дифференциальное уравнение (2.20), (2.21) для определения функции $z(t)$ с условием $z(T) = 0$.

4. Задаем условия $x(t_0) = x_0$, и $z(t_0)$, затем вычисляем начальные условия $q(t_0)$ для дифференциальных уравнений (2.10), (2.11).

5. Используя численный метод, проинтегрировать систему дифференциальных уравнений (2.10), (2.11) и (2.24), (2.25), задав начальные условия $q(t_0)$ и $x(t_0) = x_0$.

В процессе интегрирования системы уравнений на печать необходимо выдать график оптимальной траектории $\tilde{x}(t)$ и управления $\tilde{u}(t)$. Если необходимо произвести расчеты для новых условий $x(t_0) = x_0$, $y(t_0) = y_0$, то повторить пункты 3, 4 и 5.

Необходимо отметить, что $K(T) = K_T$ – симметрическая положительно определенная матрица. При задании различных условий $K(T) = K_T$ для матричного дифференциального уравнения (2.9) получаем различные матрицы $K(t)$ и $W(t, T)$. При вычислении векторной функции $q(t)$ происходит компенсация влияния матрицы $K(t)$.

4 Пример

Рассмотрена задача оптимального управления: минимизировать функционал

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^T [y^2 + 3x_1^2 + 3x_2^2 + u^2] dt + 500(x_1^2(T) + x_2^2(T) + y^2(T)) \quad (3.1)$$

при условиях

$$\dot{y} = x_1, \quad y(0) = -8, \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad x_1(t_0) = 2, \quad x_2(t_0) = 2, \quad t_0 \leq t \leq T; \quad (3.3)$$

$$-1.5 \leq u(t) \leq 1.5, \quad t \in [t_0, T], \quad t_0 = 0, \quad T = 7. \quad (3.4)$$

Решение. Для рассматриваемой задачи матрица

$$K = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \\ K_2^* & K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

определена из уравнения типа Риккати.

Искомое оптимальное управление записывается в виде $\tilde{u}(\tilde{x}(t), t) = a(\tilde{x}, t) + \varphi(\tilde{x}, t)$, где

$$a(\tilde{x}, t) = -y - 3\tilde{x}_1 - 3\tilde{x}_2 - q_3(t),$$

$$\varphi(\tilde{x}, t) = - \inf \{0; -\alpha(t) + a(\tilde{x}, t)\} + \inf \{0; \beta(t) - a(\tilde{x}, t)\}.$$

Оптимальные траектории $\tilde{x}_1(t)$, $\tilde{x}_2(t)$ в интервале времени $[t_0, T]$ определяются из системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{y}(t) &= x_1(t), & y(t_0) &= -8, \\ \dot{x}_1(t) &= x_2(t), & x_1(t_0) &= 2, \\ \dot{x}_2(t) &= -y(t) - 3x_1(t) - 3x_2(t) - q_3(t) + \varphi(x, t), & x_2(t_0) &= 2, \\ \dot{q}_1(t) &= q_3(t) + m_3(t)\varphi(x, t), & q_1(t_0) &= \bar{q}_1, \\ \dot{q}_2(t) &= -q_1(t) + 3q_3(t) + m_5(t)\varphi(x, t), & q_2(t_0) &= \bar{q}_2, \\ \dot{q}_3(t) &= -q_2(t) + 3q_3(t) + m_6(t)\varphi(x, t), & q_3(t_0) &= \bar{q}_3. \end{aligned}$$

Отметим, что найденное оптимальное управление $\tilde{u}(x, t)$ имеет следующий вид

$$\tilde{u}(x, t) = \begin{cases} -1.5, & t_0 \leq t < t_1, \\ -y(t) - 3\tilde{x}_1(t) - 3\tilde{x}_2(t) - q_3(t), & t_1 \leq t \leq T, \end{cases}$$

где переключение управления происходит в момент времени $t_1 = 2.52$, которое удовлетворяет условию $-y(t_1) - 3\tilde{x}_1(t_1) - 3\tilde{x}_2(t_1) - q_3(t_1) = -1.5$. Графики $\tilde{u}(t) = \tilde{u}(\tilde{x}(t), t)$, $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_1(t)$ и $\tilde{x}_2 = \tilde{x}_2(t)$ представлены на рисунке. Найденное управление $\tilde{u}(x, t)$ обеспечивает выполнение конечного условия $\tilde{x}(T) \approx 0$ (в численных расчетах были получены значения $\tilde{y}(T) \approx 0.246 * 10^{-2}$, $\tilde{x}_1(T) \approx -0.3609 * 10^{-2}$, $\tilde{x}_2(T) \approx 0.1381 * 10^{-2}$).

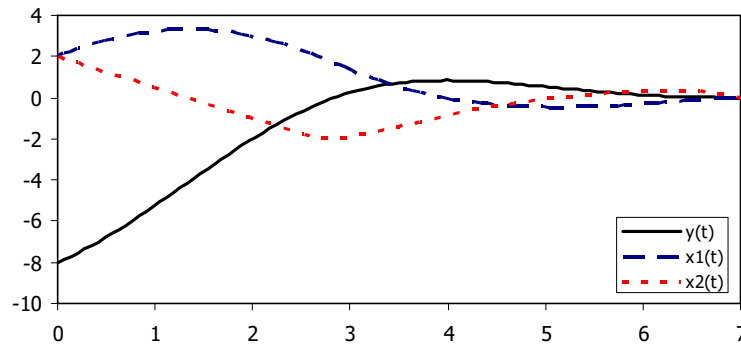


Рисунок 1 – График оптимальных траекторий

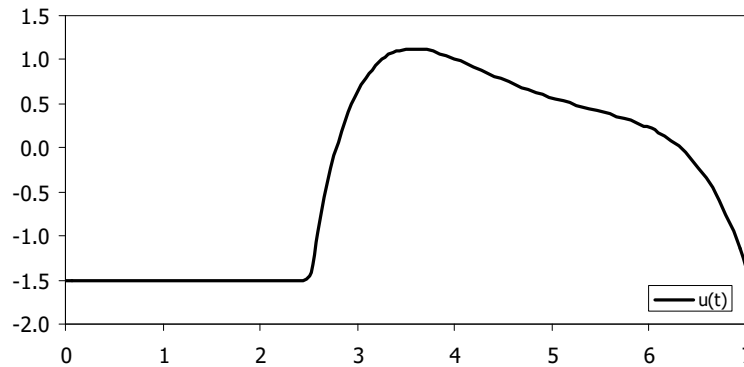


Рисунок 2 – График оптимального управления

5 Заключение

В данной работе предложен конструктивный алгоритм построения пропорционально-интегрального регулятора, основанного на принципе обратной связи при наличии ограничений на значения управления. Задача решена с использованием множителей Лагранжа специального вида, зависящих от фазовых координат и времени. Предлагаемый алгоритм решения задачи оптимального управления реализован на компьютере с применением пакета прикладных программ Maple 15 и апробирован для модельного примера.

Литература

1. Pontryagin, L. S., V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, and E. F. Mishchenko, Selected Works, Vol. 4, Classics of Soviet Mathematics, The Mathematical Theory of Optimal Processes, Gordon & Breach Science Publishers, New York (1986).
2. Bellman, R. and R. Kalaba, Dynamic Programming and Modern Control Theory, Academic Press, New York (1966).
3. Bellman, R., Dynamic Programming, Dover Publications, Inc., New York (2003).
4. Bryson, A. E. and Y.-C. Ho, Applied Optimal Control, Taylor & Francis Inc., Washington (1988).
5. Atans, M. and P. L. Falb, Optimal Control: an Introduction to the Theory and its Applications, Dover Publications, Inc., New York (2006).
6. Krotov, V. F. Global Methods in Optimal Control Theory. Marcel Dekker Inc.: New York, 1996.
7. Alekseev, V. M., V. M. Tikhomirov, and S. V. Fomin, Optimal Control, Consultants Bureau, New York (1987).
8. Metody klassicheskoy i sovremennoy teorii avtomaticheskogo upravleniya (Methods of classic and modern theory of control)(rus.)// Eds: Pupkov K.A., Egupov N.D. (5 Volumes). Moscow.: N.E. Bauman' MSTU , 2004.
9. Murzabekov Z. N. and A. Z. Murzabekov. "Optimizatsiya odnogo klassa upravlyаемых nelineynykh sistem na konechnom otrezke vremeni," (Optimization of some class of controlled systems for finite time interval) (rus.), J. Problemy informatiki, Sibirskoe otdelenie RAN, No. 3, p. 5–9, 2012.
10. Aipanov Sh. A. and Z. N. Murzabekov. "Analytical Solution of a Linear Quadratic Optimal Control Problem with Control Value Constraints," Journal of Computer and Systems Sciences Int., 2014, Vol. 53, No. 1, pp. 84–91.

ПОСТРОЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ СИСТЕМ С ЛИНЕЙНЫМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ ПРОГРАММНЫМИ СВЯЗЯМИ

Мухарлямов Р.Г.
e-mail: robgar@mail.ru

Российский университет дружбы народов, Россия

***Аннотация.** Предлагается метод численного решения уравнений динамики системы со связями, обеспечивающий стабилизацию связей. Для определения множителей Лагранжа используются дифференциальные связи, полученные вследствие голономных связей или построенные искусственно для задания областей, заполненных различными множествами траекторий. Использование методов построения уравнений динамики по известным частным интегралам позволяет обеспечить необходимую точность выполнения уравнений связей вдоль решений уравнений динамики.*

Постановка задачи

Решение системы дифференциальных уравнений динамики с неопределенными множителями связано с определением множителей Лагранжа из уравнений, полученных дифференцированием уравнений связей. Для этого необходимо дважды дифференцировать уравнения голономных связей и продифференцировать уравнения неголономных связей, вследствие чего уравнения связей оказываются первыми интегралами уравнений динамики замкнутой системы, соответствующей определенным выражениям множителей Лагранжа. При численном решении этой системы уравнения связей нарушаются. Известные публикации о стабилизации связей ограничиваются определением выражений неопределенных множителей из линейной зависимости уравнений связей и их производных [1]. В общем случае для стабилизации связей необходимо, чтобы уравнения связей составляли асимптотически устойчивые частные интегралы уравнений динамики замкнутой системы [2]. Это возможно, если множители Лагранжа определяются из соотношений между величинами отклонений от уравнений связей и их производными. Необходимые уравнения возмущений связей могут быть построены приравнением выражений производных от дифференциальных связей произвольным функциям, равным нулю с величинами отклонений от уравнений связей вместе с их производными.

Дифференциальные связи оказываются линейными, когда являются следствием дифференцирования уравнений голономных связей или получаются в результате построения в соответствии с кинематическими условиями, которые накладываются на движения системы. В [3],[4] построены соответственно автономные и неавтономные системы дифференциальных уравнений первого порядка, допускающих необходимое распределение траекторий, которые могут быть использованы как неголономные связи, накладываемые на систему для осуществления движений с обходом препятствий. Для достижения необходимой точности выполнения уравнений связей при численном решении уравнений динамики остается построить правые части уравнений возмущений связей так, чтобы система уравнений имела асимптотически устойчивое тривиальное решение, ограниченное заданными пределами при численном решении уравнений динамики.

1. Уравнения дифференциальных связей

Будем считать, что на систему наложены идеальные голономные связи

$$g_{\kappa}(x, t) = 0, \quad x = (x_1, \dots, x_{3N}), \quad \kappa = 1, \dots, k, \quad (1)$$

Уравнения неголономных связей могут быть построены с использованием решения обратной задачи качественной теории дифференциальных уравнений. Если представить функции $g_{\kappa} = g_{\kappa}(x, t)$, $\kappa = 1, \dots, k$, в виде произведений $g_{\kappa}(x, t) = g_{\kappa 1}(x, t) \dots g_{\kappa h}(x, t)$, то каждая функция $g_{\kappa 1}(x, t), \dots, g_{\kappa h}(x, t)$ будет частным интегралом системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = c[g_x C] + g_x^+ (K(g, x, t) - g_t).$$

Здесь c – произвольная величина, C – произвольная матрица размерности $3N - k - 1$, $g_x^+ = g_x^T (g_x g_x^T)^{-1}$, $K = K(g, x, t)$ – правая часть уравнения

$$\frac{dg}{dt} = K(g, x, t), \quad K(0, x, t) = 0, \quad g = (g_1, \dots, g_k),$$

возмущений связей $g(x, t) = 0$ [2], $[g_x C]$ – векторное произведение векторов строк матриц g_x, C . В [3] построена система двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = k(x, y) \sum_{l=1}^r \frac{1}{g_l(x, y)} \left(\alpha_l \frac{\partial g_l}{\partial x} + \beta_l \frac{\partial g_l}{\partial y} \right) - v(x, y) \sum_{l=1}^s \frac{1}{g_l(x, y)} \cdot \frac{\partial g_l}{\partial y}, \\ \frac{dy}{dt} = k(x, y) \sum_{l=1}^r \frac{1}{g_l(x, y)} \left(\gamma_l \frac{\partial g_l}{\partial x} + \delta_l \frac{\partial g_l}{\partial y} \right) + v(x, y) \sum_{l=1}^s \frac{1}{g_l(x, y)} \cdot \frac{\partial g_l}{\partial x}, \end{cases} \quad (2)$$

$$k(x, y) = \Phi(x, y) g(x, y), \quad v(x, y) = M(x, y) g(x, y).$$

Система (2) имеет особые точки A_i , $i = 1, \dots, p$, типа фокус или центр, предельные циклы E_i , $i = p + 1, \dots, q$, центр или седло в точках A_{jm} , $j, m = q + 1, \dots, r$, и сепаратрисы Ψ_k , $k = r + 1, \dots, s$. $\Phi(x, y) = F(x, y) g_{p+1} \dots g_q$, где $F = F(x, y)$ и $M = M(x, y)$, являются произвольными непрерывными функциями, отличными от нуля. Коэффициенты $\alpha_l, \beta_l, \gamma_l, \delta_l$ выбираются так, чтобы точки A_i и A_{jm} были особыми точками заданного типа и кривые E_i представляли собой устойчивые или неустойчивые предельные циклы. В [4] приводится решение обратной задачи качественной теории нестационарных дифференциальных уравнений. Методы построения систем дифференциальных уравнений с заданными свойствами решений используются для решения задач управления движением с обходом препятствий.

Если q_1, \dots, q_n – обобщенные координаты, определяющие положение управляемой системы, то выражая прямоугольные координаты x, y и их производные через q_1, \dots, q_n и $v_1 = dq_1 / dt, \dots, v_n = dq_n / dt$, получим уравнения линейных неголономных связей

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial x}{\partial q_i} v_i - X(q_1, \dots, q_n) = 0, \quad \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial q_i} v_i - Y(q_1, \dots, q_n) = 0. \quad (2)$$

1. Уравнения динамики в криволинейных координатах

Для упрощения изложения рассмотрим механическую систему, на которую наложены идеальные голономные стационарные связи

$$f_\mu(x) = 0, \quad x = (x_1, \dots, x_{3N}), \quad \mu = 1, \dots, m, \quad (3)$$

и линейные неголономные связи

$$\sum_{i=1}^{3N} a_{\rho i}(x, t) \dot{x}_i + a_\rho(x, t) = 0, \quad \dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}, \quad \rho = 1, \dots, r.$$

Из уравнений (3) прямоугольные координаты x_i можно выразить через $n = 3N - m$ обобщенных координат q_1, \dots, q_n . Запишем в новых переменных принцип Даламбера-Лагранжа и уравнения неголономных связей

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial T}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_k} \right) + Q_k \right) \delta q_k = 0, \quad v_k = \frac{dq_k}{dt}, \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^n \alpha_{\rho k}(q, t) v_k + \alpha_\rho(q, t) = 0, \quad q = (q_1, \dots, q_n), \quad \rho = 1, \dots, r, \quad r < n. \quad (5)$$

В равенстве (4) $T = (1/2) \sum_{k,l=1}^n a_{kl}(q) v_k v_l$ – кинетическая энергия, Q_k – обобщенные силы. Уравнения линейных неголономных связей (5) соответствуют естественным ограничениям движения системы или могут быть составлены искусственно для определения поля траекторий движения управляемой системы. Так для осуществления движения системы с обходом препятствий используются методы решения обратной задачи качественной теории дифференциальных уравнений [3], [4].

Равенства (5) накладывают ограничения на виртуальные перемещения δq_k системы:

$$\sum_{k=1}^n \alpha_{\rho k}(q, t) \delta q_k = 0, \quad \rho = 1, \dots, r. \quad (6)$$

Общее решение $\delta q = (\delta q_1, \dots, \delta q_n)$ системы линейных уравнений (6) определяется [5] равенством

$$\delta q = \delta s [\alpha_1, \dots, \alpha_r, b_{r+1}, \dots, b_{n-1}], \quad (7)$$

где δs – произвольно малая скалярная величина, квадратными скобками обозначено векторное произведение векторов-строк $\alpha_\rho = (\alpha_{\rho 1}, \dots, \alpha_{\rho n})$ матрицы $(\alpha_{\rho k})$ и произвольных векторов $b_{\kappa k} = (b_{\kappa 1}, \dots, b_{\kappa n})$, $\kappa = r+1, \dots, n-1$. Принцип Даламбера-Лагранжа (4), с учетом выражения (7) приводится к равенству

$$\{E(q), \alpha_1, \dots, \alpha_r, b_{r+1}, \dots, b_{n-1}\} = 0, \quad (8)$$

левая часть которого составляет смешанное произведение векторов $E(q), \alpha_1, \dots, \alpha_r, b_{r+1}, \dots, b_{n-1}$,

$$E(q_k) = \frac{\partial T}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_k} \right) + Q_k, \quad k = 1, \dots, n.$$

Равенство (8) при произвольных значениях векторов b_{r+1}, \dots, b_{n-1} возможно только в том случае, когда между векторами $E(q), \alpha_1, \dots, \alpha_r$ существует линейная зависимость:

$E(q) = \sum_{\rho=1}^r \lambda_{\rho} \alpha_{\rho}$, что в координатной форме соответствует уравнениям Лагранжа, описывающим динамику системы с идеальными неголономными связями.

$$\frac{dq_k}{dt} = v_k, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial v_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k + \sum_{\rho=1}^r \lambda_{\rho} \alpha_{\rho k}. \quad k = 1, \dots, n. \quad (9)$$

Для определения множителей λ_{ρ} система (9) приводится к виду, разрешенному относительно производных:

$$\begin{aligned} \frac{dq_k}{dt} = v_k, \quad \frac{dv_k}{dt} = Q^k - \sum_{l,m=1}^n \gamma_{lm}^k v_l v_m + \sum_{\rho=1}^r \lambda_{\rho} \alpha_{\rho}^k, \quad k = 1, \dots, n, \quad (10) \\ Q^k = \sum_{i=1}^n a^{ki} Q_i, \quad \gamma_{lm}^k = \sum_{i=1}^n a^{ki} \gamma_{i,lm}, \quad \alpha_{\rho}^k = \sum_{i=1}^n a^{ki} \alpha_{\rho i}, \\ \gamma_{i,lm} = \frac{\partial a_{il}}{\partial q_m} + \frac{\partial a_{im}}{\partial q_l} - \frac{\partial a_{lm}}{\partial q_i}, \quad (a^{sk}) = (a_{kl})^{-1}. \end{aligned}$$

Для обеспечения стабилизации связей введем дополнительные переменные, оценивающие отклонения от уравнений связей (5),

$$y_{\rho} = \sum_{k=1}^n \alpha_{\rho k} (q, t) v_k + \alpha_{\rho} (q, t), \quad \rho = 1, \dots, r, \quad (11)$$

которые появляются при численном решении уравнений динамики замкнутой системы. Множители λ_{ρ} будем определять так, чтобы изменение переменных y_{ρ} соответствовало решению системы дифференциальных уравнений возмущений связей

$$\frac{dy_{\rho}}{dt} = K_{\rho} (y, q, v, t), \quad K_{\rho} (0, q, v, t) = 0, \quad y = (y_1, \dots, y_r). \quad (12)$$

Дополнительные переменные y_{ρ} считаются возмущениями связей (5). Условия (11), накладываемые на координаты q_1, \dots, q_n системы, называются программными связями. Система уравнений (12), описывающая изменение возмущений связей (11), является системой уравнений возмущений связей. Тривиальное решение $y_{\rho} = 0, \rho = 1, \dots, r$, системы (12) соответствует уравнению связей (5). Уравнения (11), (12) рассматриваются совместно с уравнениями динамики (9) и начальными условиями

$$\begin{aligned} q_k(t_0) = q_k^0, \quad v_k(t_0) = v_k^0, \quad y_{\rho}(t_0) = y_{\rho}^0, \\ y_{\rho}^0 = \sum_{k=1}^n \alpha_{\rho k} (q^0, t_0) v_k^0 + \alpha_{\rho} (q^0, t_0), \quad k = 1, \dots, n, \quad \rho = 1, \dots, r. \end{aligned}$$

Из выражений (11), (12) с учетом уравнений динамики (10) следует система линейных уравнений относительно множителей λ_{ρ} :

$$\sum_{\sigma=1}^r c_{\rho\sigma} \lambda_{\sigma} = K_{\rho} - c_{\rho}, \quad \rho = 1, \dots, r, \quad (13)$$

$$c_{\rho\sigma} = \sum_{i=1}^n \alpha_{\rho i} \alpha_{\sigma}^i,$$

$$c_{\rho} = \sum_{k,l=1}^n \left(\frac{\partial \alpha_{\rho k}}{\partial q_l} - \sum_{i=1}^n \alpha_{\rho i} \gamma_{kl}^i \right) v_k v_l + \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \alpha_{\rho k}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_{\rho}}{\partial q_k} \right) v_k + \alpha_{\rho} + \frac{\partial \alpha_{\rho}}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \alpha_{\rho i} Q^i.$$

Если определитель матрицы $(c_{\rho\sigma})$ отличен от нуля, то существует обратная матрица $(c^{\sigma\rho}) = (c_{\rho\sigma})^{-1}$ и система (13) допускает решение

$$\lambda_{\sigma} = \sum_{\rho=1}^r c^{\sigma\rho} (K_{\rho} - c_{\rho}), \quad \sigma = 1, \dots, r. \quad (14)$$

Подстановка выражений (14) в правые части уравнений (10) приводит к системе уравнений динамики

$$\frac{dq_k}{dt} = v_k, \quad \frac{dv_k}{dt} = g_k(q, v, t) + \sum_{\rho, \sigma=1}^r \alpha_{\rho}^k(q, t) c^{\rho\sigma}(q, t) K_{\sigma}(y, q, v, t), \quad (15)$$

$$g_k(q, v, t) = Q^k - \sum_{l, m=1}^n \gamma_{lm}^k v_l v_m - \sum_{\rho, \sigma=1}^r \alpha_{\rho}^k c^{\rho\sigma} c_{\sigma}, \quad k = 1, \dots, n.$$

Вдоль решений уравнений системы справедливо тождество

$$\sum_{k=1}^n v_k \frac{d\alpha_{\rho k}}{dt} + \frac{d\alpha_{\rho}}{dt} + \sum_{k=1}^n \alpha_{\rho k} g_k(q, v, t) \equiv 0$$

и выполняются условия (12). В случае, когда система уравнений (12) является линейной

$$\frac{dy_{\rho}}{dt} = \sum_{\sigma=1}^r k_{\rho\sigma}(q, v, t) y_{\sigma} \quad \rho = 1, \dots, r, \quad (16)$$

правые части уравнений динамики также являются линейными относительно возмущений связей

$$\frac{dq_k}{dt} = v_k, \quad \frac{dv_k}{dt} = g_k(q, v, t) + \sum_{\rho=1}^r g_k^{\rho}(q, v, t) y_{\rho}, \quad (17)$$

$$g_k^{\rho} = \sum_{\beta, \sigma=1}^r \alpha_{\beta}^k c^{\beta\sigma} k_{\sigma\rho}, \quad k = 1, \dots, n.$$

Если коэффициенты системы уравнений возмущений связей (16) постоянны, и корни характеристического уравнения $\det(k_{\sigma\rho} - \kappa \delta_{\sigma\rho}) = 0$, $\delta_{\sigma\rho} = 0$, $\sigma \neq \rho$, $\delta_{\sigma\sigma} = 1$, имеют отрицательные действительные части, то тривиальное решение системы (16) устойчиво асимптотически. Условия устойчивости тривиального решения системы уравнений (12) в общем случае установлены в [6].

2. Численное решение уравнений динамики

Изменение величин y_ρ отклонений от уравнений связей при численном решении уравнений динамики (17) зависит от выбора метода решения. Необходимая точность выполнения уравнений связей может быть достигнута соответствующим построением правых частей уравнений системы (12). Исследуем изменение величин y_ρ при определении численного решения методом Эйлера системы (17), соответствующей уравнениям возмущений связей (16). Пусть

$$q(t_0) = q^0, \quad v(t_0) = v^0, \\ \Delta q_i^s = \tau v_i^s, \quad \Delta v_i^s = \tau \left(g_i + \sum_{\beta=1}^r g_i^\beta y_\beta \right)^s, \quad i = 1, \dots, n, \quad (18)$$

$\tau = t_{s+1} - t_s$, $\Delta q_i^s = q_i^{s+1} - q_i^s$. Полагая величину τ достаточно малой, оценим величины отклонений y_ρ^s с использованием приращений (18). Разложение в ряд функции $y_\rho^{s+1} = y_\rho(t_s + \tau)$ с использованием выражений (11) и системы уравнений (17), приводит к равенству

$$y_\rho^{s+1} = \sum_{k=1}^n \alpha_{\rho k}^s v_k^s + \tau \sum_{k,i=1}^n \left(\frac{\partial \alpha_{\rho k}}{\partial q_i} v_k v_i \right)^s + \tau \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \alpha_{\rho k}}{\partial t} v_k \right)^s + \alpha_\rho^s + \\ + \tau \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \alpha_\rho}{\partial q_i} v_i \right)^s + \tau \left(\frac{\partial \alpha_\rho}{\partial t} \right)^s + \tau \sum_{k=1}^n \alpha_{\rho k}^s \left(g_i + \sum_{\sigma=1}^r g_i^\sigma y_\sigma \right)^s + \frac{\tau^2}{2} \tilde{y}_\rho^s.$$

Учитывая структуру уравнений систем (16) и (17), последнее равенство можно представить в компактном виде:

$$y_\rho^{s+1} = \sum_{\sigma=1}^r (\delta_{\rho\sigma} + \tau k_{\rho\sigma}) y_\rho^s + \frac{\tau^2}{2} \tilde{y}_\rho^s. \quad (19)$$

Здесь последнее слагаемое в правой части означает остаточный член разложения в ряд функции y_ρ^{s+1} . Из равенства (19) следует оценка нормы вектора $y = (y_\rho)$ отклонений от уравнений связей (5):

$$\|y^{s+1}\| \leq \|(\delta_{\rho\sigma} + \tau k_{\rho\sigma})\| \|y^s\| + \frac{\tau^2}{2} \|\tilde{y}^s\|. \quad (20)$$

Неравенство (110) позволяет сделать следующее заключение о стабилизации неголономных связей (5).

Теорема. Если $\|y^0\| \leq \varepsilon$, $\|(\delta_{\rho\sigma} + \tau k_{\rho\sigma})\| \leq \alpha \leq 1$, $\tau^2 \|\tilde{y}^s\| \leq 2(1-\alpha)\varepsilon$, то при всех $s = 1, 2, \dots, S$, при которых существует решение уравнений (17), выполняется неравенство $\|y^s\| \leq \varepsilon$.

Условия стабилизации связей, накладываемые на коэффициенты уравнений возмущений связей (16) при использовании разностных схем более высокого порядка, определены в [7],[8],[9].

3. Управление движением мобильного робота с обходом препятствий

В [4] предложено решение задачи управления движением, основанное на построении нестационарной системы дифференциальных уравнений с заданным распределением фазовых траекторий. Шасси мобильного робота, движущегося по горизонтальной плоскости, моделируется трехколесной системой, состоящей из оси переднего колеса и кузова, жестко скрепленного с осью задних колес. Управление колесной системой осуществляется моментами M_1 , M_2 и R_3 , приложенными соответственно к левому и правому колесам задней оси и к рулевому приводу, так, чтобы центр $M(q_1, q_2)$ совершал движение из произвольной точки плоскости к движущейся точке $q_1 = -k_1 t$, $q_2 = 0$ с обходом подвижных препятствий, ограниченных кривыми

$$(q_1 + 2 + k_2 t)^2 + 4q_2^2 = 1, \quad \frac{1}{4}(q_1 - 1 + k_3 t)^2 + \frac{16}{9}(q_2 - \frac{3}{2})^2 = 1.$$

Уравнениям кривых соответствуют дифференциальные связи:

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = -\frac{16}{39} f_1 f_3 f_4 - 4q_2 f_1 f_2 f_4 - \frac{8}{9} (2q_2 - 3) f_1 f_2 f_3 - g_1 g_3 g_4, \\ \dot{q}_2 = -\frac{42}{29} f_2 f_3 f_4 + (q_1 + 2 + k_2 t) f_1 f_2 f_4 + (q_1 - 1 + k_3 t) f_1 f_2 f_3 - g_2 g_3 g_4, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f_1(q_1, q_2, t) &= q_1 + k_1 t, \\ f_2(q_1, q_2, t) &= q_2, \\ f_3(q_1, q_2, t) &= \frac{1}{2}((q_1 + 2 + k_2 t)^2 + 4q_2^2 - 1), \\ f_4(q_1, q_2, t) &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}(q_1 - 1 + k_3 t)^2 + \frac{16}{9}(q_2 - \frac{3}{2})^2 - 1 \right) \\ g_1(q_1, q_2, t) &= f_2 f_3 f_4 + (q_1 + 2 + k_2 t) f_1 f_2 f_4 + (q_1 - 1 + k_3 t) f_1 f_2 f_3, \\ g_2(q_1, q_2, t) &= f_1 f_3 f_4 + 4q_2 f_1 f_2 f_4 + \frac{8}{9} (2q_2 - 3) f_1 f_2 f_3, \\ g_3(q_1, q_2, t) &= k_1 f_2 f_3 f_4 + k_2 (q_1 + 2 + k_2 t) f_1 f_2 f_4 + k_3 (q_1 - 1 + k_3 t) f_1 f_2 f_3, \\ g_4(q_1, q_2, t) &= (g_1^2 + g_2^2)^{-1}. \end{aligned}$$

Условия качения без проскальзывания и отсутствия бокового проскальзывания всех колес приводят к уравнениям неголономных дифференциальных связей:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 \cos(q_3 + q_4) + \dot{q}_2 \sin(q_3 + q_4) + \dot{q}_4 l_1 \sin q_3 - r\dot{q}_5 &= 0, \\ \dot{q}_1 \cos q_4 + \dot{q}_2 \sin q_4 - h\dot{q}_4 - r\dot{q}_6 &= 0, \\ \dot{q}_1 \cos q_4 + \dot{q}_2 \sin q_4 + h\dot{q}_4 - r\dot{q}_7 &= 0, \\ \dot{q}_1 \sin(q_3 + q_4) - \dot{q}_2 \cos(q_3 + q_4) - \dot{q}_4 l_1 \cos q_3 &= 0, \\ \dot{q}_1 \sin q_4 - \dot{q}_2 \cos q_4 + l_2 \dot{q}_4 &= 0. \end{aligned}$$

Полагая, что внешние силы отсутствуют, уравнения динамики системы составляются в форме уравнений Воронца:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T^*}{\partial q_i} - \sum_{k=4}^7 \frac{\partial T^*}{\partial q_k} b_{ki} + \sum_{k=4}^7 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}_k} \beta_{ij}^k \dot{q}_j = Q_i + R_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Силы Q_i соответствуют управляющим моментам M_1 и M_2 : $Q_i = b_{6i}M_1 + b_{7i}M_2$, R_1, R_2 – реакции дифференциальных связей, R_3 – управляющий момент. Определены выражения управляющих моментов. Построены графики изменения отклонений от уравнений связей.

6. Заключение

Необходимым условием точности численного решения уравнений динамики является асимптотическая устойчивость множества траекторий, соответствующих решениям уравнений динамики системы со связями. Учет возможных отклонений решений уравнений динамики от уравнений связей и использование модификации методов стабилизации связей позволяет разработать простые методы моделирования динамики управляемых технических и производственных систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-08-00558 а, и гос. задания № 3.1939.2014/К; проектная часть.

Литература

1. Baumgarte J. Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems // *Comp. Math. Appl. Mech. Eng.* 1 (1972). – P. 1-16.
2. Мухарлямов Р.Г. Моделирование процессов управления, устойчивость и стабилизация систем с программными связями // *Известия РАН. Теория и системы управления.* 2015, № 1. – С. 15-28.
3. Мухарлямов Р.Г. К обратным задачам качественной теории дифференциальных уравнений // *Дифференц. уравнения.* 1967. Т.3. N 10. – С. 1673-1681.
4. Матухина О.В. О задаче управления движением колесной системы с перевернутым маятником // *Вестник Казанского технологического университета,* 2014. – Т. 17, № 24. – С. 401-404.
5. Мухарлямов Р.Г. О построении дифференциальных уравнений оптимального движения по заданному многообразию // *Дифференц. уравнения.* 1971. Т. 7. N 10. – С. 1825-1834.
6. Мухарлямов Р.Г. О построении множества систем дифференциальных уравнений устойчивого движения по интегральному многообразию // *Дифференц. уравнения.* 1969. Т.5. N 4. – С. 688-699.
7. Мухарлямов Р.Г. О решении систем нелинейных уравнений // *ЖВМ и МФ.* 1971. Т. 11. N 4. – С. 829-836.
8. Мухарлямов Р.Г. О численном решении уравнений экстремалей вариационной задачи с ограничениями // *Известия вузов. Математика.* № 4, 2002. – С. 36-44.
9. R.G. Mukharlyamov, Assaye Walelgn Beshaw. Solving Differential Equation of Motion for Constrained Mechanical Systems // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия «Математика. Информатика. Физика».* № 3, 2013. – С. 81-92.

СПЕЦИФИКАЦИЯ ОНТОЛОГИЙ ДЛЯ ПОТОКОВ ЗАДАЧ

Плесневич Г.С.¹, Карабеков Б.С.², Нгуен Тхи Минь Ву¹

¹ *Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия
salve777@mail.ru, minhvu_357@gmail*

² *Институт информационных и вычислительных технологий, Алматы,
Казахстан, bskarabekov@mail.ru*

Резюме

Поток работ – это представление процесса, участники которого (агенты – люди или программы) имея общую цель, выполняют некоторую совокупность задач в соответствии с определенными правилами и ограничениями. Успешное завершение процесса зависит от корректной синхронизации и расписания выполнения задач. Понятие потока работ появилось в бизнес-информатике в задачах автоматизации бизнес-процессов. Но в настоящее время техника потоков работ используется во многих других областях таких, как медицинская информатика, био-информатика (в частности, геномика), автоматизация научных исследований, автоматизированное проектирование производства и т.п. Онтология – это описание знания (в терминах понятий, объектов, их атрибутов и отношений), необходимого для решения данного класса задач. В частности, онтологии могут быть использованы для представления знаний о потоках работ. В настоящей работе мы введем формализм, расширяющий язык интервальной логики Аллена, и покажем, как этот формализм языка можно применять для спецификации онтологий, содержащих темпоральное знание с метрической информацией о потоках задач. Для этой логики мы построим систему дедукции, основанную на методе аналитических таблиц. Будет также показано (на примерах), как вычислять ответ на запросы к онтологиям.

Ключевые слова: потоки задач, онтологии, темпоральные логики, темпорально-логическая спецификация онтологий, методы дедукции, аналитические таблицы.

1. Введение

Поток работ (workflow) – это представление процесса, участники которого (агенты – люди или программы) имея общую цель, выполняют некоторую совокупность задач в соответствии с определенными правилами и ограничениями [1]. Успешное завершение процесса зависит от корректной синхронизации и расписания выполнения задач.

Понятие потока работ появилось в бизнес-информатике в задачах автоматизации бизнес-процессов. Но в настоящее время техника потоков работ используется во многих других областях таких, как медицинская информатика, био-информатика (в частности, геномика), автоматизация научных исследований, автоматизированное проектирование производства. Важным применением потоков работ является проектирование веб-сервисов в Интернете [2]. Понятие потока работ является центральным для процесс-ориентированных информационных систем (PAIS- Process-Aware Information Systems), [3].

Онтология – это описание знания (в терминах понятий, объектов, их атрибутов и отношений), необходимого для решения данного класса задач, [4]. В частности, онтологии могут быть использованы для представления знаний о потоках работ. Формальная онтология является описанием взаимосвязанных понятий, выполненным в соответствующих формальных языках для спецификации онтологий, [5]. Формальное понятие с именем C интерпретируется как тройка (U^C, E^C, \sim^C) , где U^C – универсум понятия (т.е. множество возможных имен для обозначения примеров понятия), $E^C \subseteq U^C$, E^C – множество всех имен, обозначающих примеры (instances) понятия и \sim^C – отношение эквивалентности на множестве E^C , называемое кореференцией. Пара (E^C, \sim^C) называется

экстенсионалом понятия C . (Кореферентные имена обозначают одинаковые объекты моделируемой предметной области.)

Для определения универсумов понятий можно использовать язык ЯСС структурной спецификации, входящий в систему «Бинарная Модель Знаний», [5, 6]. Типичное предложение языка ЯСС позволяет задавать универсум понятия как множество кортежей, содержащих суррогаты s (идентификаторы индивидуальных объектов) и выражения вида $A:s$, $A:\{s_1, s_2, \dots, s_k\}$ и $A:v$, где A – имя атрибута, s_i ($1 \leq i \leq k$) – суррогаты и v – элемент некоторого типа данных.

В онтологиях для потоков задач главную роль играют *события*, т.е. понятия, примеры которых существуют в некоторых временных (темпоральных) интервалах. Таким образом, в кортежи, представляющих эти примеры, должны входить атрибуты, отмечающие начало и конец темпорального интервала.

Пример 1. Рассмотрим простейший пример потока работ, представляющего бизнес-процесс, целью которого является перевозка товара (схема этого потока работ показана на Рис.1). Эта перевозка должна осуществляться одной из двух фирм “ТрансВэн” или “АвтоТранс”. Фирма “ТрансВэн” используется для перевозки тогда и только тогда, когда выполняется некоторое условие p , выражающее предпочтение для выбора этой фирмы. Бизнес-процесс начинается с оформления заказа (задача A). Затем сразу же оформляется накладная (задача D) и после этого осуществляется перевозка товара (задача B или C). Наконец, осуществляется отгрузка товара и оформление платежки (задачи E и F). Оформление платежки осуществляется сразу же как начинается отгрузка и заканчивается раньше окончания отгрузки. Выполнение каждой задачи из этой схемы требует некоторого времени, т.е. с задачами ассоциированы темпоральные интервалы, которые мы обозначим теми же буквами, что и соответствующие задачи.

Структуру понятия Фирма можно, например, задать предложением

Фирма [Название:String, Адрес:String, Владелец:Персона, Тариф:Integer],
где понятие Персона имеет структуру, определяемую, например, предложением

Персона [ФИО:String, ГодРожд:String, ИНН:Integer],

Структуру понятия (события) ОбработкаЗаказа можно задать предложением
ОбработкаЗаказа [Beg:Time, End:Time, Исполнитель:Персона].

Кортежи, принадлежащие экстенсионалам понятий, определяют некоторые факты. Например, предположим, что экстенсионалу понятия Фирма принадлежит кортеж [Название: “ТрансВэн”, Адрес: “Москва, 117321, ул. Островитянова, д. 22”, Владелец: #21]

с суррогатом #7 (т.е. этот кортеж и этот суррогат кореферентны), а экстенсионалу понятия Персона принадлежит кортеж

[ФИО: “В.Н. Вагин”, ГодРожд: 1940, ИНН: 772805005930],

с суррогатом #21. Тогда имеют место следующие факты:

- #7.Название = “ТрансВэн” (фирма с суррогатом #7 называется “ТрансВэн”);
- #7.Владелец.ФИО = “В.Н.Вагин” (фамилия владельца фирмы с суррогатом #7 – В.Н. Вагин);
- $\exists x(\text{х.Название} = \text{“ТрансВэн”} \wedge \text{х.Владелец.ФИО} = \text{“В.Н.Вагин”})$ (владелец фирмы “ООО ТрансВэн” носит фамилию В.Н. Вагин).

Между событиями могут наблюдаться бинарные отношения «раньше», «в течение», «пересекаются (по времени)» и т.п. Например, событие «перевозка товара фирмой “ТрансВэн”» предшествует событию «отгрузка товара». Формально это можно представить предложением

ПеревозкаТовара (Фирма=Ф1) BEFORE ОтгрузкаТовара.

BEFORE – это отношение между интервалами, которое является одним из базовых отношений в интервальной логике Аллена, [7]. Другими базовыми отношениями логики Аллена являются: MEETS (встречает), OVERLAPS (перекрывает), DURING (в течение), STARTS (начинает), FINISHES (заканчивает) и EQUALS (равняется).

Пусть условие p состоит в том, что тариф для перевозки фирмой “ТрансВэн” меньше тарифа для перевозки фирмой “АвтоТранс”. Тогда утверждение, что событие «перевозка товара фирмой “ТрансВэн” выполняется после события «оформления заказа», если выполнено условие p , можно формально записать так:

IF Фирма (Название=“ТрансВэн”) .Тариф < Фирма (Название= “АвтоТранс”) . Тариф THEN ОформлениеЗаказа BEFORE ПеревозкаТовара (Фирма=“ТрансВэн”) .

Предположим также, что: (1) обработка заказа выполняется за 1 единицу времени; (2) оформление накладной выполняется за 2 единицы времени; (3) перевозка товара начинается ровно через 1 единицу времени после оформления накладной; (4) перевозка товара фирмой “ТрансВэн” выполняется от 50 до 60 единиц времени; (5) перевозка товара фирмой “АвтоТранс” выполняется от 45 до 60 единиц времени; (6) отгрузка товара совершается через 1 единицу времени после привозки товара; (7) оформление платежки длится не более 1 единицы времени; (8) если выполнено некоторое условие q , то отгрузка товара и оформление платежки начинаются одновременно, но после оформления платежки отгрузка товара длится еще не менее 35 единиц времени и не более 40 единиц времени; (9) если условие q не выполнено, то оформление платежки задерживается на 1 единицу времени и далее отгрузка выполняется еще 40 единиц времени; (10) если условие p не выполнено, то условие q должно быть выполнено.



Рис.1. Пример схемы потока работ

Некоторые из этих утверждений формально можно записать так:

- (1): ОбработкаЗаказа (Length=1),
- (3): ПеревозкаТовара BEFORE (Lag=1) ОформлениеНакладной,
- (4): ПеревозкаТовара (Фирма .Название=“ТрансВэн”; 50=<Length=<60),
- (7): ОформлениеПлатежки (Length≤1),

(8): IF УсловиеQ THEN ОтгрузкаТовара STARTS (35=< 2.END - 1.END
=<40)

ОформлениеПлатежки.

(Конец Примера 1.)

Приведенные выше примеры предложений формального языка показывают, что задача спецификации онтологии для потока работ требует расширения интервальной логики Аллена путем включения булевых (пропозициональных) связей и метрической информации (т.е. указания расстояний между временными точками). В настоящей работе мы построим такое расширение логики Аллена и сформулируем правила вывода для этой расширенной логики, определяющие метод дедукцию в стиле аналитических таблиц, [8]. Мы покажем, как этот метод дедукции можно применять для вычисления запросов к содержащим метрическую информацию онтологиям для потоков работ.

Для расширенной логики Аллена мы выберем абстрактный синтаксис, согласованный с математической нотацией, принятой самим Алленом для его логики.

Замечание. Различные логические языки использовались для решения задач моделирования потоков работ. В частности, применялись следующие логики: пропозициональная логика, [9]; логика CTL (Concurrent Transaction Logic – логика конкурентных транзакций), [10]; линейная темпоральная логика, [11]. Однако, эти логики не позволяют представлять метрическую информацию в потоках работ.

2. Метрическое булево расширение логики Аллена

Интервальная логика Аллена (обозначим ее **LA**) использует интервалы в качестве временных примитивов. В этой логике имеется 7 базовых бинарных отношений между интервалами: «раньше», «встречает», «перекрывает», «в течение», «начинает», «заканчивает» и «равняется». Они обозначаются соответственно как *b* (before), *m* (meets), *o* (overlaps), *d* (during), *s* (starts), *f* (finishes), *e* (equals). Для произвольного бинарного отношения α через α^* обозначим обратное отношение: $A \alpha^* B \Leftrightarrow B \alpha A$. Пусть $\Omega = \{b, b^*, m, m^*, o, o^*, d, d^*, s, s^*, f, f^*, e\}$.

Логика Аллена **LA** имеет следующий простой синтаксис:

- *атомарное предложение* логики **LA** – это выражение вида $A \alpha B$, где A и B – имена интервалов и $\alpha \in \Omega$;
- *произвольное предложение (формула)* логики **LA** – это выражение вида $A \omega B$, где $\omega \subseteq \Omega$. Ради краткости, множество ω записываем как слово. (Например, вместо $A \{b, d, o, s\} B$ пишем $A bdos B$.)

Семантика логики **LA** определяется через понятие интерпретации. *Интервальная интерпретация* – это назначение каждому имени интервала некоторого (невырожденно-го) интервала на числовой оси, представленной рядом натуральных чисел $0, 1, 2, \dots$, т.е. назначение натуральных чисел A^- и A^+ таких, что $A^- < A^+$. Интервальная интерпретация продолжается на атомарные предложения в соответствии с Табл.1. (Например, предложение $A o B$ истинно тогда и только тогда, когда имеют место неравенства $A^- < B^-$, $B^- < A^+$, $A^+ < B^+$ и $A^+ < B^+$.) Наконец, продолжаем интерпретацию на произвольные предложения, считая их дизъюнкцией атомарных предложений: $A \omega B \Leftrightarrow \bigvee \{A \alpha B \mid \alpha \in \omega\}$. (Например, имеем $A do^*s B \Leftrightarrow A d B \vee A o^*B \vee A s B \Leftrightarrow A d B \vee B o A \vee A s B$.) Как и во всякой логике, в **LA** имеется отношение « \models » логического следствия. Пусть \mathcal{O} – интервальная онтология и φ – формула **LA**. Тогда $\mathcal{O} \models \varphi$ в том и только том случае, если не существует интерпретации, при которой все формулы из \mathcal{O} истинны, а формула φ ложна.

Для того чтобы представить количественные зависимости между интервалами, к атомарным предложениям логики **LA** добавляется метрическая информация. Как показано в табл. 1. предложения логики **LA** характеризуются неравенствами и равенствами вида $X < Y$ и $X = Y$. Неравенства $X < Y$ эквивалентны тому, что отрезки $[X, Y]$ имеют положительную длину. Естественное обобщение состоит в задании длин этих отрезков или оценок для этих длин. Например, если известно, что интервал A имеет длину 5, A и B начинаются одновременно, A заканчивается за 2-4 единицы времени до окончания B , то эту информацию можно представить двумя формулами $\{|A|=5, A s(B^+ - A^+ \geq 2; B^+ - A^+ \leq 4) B\}$. Таким образом, в онтологиях можно представлять не только качественную, но и количественную информацию.

Таблица 1. Интерпретация атомарных предложений

$A b B$	$ ==A== $ $ ===B=== $	$A^+ < B^-$
$A m B$	$ ==A== ===B=== $	$A^+ = B^-$
$A o B$	$ ===A=== $ $ =====B===== $	$A^- < B^-, B^- < A^+, A^+ < B^+$
$A d B$	$ ===A=== $ $ =====B===== $	$A^- < B^-, A^+ < B^+$
$A s B$	$ ===A=== $ $ =====B===== $	$A^- = B^-, A^+ < B^+$
$A f B$	$ ===A=== $ $ =====B===== $	$A^- < B^-, A^+ = B^+$
$A e B$	$ =====A===== $ $ =====B===== $	$A^- = B^-, A^+ = B^+$

Расширенный путем добавления метрической информации язык обозначается **μ LA**. Он имеет следующий синтаксис:

- *атомарные ограничения* – это равенства или неравенства видов $X=Y, X-Y=r, X-Y \leq r, X-Y < r, X-Y \geq r, X-Y > r$, где X, Y – концы интервалов, $X \neq Y, r$ – натуральное число;

- *составное ограничение* – это конъюнкция атомарных ограничений, причем точка с запятой используется как знак для конъюнкции. Составные ограничения являются предложениями логики **μ LA**;

- *связка Аллена с метрическими ограничениями* – это выражение вида $\alpha(\lambda)$, где $\alpha \in \Omega$ и λ – ограничение;

- выражения вида $|A| = r, |A| \leq r, |A| < r, |A| \geq r, |A| > r$ являются предложениями логики **μ LA**;

- выражение $A \beta_1 \beta_2 \dots \beta_k B$ есть предложение логики **μ LA**, где $\beta_i \in \Omega$ или $\beta_i = \alpha_i(\lambda_i)$ – связка Аллена с метрическими ограничениями для концов интервалов A и B .

В атомарные ограничения можно также включить двойные неравенства $r \leq X-Y \leq s, r \leq X-Y < s, r < X-Y \leq s$ и $r < X-Y < s$, рассматривая их как сокращения для составных ограничений $(X-Y \geq r; X-Y \leq s), (X-Y \geq r; X-Y < s), (X-Y > r; X-Y \leq s)$ и $(X-Y > r; X-Y < s)$.

Выразительность логик **LA** и **μ LA** можно увеличить, если к их предложениям добавить пропозициональные связки. Такое расширение логик **LA** и **μ LA** обозначим **LA+**

и $\mu\mathbf{LA}^+$ (соответственно). Синтаксис логик \mathbf{LA}^+ и $\mu\mathbf{LA}^+$ определяется следующим образом:

- пропозициональные переменные $p \in P$ являются формулами \mathbf{LA}^+ и $\mu\mathbf{LA}^+$;
- формулы \mathbf{LA} и $\mu\mathbf{LA}$ являются формулами \mathbf{LA}^+ и $\mu\mathbf{LA}^+$ (соответственно);
- выражения вида $\sim\varphi$, $\varphi \wedge \psi$, $\varphi \vee \psi$ и $\varphi \rightarrow \psi$ являются формулами \mathbf{LA}^+ и $\mu\mathbf{LA}^+$, где φ и ψ – формулы \mathbf{LA} и $\mu\mathbf{LA}^+$ (соответственно).

Семантика языков \mathbf{LA}^+ и $\mu\mathbf{LA}^+$ определяется естественным образом соединением семантики языков \mathbf{LA} и $\mu\mathbf{LA}$ с семантикой булевых связок.

Под *онтологией* в языке логики $\mu\mathbf{LA}^+$ мы понимаем конечное множество формул этой логики. Приведем три примера онтологий в $\mu\mathbf{LA}^+$.

Примеры 2.

$$\mathbf{O}_1 = \{A \mathbf{m} B, B \mathbf{b}(C^- - B^+ \geq 2) C, A \mathbf{o} D, D \mathbf{o}(D^+ - C \geq 1) C\}.$$

$$\mathbf{O}_2 = \{+|A| = 4, +|B| = 8, +|C| = 5, +p \rightarrow A \mathbf{d}(2 \leq B^+ - A^+ \leq 3) B, +q \rightarrow C \mathbf{f} B\}.$$

$$\mathbf{O}_2 = \{|A| = 1, A \mathbf{m} D, |D| = 2, p \rightarrow D \mathbf{b}(B^- - D^+ = 1) B, \sim p \rightarrow D \mathbf{b}(C^- - D^+ = 1) C, |F| = 1, 50 \leq |B| \leq 60,$$

$$45 \leq |C| \leq 60, q \rightarrow F \mathbf{s}(35 \leq E^+ - F^+ \leq 40) E, B \mathbf{b}(E^- - B^+ = 1) E, B \mathbf{b}(E^- - B^+) E,$$

$$\sim p \rightarrow q, q \rightarrow F \mathbf{d}(F^- - E^- = 1; E^+ - F^+ = 40) E\}.$$

Последняя онтология представляет знание о потоке работ, рассмотренном в Примере 1.

(Конец Примеров 2.)

Как и во всякой логике, в логике $\mu\mathbf{LA}^+$ имеется понятие логического следствия. Пусть \mathbf{O} – произвольная онтология и α – произвольная формула в языке $\mu\mathbf{LA}^+$. Мы говорим, что α логически следует из \mathbf{O} и пишем $\mathbf{O} \models \alpha$, если не существует интерпретация, при которой все формулы из \mathbf{O} истинны, а формула α ложна.

3. Дедукция в логике $\mu\mathbf{LA}^+$

Дедукция – это формальный метод, с помощью которого из данной онтологии (или онтологии с базой фактов) мы можем получать логические следствия (новые предложения и новые факты).

Мы определим основанную на аналитических таблицах систему дедукции для логики $\mu\mathbf{LA}^+$. В Табл.2, Табл.3 и Табл.4 даны правила вывода для этой системы дедукции. Правила из Табл.3 для связок Аллена получены на основе семантики базовых отношений между интервалами. Возьмем, например, правило, стоящее в Табл.3 в четвертой строке и первом столбце, которое обозначим ТЗ(41). Это правило соответствует тому, что из $A \mathbf{s} B$ следует $(A^- = B^-) \wedge (A^+ < B^+)$, т.е. $(A^- = B^-) \wedge (B^+ - A^- > 0)$ и, значит, $(A^- = B^-) \wedge (B^+ - A^- \geq 1)$ (так как в области натуральных чисел $B^+ - A^- > 0$ эквивалентно $B^+ - A^- \geq 1$). Правило ТЗ(42), стоящее в четвертой строке и во втором столбце в Табл.3, соответствует тому, что из $\sim A \mathbf{o} B$ следует $\sim [(A^- = B^-) \wedge (A^+ < B^+)]$, т.е. $\sim (A^- = B^-) \vee \sim (A^+ < B^+)$ и значит, $(B^- - A^- \geq 0) \vee (B^+ - A^+ \geq 1) \vee (A^+ - B^+ \geq 1)$. Правило ТЗ(81) является на самом деле схемой правил вывода. Пусть, например, α есть связка \mathbf{o} и λ есть ограничение $B^- - A^+ \geq 2; B^+ - A^- < 3$. Тогда мы получаем правило, которое из означенной формулы $+A \mathbf{o}(B^- - A^+ \geq 2; B^+ - A^- < 3) B$ выводит две означенные формулы $+A \mathbf{o} B$ и $+B^- - A^+ \geq 2; B^+ - A^- < 3$, которые приписываются подряд ко всякой ветви дерева, проходящей через формулу $+A \mathbf{o}(B^- - A^+ \geq 2; B^+ - A^- < 3) B$. Правило ТЗ(82) для указанных \mathbf{o} и λ из означенной формулы $-A \mathbf{o}(B^- - A^+ \geq 2; B^+ - A^- < 3) B$ выводит альтернативу из двух означенных формул, которая в форме «вилки» приписывается ко всякой ветви дерева, проходящей через означенную формулу $-A \mathbf{o}(B^- - A^+ \geq 2; B^+ - A^- < 3) B$.

Таблица 2. Правила вывода для пропозициональных связок

$+ \sim \phi$ ----- $-\phi$	$-\sim \phi$ ----- $+\phi$	$+\phi \wedge \psi$ ----- $+\phi$ $+\psi$	$-\phi \wedge \psi$ ----- $-\phi \mid -\psi$
$+\phi \vee \psi$ ----- $+\phi \mid +\psi$	$-\sim \phi$ ----- $+\phi$	$+\phi \rightarrow \psi$ ----- $-\phi \mid +\psi$	$-\phi \rightarrow \psi$ ----- $+\phi$ $-\psi$

Рассмотрим пример дедукции по правилам вывода из Табл.2, Табл.3 и Табл.4.

Пример 3. Возьмем онтологию O_1 (из Примеров 2) и предложение $B d (D^+ - D^- > 5) D$ и покажем путем дедукции, что $O_1 \models B d (D^+ - D^- > 5) D$. Эта дедукция представлена деревом, показанном на Рис.2. Его построение начинается с ветви из означенных формул $+A m B$, $+B b(C^- - B^+ \geq 2) C$, $+A o D$, $+D o(D^+ - C^- \geq 1) C$, $-B d (D^+ - D^- > 5) D$. На первом шаге к формуле $+A m B$ применяется правило ТЗ(21), что сопровождается помещением метки «[1] ТЗ(21)» справа от этой формулы. В результате применения этого правила к ветви приписываются подряд две формулы $B^- - A^+ \geq 0$ и $A^+ - B^- \geq 0$, к которым слева ставятся метки «1:» (что говорит о том, что эти две формулы были получены на шаге 1). До шага 9 в дереве былат построена ветвь из 20 формул. На шаге 9 к формуле $-B d(D^+ - D^- > 5) D$ применяется правило ТЗ(82), содержащее альтернативу. В результате его применения к текущей ветви присоединяется «вилка» из формул $-B d D$ и

Таблица 3. Правила вывода для связок Аллена

$+A b B$ ----- $B^- - A^+ \geq 1$	$-A b B$ ----- $A^+ - B^- \geq 0$
$+A m B$ ----- $B^- - A^+ \geq 0$ $A^+ - B^- \geq 0$	$-A m B$ ----- $B^- - A^+ \geq 1 \mid A^- - B^+ \geq 1$
$+A o B$ ----- $B^- - A^- \geq 1$ $A^+ - B^- \geq 1$ $B^+ - A^+ \geq 1$	$-A o B$ ----- $A^- - B^- \geq 0 \mid B^- - A^+ \geq 0 \mid A^+ - B^+ \geq 0$
$+A f B$ ----- $A^- - B^- \geq 1$ $B^+ - A^+ \geq 0$ $A^+ - B^+ \geq 0$	$-A f B$ ----- $B^- - A^- \geq 0 \mid B^+ - A^+ \geq 1 \mid A^+ - B^+ \geq 1$
$+A s B$ ----- $B^- - A^- \geq 0$ $A^- - B^- \geq 0$ $B^+ - A^+ \geq 1$	$-A s B$ ----- $B^- - A^- \geq 1 \mid A^- - B^- \geq 1 \mid A^+ - B^+ \geq 0$

$+A d B$ ----- $A^- - B^- \geq 1$ $B^+ - A^+ \geq 1$	$-A d B$ ----- $B^- - A^- \geq 0 \mid A^+ - B^+ \geq 0$
$+A e B$ ----- $B^- - A^- \geq 0$ $A^- - B^- \geq 0$ $B^+ - A^+ \geq 0$ $A^+ - B^+ \geq 0$	$-A e B$ ----- $B^- - A^- \geq 1 \mid A^- - B^- \geq 1 \mid B^+ - A^+ \geq 1 \mid A^+ - B^+ \geq 1$
$+A \alpha(\lambda) B$ ----- $+A \alpha B$ $+\lambda$	$-A \alpha(\lambda) B$ ----- $-A \alpha B \mid -\lambda$
$+A \beta \theta B$ ----- $+A \beta B \mid +A \theta B$	$+A e B$ ----- $-A \beta B$ $-A \theta B$
λ – ограничение, $\alpha \in \Omega$, $\beta \in \Omega$ или $\beta = \alpha(\lambda)$, θ – последовательность (слово) таких β .	

Таблица 4. Правила вывода для ограничений

$+ A = r$ ----- $A^+ - A^- \geq r$ $A^- - A^+ \geq -r$	$- A = r$ ----- $A^- - A^+ \geq 1-r \mid$ $A^+ - A^- \geq r+1$	$+X - Y = r$ ----- $X - Y \geq r$ $Y - X \geq -r$	$-X - Y = r$ ----- $X - Y \geq r+1 \mid$ $Y - X \geq r+1$
$+ A \geq r$ ----- $A^+ - A^- \geq r$	$+ A > r$ ----- $A^+ - A^- \geq r+1$	$+ A \leq r$ ----- $A^- - A^+ \geq -r$	$+ A < r$ ----- $A^- - A^+ \geq 1-r$
$- A \geq r$ ----- $A^- - A^+ \geq r+1$	$- A > r$ ----- $A^- - A^+ \geq -r$	$- A \leq r$ ----- $A^+ - A^- \geq r+1$	$- A < r$ ----- $A^- - A^+ \geq r$
$+X - Y \geq r$ ----- $X - Y \geq r$	$+X - Y > r$ ----- $X - Y \geq r+1$	$+X - Y \leq r$ ----- $Y - X \geq -r$	$+X - Y \leq r$ ----- $Y - X \geq -r$
$-X - Y \geq r$ ----- $Y - X \geq 1-r$	$-X - Y > r$ ----- $Y - X \geq -r$	$-X - Y \leq r$ ----- $X - Y \geq r+1$	$-X - Y < r$ ----- $X - Y \geq r$
$+X - Y = r$ ----- $X - Y \geq r$ $Y - X \geq -r$	$-X - Y = r$ ----- $X - Y \geq 1+r \mid$ $Y - X \geq 1-r$	$+\theta; \lambda$ ----- $+\theta$ $+\lambda$	$-\theta; \lambda$ ----- $-\theta \mid -\lambda$
$+X - Y = r$ ----- $X - Y \geq r$ $Y - X \geq -r$	$-X - Y = r$ ----- $X - Y \geq 1+r \mid$ $Y - X \geq 1-r$	$+\theta; \lambda$ ----- $+\theta$ $+\lambda$	$-\theta; \lambda$ ----- $-\theta \mid -\lambda$
θ – атомарное ограничение, λ – произвольное ограничение			

$+A m B$	[1]	T3(21)
$+B b(C^- - B^+ \geq 2) C$	[2]	T3(81)
$+A o D$	[3]	T3(31)
$+D o(D^+ - C^- \geq 1) C$	[4]	T3(81)

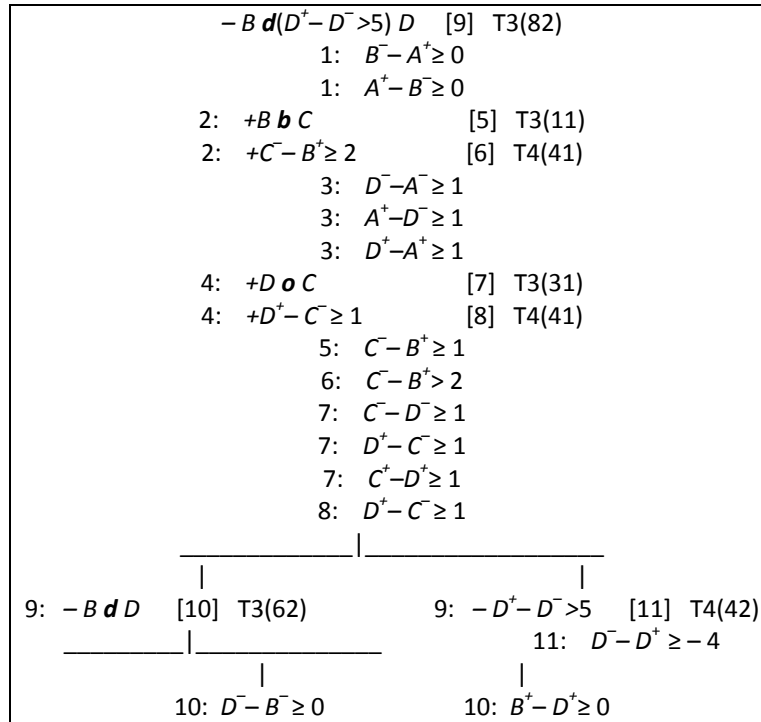
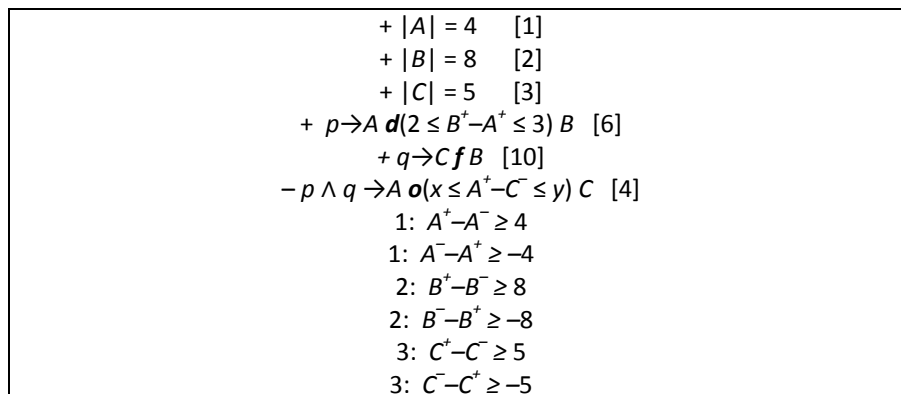


Рис.2. Дерево вывода для онтологии O

$-D^+ - D^- > 5$, и получаем две ветви. Построение дерева заканчивается на шаге 11. Дерево содержит три ветви. Выписывая из каждой ветви неопределенные неравенства и добавляя стандартные неравенства $A^+ - A^- \geq 1$, $B^+ - B^- \geq 1$, $C^+ - C^- \geq 1$, $D^+ - D^- \geq 1$, получаем следующие множества (системы) неравенств: $S_1 = S_0 \cup \{D^- - B^- \geq 0\}$, $S_2 = S_0 \cup \{B^+ - D^+ \geq 0\}$, $S_3 = S_0 \cup \{D^- - D^+ \geq -4\}$, где $S_0 = \{B^- - A^+ \geq 0, A^+ - B \geq 0, D^- - A^- \geq 1, A^+ - D^- \geq 1, C^- - B^+ \geq 2, C^- - D^- \geq 1, D^+ - C^- \geq 1, C^+ - D^+ \geq 1, A^+ - A^- \geq 1, B^+ - B^- \geq 1, C^+ - C^- \geq 1, D^+ - D^- \geq 1\}$. Каждая из систем неравенств S_1 , S_2 и S_3 несовместна. В самом деле, S_1 содержит неравенства $B^- - A^+ \geq 0$, $D^- - B^- \geq 0$, $A^+ - D^- \geq 1$, складывая которые получаем $(B^- - A^+) + (D^- - B^-) + (A^+ - D^- \geq 0 + 0 + 1$, т.е. $0 \geq 1$ (противоречие). Системы S_2 и S_3 также содержат противоречивые циклические подсистемы неравенств $C^- - B^+ \geq 2, D^+ - C^- \geq 1, B^+ - D^+ \geq 0$ и соответственно $D^- - D^+ \geq -4, A^+ - D^- \geq 1, B^- - A^+ \geq 0, B^+ - B^- \geq 1, C^- - B^+ \geq 2, D^+ - C^- \geq 1$.

Итак, все три ветви дерева противоречивы. Следовательно, исходное множество означенных формул $\{+A m B, +B b(C^- - B^+ \geq 2) C, +A o D, +D o(D^+ - C^- \geq 1) C, -B d(D^+ - D^- > 5) D\}$ невыполнимо, а это означает, что имеет место логическое следствие $O_1 \models B d(D^+ - D^- > 5) D$. (Конец Примера 3.)



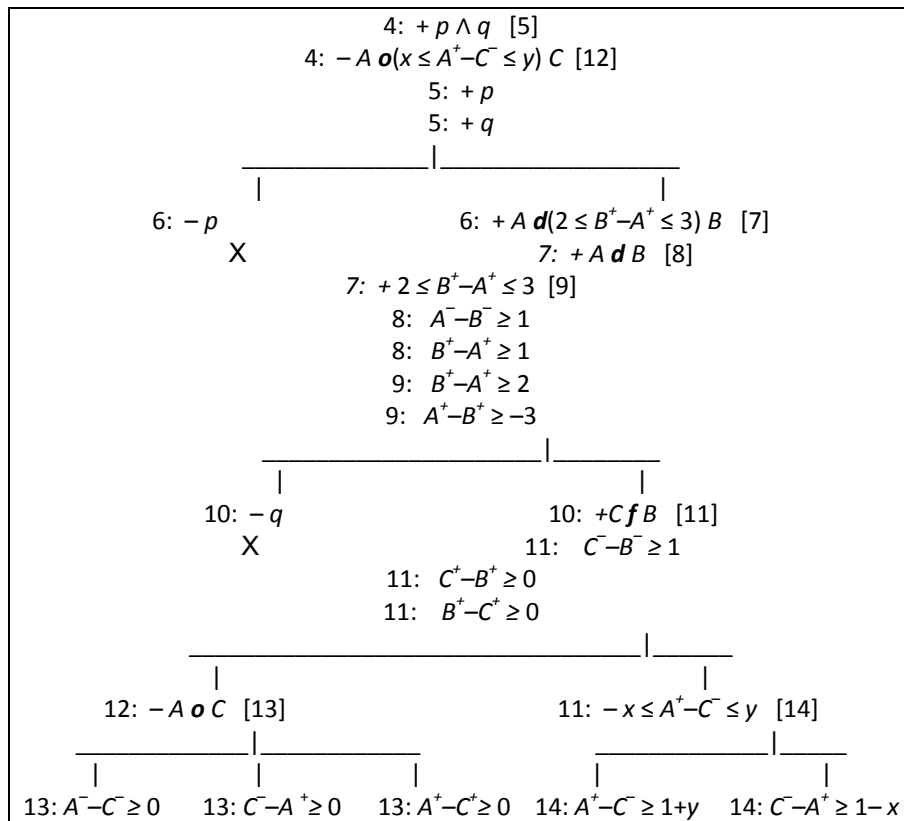


Рис.3. Дерево вывода для онтологии O_2

4. Вычисление ответов на запросы к онтологиям

Дедукцию можно использовать для вычисления ответов на запросы к онтологиям, записанным в языке μLA^+ . Рассмотрим это на примерах.

Пример 4. Возьмем онтологию O_2 из Примеров 2 и рассмотрим запрос: «Найти наибольшее значение x и наименьшее значение y , что $O_2 \models p \wedge q \rightarrow A o(x \leq A^+ - C^- \leq y) C$ ». На Рис.3 показано дерево вывода, построенное для этого запроса. Пусть S_1, S_2, S_3, S_4 и S_5 – системы неравенств, полученные из ветвей, заканчивающихся формулами нижнего уровня. В системах S_1, S_2, S_3 легко найти противоречивые циклические подсистемы неравенств. В системе S_4 имеется циклическая подсистема неравенств $\{A^+ - C^- \geq 1+y, B^+ - A^+ \geq 2, B^- - B^+ \geq -8, C^- - B^- \geq 1\}$. Складывая эти неравенства, получим $0 \geq 1 + y + 2 + (-8) + 1$. Это неравенство противоречиво тогда и только тогда, когда $y \leq 5$. В системе S_5 имеется циклическая подсистема неравенств $\{C^- - A^+ \geq 1-x, C^+ - C^- \geq 5, B^+ - C^+ \geq 0, A^+ - B^+ \geq -3\}$, которая несовместна тогда и только тогда, когда $x \leq 3$. Следовательно, ответом на запрос будет $x = 3$ и $y = 5$.

Возьмем онтологию O_3 из Примеров 2. Эта онтология формализует поток работ из Примера 1. Рассмотрим запрос: «Найти наилучшие оценки снизу и сверху для времени бизнес-процесса (т.е. времени от начала обработки заказа до окончания отгрузки товара), если выполнено условие q ». Формально этот запрос можно записать как $\max x, \min y \{O_3 \models q \rightarrow (x \leq E^+ - A^- \leq y)\}$. Можно построить дерево вывода и из него найти ответ $x=86$ и $y=106$ на этот запрос. (Конец Примеров 4.)

5. Заключение

Рассматривалась задача спецификации темпоральных отношений в онтологиях для потоков работ. Для решения этой задачи может быть использована логика, являющаяся булевым метрическим расширением известной интервальной логики Аллена. Построена система дедукции для расширенной логики и показано, как вычислять запросы к онтологиям, применяя эту дедукцию.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 14-07-0387) и Министерства Образования и Науки Казахстана (проект 0115 RK 00532).

Литература

- [1] W.H.P. van der Aalst, K.M. van Hee. “Workflow Management: Models, Methods and Systems”, MIT Press, Cambridge, USA, 2002.
- [2] G. Alonso, F. Casati, H. Kuno, V. Machiraju. “Web Services: Concepts, Architectures and Applications”, Springer-Verlag, 2003.
- [3] M. Dumas, W.M.P. van der Aalst, A.H.M. ter Hofstede (eds.). “Process-Aware Information Systems”, Wiley & Sons, inc., 2005.
- [4] S. Staab, R. Studer (eds.). “Handbook on Ontologies”, Springer-Verlag, 2009.
- [5] Г.С. Плесневич. “Формальные онтологии”, 2-я Международная научно-техническая конференция "Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем" OSTIS-2012 (16 - 18 февраля 2012, Минск), Минск, (2012), С. 163-168.
- [6] G.S. Plesniewicz, B.S. Karabekov. “Ontologies in the “Binary Model of Knowledge”, Программные продукты и системы, №1 (105), (2014), С.76-81.
- [7] J.A. Allen. “Maintaining knowledge about temporal intervals”, Communications of the ACM, 26(11), (1983), pp. 832-843.
- [8] M. D’Agostino, D. Gabbay, R. Hahnle, J. Possega (eds.). Handbook of Tableau Methods, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [9] H.H. Bi and J.L. Zhao. “Applying propositional logic to workflow verification”, Information Technology and Management 3-4 (5), (2004), pp. 293-318.
- [10] H. Davulcu, M. Kifer, C.R. Ramakrishnan, I.V. Ramakrishnan. “Logic based modeling and analysis of workflows”, Symposium on Principles of Database Systems (Seattle), (1998), pp. 25-33.
- [11] H. Ma. “A workflow model based on temporal logic”, Proceedings of the 8th International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design, IEEE, (2004), pp. 27-332.

ЗАДАЧА ПРОДОЛЖЕНИЯ ДЛЯ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА ТЕПЛА И ВЛАГИ В МНОГОСЛОЙНОЙ ОБЛАСТИ

Рысбайулы Б.¹, Карашбаева Ж.О.²
e-mail: b.rysbaiuly@mail.ru¹, zhanat_kbtu@mail.ru²

Международный Университет Информационных Технологий^{1,2}, РК^{1,2}

Аннотация. В работе изучается граничная обратная задача для системы уравнений переноса тепла и влаги. На основе математической модели переноса влаги и тепла разработаны итерационные методы решения граничной обратной задачи. Проведены численные расчеты.

Взаимосвязанный перенос теплоты и массы в твердом теле описывается системой уравнений в частных производных вида [1]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_q \nabla^2 \theta + \varepsilon R \frac{C_m}{C_q} \frac{\partial W}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = a_m \nabla^2 W + a_m \delta \nabla^2 \theta. \quad (2)$$

Граничные условия на поверхности тела имеют вид:

$$-\lambda_q (\nabla \theta)_{II} + q_q(t) - (1 - \varepsilon) R q_m(t) = 0, \quad (3)$$

$$\lambda_m (\nabla W)_{II} + \lambda_m \delta' (\nabla \theta)_{II} + q_m(\delta) = 0. \quad (4)$$

Первый член выражения (3) - $\lambda_q (\nabla \theta)_{II}$ представляет собой количество тепла, поступившего с поверхности внутрь тела теплопроводностью; второй член $q_q(t)$ соответствует количеству тепла, подведенному к поверхности тела; третий член $(1 - \varepsilon) R q_m(t)$ представляет собой количество тепла, затраченного на испарение жидкости. Если испарение происходит только внутри тела ($\varepsilon = 1$), то третий член обращается в ноль, в физическом понимании к поверхности тела подводится только пар. При ($\varepsilon = 0$) - к поверхности тела подводится только жидкость (смывание платины водой), то испарение происходит только на поверхности тела. Выражение (4) представляет собой уравнение баланса массы вещества. Физический смысл состоит в том, что с поверхности тела в окружающую среду, отводится поток массы влаги $q_m(t)$, а к поверхности тела, влага подводится за счет градиентов потенциала массопереноса $\lambda_m (\nabla W)_{II}$, теплопереноса $\lambda_m \delta' (\nabla \theta)_{II}$.

Если задать поток тепла $q_q(t)$ и влаги $q_m(t)$, то граничные условия (3) и (4) представляют собой граничные условия второго рода.

Если задать закон взаимодействия тела с влажным воздухом:

$$q_q(t) = \alpha_q (\theta_C - \theta_{II}) - \text{закон Ньютона}, \quad (5)$$

$$q_m(t) = \alpha_m (W_C - W_{II}) - \text{закон Дальтона}, \quad (6)$$

и представить выражения (5) и (6) в условия (3) и (4), то получаются граничные условия первого рода.

Если коэффициент теплообмена α_q и α_q большие, то из граничных условий третьего рода получаются граничные условия первого рода.

Уравнения тепло и массопереноса для одномерной системы введены в [1] и имеют вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = q_q \nabla^2 \theta + \frac{\varepsilon r}{c\gamma} \frac{\partial U}{\partial t},$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a_m \nabla^2 U + a_m \delta \nabla^2 \theta.$$

Запишем граничные условия второго и третьего рода для возможных реальных ситуаций на «левой» границе слоя (индекс «с» относится к характеристикам среды с левой стороны слоя).

Рассмотрим трехслойный грунт, так как все внутренние слои описываются аналогично второму слою трехслойной стенки, математическая модель взаимосвязанного тепло-массопереноса записывается в виде:

$$C\gamma \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \varepsilon r \frac{\partial W}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_w \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} + D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right). \quad (8)$$

Здесь $\theta(z, t)$ и $W(z, t)$ функции, характеризующие изменение температуры и потенциала массопереноса, z – текущие координаты по толщине слоя, t – время.

Граничные условия третьего рода для возможных реальных ситуаций на поверхности земли.

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\alpha(\theta - T_b(t)) \Big|_{z=H} + (1 - \varepsilon)r\alpha_m (W - W_b(t)) \Big|_{z=H}, \quad (9)$$

$$\left(D_w \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} + D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} = -\alpha_m (W - W_b(t)) \Big|_{z=H}. \quad (10)$$

На нижней границе области $z = 0$ ставятся условия

$$\theta(z, t) \Big|_{z=0} = T_1(t), \quad \bar{W}(z, t) \Big|_{z=0} = \bar{W}_1(t). \quad (11)$$

в точках перехода от одного слоя к другому ставятся условия

$$[\theta(z, t)]_{z=h_i} = 0, \quad [\bar{W}(z, t)]_{z=h_i} = 0, \quad i = 1, 2, \quad (12)$$

$$\left[\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{z=h_i} = 0, \quad \left[D_w \frac{\partial \bar{W}}{\partial z} + D_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{z=h_i} = 0. \quad (13)$$

Кроме этого задаются измеренные значения температуры и потенциала влаги на поверхности земли

$$T_g(t), \quad \bar{W}_g(t)$$

Требуется определить распределение температуры и влаги $Q(z, t)$, $\bar{W}(z, t)$ и значения температуры и влаги на границе области $T_1(t)$, $\bar{W}_1(t)$.

Решение задачи (7) – (13) ищется в области $Q = (0, H) \times (0, t_{\max})$.

Введем обозначения:

$$\Delta\theta = \theta_b - \theta_*, \quad \Delta\bar{W} = \bar{W}_* - \bar{W}_b, \quad T = \frac{\theta - \theta_*}{\Delta\theta}, \quad U = \frac{\bar{W}_* - \bar{W}}{\Delta\bar{W}}.$$

Индекс «b» относится к характеристикам внутренней среды, * выбирается в соответствии с конкретной задачей (в рассматриваемых нами задачах – это температура и потенциал переноса массы на правой границе соответствующего слоя), $x = \frac{z}{H}$ безраз-

мерная координата, $F_0 = \frac{\alpha t}{H^2}$ безразмерное время, $a = \frac{\lambda}{c\gamma}$.

Преобразуем уравнение (7) и (8):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, F_0)}{\partial F_0} \cdot \frac{a\Delta T}{H^2} &= \frac{a\Delta T}{H^2} \frac{\partial^2 T(x, F_0)}{\partial x^2} - \frac{\varepsilon r}{c\gamma} \frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0} \cdot \frac{a\Delta\bar{W}}{H^2}, \\ - \frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0} \cdot \frac{a\Delta\bar{W}}{H^2} &= - \frac{D_w \Delta\bar{W}}{H^2} \frac{\partial^2 U(x, F_0)}{\partial x^2} + \frac{D_\theta \Delta\theta}{H^2} \frac{\partial^2 T(x, F_0)}{\partial x^2}. \end{aligned}$$

Или

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, F_0)}{\partial F_0} &= \frac{\partial^2 T(x, F_0)}{\partial x^2} \cdot \frac{D_w}{a} - \frac{D_w \delta \Delta\theta}{a\Delta\bar{W}} \frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0}, \\ \frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0} &= \alpha_U \frac{\partial^2 U(x, F_0)}{\partial x^2} - \alpha_n P_n \frac{\partial^2 T(x, F_0)}{\partial x^2}. \end{aligned}$$

Итак, уравнения (7) и (8) приняли вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x, F_0)}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 T(x, F_0)}{\partial x^2} - K_0^* \frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0}, \\ \frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0} = \alpha_U \frac{\partial^2 U(x, F_0)}{\partial x^2} - \alpha_n P_n \frac{\partial^2 T(x, F_0)}{\partial x^2} \end{cases} \quad (14)$$

На поверхности земли имеют место условия 3 – го рода:

$$\lambda \frac{\partial \theta(H, t)}{\partial z} + \alpha(\theta(H, t) - T_b(t)) - (1 - \varepsilon)r\alpha_w(W(H, t) - W_b(t)) = 0, \quad (15)$$

$$D_w \frac{\partial W(H, t)}{\partial z} + D_w \delta \frac{\partial \theta(H, t)}{\partial z} - \alpha_w(W(H, t) - W_b(t)) = 0. \quad (16)$$

Приведем (15) в безразмерную форму:

$$\lambda \frac{\partial T(H, F_0)}{\partial x} \cdot \frac{\Delta\theta}{H} + \alpha \left[T(H, F_0) - \bar{T}_b(F_0) \right] - (1 - \varepsilon)r\alpha_w [U(H, F_0) - W_b(F_0)] = 0.$$

Здесь $\Delta W = -W_b(0) + W_1$, $\Delta\theta = T_b(0) - T_1$,

$$\bar{T}_b(t) = \frac{T_b(t) - T_1}{\Delta\theta}, \quad W_b(t) = \frac{-W_b(t) + W_1}{\Delta W}.$$

В итоге граничное условие (15) записывается в виде:

$$\frac{\partial T(H, F_0)}{\partial x} + Bi(T(H, F_0) - \bar{T}_b(F_0)) - p(U(H, F_0) - \bar{W}_b(F_0)) = 0,$$

где

$$p = (1 - \varepsilon) Bi Ko \cdot \alpha_U.$$

Приведем в безразмерную форму, граничное условие (16):

$$-D_w \frac{\partial U(H, F_0)}{\partial x} \frac{\Delta W}{H} - D_w \delta \frac{\partial T(H, F_0)}{\partial x} \frac{\Delta\theta}{H} + \alpha_w (U(H, F_0) - \bar{W}_b(F_0)) \Delta W = 0.$$

В итоге граничное условие (16) записывается в виде:

$$\frac{\partial U(1, F_0)}{\partial x} + P_n \cdot \frac{\partial T(1, F_0)}{\partial x} + Bi_w \left(U(1, F_0) - \bar{W}_b(F_0) \right) = 0.$$

Итак, после введения безразмерной формы система (7) - (13) записывается в виде:

$$\frac{\partial T(x, F_0)}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 T(x, F_0)}{\partial x^2} - K_0^* \frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial U(x, F_0)}{\partial F_0} = \alpha_U \frac{\partial^2 U(x, F_0)}{\partial x^2} - \alpha_U \cdot P_n \frac{\partial T(x, F_0)}{\partial x^2}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial T(1, F_0)}{\partial x} + Bi \left(T(1, F_0) - \bar{T}_b(F_0) \right) - P_n \left(U(1, F_0) - \bar{W}_b(F_0) \right) = 0, \quad (19)$$

$$P = (1 - \varepsilon) Bi \cdot K_0^* \alpha_U,$$

$$\frac{\partial U(1, F_0)}{\partial x} + P_n \frac{\partial T(1, F_0)}{\partial x} + Bi_u \left(U(1, F_0) - \bar{W}_b(F_0) \right) = 0, \quad (20)$$

$$T(0, F_0) = 0, \quad U(0, F_0) = 0, \quad (21)$$

$$T(x, 0) = T_0(x), \quad U(x, 0) = U_0(x). \quad (22)$$

Введены следующие параметры:

F_0 - критерий Фурье (теплообменный),

$K_0^* = \frac{\varepsilon r}{C\gamma} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta\theta}$ - модифицированный критерий Коссовича;

$P_n = \frac{\xi \Delta\theta}{\Delta W}$ - критерий Паскова;

$\alpha_U = \frac{a}{D_w}$ - критерий взаимосвязи массо и теплопереноса (критерий инерционности),

Построение сопряженной задачи.

Измеренные значения температуры и влаги $T_g(t)$, $\bar{W}_g(t)$ в безразмерном виде записываются так:

$$\bar{W}_g(t) = \frac{W_1 - \bar{W}_g(t)}{\Delta W}, \quad \bar{T}_g(t) = \frac{T_g(t) - T_1}{\Delta T}.$$

Поставленная задача решается итерационным методом. Сначала задаются начальные приближения:

$$T_0(z, n), \quad U_0(z, n), \quad \text{при } n = 0,$$

а следующие приближения определяются из минимума функционалов:

$$J(T_0, U_0) = \int_0^{F_0 \max} \left(T(1, F_0) - \bar{T}_g(F_0) \right)^2 dF_0 + \int_0^{F_0 \max} \left(U(1, F_0) - \bar{W}_g(F_0) \right)^2 dF_0. \quad (23)$$

Соответствующие решения задачи (17) - (22) итерации n и $n+1$ обозначим через:

$$\begin{aligned} T(x, F_0; n) &= T_n(x, F_0), & U(x, F_0; n) &= U_n(x, F_0), \\ T(x, F_0; n+1) &= T_{n+1}(x, F_0), & U(x, F_0; n+1) &= U_{n+1}(x, F_0). \end{aligned}$$

Тогда для функций

$\Delta T(x, F_0) = T_{n+1}(x, F_0) - T_n(x, F_0)$, $\Delta U(x, F_0) = U_{n+1}(x, F_0) - U_n(x, F_0)$ составляется задача:

$$\frac{\partial \Delta T(x, F_0)}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 \Delta T(x, F_0)}{\partial x^2} - K_0^* \frac{\partial \Delta U(x, F_0)}{\partial F_0}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \Delta U(x, F_0)}{\partial F_0} = \alpha_U \frac{\partial^2 \Delta U(x, F_0)}{\partial x^2} - \alpha_U P_n \frac{\partial \Delta T(x, F_0)}{\partial x^2}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial \Delta T(1, F_0)}{\partial x} + Bi \Delta T(1, F_0) - P \cdot \Delta U(1, F_0) = 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial \Delta U(1, F_0)}{\partial F_0} + P_n \frac{\partial \Delta T(1, F_0)}{\partial x} - B_{i,u} \Delta U(1, F_0) = 0, \quad (27)$$

$$\Delta T(0, F_0) = 0, \quad \Delta U(0, F_0) = 0, \quad (28)$$

$$\Delta T(x, 0) = \Delta T_0(x), \quad \Delta U(x, 0) = \Delta U_0(x), \quad (29)$$

$$[\Delta T]_{x=x_i} = 0, \quad [\Delta U]_{x=x_i} = 0, \quad x_i = \frac{h_i}{H}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (30)$$

$$\left[\frac{\partial \Delta T(x, F_0)}{\partial x} \right]_{x=x_i} = 0, \quad \left[\alpha_U \frac{\partial \Delta U(x, F_0)}{\partial x} - \alpha_U P_n \frac{\partial \Delta T(x, F_0)}{\partial x} \right]_{x=x_i} = 0. \quad (31)$$

Умножим (24) на произвольную функцию $\psi(z, F_0)$ и проинтегрируем по всей области $Q = (0, 1) \times (0, F_{0 \max})$.

После однократного интегрирования по частям по z и t имеем равенство

$$\begin{aligned} (\Delta T, \psi)_{F_0=0}^{F_0=F_0\max} - \left(\Delta T, \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) &= \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial t}, \psi \right)_{x=0}^{x=1} - \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial t}, \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) - \\ &- \left(K_0^* \Delta U, \psi \right)_{F_0=0}^{F_0=F_0\max} + \left(K_0^* \Delta U, \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} (f, g) &= \int_0^{F_0\max} dF_0 \int_0^1 f(x, F_0) g(x, F_0) dx, \\ (f, g)_{x=1} &= \int_0^{F_0\max} f(1, t) g(1, t) dt, \\ (f, g)_{F_0=F_0\max} &= \int_0^1 f(x, F_0\max) g(x, F_0\max) dx. \end{aligned}$$

Положим, что $\psi(x, F_0\max) = 0$, $\psi(0, F_0) = 0$. Учитывая начально-граничные условия (28), (29) из (32) выводим, что

$$\begin{aligned} - \left(\Delta T, \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) &= - (Bi\Delta T - P\Delta U, \psi)_{x=1} - \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \\ &+ \left(K_0^* \Delta U, \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) - \left(K_0^* \Delta U, \psi \right)_{F_0=0} - (\Delta T, \psi)_{F_0=0}. \end{aligned}$$

Второе слагаемое на правой части знака равенства снова интегрируется по частям по переменной z . Принимая во внимание (28) имеем равенство

$$\begin{aligned} - \left(\Delta T, \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) &= - (Bi\Delta T - P\Delta U, \psi)_{x=1} - \left(\Delta T, \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{x=1} + \\ &+ \left(K_0^* \Delta U, \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) - \left(K_0^* \Delta U, \psi \right)_{F_0=0} - (\Delta T, \psi)_{F_0=0}. \end{aligned}$$

Теперь, умножаем (25) на произвольную функцию $\eta(x, F_0)$ и интегрируем по x от 0 до 1, а по F_0 от 0 до $F_0\max$. После однократного применения формулы по частям, по x и F_0 составляется равенство

$$\begin{aligned} - (\Delta U, \eta)_{F_0=0}^{F_0=F_0\max} - \left(\Delta U, \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) &= \left(\alpha_U \frac{\partial \Delta U}{\partial x}, \eta \right)_{x=0}^{x=1} - \left(\alpha_U \frac{\partial \Delta U}{\partial x}, \eta \right)_{x=0}^{x=1} - \\ &- \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial x}, \alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \left(\alpha_U P_n \frac{\partial \Delta T}{\partial x}, \eta \right)_{x=0}^{x=1} + \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial x}, \alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

Положим $\eta(x, F_0\max) = 0$, $\eta(0, F_0) = 0$. Учитывая (27) выводим, что

$$- \left(\Delta U, \frac{\partial \eta}{\partial t} + \alpha_U \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) = - (\alpha_U \Delta U, \eta)_{x=1} - \left(\Delta U, \alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_{x=1} + \left(\Delta T, \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x}) \right) +$$

$$+ \left(\Delta T, \alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \Big|_{x=1} - (\Delta U, \eta) \Big|_{F_0=0}. \quad (34)$$

Складываем (33) и (34). Группируем подобные слагаемые, тогда

$$\begin{aligned} & - \left(\Delta T, \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x}) \right) - \left(\Delta U, \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - K_0^* \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \\ & = - \left(\Delta T, Bi \psi + \frac{\partial \psi}{\partial x} + \alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \Big|_{x=1} + \left(\Delta U, P \psi - \alpha_U \eta - \alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \Big|_{x=1} - \\ & \quad - (\Delta U, K_0^* \psi + \eta) \Big|_{F_0=0} - (\Delta T, \psi) \Big|_{F_0=0}. \end{aligned}$$

Функции $\psi(x, F_0)$ и $\eta(x, F_0)$ подбираются из уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x}) &= 0, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - K_0^* \frac{\partial \psi}{\partial t} &= 0. \end{aligned}$$

И ставятся граничные условия

$$\begin{aligned} \left(Bi \psi + \frac{\partial \psi}{\partial x} + \alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \Big|_{x=1} &= 2 \left(T(1, F_0) - \bar{T}_g(F_0) \right), \\ \left(\alpha_U \eta + \alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} - P \psi \right) \Big|_{x=1} &= 2 \left(U(1, F_0) - \bar{W}_g(F_0) \right). \end{aligned}$$

После этого (34) представляется в виде

$$\begin{aligned} & 2 \left(\Delta T, T(1, F_0) - \bar{T}_g(F_0) \right) + 2 \left(\Delta U, U(1, F_0) - \bar{W}_g(F_0) \right) = \\ & = - (\Delta T, \psi) \Big|_{F_0=0} - (\Delta U, K_0^* \psi + \eta) \Big|_{F_0=0}. \quad (35) \end{aligned}$$

В ходе проведенных вычислений составлена сопряженная задача системы (24) - (31):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x}) &= 0, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - K_0^* \frac{\partial \psi}{\partial t} &= 0, \\ \left(Bi \psi + \frac{\partial \psi}{\partial x} + \alpha_U P_n \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \Big|_{x=1} &= 2 \left(T(1, F_0) - \bar{T}_g(F_0) \right), \\ \left(\alpha_U \eta + \alpha_U \frac{\partial \eta}{\partial x} - P \psi \right) \Big|_{x=1} &= 2 \left(U(1, F_0) - \bar{W}_g(F_0) \right), \\ \psi(x, F_{0\max}) &= 0, \quad \eta(x, F_{0\max}) = 0, \end{aligned}$$

$$\psi(0, F_0) = 0, \quad \iota(0, F_0) = 0.$$

Приращение функционала (23) от итераций n до итераций $n+1$ записывается в виде:

$$J_{n+1}(T_0, U_0) - J_n(T_0, U_0) = 2 \int_0^{F_0 \max} \left(T(1, F_0) - \bar{T}_g(F_0) \right) \Delta T(1, F_0) dF_0 + \\ + 2 \int_0^{F_0 \max} \left(U(1, F_0) - \bar{W}_g(F_0) \right) \Delta U(1, F_0) dF_0 + \int_0^{F_0 \max} (\Delta T(1, F_0))^2 dF_0 + \int_0^{F_0 \max} (\Delta U(1, F_0))^2 dF_0.$$

На основе (35) последнее равенство записывается в виде:

$$J_{n+1}(T_0, U_0) - J_n(T_0, U_0) = -(\Delta T, \psi)_{F_0=0} - (\Delta U, K_0^* \psi + \eta)_{F_0=0} + \\ + \int_0^{F_0 \max} (\Delta T(1, F_0))^2 dF_0 + \int_0^{F_0 \max} (\Delta U(1, F_0))^2 dF_0.$$

Третье и четвертые слагаемые на правой части знака равенство имеют второй порядок малости. Поэтому знак левой части знака равенство определяется знаком первой и второй слагаемой стоящие на правой части знака равенства. Мы хотим, чтобы функционал от итераций к итераций монотонно уменьшался. Поэтому

$$\Delta T = -\beta_T \int_0^1 \psi(x, 0) dx,$$

$$\Delta U = -\beta_U \int_0^1 (K_0^* \psi(x, 0) + \eta(x, 0)) dx.$$

Заключение

На основе модели переноса влаги и тепла многослойной области построена вспомогательная дифференциальная задача. Из нее после некоторых преобразований выводится сопряженная задача. Из решений сопряженной и прямой задачи составляются итерационные формулы для значений температуры и влаги на границе области.

Лтература

1. S.V. Fedosov, A.M. Ibragimov, A.V. Gushchin, Effect of heat and humidity processing mode of concrete enclosing constructions and products on their strength, Construction Materials, 9, 7-8 (2006).
2. B. Rysbaiuly, A. Baimankulov, Development and justification of the method of calculation the capillary diffusion of the soil, Wulfenia Journal, Volume 20, Issue 12, 483-500 (2014).

ИТЕРАТИВНО-ИНТЕРВАЛЬНЫЙ ПОДХОД К РАСЧЕТУ ТЕПЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ В МЕТАСТАБИЛЬНЫХ ГОРНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ НЕТОЧНЫХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Рысбайулы Б., Юничева Н.Р.

e-mail: b.rysbaiuly@mail.ru, naduni@mail.ru

Институт информационных и вычислительных технологий, РК

***Аннотация.** Объектом изучения предлагаемого доклада является математическая модель процесса распространения тепла в метастабильном горном массиве. Рассмотрена задача расчета коэффициента теплопроводности горной породы с неточными исходными параметрами. Разработан метод расчета коэффициента теплопроводности горной породы. Доказываются различные свойства разработанной расчетной схемы. Каждое доказанное утверждение подтверждается численными расчетами. Приведены графики расчетных значений.*

Введение

Теплофизические свойства грунтов являются ключевыми, определяющими скорость продвижения и форму ореолов оттаивания. Теплопроводность талого и мерзлого грунта является одним из основных параметров, сложно определяемых косвенным методом. На этот параметр влияет множество факторов: генезис, структура льда, размеры и конфигурация частиц грунта. Поэтому фактическая теплопроводность может существенно отличаться от расчетной [1]. Для большинства материалов теплопроводность слабо зависит от температуры, поэтому нагревом образца можно пренебречь. Исключения составляют многолетнемерзлые грунты, теплопроводность которых сильно зависит от температуры, и в диапазоне естественных или расчетных температур, близких к нулю, может отличаться до 30 % и более [2].

Одним из ограничений использования приборов для работы с мерзлыми грунтами является недостаточный предел измерения теплопроводности, ориентированный либо на работу с теплоизолирующими материалами, теплопроводность которых значительно ниже теплопроводности грунтов, либо на работу со строительными материалами [3]. Кроме того, в настоящее время в большом числе приборов используется нестационарный метод определения теплопроводности, который подразумевает последовательные нагрев и охлаждение образца, а полученная скорость распространения в нем тепловой волны интерпретируется определенным значением теплопроводности. Следовательно, теплопроводность грунта определяется в том состоянии, в котором он не существует в природе, а значение может отличаться до 30 % и более от теплопроводности в естественных условиях [3].

В силу приведенных аргументов, стандартно применяемые методы мало подходят для решения задач, которые являются по своей природе слишком сложными и многогранными для того, чтобы использовать для их решения только точные, хорошо определенные модели и алгоритмы. Наиболее актуальными и перспективными для изучения сложных термодинамических систем, в условиях неопределенности, являются интервальные методы. Такие методы позволяют учесть неопределенности и неточности в коэффициентах и параметрах таких систем.

1 Постановка задачи

Для разработки метода расчета коэффициента теплопроводности горного массива будем использовать закон переноса тепла в дисперсной среде, иначе называемый уравнением теплопроводности [4] следующего вида:

$$C \cdot \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \nabla \theta),$$

где $\theta(x, y, z, \tau)$ – температура горной массы, c, γ, λ – соответственно коэффициент теплоемкости, удельная масса и коэффициент теплопроводности горной породы. Справедливость вышеприведенного уравнения неоднократно проверялась экспериментально [5].

В большинстве случаев практики целесообразно рассматривать одномерные уравнения теплопроводности. Если ось Oz направлена вверх, то одномерные уравнения теплопроводности записываются в следующем виде:

$$C \cdot \gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (1)$$

где $T(z, \tau)$ – абсолютная температура грунта в момент времени τ в точке $z \in (0, H)$, где H – глубина горной породы. Нас интересует единственное решение уравнения (1), поэтому будем задавать начально-граничные условия:

$$T|_{\tau=0} = T_0(z), \quad 0 \leq z \leq H, \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H} = -\sigma(T - T_b(\tau)) \Big|_{z=H} \quad T|_{z=0} = T_1(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_{\max}. \quad (3)$$

$T_b(\tau)$ – абсолютная температура воздуха на поверхности земли. Для нахождения λ требуется еще одно условие. Обычно задается измеренное значение температуры на поверхности земли [6]:

$$T_g(\tau), \quad 0 \leq \tau \leq \tau_{\max}.$$

Источником изменения температуры горной породы является температура окружающей среды. С другой стороны абсолютно точно измерить величин $T_b(\tau)$ и $T_g(\tau)$ не представляется возможным. Поэтому измеренные величины являются неточными данными. В связи с этим, задачу нахождения коэффициента теплопроводности горной породы будем решать методами интервальной математики.

Предполагаем, что

$$T_b(\tau) \in [T_b(\tau), \overline{T}_b(\tau)], \quad T_g(\tau) \in [T_g(\tau), \overline{T}_g(\tau)]$$

Задача решается методом конечных разностей.

Метод сеток. Отрезок $(0, H)$ разбиваем на N равных частей с шагом $\Delta z = H / N$, а отрезок $(0, \tau_{\max})$ разбиваем на m равных частей с шагом $\Delta \tau = \tau_{\max} / m$. В полученной дискретной области $\theta_N^m = \{(z_i, \tau_j), z_i = i \cdot \Delta z, \tau_j = j \cdot \Delta \tau\}$, $i = 0, 1, \dots, N$; $j = 0, 1, \dots, m$. изучается дискретная задача

$$Y_{i,\tau}^{j+1} C \cdot \gamma = (\lambda \cdot Y_{i,z}^{j+1})_z, \quad i = 1, \dots, N - 1; \quad j = 0, 1, \dots, m - 1, \quad (4)$$

$$Y_i^0 = T_0(z_i), \quad i = 0, 1, \dots, N, \quad Y_0^{j+1} = T_1, \quad j = 0, 1, \dots, m-1, \quad (5)$$

$$\lambda \cdot \frac{Y_N^{j+1} - Y_{N-1}^{j+1}}{\Delta z} = -\alpha(Y_N^{j+1} - T_b^{j+1}). \quad (6)$$

Кроме этого задается измеренное значение температуры горной массы на поверхности земли $T_g(\tau)$. Требуется определить коэффициент теплопроводности материала массы λ .

В системе (4) – (6) выражение $Y_i^{j+1} \in [\underline{Y}_i^{j+1}, \overline{Y}_i^{j+1}]$ – это есть приближенные значения абсолютной температуры горной породы.

Коэффициент теплопроводности горной породы будем искать из минимума функционала

$$J(\lambda) = \sum_{j=0}^{m-1} (Y_N^{j+1} - T_g^{j+1})^2. \quad (7)$$

2 Итерационная схема расчета коэффициента теплопроводности

Основная идея исследования заключается в том, что используя решение сопряженной задачи разностной схемы (4) - (6), коэффициент теплопроводности λ определяется итеративно интервальным методом. Сходимость вычислительного процесса управляется достаточно малой функций β_n . Для этого задается начальное приближение $\lambda_n, n = 0$. Следующее приближение λ_{n+1} определяется из условия монотонности (убывания) функционала (7). Причем монотонность функционала достигается параметром управления β_n . Решение системы (4) - (6) для λ_n и λ_{n+1} обозначим соответственно через $Y_i^{j+1}(n)$ и $Y_i^{j+1}(n+1)$. Тогда для разности этих величин $\Delta\lambda = \lambda_{n+1} - \lambda_n$, $\Delta Y_i^{j+1} = Y_i^{j+1}(n+1) - Y_i^{j+1}(n)$ составляется задача

$$C \cdot \gamma \cdot Y_i^{j+1} = (\Delta\lambda \cdot Y_{iz}^{j+1}(n+1) + \lambda_n \cdot \Delta Y_{iz}^{j+1})_z, \quad i = \overline{0, N-1}; j = \overline{0, m-1} \quad (8)$$

$$\Delta Y_i^0 = 0, \quad i = 0, 1, \dots, N \quad \Delta Y_0^{j+1} = 0, \quad j = 0, 1, \dots, m-1 \quad (9)$$

$$\Delta\lambda \cdot Y_{Nz}^{j+1}(n+1) + \lambda_n \cdot \Delta Y_{Nz}^{j+1} = -\sigma \cdot \Delta Y_N^{j+1}, \quad j = \overline{0, m-1} \quad (10)$$

Из системы (8) - (10) выводятся разностная сопряженная задача:

$$C\gamma U_{i,\bar{i}}^{j+1} + (\lambda_n U_{iz}^j)_z = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N; j = m-1, m-2, \dots, 0. \quad (11)$$

$$\lambda_n U_{N,\bar{z}}^j + \sigma U_N^j = 2(Y_N^{j+1} - T_g^{j+1}), j = m-1, m-2, \dots, 0; \quad (12)$$

$$U_i^m = 0, i = 0, 1, \dots, N; U_o^j = 0, j = m, m-1, \dots, 0. \quad (13)$$

В работе [7] была получена итерационная формула

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n + \beta(n) \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=1}^N Y_{iz}^{j+1} U_{iz}^j \Delta t \Delta z, \quad (14)$$

где $\beta(n)$ - достаточно малая положительная функция. Она является управлением, с помощью которого достигается монотонность функционала и сходимость итерационного процесса.

3 Математические свойства вычислительных схем

3.1 Метод прогонки

Для решения задачи (4) - (6) применяется метод скалярной прогонки. В рассматриваемом случае метод прогонки записывается в виде [8]:

1 шаг. Сначала вычисляются граничные условия метода прогонки

$$\alpha_{N-1} = \frac{1}{1+E}, \beta_{N-1} = \frac{E}{1+E} T_a^{j+1}, j = 0, 1, \dots, m-1, \quad (15)$$

где $E = \frac{c \Delta z}{\lambda}$.

2 шаг. Для каждого $j = 0, 1, \dots, m-1$ определяются приближенные значения температуры следующим образом. Сначала, используя значения

$$\alpha_{i-1} = \frac{C_i}{B_i - A_i \alpha_i}, \beta_{i-1} = \frac{A_i \beta_i + F_i}{B_i - A_i \alpha_i} \quad (16)$$

при $i = N-1, N-2, \dots, 1$.

Здесь A_i, B_i, C_i and F_i параметры трехточечной разностной схемы

$$A_i Y_{i+1}^{j+1} - B_i Y_i^{j+1} + C_i Y_{i-1}^{j+1} + F_i = 0,$$

где

$$A_i = \frac{\Delta t \lambda}{(\Delta z)^2 c \gamma}, C_i = A_i, B_i = A_i + B_i + 1, F_i = Y_i^j. \quad (17)$$

3 шаг. Для каждого $j = 0, 1, \dots, m-1$ вычисляются приближенные значения Y_i^{j+1} по формуле

$$Y_{i+1}^{j+1} = \alpha_i Y_i^{j+1} + \beta_i, i = \overline{0, N-1}, Y_0^{j+1} = T_1(\tau_{j+1}). \quad (18)$$

Выше было обосновано, что измеряемые величины $T_a(\tau)$ и $T_g(\tau)$ являются интервальными величинами. В силу этого все решение системы (4) - (6) и (11) - (13) становится интервальными величинами. То есть имеют место включения

$$Y_i^{j+1} \in [\underline{Y}_i^{j+1}, \overline{Y}_i^{j+1}], U_i^j \in [\underline{U}_i^j, \overline{U}_i^j] \quad (19)$$

Теорема 1. Пусть $Y_{i+1}^{j+1} = \alpha_i Y_i^{j+1} + \beta_i, i = \overline{0, N-1}, Y_0^{j+1} = T_1(\tau_{j+1}), j = 0, 1, \dots, m-1$, причем α_i, β_i вычисляются по формулам (15) и (16). тогда имеет место включения (19).

3.2 Получение ширины интервала решения разностной задачи с неточными данными

В данном разделе представлена теорема, которая дает достаточные условия реализуемости интервальной прогонки и условия того, что абсолютная величина интервалов A_i не превысит единицы. Здесь как и выше, будем использовать некоторые определения интервальной арифметики [9].

Теорема 2. Пусть имеют место условия (15) и (17), тогда из (16) следует неравенство $|\alpha_{i-1}| < 1$.

Доказательство. Из формулы (15) выводим, что $|\alpha_{N-1}| = 1/(1+E) = 1/(1+\sigma\Delta z\mu(1/z_n)) < 1$.

То есть, $0 < \alpha_{N-1} < 1$. Используем математическую индукцию. Пусть $0 < \alpha_i < 1$. Преобразуем

$$\alpha_{i-1} = \frac{C_i}{B_i - A_i\alpha_i} = \frac{C_i}{A_i + C_i + 1 - A_i\alpha_i} = \frac{C_i}{A_i(1-\alpha_i) + C_i + 1}.$$

Отсюда следует, что должно иметь место неравенство

$$\frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \cdot \frac{\bar{\lambda}_n - \lambda_n}{C\gamma} = \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \cdot \frac{\omega(\lambda_n)}{C\gamma} < 1 \quad (20)$$

То есть Δt и Δz подбираются так, чтобы имело место соотношение (20). Тогда имеет место неравенство $0 < \alpha_i < 1$, $i = N-2, N-3, \dots, 0$. То есть условия (15), (17) являются аналогом хорошей обусловленности [10, 23].

В графике (рис.1) показано изменение коэффициента

Оценим теперь ширину $\omega(Y_i^{j+1})$ интервального решения системы (1) – (3) в зависимости от ширины коэффициентов и свободных членов системы (1).

Сначала оценим ширину коэффициента α_i . Для этого воспользуемся условиями следующей теоремы.

Теорема 3. Если имеет место (20) и $s(c) \leq m < \frac{1}{2}$, $w(c) \leq q < \frac{1}{4}$,

$w(\alpha_{N-1}) < q_1 < 1$, то имеет место неравенство $0 < w(\alpha_i) \leq \frac{q}{1-m} + m^{2(i-1)}q_1$.

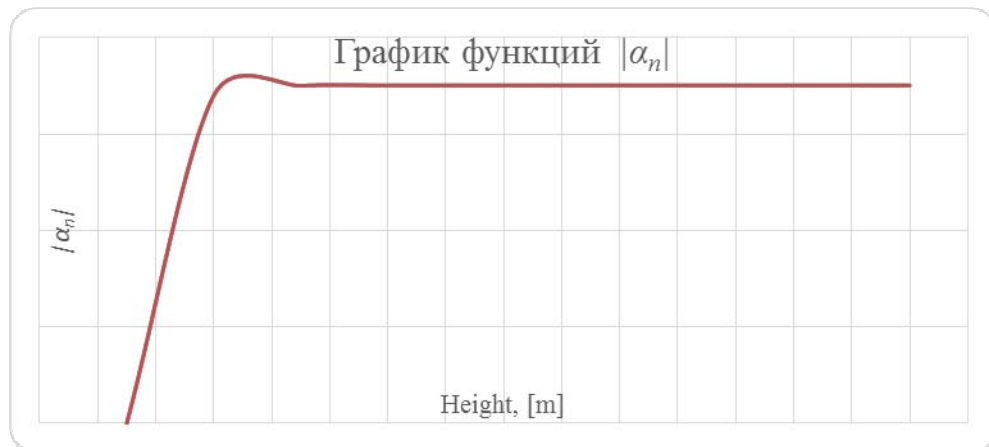


Рисунок - 1 Изменение функций α_n .

Доказательство. От обеих частей знака равенства (16) берется функция α , и шаг сетки Δt и Δz подбирается так, чтобы имело место условие Куранта. В силу этого, в нашем случае $S(c) \leq m < \frac{1}{2}$. Тогда ожидается неравенство $w(c) \leq q < \frac{1}{4}$. Учитывая все сказанное выводится рекуррентное неравенство

$$\begin{cases} w(\alpha_{i-1}) < q + m^2 w(\alpha_i) \\ i = N-1, N-2, \dots, 1. \end{cases} \quad (21)$$

Для характеристики грунта имеет место неравенства $4.42 < c < 11.42$, $0.5 < \lambda_n < 1$.
Поэтому приближенные значения \underline{E} и \overline{E} составляют

$$\underline{E} = \frac{c \Delta z}{\lambda_n} = 4.42 \cdot 10^{-4} = 0.442 \cdot 10^{-3}, \quad \overline{E} = \frac{\overline{\sigma} \Delta z}{\lambda_n} = 22.84 \cdot 10^{-4}.$$

Следовательно, можно написать неравенство $w(\alpha_{N-1}) \approx q_1 = 0.65$.

Теперь используя метод математической индукции из (21) выводим, что

$$w(\alpha_{N-k}) < q \frac{1 - m^{2(k-1)}}{1 - m} + m^{2(k-1)} q_1.$$

При возрастании k вторая величина в правой части знака неравенства становится достаточно малой, а первая величина в пределе стремится к $\frac{q}{1 - m}$. Поэтому, при больших k можно писать оценку $w(\alpha_{N-k}) < \frac{q}{1 - m}$. То есть с помощью Δz и Δt можно контролировать ширину интервала α_i . На ниже приведенном графике наблюдается процесс стабилизация функций $a(\alpha_n)$.

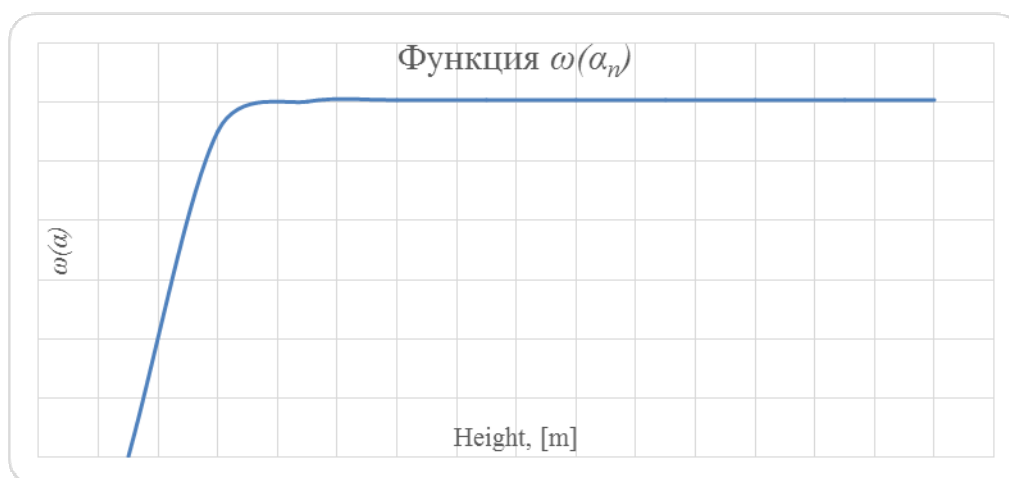


Рисунок - 2 Метод прогонки с неточными данными, когда коэффициент $\beta_1 = [\underline{\beta}_1; \overline{\beta}_1] = [277.4K; 277.9K]$. The graph of the change of the coefficient through the height of soil

Рассмотрим процедуру оценки параметра β_i .

Теорема 4. Если $|\beta_{N-1}| \leq q_4 < 1$, то из (16) следуют оценки

$$|\beta_{N-k}| \leq \frac{q_3}{1 - q_2} M^j, k = \overline{2, 3, \dots, N}. \text{ Здесь } M^j = \max_i |Y_i^j|, 0 < q_2 < 1, 0 < q_3 < 1.$$

Доказательство. Из абсолютной величины функции β_i :

$$|\beta_{i-1}| = \left| \frac{C\beta_i + F_i}{2C - C \cdot \alpha_i} \right| \leq \left| \frac{C\beta_i}{2A+1 - A\alpha_i} \right| + \left| \frac{Y_i^j}{2A+1 - A\alpha_i} \right|$$

выводятся следующие неравенства

$$|\beta_{i-1}| \leq q_2 |\beta_i| + q_3 |Y_i^j| \quad (22)$$

Из равенства $\beta_{N-1} = \frac{E}{1+E} T_b^{j+1}$ следует оценка $|\beta_{N-1}| \leq \bar{E} \cdot T_b^{j+1} = q_4 < 1$.

Для материалов ранее была получена приближенная оценка $\bar{E} \approx 0.2284 \cdot 10^{-2}$.

Поэтому из (22) предполагая, что $\max_i \{w(Y_i^j), |Y_i^j|\} = M^j$ задано выводится неравенство

$$w(\beta_{i-1}) \leq q_2 w(\beta_i) + q_3 M^j.$$

Используя граничные условия метода прогонки выводится оценка

$$w(\beta_{N-k}) \leq q_2^{k-1} M_1 + \frac{q_3 M^j}{1 - q_2}, \quad k = 2, \dots, N. \quad (23)$$

Рассмотрим процедуру оценки приближенного значения температуры.

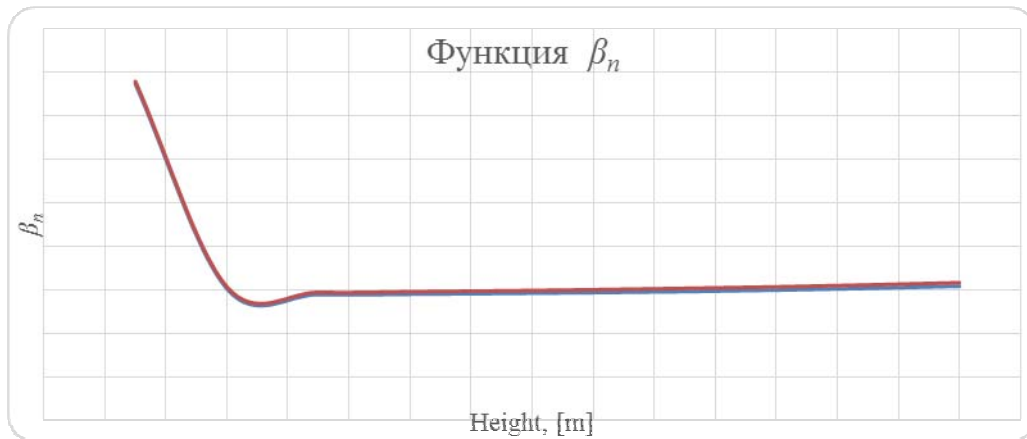


Рисунок - 3 Расчетные значения параметра прогонки β_n с неточными исходными данными

Теорема 5. Если имеют место теоремы 2 – 4, то справедливо оценка

$$w(Y_{i+1}^{j+1}) \leq q_5^{i+1} M_0 + \frac{1}{1-q} M_3.$$

Доказательство. Из равенства $Y_{i+1}^{j+1} = \alpha_i Y_i^{j+1} + \beta_i$, $i = 0, N-1$, $Y_0^{j+1} = T_1$ следует отношение

$$|Y_{i+1}^{j+1}| \leq q |Y_i^{j+1}| + q_6 M^j.$$

Для произвольного i получается оценка

$$|Y_i^{j+1}| \leq q^i T_1 + \frac{q_6}{1-q} M^j, \quad i=1, \dots, N$$

Из (24) следует неравенство $M^{j+1} \leq q^i T_1 + \frac{q_6}{1-q} M^j$.

Пусть $j=0$, тогда $M^1 \leq q^i T_1 + q_7 M^0$. Здесь $M^0 = \max_i |\theta_0(z_i)|$.

Продолжая этот процесс, выводим

$$M^{j+1} \leq q_7^{j+1} M^0 + \frac{q^i}{1-q_7} T_1 = M_2(i)$$

Поэтому из (23) следует оценка теоремы 5. Нам удалось оценить максимальную абсолютную величину температуры через выходные данные $\theta_0(z)$, T_1 и через Δt , Δz .

Оценим ширину приближенного значения температуры. Для этого делаются следующие преобразования:

$$w(Y_{i+1}^{j+1}) = w(\alpha_i) S(Y_i^{j+1}) + S(\alpha_i) w(Y_i^{j+1}) + w(\beta_i).$$

На основе выше полученных оценок, выводится неравенство

$$w(Y_{i+1}^{j+1}) \leq q_9 w(Y_i^{j+1}) + M_3(i), \quad i = \overline{0, N-1}; \quad w(Y_0^{j+1}) = M_0.$$

Для произвольного i выводится неравенство $w(Y_{i+1}^{j+1}) \leq q_9^{i+1} M_0 + \frac{1}{1-q_9} M_3$.

Проведенные вычисления подтверждают утверждение теоремы 5. Ниже приведено изменение температуры при различных исходных данных.

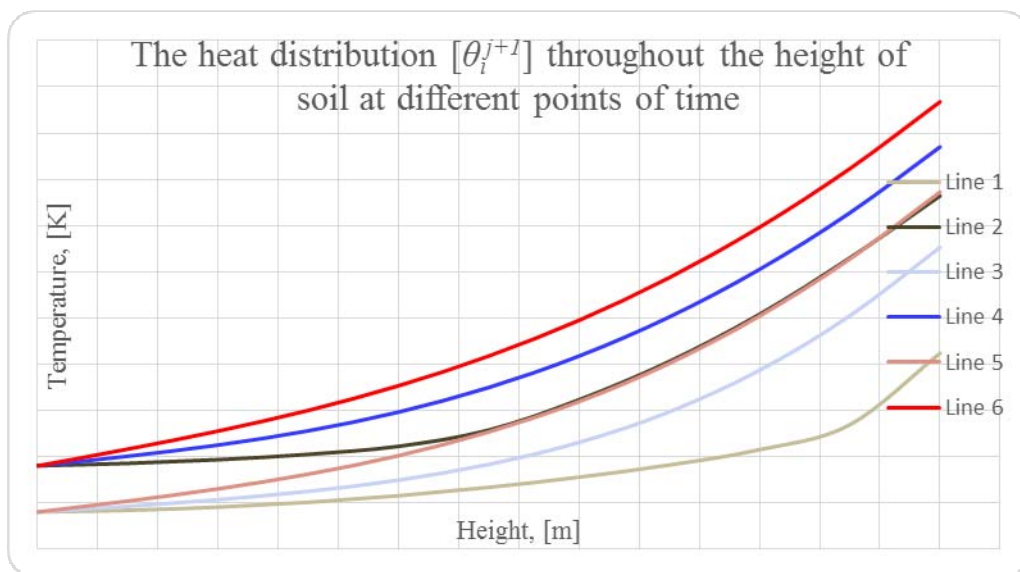


Рисунок - 4 График зависимости температуры горной породы в зависимости от различных исходных параметров

Заключение

Таким образом, резюмируя полученные результаты, можно заключить следующее:

Объектом изучения является математическая модель процесса распространения тепла в метастабильном горном массиве. Входными данными математической модели являются температура окружающей среды, температура горного массива на поверхности земли, плотность и теплоемкость горного массива. Известно, что в процессе измерения исходных данных допускаются определенные ошибки измерения. В работе с учетом неточности исходных данных решается коэффициентная обратная задача. В качестве аппарата вычисления для решения поставленной задачи были выбраны методы интервального анализа. Из исходной разностной задачи с неточными данными выводится сопряженная разностная задача и итерационная формула расчета коэффициента теплопроводности горного массива с неточными исходными данными. Основная идея работы заключается в том, что используя решение сопряженной и прямой разностной задачи, коэффициент теплопроводности определяется итеративно интервальным методом. Сходимость итерационного процесса, а также монотонность минимизируемого функционала достигается параметром управления β_n . Разностная задача решается методом прогонки с использованием интервальной арифметики. Доказывается вычислительная устойчивость метода, а также устойчивость всего вычислительного процесса в зависимости от погрешности исходных измеренных данных. Доказывается, что ширина коэффициента прогонки α_i управляется через Δz и Δt .

Литература

1. Chawla K.K. Composite Materials: Science & Engineering, New York, Springer-Verlag, 1999.
2. Evans A., Marchi C.S., Mortensen A. Metal Matrix Composites in Industry, Dordrecht, Kluwer Academic Pub., 2003.
3. Porfiri M., Nguyen N.Q., Gupta N. Thermal conductivity of multiphase particulate composite materials. Syntactic and composite foams, 44, 2009, pp. 1540–1550.
4. A.V. Lykov. Heat and Mass Transfer. Moscow: Energiya, 1982. (560 p.).
5. Мацевитый Ю.М. Обратные задачи теплопроводности. В 2 т. Киев, Наукова думка, 2002.
6. Cheng C.-Y. Shape Identification by Inverse Heat Transfer Method. J. Heat Transfer. 2003, vol. 125(2), pp. 224–231.
7. Rysbaiuly B. (2014). Mathematical properties of the iterative method to calculate the coefficient of thermal conductivity of multilayer ground. *Wulfenia Journal*, Austria, Volume 20, Issue 12.
8. Калмыков С.А., Шокин Ю.И., Юлдашев З.Х. Методы интервального анализа. – Н.: Наука СО, 1986. –224с.
9. Жолен Л., Кифер М., Дидри О., Вальтер Э. Прикладной интервальный анализ. М.: Институт компьютерных исследований. 2007. - 467с.
10. S. I. Kabanikhin. Inverse and Ill-Posed Problems. Theory and Applications. De Gruyter, Germany, 2011, (459 p.).

О ПОСТРОЕНИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПО ЗАДАННОМУ ИНТЕГРАЛЬНОМУ МНОГООБРАЗИЮ

Тлеубергенов М.И., Ажымбаев Д.Т.
e-mail: marat207@mail.ru, darkhan70@gmail.com

Институт математики и мат. моделирования КН МОН РК, Казахстан

Аннотация. Строятся стохастические уравнения в форме Лагранжа, Гамильтона и Биркгофа по заданным свойствам движения, не зависящим от скоростей, при наличии случайных возмущений из класса процессов с независимыми приращениями.

Постановка задачи. По заданному множеству

$$\Lambda(t): \lambda(x, t) = 0, \lambda \in R^m, x \in R^n \quad (1)$$

требуется построить стохастические уравнения лагранжевой структуры

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_v} = \sigma'_v(x, \dot{x}, t) \xi^j, (v = \overline{1, n}, j = \overline{1, r}) \quad (2)$$

так, чтобы множество $\Lambda(t)$ было интегральным многообразием построенных уравнений.

Поставленная задача в классе обыкновенных дифференциальных уравнений рассматривалась в [1]. В [2] рассмотрены задачи построения по заданному стохастическому уравнению Ито второго порядка эквивалентного стохастического уравнения лагранжевой структуры. В [3] решаются задачи построения функции Лагранжа, Гамильтона и Биркгофа по заданным свойствам движения (1), зависящих как от обобщенных координат, так и обобщенных от скоростей. В отличие от [3] в данной работе рассматриваются задачи построения функции Лагранжа, Гамильтона и Биркгофа по заданным свойствам движения (1), которые не зависят от скоростей.

Для решения задачи на первом этапе по заданному множеству методом квазиобращения [4] в сочетании с методом Еругина [5] и в силу стохастического дифференцирования сложной функции [6] строится уравнение Ито

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + \sigma(x, \dot{x}, t) \xi \quad (3)$$

так, чтобы множество $\Lambda(t)$ являлось интегральным многообразием построенного уравнения. И, далее, по построенному уравнению Ито строится эквивалентное ему уравнение лагранжевой структуры.

1 Построение стохастического уравнения лагранжевой структуры (2) по заданным свойствам движения (1)

Предварительно, по правилу стохастического дифференцирования составляются уравнения возмущенного движения

$$\ddot{\lambda} = \frac{\partial \lambda}{\partial x} (f + \sigma \xi) + \dot{x}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial x} \dot{x} + 2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} \quad (4)$$

и вводятся произвольные функции Еругина [5] A и B , обладающие свойствами $A(0,0,x,\dot{x},t) \equiv 0$, $B(0,0,x,\dot{x},t) \equiv 0$,

$$\ddot{\lambda} = A(\lambda, \dot{\lambda}, x, \dot{x}, t) + B(\lambda, \dot{\lambda}, x, \dot{x}, t)\dot{\xi}. \quad (5)$$

Сравнивая уравнения (4) и (5) приходим к соотношениям

$$\frac{\partial \lambda}{\partial x} f = A - \dot{x}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial x} \dot{x} - 2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2}, \frac{\partial \lambda}{\partial x} \sigma = B, \quad (6)$$

из которых методом квазиобращения [4, с.12] определим f и матрицу c

$$f = k \left[\frac{\partial \lambda}{\partial x} C \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^+ \left(A - \dot{x}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial x} \dot{x} - 2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} \right) \quad (7)$$

$$\sigma_i = s_i \left[\frac{\partial \lambda}{\partial x} C \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^+ B_i, i = \overline{1, r}, \quad (8)$$

где $\sigma_i = (\sigma_{1i}, \sigma_{2i}, \dots, \sigma_{ni})^T$ - i -ый столбец матрицы $c = (c_{vj})$, ($v = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, r}$); $B_i = (B_{1i}, B_{2i}, \dots, B_{mi})^T$ - i -ый столбец матрицы $B = (B_{\mu j})$, ($\mu = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, r}$), s_i, k - произвольные скалярные величины.

Следовательно, из (7), (8) следует, что множество дифференциальных уравнений Ито второго порядка, обладающее заданной интегральной кривой (1) имеет вид

$$\ddot{x} = k \left[\frac{\partial \lambda}{\partial x} C \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^+ \left(A - \dot{x}^T \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial x} \dot{x} - 2 \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} \right) + \left(s_1 \left[\frac{\partial \lambda}{\partial x} C \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^+ B_1, s_2 \left[\frac{\partial \lambda}{\partial x} C \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^+ B_2, \dots, s_r \left[\frac{\partial \lambda}{\partial x} C \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^+ B_r \right) \dot{\xi}.$$

Далее, по правилу стохастического дифференцирования раскроем выражение

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_v} \right) = \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial t} + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial x_k} \dot{x}_k + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial \dot{x}_k} \ddot{x}_k + S_{1v} + S_{2v} + S_{3v}, \quad (9)$$

где

$$S_{1v} = \frac{1}{2} \frac{\partial^3 L}{\partial \dot{x}_v \partial \dot{x}_i \partial \dot{x}_k} \sigma_{ij} \sigma_{kj}, \quad S_{2v} = \int \left\{ \frac{\partial L(x, \dot{x} + cc(y), t)}{\partial \dot{x}_v} - \frac{\partial L(x, \dot{x}, t)}{\partial \dot{x}_v} \right\} dy,$$

$$S_{3v} = \int \left[\frac{\partial L(x, \dot{x} + cc(y), t)}{\partial \dot{x}_v} - \frac{\partial L(x, \dot{x}, t)}{\partial \dot{x}_v} \right] P^0(t, dy).$$

Следовательно, уравнение (2) с учетом (9) принимает следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_v} - \sigma'_{vj}(x, \dot{x}, t) \dot{\xi}^j = \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial t} + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial x_k} \dot{x}_k + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial \dot{x}_k} \ddot{x}_k + S_{1v} + S_{2v} + S_{3v} - \frac{\partial L}{\partial x_v} - \sigma'_{vj}(x, \dot{x}, t) \dot{\xi}^j. \quad (10)$$

Или, учитывая (7) и уравнение (10) приходим к тождеству

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial t} + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial x_k} \dot{x}_k + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial \dot{x}_k} \ddot{x}_k + S_{1v} + S_{2v} + S_{3v} - \\ & - \frac{\partial L}{\partial x_v} - \sigma'_{vj}(x, \dot{x}, t) \xi^j \equiv \ddot{x} - f(x, \dot{x}, t) - \sigma(x, \dot{x}, t) \xi, \end{aligned} \quad (11)$$

где f и столбцы c_i матрицы C имеют соответственно вид (2.7) и (2.8). Из соотношения (11) следуют равенства

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial t} + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial x_k} \dot{x}_k + S_{1v} + S_{2v} + S_{3v} - \frac{\partial L}{\partial x_v} = -f_v, \\ \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial \dot{x}_k} = \delta_v^k, \quad \sigma'_{vj}(x, \dot{x}, t) = \sigma_{vj}, \end{cases} \quad (12)$$

которые обеспечивают решение поставленной выше задачи в прямом представлении по построенному уравнению Ито (3) эквивалентного стохастического уравнения лагранжевой структуры вида (2).

Введем теперь матрицу h_v^k и рассмотрим задачу косвенного представления уравнения лагранжевой структуры

$$h_v^k (\ddot{x}_k - f_k - \sigma_{kj} \xi^j) \equiv \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_v} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_v} - \sigma'_{vj} \xi^j. \quad (13)$$

Для выполнения тождества (13) требуется выполнение условий

$$\begin{cases} h_v^k = \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial \dot{x}_k}, \quad h_v^k \sigma_{kj} = \sigma'_{vj}, \\ -h_v^k f_k = \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial t} + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{x}_v \partial x_k} \dot{x}_k + S_{1v} + S_{2v} + S_{3v} - \frac{\partial L}{\partial t}. \end{cases} \quad (14)$$

Тем самым доказана

Теорема 1. Для построения стохастического уравнения лагранжевой структуры (2) по заданному множеству (1) так, чтобы множество (1) было интегральным многообразием построенного уравнения необходимо и достаточно выполнения условий (14).

2 Построение стохастического уравнения гамильтоновой структуры (3) по заданным свойствам движения (1)

Для построения функции Гамильтона предварительно введем новую переменную $y_k = \dot{x}_k$ и перепишем уравнение (2.5) в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_k = y_k, \\ \dot{y}_k = f_k(x, y, t) + \sigma_{kj}(x, y, t) \xi^j. \end{cases} \quad (15)$$

где f_k - k -ая компонента вектор-функции f , а C_{kj} - элементы матрицы C , j -ый столбец которой имеет вид (10). Затем с помощью замен

$$z_k = \begin{cases} x_k \\ y_k, \end{cases} \quad \psi_j = \begin{cases} 0, & \text{if } j = 1, 2, \dots, n \\ \xi^{j-n}, & \text{if } j = n+1, n+2, \dots, n+m, \end{cases}$$

$$G_k = \begin{cases} y_k \\ f_k, \end{cases} \quad \mu = (\mu_{kj}) = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & 0_{n \times m} \\ 0_{n \times n} & \sigma_{n \times m} \end{pmatrix}, \quad \sigma = (\sigma_{\mu j}).$$

перепишем уравнение (15) в виде

$$\dot{z}_k = G_k(z, t) + \mu_{kj}(z, t)\dot{\psi}_j. \quad (16)$$

Далее стохастическое уравнение гамильтоновой структуры (16) с помощью замены

$$v_k = \begin{cases} q_k & k = 1, 2, \dots, n \\ p_{k-n} & k = n+1, n+2, \dots, 2n, \end{cases} \quad \varphi = (\varphi_{kv}) = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -I_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{pmatrix}$$

$$p = (p_{kv}) = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & 0_{n \times m} \\ 0_{n \times n} & \sigma'_{n \times m} \end{pmatrix}$$

а также с учетом того, что

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial H}{\partial q_k} \\ -\frac{\partial H}{\partial p_k} \end{pmatrix} = \left(\varphi_{kv} \frac{\partial H}{\partial v_v} \right)$$

перепишем в виде

$$\dot{v}_k - \varphi_{kv} \frac{\partial H}{\partial v_v} = p_{kj} \dot{\eta}_j. \quad (17)$$

Или, если ввести обратную к (φ_{kv}) матрицу

$$(\omega_{kv}) = (\varphi_{kv})^{-1} = \begin{pmatrix} 0_{n \times n} & -I_{n \times n} \\ I_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{pmatrix}$$

и $2n$ -мерный вектор

$$z_k \equiv \omega_{kv} v_v = \begin{pmatrix} -p_k, & k = 1, 2, \dots, n \\ q_{k-n}, & k = n+1, n+2, \dots, 2n \end{pmatrix}$$

то уравнение (17) преобразуется к эквивалентному уравнению

$$\omega_{vk} \dot{z}_k - \frac{\partial H}{\partial z_v} = \omega_{vk} p_{kj} \dot{\eta}_j. \quad (18)$$

Рассмотрим задачу непрямого представления уравнения (16) в виде уравнения гамильтоновой структуры (18), т.е. с помощью некоторой матрицы $\Gamma = (\gamma_v^k)$ рассмотрим соотношение

$$\gamma_v^k (\dot{z}_k - G_k - \mu_{kj} \dot{\eta}_j) \equiv \omega_{vk} \dot{z}_k - \frac{\partial H}{\partial z_v} - \omega_{vk} p_{kj} \dot{\eta}_j$$

или

$$C_{\nu k} \dot{z}_k - D_\nu(z, t) - \gamma_\nu^k \mu_{kj} \dot{\eta}_j \equiv \omega_{\nu\mu} \dot{a}_\mu - \frac{\partial H}{\partial a_\nu} - \omega_{\nu k} p^{\nu j} \dot{\eta}_j, \quad (19)$$

где $C_{\nu k} = \gamma_\nu^k$; $D_\nu(z, t) = \gamma_\nu^k G_k$. Для выполнения тождества (19) требуется выполнение условий

$$C_{\nu k} = \omega_{\nu k}, D_\nu(z, t) = -\frac{\partial H}{\partial z^\nu}, \quad (20)$$

$$\gamma_\nu^k \mu_{kj} = \omega_{\nu k} p^{kj}, (\nu, k = \overline{1, 2n}, j = \overline{1, n+m}), \quad (21)$$

$$\gamma_\nu^k = \omega_{\nu k}. \quad (22)$$

Из соотношений (19) и условий (20)-(22) следует $\mu_{kj} = p^{kj}$, что влечет выполнение равенства

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij}, (i = \overline{1, n}, j = \overline{1, r}).$$

Следовательно справедлива

Теорема 2. Для непрямого построения множества стохастических уравнений гамильтоновой структуры (3) по заданному множеству (1) так, чтобы множество (1) было интегральным многообразием уравнения (3) необходимо и достаточно выполнение условий (20)-(22).

3 Построение стохастической уравнения биркгофиановой структуры (4) по заданным свойствам движения (1)

Для решения поставленной задачи рассмотрим соотношение

$$C_{\nu k} \dot{z}_k - D_\nu(a, t) - \mu_{\nu j} \dot{\psi}_j \equiv \left[\frac{\partial R_k(z, t)}{\partial z_\nu} - \frac{\partial R_\nu(z, t)}{\partial z_k} \right] \dot{z}_k - \left[\frac{\partial B(z, t)}{\partial z_\nu} + \frac{\partial R_\nu(a, t)}{\partial t} \right] - T_{\nu j} \dot{\psi}_j,$$

которое выполняется тождественно при следующих условиях

$$C_{\nu k}(z, t) = \frac{\partial R_k(z, t)}{\partial z_\nu} - \frac{\partial R_\nu(z, t)}{\partial z_k}, \quad D_\nu(z, t) = \frac{\partial B(z, t)}{\partial z_\nu} + \frac{\partial R_\nu(z, t)}{\partial t}, \quad \Lambda_{\mu j} = T_{\mu j}. \quad (23)$$

Следовательно, имеет место

Теорема 3. Для построения множества стохастических уравнений биркгофиановой структуры (4) по заданному множеству (1), так чтобы множество (1) было интегральным многообразием уравнения (4) необходимо и достаточно выполнение условий (23).

4 Пример

Рассмотрим стохастическую задачу построения функций Лагранжа, Гамильтона и Биркгофа по заданному свойству движения на примере движения искусственного спутника Земли под действием сил тяготения и аэродинамических сил [7].

Пусть свойства движения не зависят от скоростей и заданы в виде

$$\Delta(t): \quad v \equiv \alpha_1 v^2 + \alpha_2 = 0, \quad v \in R^1, \quad (24)$$

где α_1, α_2 - постоянные, $\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_2/\alpha_1 \leq 0$.

Тогда уравнение возмущенного движения (6) примет вид

$$\ddot{v} = 2\alpha_1 \dot{v}^2 + 2\alpha_1 \ddot{v} = 2\alpha_1 \dot{v}^2 + 2\alpha_1 (f(v, \dot{v}, t) + \sigma(v, \dot{v}, t)\xi). \quad (25)$$

Введем функции Н. П. Еругина $a = a(v, \dot{v}, v, \dot{v}, t)$ и $b = b(v, \dot{v}, v, \dot{v}, t)$ со свойством $a(0, 0, v, \dot{v}, t) \equiv 0$, $b(0, 0, v, \dot{v}, t) \equiv 0$, такие, что имеет место соотношение

$$\ddot{v} = a(v, \dot{v}, v, \dot{v}, t) + b(v, \dot{v}, v, \dot{v}, t)\xi. \quad (26)$$

Из соотношений (25), (26) следует, что множество уравнений (5), в нашем примере имеющее вид

$$\ddot{v} = f(v, \dot{v}, t) + \sigma(v, \dot{v}, t)\xi, \quad (27)$$

будет обладать интегральным многообразием (24), если f и σ будут иметь соответственно вид

$$f = \frac{a(v, \dot{v}, t) - 2\alpha_1 \dot{v}^2}{2\alpha_1}, \quad \sigma = \frac{b(v, \dot{v}, t)}{2\alpha_1}. \quad (28)$$

Уравнение движения искусственного спутника Земли под действием сил тяготения и аэродинамических сил, следуя работе [7], запишем в виде

$$\ddot{\theta} = \tilde{f}(\theta, \dot{\theta}) + \tilde{\sigma}(\theta, \dot{\theta})\xi, \quad (29)$$

где θ - угол тангажа, а функции \tilde{f} и $\tilde{\sigma}$ имеют вид

$$\tilde{f} = Ql \sin 2\theta - Q[g(\theta) + \eta \dot{\theta}], \quad \tilde{\sigma} = Q\delta[g(\theta) + \eta \dot{\theta}]. \quad (30)$$

Построим лагранжиан по уравнению (29). Предварительно в уравнении (29) следует учесть соотношения (28), которые обеспечивают интегральность заданного множества (24). Из равенств $f = \tilde{f}$, $\sigma = \tilde{\sigma}$ вытекает, что четыре параметра Q , δ , l , η , определяющие динамику движения спутника [7], должны удовлетворять соотношениям

$$2\alpha_1 Ql \sin 2\theta = \tilde{a}(v, \dot{v}, t) + \tilde{b}(v, \dot{v}, t) - 2\alpha_1 \dot{v}^2, \\ 2\alpha_1 Q\delta[g(\theta) + \eta \dot{\theta}] = \tilde{b}(v, \dot{v}, t),$$

где

$$\tilde{a}(v, \dot{v}, t) = a(\alpha_1 v + \alpha_2, 2\alpha_1 v \dot{v}, v, \dot{v}, t), \\ \tilde{b}(v, \dot{v}, t) = b(\alpha_1 v + \alpha_2, 2\alpha_1 v \dot{v}, v, \dot{v}, t).$$

Тогда по определению из [8] уравнение (29) допускает не прямое аналитическое представление в терминах стохастического уравнения лагранжевой структуры, если существует функция h такая, что имеет место тождество

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{v}} \right) - \frac{\partial L}{\partial v} - \sigma'(v, \dot{v}, t)\xi \equiv h[\ddot{v} - f - \sigma\xi]. \quad (31)$$

Найдем функцию $h = h(t)$ так, чтобы выполнялись необходимые и достаточные условия Гельмгольца [8, с. 107] существования лагранжиана для скалярного уравнения $l_1(\vartheta, \dot{\vartheta}, t)\ddot{\vartheta} + l_2(\vartheta, \dot{\vartheta}, t) = 0$

$$\frac{\partial l_2}{\partial \vartheta} = \frac{\partial l_1}{\partial t} + \dot{\vartheta} \frac{\partial l_1}{\partial \vartheta}.$$

Этому условию удовлетворяет функция h вида $h = e^{Q\eta}$. Подставляя найденное h в (31) получим

$$e^{Q\eta} [\ddot{\vartheta} - f - \sigma \dot{\xi}] = \frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}^2} \ddot{\vartheta} + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{\vartheta} \partial \vartheta} \dot{\vartheta} + \frac{\partial^2 L}{\partial \dot{\vartheta} \partial t} - \frac{\partial L}{\partial \vartheta} - \sigma' \dot{\xi}.$$

Таким образом, искомый лагранжиан строится в виде

$$L = e^{Q\eta} \left[\frac{1}{2} \dot{\vartheta}^2 - Q \left(\frac{1}{2} l \cos 2\vartheta + G \right) \right], \quad \text{где } G = \int g(\vartheta) d\vartheta \quad (32)$$

который обеспечивает представление (29) в виде уравнения лагранжевой структуры

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \vartheta} - \sigma'(\vartheta, \dot{\vartheta}, t) \dot{\xi} = e^{-Q\eta} \sigma(\vartheta, \dot{\vartheta}) \dot{\xi}. \quad (33)$$

Используя функцию Лагранжа (32) и преобразование Лежандра, определим функцию Гамильтона в виде $H = \chi \dot{\vartheta} - L(\vartheta, \dot{\vartheta}, t) |_{\dot{\vartheta}=\dot{\vartheta}(\vartheta, \chi, t)}$. И т. к. $\chi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\vartheta}}$, то $\chi = e^{-Q\eta} \dot{\vartheta}$ и, следовательно, $\dot{\vartheta} = e^{Q\eta} \chi$. Тогда каноническое уравнение, соответствующее стохастическому уравнению лагранжевой структуры (33), примет вид

$$\begin{cases} \dot{\vartheta} = \frac{\partial H}{\partial \chi}, \\ \dot{\chi} = -\frac{\partial H}{\partial \vartheta} + \hat{\sigma}(\vartheta, \chi, t) \dot{\xi}, \end{cases} \quad (34)$$

где $\hat{\sigma} = \sigma'(\vartheta, \dot{\vartheta}, t) |_{\dot{\vartheta}=\dot{\vartheta}(\vartheta, \chi, t)}$, а функция Гамильтона определяется в виде

$$H = \frac{1}{2} e^{Q\eta} - e^{-Q\eta} b(\vartheta). \quad (35)$$

Для разрешения задачи представления биркгофиана по заданному уравнению (29) мы воспользуемся построенным выше уравнением (2.34) и функцией Гамильтона (35).

Из соотношений (23) при $C = \begin{pmatrix} \phi & 0 \\ 0 & \phi \end{pmatrix}$ функции $R_\nu (\nu=1,2)$, $R = (R_1, R_2)$ и B

определяются в следующем виде $R = \{\chi, (1 + \phi)\vartheta\}$, $B = \frac{1}{2} \phi e^{Q\eta} \chi^2 - \phi e^{-Q\eta} b(\vartheta)$, где ϕ - произвольная постоянная.

Литература

1. Туладхар Б.М. Построение уравнений в форме Лагранжа, Гамильтона и Биркгофа по заданным свойствам движения: автореф. канд. ф.-м. наук: 01.02.01. – М.: УДН, 1983. – 11 с.

2. Глеубергенов М.И. Обратные задачи стохастических дифференциальных систем: автореф. докт. ф.-м. наук: 01.01.02. – Алматы, 1999. – 33 с.
3. Глеубергенов М.И., Ажымбаев Д.Т. О построении дифференциального уравнения по заданным свойствам движения при наличии случайных возмущений // Известия НАН РК. Серия физико-математическая. – 2007. – № 5. – С. 15-20.
4. Мухаметзянов И.А., Мухарлямов Р.Г. Уравнения программных движений. – М.: Изд-во РУДН, 1986. – 88 с.
5. Еругин Н.П. Построение всего множества систем дифференциальных уравнений, имеющих заданную интегральную кривую // Прикладная математика и механика. – М., 1952. – Т.10, вып. 6. – С. 659-670.
6. Пугачев В.С., Сеницын И.Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. – М.: Наука, 1990. – 632 с.
7. Сагиров П. Стохастические методы в динамике спутников // Механика. Период. сб. переводов иностр. статей. – М., 1974. – № 5(147). – С.28-47.
8. Santilli R.M. Foundations of Theoretical Mechanics. The Inverse Problem in Newtonian Mechanics. – New York: Springer-Verlag, 1978. – 266 p.

ВЫЧИСЛИМЫЕ РЕТРАКТЫ РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

Хисамиев Н.Г., Конырханова А.А.

e-mail: hisamiev@mail.ru

Восточно-Казахстанский государственный технический университет
им.Д.Серикбаева, Казахстан

Аннотация. Описание ретрактов для важных классов групп является актуальным. В данной работе доказана вычислимость любого ретракта вычислимой разрешимой группы без кручения конечной размерности, изолятор коммутанта которой совпадает с коммутантом. Отсюда, в частности, следуют, что вычислим любой ретракт: 1) группы всех треугольных матриц любого конечного размера над полем рациональных чисел с положительными диагональными элементами; 2) нильпотентной группы без кручения конечной размерности; 3) группы унитарных матриц над кольцом целых чисел. Получены условия вычислимости подгруппы и невычислимости факторгруппы группы унитарных матриц над кольцом полиномов с целыми коэффициентами.

Введение

Ретрактом группы G называется такая ее подгруппа H , для которой существует эндоморфизм $\rho: G \rightarrow H$, тождественный на H . Такой эндоморфизм называется ретракцией. Любой идемпотентный эндоморфизм $\rho: G \rightarrow H, \rho^2 = \rho$, определяет ретракцию группы G на подгруппу $\rho(G)$. Легко доказать (см., например [1]), что подгруппа H является ретрактом группы G тогда и только тогда, когда существует нормальная подгруппа U группы G такая, что выполнены следующие условия:

$$G = H \cdot U = \{hu \mid h \in H, u \in U\}, H \cap U = \{1\}.$$

Любой элемент g группы G однозначно записывается в виде hu , где $h = h(g) \in H, u = u(g) \in U$. Ретракция $\rho: G \rightarrow H$ определяется отображением $\rho(g) = h(g), g \in G$. Нормальная подгруппа U совпадает с ядром $\ker(\rho)$ эндоморфизма ρ и называется ядром ретракции.

Очевидно, что прямые и свободные множители в группах являются их ретракциями. В абелевых группах прямые множители исчерпывают все множество ретрактов. В общем случае проблема описания ретрактов гораздо сложнее. В [2] доказано, что уже в классе конечно порожденных нильпотентных групп степени два проблема определения, является ли заданная конечным множеством порождающих элементов подгруппа ретрактом, алгоритмически неразрешима. Это отвечает на вопрос Мясникова №9а из [3].

Ретракты связаны с вербально и алгебраически замкнутыми подгруппами групп.

Пусть G группа. Подгруппа $H \leq G$ называется вербально замкнутой в группе G , если для любого группового слова $\omega(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от независимых переменных x_1, x_2, \dots, x_n без констант и любого элемента $h \in H$ уравнение

$$\omega(x_1, x_2, \dots, x_n) = h$$

разрешимо в группе G тогда и только тогда, когда оно разрешимо подгруппе H .

Подгруппа $H \leq G$ называется алгебраически замкнутой в группе G , если для любого набора групповых слов $\omega_i(x_1, x_2, \dots, x_i), i=1, \dots, m$ с константами из H от независимых переменных x_1, x_2, \dots, x_n система уравнений

$$\omega_i(x_1, x_2, \dots, x_i) = 1, i=1, \dots, m$$

имеет решение в группе G тогда и только тогда, когда она имеет решение в H .

Очевидно, что любой ретракт произвольной группы является алгебраически замкнутой подгруппой, и тем более вербальной замкнутой подгруппой этой группы. В [4] доказано, что в классе конечно определенных групп любая конечно порожденная алгебраически замкнутая подгруппа является ретрактом.

Так как любая конечно порожденная нильпотентная группа конечно определена, а любая ее подгруппа конечно порождена (см., например, [5]), в классе конечно порожденных нильпотентных групп свойство «быть алгебраически замкнутой подгруппой» и «быть ретрактом» равносильны.

В [4] был сформулирован вопрос об описании алгебраически, вербально и экзистенциально замкнутых подгрупп свободных нильпотентных групп произвольного конечного ранга любой степени нильпотентности. В [5] был дан исчерпывающий ответ на этот вопрос для алгебраически и вербально замкнутых подгрупп. Оказалось, что множества ретрактов свободной нильпотентной группы $N_{r,k}$ ранга $r \geq 1$ степени нильпотентности $k \geq 1$ совпадает с множествами ее вербально замкнутых подгрупп, алгебраически замкнутых подгрупп, а также с множеством свободных множителей группы $N_{r,k}$ в многообразии N_k всех нильпотентных групп степени нильпотентности не выше, чем k .

В [6] получен критерий того, что данная небелева подгруппа группы G , коммутант которой локально циклическая группа, является ретрактом группы G . Там же доказано, что любой ретракт группы унитарных матриц $UT_n(\mathbb{Q}), n \geq 3$ над полем рациональных чисел \mathbb{Q} является вычислимо перечислимой подгруппой данной группы. Отсюда как следствие выводится, что любой ретракт группы $UT_n(\mathbb{Q})$ вычислим.

Унитарная группа матриц $G = UT_n(\mathbb{Z}), n \geq 3$ над кольцом целых чисел \mathbb{Z} , является классическим объектом алгебры. Теория этих групп находит применение в различных областях науки: в математике, физике, механике и т.д. Поэтому представляет интерес описание структуры такой группы, важной составной частью которой являются ретракты.

В данной работе доказана вычислимость любого ретракта разрешимой группы без кручения конечной размерности без кручения, изолятор коммутанта которой совпадает с коммутантом. Отсюда, в частности, следуют: 1) что любой ретракт группы всех треугольных матриц любого конечного размера над полем рациональных чисел с положительными диагональными элементами вычислим; 2) любой ретракт вычислимой нильпотентной группы без кручения конечной размерности вычислим. Доказано вычислимость любой абелевой подгруппы группы унитарных матриц $UT_3(\mathbb{Z}[x])$ над кольцом полиномов с целыми коэффициентами и построен пример невычислимой факторгруппы этой группы.

1. Ретракты разрешимых групп без кручения

Пусть ω множество натуральных чисел, а G – некоторая группа и $\nu: \omega \rightarrow G$ – отображение ν на G . Пара (G, ν) называется нумерованной группой. Нумерованная группа называется *конструктивной*, если существует алгоритм, который по любым натуральным числам n, m и s определяет справедливость равенств $\nu(n) = \nu(m)$ и $\nu(n) \cdot \nu(m) = \nu(s)$. Группа G называется *вычислимой* (или конструктивизируемой), если существует нумерация ν группы G такая, что (G, ν) – конструктивная группа. Подгруппа H нумерованной группы (G, ν) называется *вычислимо перечислимой* в (G, ν) , если множество $\nu^{-1}(H)$ вычислимо перечислимо.

Группа G называется разрешимой, если ряд коммутантов $G \geq G' \geq G'' \geq \dots G^{(n)} \geq \dots$ группы G через конечное число шагов обрывается на единице.

Теорема 1. Пусть (G, ν) – вычислимо нумерованная разрешимая группа без кручения конечной размерности такая, что изолятор коммутанта $I(G')$ равен G' . Тогда любой ретракт H группы G – вычислимо перечислимая подгруппа группы G .

Доказательство. Используем индукцию по размерности $\dim(G) = n$ группы G . Если $n = 1$, то G – подгруппа группы рациональных чисел. Отсюда либо H – единичная подгруппа, либо $H = G$, а поэтому H – вычислимо перечислимая подгруппа G .

Пусть размерность группы G равна $m + 1$ и для всех меньших размерностей теорема справедлива. Далее применим индукцию по ступени разрешимости $\text{dec}(G) = r$. Если $r = 1$, то G абелева группа. Так как H сервантная подгруппа конечной размерности вычислимой группы G , то H вычислимо перечислимо в (G, ν) .

Пусть $\text{dec}(G) = r + 1$ и для меньшей ступени разрешимости теорема справедлива. Так как коммутант G' является эндоморфно допустимой подгруппой группы G , то подгруппа $H \cap G'$, будет ретрактом группы G' . Так как ступень разрешимости подгруппы G' меньше $r + 1$, значит по индукционному предположению подгруппа $H \cap G'$ вычислимо перечислима в (G', ν') , где ν' – ограничение ν на $I(G') = G'$. Из последнего равенства и сервантности ретракта H в G следует, что $I(H \cap G') = H \cap G'$ следовательно, $H / H \cap G'$ – абелева группа без кручения конечной размерности. Отсюда и из сервантности подгруппы H в G получаем, что подгруппа H вычислимо перечислима в (G, ν) . Теорема доказана.

Следствие 1. Пусть $T_n^+(\mathbb{Q})$ – группа треугольных матриц над полем рациональных чисел, где диагональные элементы положительны. Тогда любой ретракт H группы $T_n^+(\mathbb{Q})$ вычислимо перечислим в $(T_n^+(\mathbb{Q}), \nu)$, где ν – эффективная нумерация группы $T_n^+(\mathbb{Q})$, т.е. по номеру n можно эффективно найти матрицу $\nu(n)$ и наоборот.

Следствие 2 [6]. При любом n любой ретракт группы всех унитреугольных матриц $UT_n(\mathbb{Q})$ размерности n над полем рациональных чисел \mathbb{Q} вычислим.

Следствие 3 [6]. Любой ретракт вычислимой нильпотентной группы без кручения конечной размерности вычислим.

Доказательство. Действительно, любая нильпотентная группа без кручения конечной размерности изоморфно вложима в группу всех унитреугольных матриц над кольцом целых чисел. Отсюда следует, что изолятор кооммутанта любой нильпотентной группы без кручения конечной размерности совпадает с коммутантом этой группы. Отсюда и следствия 2 получаем требуемое.

2. Вычислимые подгруппы группы $UT_3(\mathbb{Z}[x])$

Пусть $t_{ij}(f(x))$ – трансвекция, т.е. например

$$t_{ij}(f(x)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & f(x) \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда справедлива формула

$$t_{23}(g(x)) \cdot t_{12}(f(x)) = t_{12}(f(x)) \cdot t_{23}(g(x)) \cdot t_{13}(-f(x) \cdot g(x))$$

Теорема 2. *Группа $G = UT_3(\mathbb{Z}[x])$ порождается матрицами*

$$t_{12}(x^m) \cdot t_{23}(x^m), \quad m = 0, 1, \dots$$

Доказательство. Пусть дана матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & \phi(x) \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$A = t_{12}(f(x)) \cdot t_{23}(g(x)) \cdot t_{13}(\phi(x) - f(x) \cdot g(x))$$

Действительно, пусть

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n, \quad a_i \in \mathbb{Z}.$$

Тогда справедливы

$$t_{ij}(f(x)) = t_{ij}^{a_0}(1) \cdot t_{ij}^{a_1}(x) \cdot \dots \cdot t_{ij}^{a_n}(x^n), \quad \text{где } i < j, i = 1, 2$$

$$t_{12}(f(x))t_{23}(g(x)) = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & f(x)g(x) \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

$$t_{12}(f(x)) \cdot t_{23}(g(x)) \cdot t_{13}(\phi(x) - f(x)g(x)) = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & f(x)g(x) \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi(x) - f(x)g(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & f(x) & \phi(x) \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} = A,$$

$$t_{13}(x^k) = t_{12}(1) \cdot t_{23}(x^k) \cdot t_{12}(-1) \cdot t_{23}(-x_k). \quad (1)$$

Отсюда для любого многочлена $\phi(x)$ матрицу $t_{13}(\phi(x))$ можно получить как некоторое произведение матриц $t_{12}(x^k), t_{23}(x^l)$. Тогда в силу (1) получаем требуемое.

Справедливы следующие формулы

$$t_{ij}(f(x)) \cdot t_{ij}(g(x)) = t_{ij}(f(x) + g(x)),$$

$$t_{12}(f(x)) \cdot t_{13}(\phi(x)) = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & \phi(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

$$t_{23}(g(x)) \cdot t_{13}(\phi(x)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \phi(x) \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

Предложение 1. Центр группы $UT_3(\mathbb{Z}[x])$ совпадает со своим коммутантом.

Следствие 4. Пусть группа $G = UT_3(\mathbb{Z}[x])$, а ν – её гедделева нумерация. Тогда (G, ν) – вычислимая группа, а центр $C(G)$ – её вычислимая подгруппа.

Теорема 3. Подгруппы G_1, G_2, G_3 являются максимальными абелевыми нормальными подгруппами группы $G = UT_3(\mathbb{Z}[x])$, где

$$G_1 = \left\{ \left[\begin{pmatrix} 1 & f(x) & \phi(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} \mid f(x), \phi(x) \in \mathbb{Z}[x]; f(x) \neq 0 \right. \right\},$$

$$G_2 = \left\{ \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & \psi(x) \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} \mid g(x), \psi(x) \in \mathbb{Z}[x]; g(x) \neq 0 \right. \right\},$$

$$G_3 = \left\{ \left[\begin{pmatrix} 1 & \alpha(x) & \beta(x) \\ & 1 & \alpha(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} \mid \alpha(x), \beta(x) \in \mathbb{Z}[x]; \alpha(x) \neq 0 \right. \right\}.$$

Доказательство. Доказательство проведем для подгруппы G_1 . Для подгрупп G_2, G_3 доказательства аналогичны.

Пусть

$$M_i = \begin{pmatrix} 1 & f_i(x) & \phi_i(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$M_1 \cdot M_2 = \begin{pmatrix} 1 & f_1(x) + f_2(x) & \phi_1(x) + \phi_2(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

$$M_i^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -f_i(x) & -\phi_i(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

т.е. G_1 – абелева подгруппа. Докажем, что она максимальна.

Пусть дана матрица $L \notin G_1$. Тогда

$$L = \begin{pmatrix} 1 & \alpha(x) & \gamma(x) \\ & 1 & \beta(x) \\ & & 1 \end{pmatrix}, \quad \beta(x) \neq 0. \quad (2)$$

Тогда

$$M_1 L = \begin{pmatrix} 1 & f_1(x) & \phi_1(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & \alpha(x) & \gamma(x) \\ & 1 & \beta(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & f_1(x) + \alpha(x) & \gamma(x) + f_1(x)\beta(x) + \phi_1(x) \\ & 1 & \beta(x) \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

$$L M_1 = \begin{pmatrix} 1 & \alpha(x) & \gamma(x) \\ & 1 & \beta(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & f_1(x) & \phi_1(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & f_1(x) + \alpha(x) & \gamma(x) + \phi_1(x) \\ & 1 & \beta(x) \\ & & 1 \end{pmatrix}.$$

Если $f_1(x) \neq 0$, то получим $M_1 L \neq L M_1$, т.е. G_1 – максимальная абелева подгруппа в $G = UT_3(\mathbb{Z}[x])$.

Докажем, что она нормальна в $G = UT_3(\mathbb{Z}[x])$. Дана матрица

$$M = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & \phi(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} \in G_1.$$

Вычислим $L^{-1} M L$, где L определена в (2). Тогда

$$L^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha(x) & \alpha(x) \cdot \beta(x) - \gamma(x) \\ & 1 & -\beta(x) \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

$$L^{-1} M L = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & \psi(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} \in G_1,$$

где $\psi(x) = \gamma(x) - \beta(x) \cdot (\alpha(x) + \phi(x) + \alpha(x)\beta(x) + \gamma(x))$. Таким образом, G_1 – максимальная абелева нормальная подгруппа.

Следствие 5. Подгруппы G_1, G_2, G_3 определенные в теореме 3, вычислимы в (G, ν) .

Действительно, т.к. ν – геделева нумерация группы G , то по любому числу $n \in \omega$ находим элементы a_{ij} матрицы νn . Если $a_{23} = 0$, то $\nu n \in G$. Если $a_{23} \neq 0$, то $\nu n \notin G$.

Следствие 6. Факторгруппа G/G_1 изоморфна абелевой подгруппе G_4 , где

$$G_4 = \left\{ \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} \middle| g(x) \in \mathbb{Z}[x] \right\}.$$

Доказательство. Пусть даны матрицы

$$M = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & \phi(x) \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix} \in G.$$

Тогда

$$M = \begin{pmatrix} 1 & f(x) & \phi(x) - f(x)g(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ & 1 & g(x) \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

т.е. $\overline{M} = \overline{L}$, где $L = t_{23}(g(x))$. Легко проверить, что отображения $\phi: G \rightarrow G_4$ такое, что $\phi M = t_{23}(g(x))$ является гомоморфизмом из G на G_4 и $\text{Ker}\phi = G_1$.

Следствие 7. Факторгруппа G/G_2 изоморфна абелевой подгруппе G_5 , где

$$G_5 = \left\{ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \tau(x) & 0 & \\ & 1 & 0 & \\ & & 1 & \\ \hline & & & \tau(x) \in \mathbb{Z}[x] \end{array} \right) \right\}.$$

Следствие 8. Любая максимальная абелева подгруппа группы $UT_3(\mathbb{Z}[x])$ является свободной абелевой группой.

Следствие 9. Любая абелева подгруппа группы $UT_3(\mathbb{Z}[x])$ вычислима.

3. О существовании невычислимой факторгруппы $UT_3(\mathbb{Z}[x])$

Пусть S – некоторое множество натуральных чисел и подгруппа $H(S) \leq UT_3(\mathbb{Z}[x])$ порождена элементами

$$t_{12}(sx^s), t_{23}(sx^s), t_{13}(x^n),$$

где $s \in S, n \in \omega$, т.е

$$H(S) = gr(t_{12}(sx^s), t_{23}(sx^s), t_{13}(x^n) \mid s \in S, n \in \omega).$$

Тогда справедливы

Лемма 1. Подгруппа $H(S) \triangleleft UT_3(\mathbb{Z}[x])$ и факторгруппа $UT_3(\mathbb{Z}[x]) / H(S)$ абелевы. Действительно, для любого элемента $A \in UT_3(\mathbb{Z}[x])$ справедливо

$$A^{-1} t_{12}(sx^s) A = \begin{pmatrix} 1 & sx^s & g(x) \\ & 1 & 0 \\ & & 1 \end{pmatrix} \in H(S).$$

Аналогичное равенство верно и для $t_{23}(px^p)$.

Т.к. $UT_3(\mathbb{Z}[x]) \leq H(S)$, то $UT_3(\mathbb{Z}[x]) / H(S)$ абелева.

Пусть P – бесконечное множество простых чисел.

Лемма 2. Факторгруппа $\overline{H}(P) = UT_3(\mathbb{Z}[x]) / H(P)$ изоморфна группе $\mathbb{Z}^\omega \oplus \bigoplus \{ \mathbb{Z}_p \mid p \in P \}$, где \mathbb{Z}^ω – прямая сумма ω -экземпляров группы \mathbb{Z} , а \mathbb{Z}_p – циклическая группа порядка p .

Доказательство. Если $p \in P$, то $t_{12}^p(x^p) = t_{12}(px^p) \in H(P)$, т.е. $\overline{t}_{12}^p(x^p) = 1$, где $\overline{t}_{12}^p(x^p)$ – смежный класс $\overline{t}_{12}^p(x^p)H$. Если $s \notin P$, то для любого $k \in \omega \setminus \{0\}$, $t_{12}^k(x^s) \notin H(P)$. Поэтому $\overline{t}_{12}^k(x^s)$ имеет бесконечный порядок. Пусть даны $s_1, s_2 \in \omega$ такие, что $s_1, s_2 \notin P$ и $t_{12}^k(x^{s_1} - x^{s_2}) \in H(P)$.

Тогда найдутся числа $p_1, p_2 \in P$ что $p_1 \mid s_1$ и $p_2 \mid s_2$, т.е. $t_{12}(x^{s_1}), t_{12}(x^{s_2}) \in H(P)$.

Следствие 10. Пусть P -некоторое бесконечное подмножество простых чисел. Тогда факторгруппа $\overline{H}(P) = UT_3(\mathbb{Z}[x]) / H(P)$ вычислима если и только если P -вычислимо перечислимое множество.

Достаточность непосредственно вытекает из леммы 2. Пусть $\overline{H}(P)$ вычислима и $(\overline{H}(P), \alpha)$ – вычислимо нумерованная группа. Тогда справедливо

$$p \in P \Leftrightarrow \exists k (\alpha k \neq 0 \wedge p \alpha k = 0).$$

Отсюда P – вычислимо перечислимое. Из этого следствия имеем:

Следствие 11. Если P -невычислимо перечислимое множество, то факторгруппа $\overline{H}(P)$ – не вычисляемая группа.

Литература

1. Магнус В., Каррас А., Солитэр Д. Комбинаторная теория групп. Представление групп в терминах образующих и соотношений // Москва.– Наука, 1974.– 360с.
2. Roman'kov V.A. Diophantine questions in the class of finitely generated nilpotent groups // J. Group Theory.– 2016.–19.– С. 497–514.
3. Baumslag G., Myasnikov A., Shpilkin V. Open problems in combinatorial group theory // Contemporary Math.– 2002.–296.–С.1–38.
4. Myasnikov A., Roman'kov V. Verbally closed subgroups of free groups// J. Group Theory.– 2014.–17.– С. 29–40.
5. Романьков В.А., Хисамиев Н.Г. Вербально и экзистенциально замкнутые подгруппы свободных нильпотентных групп // Алгебра и логика.– 2013.–Т.52, №4.– С. 502–525.
6. Романьков В.А., Хисамиев Н.Г., Коньрханова А.А. Ретракты нильпотентных групп // Мат. Международной научной конференции «Алгебра, анализ, дифференциальные уравнения и их приложения» посвященной 60-летию академика НАН РК Джумадильдаева А.С. – Алматы, 2015.– С.40–42.
7. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп // Москва.– Наука, 1982.– 288с.

Секция 2

ИНФОРМАЦИОННО- ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

КОРПОРАТИВТИ ҚОСЫМШАЛАРДЫ ИНТЕГРАЦИЯЛАУ ТӘСІЛДЕРІ

Найзабаева Л.Қ.¹, Оразбеков Ж.Н.², Оразбекова Н.М.³
e-mail: ¹naizabayeva@mail.ru, ²O.Jas@mail.ru, ³orazbekova_91@mail.ru

¹ҚР БЖҒМ Ақпараттық және есептеуіш технологиялар институты,
²PHD докторант, ³Алматы Университеті

Аңдапта. Бұл мақалада кәсіпорындарындағы ақпараттық жүйелерді енгізу проблемаларына байланысты мәселелерді қарастырады. Интеграциялау мәселелері программалық қамтамасыздандырумен тоқталмайды. Кәсіпорынның инфрақұрылымын, интеграциялау мүмкіндігін қамтамасыз етуге тиіс бағдарламалық компоненттермен кәсіпорындарындағы ақпараттық жүйелерді қолданушылары мен оны пайдаланушыларына қызмет көрсетілетін бизнес-процестерді шығынсыз икемділігі мен ауқымдылығына тоқталады..

Кілтті сөздер: интеграциялау, бизнес-процесс, корпоративті ақпараттық жүйелер, кәсіпорынды басқару.

Әр түрлі себептерге байланысты, экономикалық басты негізде автоматты басқару жүйесін ендіру ереже бойынша, баппен, өз кезеңімен болады. Оны жеке функционалды бөлімнен, әсіресе бухгалтериядан және/немесе ұйымның кадрлар бөлімінен бастайды. Сондықтан, кәдімгі автоматтандырылған ақпараттық орта – бұл әр түрлі уақытта, басқа әзірлеушінің бизнес процесс түсінігіне сәйкес сол уақыттағы әр түрлі платформада жасалған бірнеше бағдарлама.[1]

Негізгі мәселе, бұл бағдарламалар бір біріне тәуелсіз, жиі теңдесіз мәліметтермен, мамандандырылған қызмет көрсету қызметкерлерінің жоқтығымен, жеке технологиялық аралдар сияқты жұмыс жасауды бастайды, техникалық құжаттар мен қолдау қызметтерінсіз ақпараттық басқару жүйесінің дамуы мен мінсіздігі мүмкін емес еді. Ұйымның автоматтандырылған басқаруын кейде «бөліктелген», «кұрақталған» немесе «аралданған» деп атайды. Құрақталған автоматтандыру кезінде ұйымның қызметін шынайы көру мүмкін емес. Сондықтан, оның қызметі мен қаржылық нәтижесін жоспарлау мүмкін емес. «Кұрақталған» ақпараттық ортаның нәтижесі болып оны құрайтын ең төменгі тиімді жұмыс, қолдауға жұмсатын шығындарды өсіру, дамытуға және іске қосуға, сұраныстағы ақпараттық-тіркеу және бизнес процесстегі аналитикалық қолдауды өз деңгейінде және уақытысында қамтамасыз ету мүмкін еместігі және бизнес тиімділіктегі шығындар нәтижес болып табылады. Осы себептерге байланысты, компания басқарушыларында «кұрақталған» программалық өнімдерді бірыңғай (комплектті, интегралды) Корпоративті Ақпаратты Жүйеге интеграландыру мәселесіне келіп тіреледі. Алайда, интегралдандыру мәселесі тек қана программалық қамтамасыздандырумен шектелмейді, ол барлық АТ қамтиды – КАЖ программалық қамтамасыздандыру компоненттерін интегралдау мүмкіндігін қамтамасыз етеді, бірақ қолданушыларына ақпараттарлық және қызмет көрсететін бизнес процесстерге қажет икемділікті және ауқымдылықты жоғалтпай, өзгертін бизнес талаптарына сәйкес бұл жүйенің бейімделуі міндетті ұйымның инфраструктурасы болып табылады. [2]

Басқарушы АЖ ендіру мәселесі

Интегралданған корпоративті ақпараттық жүйесі (КАЖ) мүмкіндік береді:

Бұрын жасалған инвестицияларды сақтауға, ұйымның ақпараттық кеңістігінің уақытша және қаржы шығындарын қолдау және дамыту;

Жеке өндірушілердің тиімді жүйесінің нақты міндеттерін шешу үшін қолдану;
қазірдің өзінде олардың қолданыстағы жинақталған деректері бар ақпараттық жүйелердің жеке мүмкіндіктерін оңай кеңейту және дамыту

Интегралдандыру мәселесін шешу мүмкіндігі корпоративті программалық өнімдер провайдерлеріне қатысты. Олар «автоматты түрде» интеграция мәселесін ERP (ERP II, CSRP және BPM) класс өнімдері жояды деп тұжырымдайды. Оның теориясы расталуы ретінде мынадай дәлелдер бар:

Кез келген ERP-жүйесі көптеген процестерді автоматтандырады: Персоналды басқару, еңбекақы есептеу, тапсырыстарды өңдеу, жеткізу және сатып алу басқармасы, т.б.

осы өтінімдерді бір компания-салушыдан жеткізілетіндіктен, барлық осы қосымшалар қазірдің өзінде «интеграцияланған» болып саналады.

Осылайша, ERP-жүйесін енгізу интеграцияландыруға қомақты инвестиция салу қажеттігін жояды.[3]

Алайда, тәжірибе олардың теорияларының ақауы бар екенін көрсетті. Шындығында, осы жүйелердің ешқайсысы компания алдында тұрған барлық проблемаларды шешуге қабілетті емес. Демек, қосымша модульдер сатып алуға немесе қажетті функцияны жүзеге асыру үшін, өз қосымшамызды әзірлеу, және нәтижесінде, интеграцияны жүзеге асыру қажеттілігі туындап отыр. Сонымен қатар, ERP-жүйесі қазірдің өзінде интеграцияланған болып табылады деу шартты, ERP-жүйесін енгізілген кез келген модульдің жаңа нұсқасын орнатқан кезде басқада модульдерді жаңарту қажет. Сондықтан, жеткізушілер өз қосымшаларының түрлі нұсқаларын енгізу мүмкіндігін қамтамасыз етуге тиіс - сондай-ақ, интеграцияны да талап ететін. Сонымен қатар, кәсіпорындарда әрқашан бірнеше «ескі» өтінімдер қалып қояды. ERP-жүйесі модульдерін енгізу жыл алады, олар орнатылғанша, қолданыстағы қосымшалар пайдаланыла тұрады, фактісі қайтадан интеграциялау қажет. Кәсіпорындарда көбінесе әр түрлі провайдерлерден алынған ERP-жүйесін пайдаланылады, бірақ ол интеграцияны талап етуі мүмкін, өйткені соңында, кәсіпорынның қосылу және жұтылу интеграция мәселелерінің ошақ көзі болып табылады. [4]

«Әрқайсысы әрқасысымен» интеграциясы. Бұл қоданбалы бағдарламалар интеграциясына дәстүрлі көзқарас болып табылады. Ол әр бір жұбы үшін алмасу қосымшасынан, мамандандырылған деректермен алмасу интерфейстерінен құралады. Бұл тәсіл аз көлемдегі қосымшалар үшін жақсы. Көп көлемдегі қосымшалар үшін ол жұмыс істемейді. Сонымен қатар, ол біріктірілген деректерге сапалы жаңа сұраныс құруға мүмкіндік бермейді, яғни деректерді біріктірудің сапасы болмайды.

Қолданбалы интерфейс деңгейіндегі интеграция. Бұл тәсілде қосымша адамдар сияқты дос қолдана алады, атап айтқанда (арнайы құралмен) қолданбалы интерфейс (screen scraping). Ең көп таралған нұсқа - HTML- scraping, арнайы құрал (мысалы, Composite Платформа Enterprise CrossWeave кәсіпорны) онда, веб-бағдарлама алған HTML-құжаттың компоненттерін анықтайды, сондай-ақ қайта пайдалану және интеграция үшін компоненттерін қамтамасыз етеді. Бұл тәсіл салыстырмалы қарапайым Web - қосымшалар үшін тиімді қолданылуы мүмкін, бірақ соңғы уақыттары ол барған сайын Web- қызметтерге ауысып барады.[5]

Мәліметтер деңгейіндегі интеграция. Қазіргі уақыттағы ең көп таралған тәсілдерді бірі – мәліметтер қоймасын құру (datawarehouses). Ол ешнарсеге қарамастан бизнес логикаға тәуелсіз мәліметтерді арнайы қоймаларда ұстауды көздейді. Қоймаларға әр түрлі қосымшалар қол жеткізе алады. Бұл тәсілде жақсы

құжатталған(және сирек өзгертін) мәліметтер моделі маңызды болып табылады. Бұл тәсілдің бірінші кезекте мыналарға байланысты өзіндік кемшіліктері бар:

Серверлерді аппараттық қамтамасыздандырудың жоғары талаптары (демек шешу құнымен) .

Қосымшаның маңызды (ДБ жұмыс) бөлімін өзгерту (демек, құны мен қателіктер жасауға қабілетін арттыру) қажеттілігі.

айтарлықтай икемділік мен жүйелердің дамуын шектейтін Өртүрлі түрдегі қосымшаларға арналған бірыңғай деректер схемасының қажеттілігі.

Ақпараттық ресурстар деңгейіндегі интеграция. Мұндай интеграция әдісін ЕСМ-технологиясы қамтамасыз етеді. Олар жекеленген кәсіпорынның ақпараттық жүйелерін жылдам біріктіруге олар ақпараттар ағындары деңгейінде байланыстыруға, байланыстыратын жұмыс (бизнес) процестеріне мүмкіндік береді. Бұл ретте, орындаушылар осы процестерді, (нормативтік құқықтық актілерді бұзған жағдайда) олардың тапсырмалары мен хабарландыруларын алады, ал басшылар жағдайды бақылауға алады. Алайда, адамға тапсырма беру аз, шешім қабылдау үшін ақпарат керек. Сонымен қатар, ақпараттың сұралуы жеткілікті емес, белгілі бір тәртіппен - өткен тапсырысы бойынша құжаттарды көру, клиентпен хат алмасу, келісім-шарт мәтінін көтеруге, мысалы, деректер қоймасына қол жеткізу және т.б., қажет етеді. Сарапшылар, тіпті жүйенің өзі сол мезетте сізгі нақты қай құжат қажет екенін анықтай алмайды, оарды тапсырмаға жай қыстыра салып, барлық пакетті тез жеткізуге болмайды. Міне сондықтан, ЕСМ-жүйелерімен бірге бизнес-үдерістерді автоматтандыру құралдарын, кеңінен құжат басқару жүйесін және жалпы жүйенің басқа да компоненттерін пайдаланады. [6]

Корпоративті қосымша деңгейіндегі интеграция. Қосымша деңгейдегі интеграция (EAI, Enterprise Application Integration) ішкі мәліметтер қосымшасын емес(алдыңғы тәсілден айырмашылығы), орындалатын кодты ортақ пайдалану дегенді білдіреді. Бағдарламалар стандартталған бағдарламалық қамтамасыз ету және тапсырыс бойынша бағдарламалық интерфейстер аралық (бағдарламалық қамтамасыз ету) арқылы біріктірілген компоненттеріне бөлінеді. Осы тұрғыда осы компоненттерінің бірі барлық қолданбаларда пайдаланатын болады және әмбебап бағдарламалық қамтамасыз ету өзегін құру болып табылады. Әрбір қосымша айтарлықтай интеграция тапсырмасын жеңілдетеді. Нәтижесінде алынған жүйені қолдау және кеңейту үшін оңай болып табылады. Қолданыстағы қоршаған ортаның ішінде функцияларды қайта пайдалану, айтарлықтай қосымшаларды әзірлеу уақытын және құнын төмендетуге болады. Сонымен қатар, EAI өз жұмысында қателер жоқтығын қамтамасыз ету үшін кез келген өзгерістерді қабылдап бағдарламаларды біріктіреді. Бұл тәсілдің кемшілігі оның күрделілігі (жай алдын ала бағалау бойынша емес) және, тиісінше, жұмыс құны болып табылады. [7]

Web-сервистер көмегі негізіндегі интеграция. Қосымша интеграциясының ең заманауи және қарқынды тәсілі. Ол веб-қызметтер бағдарламалар мен деректер қол интерфейсіне арналған стандартты қамтамасыздандыруға негізделген. Мысалы, стандартты хаттама объектілеріне SOAP (Simple Object Access Protocol) қол жеткізуін пайдалана отырып, , браузер пайдаланушының бірнеше сайттардағы мүмкін бағаны салыстыра алады және клиентке салыстырмалы есеп бере алады. Web-сервистер ескертеді, EAI тәсілінің бір елеулі айырмашылығы - олар неғұрлым стандартталған. Көп жағдайда EAI шешімдері нақты өнімдердің жеке байланыс үшін әзірленеді. Тиісінше, қолданыстағы EAI -шешімге тағы бір жүйесні қосу- үлкен, қиын және ұзақ мерзімді міндеттеме болып табылады. Себебі Web-сервистер ортақ W3C негізделген -

консорциум стандарттары, WWW-технологиясын қайда пайдалануға болатын барлық жерде жұмыс жасай алады. [8]

Интеграция негізінде КАЖ құру нәтижесі:

Компанияның операциялық басқаруын жүзеге асыру қабілеті.

Кадрларды даярлау, қолданыстағы жүйелер мен жабдықтарға инвестиция жүргізу.

Кәсіпорын бизнестің басымдықтары мен функционалдық бірліктер қажеттіліктері негізінде функционалдық компоненттерін біріктіру, кәсіпорын-кең ақпараттық жүйелер жоспарланған дамуын жүзеге асыру мүмкіндігі, яғни, бизнесті дамыту жүйесінің дамуын синхрондау мүмкіндігі.

Егер қажет болса, кез келген функционалдық бөлігін ауыстыру мүмкіндігі басқа, неғұрлым тиісті ағымдағы бизнес қажеттіліктері.

Бизнес тиімділігінен алынған әрбір кезеңіндегі инвестицияланған қаражаттарды баланстауға, бірден ақпараттық технологияларды дамытудағы инвестиция мүмкіндігі.

Жұмыс орындарын және пайдаланушылар үшін кадрлар даярлауға қолдау жүйесін құру шығындарын қоса алғанда, жұмыс станциясына жалпы құны, қысқарту мүмкіндігі.

Бизнес және іскерлік шешімдер қабылдау кезінде қажет ақпарат жинау уақытының күрт төмендеуі.

Түрлі қызметтерден түскен қайшы деректерді жою.

Уақытын қысқарту және еңбек шығындарының есепке алу операцияларын жүргізу.

Бірнеше филиалдар бойынша есепке алуды жүзеге асыру.

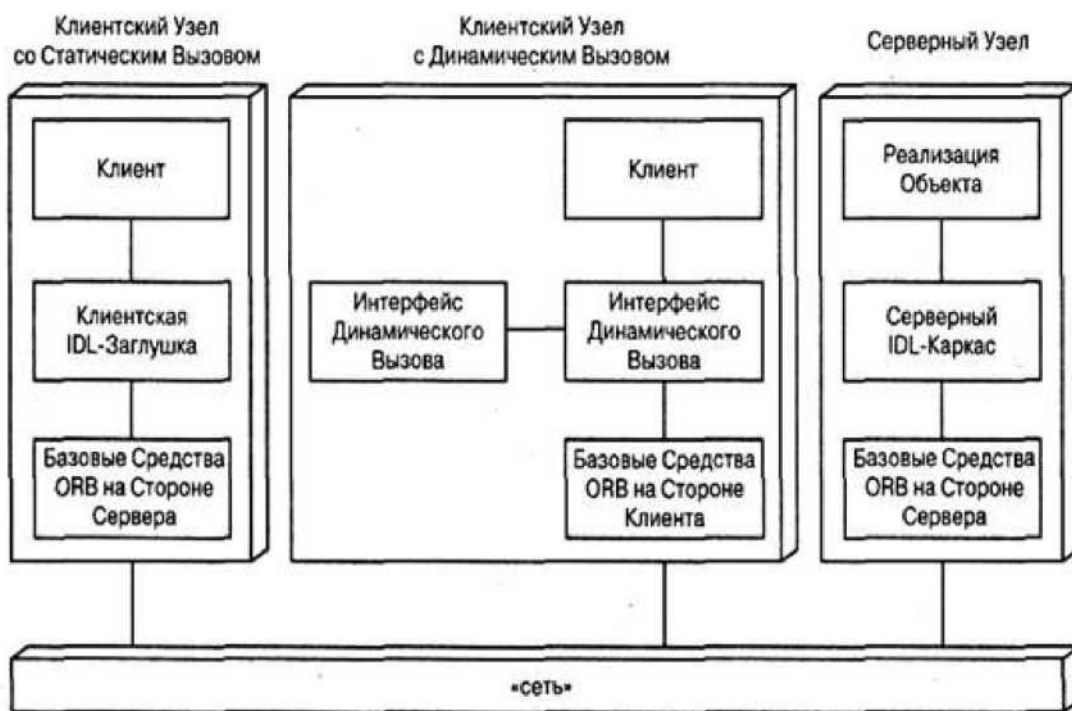
Ведомстволардың арасында ақпарат тексеру, аралық есеп қалыптастыру үшін жұмыс уақытының шығындарын қысқарту.

БҚ аралық қолдану интеграциясы. Кәсіпорындардың көпшілігі қолданыстағы инфрақұрылымдардан бас тарта алмайды және интеграцияны жаңадан жүзеге асыра алмайды. Жалпы ереже ретінде, көптеген қосымшалар (тіпті мейнфреймдерден) мұраға бас тартуға тиіс емес, бірақ айтарлықтай басқа қолданбалардан алынған бизнес логика және деректерді біріктіру арқылы жақсартуға болады. Әр түрлі мұралық қосымшаларды біріктірудің бір жолы арнайы аралық БҚ ұсынады. Ол екі түрлі жүйелер арасындағы интерфейсті (көпір) қалыптастырады. Бұл бағдарламалық қамтамасыз ету, оларға бір-бірімен өзара қатынас жасауға мүмкіндік береді, екі немесе одан да көп оқшауланған бағдарламаларды біріктіреді, және еркін қарым-қатынаста болады (1-сур.). Оның мүшелері кәсіпорын немесе дайын модульдер бағдарламашылары жазбаша бағдарламаларды қамтуы мүмкін. Мұндай жүйелердің бірнеше түрі бар. Аралық БҚ қосымшасының бір маңыздысы, клиент-сервер есептеу процесінде клиент және серверді біріктіру болып табылады және басқа компьютерде сақталған веб-серверді деректермен байланысын жақсартады. Бұл веб-сервер сұраныстарын орындау динамикалық веб-бет пайдаланушылардың қайтаруға алатын веб-браузер экранда нысандарын пайдалана отырып, олар сақталатын компьютерден деректер сұратуға мүмкіндік береді. Осының арқасында қолданушылар компьютерде сақталған деректерді формаларды қолдана отырып, веб-браузер экранында көрсетілгендей сұрата алады, нәтижесінде пайдаланушылардың сұраныстарын қанағаттандыра отырып, веб-сервер динамикалық веб-беттерді орындай отырып қайтаруы мүмкін. [9]



Сур. 1. Корпоративтік қосымшаларды байланыстыру үшін аралық БҚ

КАЖ құру кезінде негізгі мәселелердің бірі — объектілі бағдарланған интеграция тәсілі және үлестірілген есептеулер. Осымен көптеген әзірлеушілер айналысады, олардың арасында халықаралық консорциум OMG (Object Management Group) ерекше қарауға болады. Оларға ОМА объектілерін басқару архитектурасы ұсынылды, ол жалпы CORBA (Common Object Request Broker Architecture) стандарт негізінде қаланған, сонымен қатар ол компьютерлік желідегі объектілердің үйлесімділігі пен өзара қарым қатынас мүмкіндігін қамтамасыз етеді. Осы сәулет негізгі идеясы түрлі компьютерлерде бірдей таратылады және объектілерін өзара қарым қатынас түрінде кез келген проблеманы ұсыну болып табылады. CORBA нысан моделі серверлер және клиенттер арасында өзара қарым қатынас тәртібін айқындайды (2-сур.).



Сур. 2. CORBA Архитектурасы

Сонымен қорыта айтсақ жаңа өндірістің стилі үшін бірден алынған ақпараттың негізінде басқаруда және ұйымдастыруда төменгі иерархия, басқаруды орталықсыздандыру, икемді басқару тән. Менеджердің жаңа түрі бейресми қатынасқа және алдын ала анықталған мақсаттар (формальды жоспарлау қарағанда көбірек дәрежеде) жиынтығына, командалар мен қызметкерлерінің өзара үйлестіру жету үшін нақты тапсырмаға, және клиенттерге бағдарлау бойынша жұмыс жеке тұлғалардың икемді ұйымдастыруна негізделген. Кәсіпорынды басқару құрылымындағы қосымша деңгейі пайда болды – олар білімді басқару деңгейі, ал АТ бөлімінде - корпоративтік

білім басқармасы. Жаңа моделі менеджері кәсіпорынның табысты жұмысын қамтамасыз ету үшін белгілі бір қызметкерлерді мәжбүрлейтін, білімді басқару, оқыту және шешім қабылдау үшін шағымданатын. Бұл басқару стилі жаңа ақпараттық технологиялар мен басқаруды енгізу, атап айтқанда, жасанды интеллект технологияларды енгізуді талап етеді. [10]

Алайда, көп дәстүрлі кәсіпорындарда, әсіресе Ресейде, орталықтандырылған басшылықпен иерархиялық ұйымдастырылған білім болған, бола да береді, жаппай өндіру немесе қызметтерді ұсыну үшін стандартты операцияларды пайдалану. Олар ресми ережелерге, формальды жоспарлауға, қатаң еңбек бөлісіне негізделген. Міне, сондықтан әлемдік экономикалық жүйеге барлық тереңдетілген интеграцияландыру үшін, Ресейге ұйымдық басқару саласында қазіргі заманғы корпоративтік ақпараттық жүйелерді енгізу арқылы күрт сапалы секіріс қажет. Бұл стратегиялық міндетті табысты шешу үшін осы саладағы кадрлар дайындығын нығайтуды қажет етеді.

Әдебиеттер

1. Лондон Дж., Лондон К. Управление информационными системами. - 7-е изд., сер. «Классика МВА» / Пер. с англ. под ред. Д.Р. Трутнева - СПб.: Питер; 2005 - 912 с.
2. Абдикеев Н.М., Данько Т.П., Идельменов С.В., Киселёв А.Д. Реинжиниринг бизнес-процессов. - М.: Изд. «Эксмо», 2005 - 592 с.
3. Чейз Р., Эквилайн Р. Дж., Якобс Р.Ф. Производственный и информационный менеджмент, 8-е изд.: Пер. с англ.: М.: Изд. Дом «Вильямс», 2003, 704 с.
4. Е.Г.Неверова Ақпарат жүйелеріндегі мәліметтер базасын құрудағы проблемаларды зерттеу/ “Экономикадағы ақпарат жүйелері” мақалалар жинағы. Алматы: Экономика.
5. Қ.С.Байшоланова Ақпараттық жүйелер теориясы/Алматы: Экономика Баспасы, 2002
6. Н.Б.Бралиева, Л.А. Байбулекова, А.И.Тилегенов Бизнестегі ақпарат жүйелері. – Алматы: Экономика Баспасы, 1998.
7. Э.М.Бенецкий, Л.А.Морозов. Қосымша программа пакеті қоймасына автоматтандырылған басқару жүйесін өндіру. – М, Статистика.
8. Экономикадағы автоматтандырылған ақпараттық технологиялар: Оқулық. Трибулина И.Т. – М: ФиС, 2000 – 416 бет.
9. Аманбаев А.А. ДЕРЕК ҚОРЛАРДЫ ЖОБАЛАУ ЖӘНЕ ҚОРҒАУ пәні бойынша Зертханалық жұмыс. Алматы, 2009
10. Naizabayeva L. Information System Modeling to Control Transport Operations Process. Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2009), 18-20 March, 2009, Hong Kong, pp.1813-1816.
11. Naizabayeva L. Use of CASE-technology and provision of SQL-data security for special transportation management (IJCNS) International Journal of Computer and Network Security, Vol. 1, No.3, December 2009. Austria, Vienna pp. 24-28.
12. http://www.defenselink.mil/nii/doc/DoDAF_v1_Memo.pdf
13. http://www.ustreas.gov/o.ces/management/cio/teaf/arch_framework.doc

ПРОСТРАНСТВО ИМЕН NSTOFI ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ОБМЕНА ДАННЫМИ

Абилкаева Ж.Н., Габбасов М.Б., Ибраев Е.А.

ТОО «Компания системных исследований «Фактор», Казахстан

Аннотация. В данной работе описывается новый формат обмена данными и метаданными между различными информационными системами. Полученные результаты могут быть использованы для автоматизации обмена данными и метаданными между информационными системами, как для государственных органов, так и для бизнес-структур.

В последнее десятилетие в информационных технологиях с развитием интернета сформировались новые подходы к автоматизации обмена данными между системами, основанные на пространствах имен. Аналогичные исследования проводятся во многих странах мира для автоматизации процесса обмена информацией между государственными органами. Существуют решения, которые предназначены для использования в конкретных сферах и описывают различные предметные области [1]. В ходе исследования было принято решение разработать новый универсальный формат обмена данными и метаданными, который позволит обмениваться любыми данными. Единый формат обмена данными и метаданными является основой для информационной системы, поддерживающей синхронизацию метаданных между различными системами.

Новый формат обмена данными был назван пространством имен ТОФИ (NSTOFI), основывается на модели данных ТОФИ, что позволит описать данные любой информационной системы в этом формате.

Термин «Модель данных» обычно используется в теории баз данных и представляет формальную теорию представления и обработки данных. Модель данных – это абстрактное, самодостаточное, логическое определение объектов, операторов и прочих элементов, в совокупности составляющих абстрактную машину доступа к данным, с которой взаимодействует пользователь. В классической теории баз данных известны объектная, реляционная, сетевая и иерархическая модели данных. Эти модели служат для организации хранения и обработки данных в соответствующих базах данных.

Модель данных ТОФИ [2, 3] дает более формальный абстрактный аппарат, для представления и обработки данных не привязываясь к определенной структуре хранения. В частности, модель данных ТОФИ может быть переведена в реляционную и другую структуру.

Мы принимаем допущение, что любые данные, циркулирующие в аналитических системах, описываются с помощью модели данных ТОФИ. Поэтому опишем модель данных ТОФИ и соответствующие сущности, описывающие модель метаданных.

Данные в технологии ТОФИ описываются формулой [3,4]:

$$(O,P,[s],[q],[T])=V([T]), \quad (1)$$

где O (Owner) – владелец данных, P (Property) – свойство, s (Status) – статус данных, q (Author, Provider) – поставщик данных, T (Time) – период или актуальный интервал данных, V (Value) – значение данных. Необязательные элементы в формуле (1) заключены в квадратные скобки.

В базе данных информационно-аналитической системы хранятся «данные». Данные всегда являются значением некоторого свойства какого-либо объекта в некоторый

период времени. Поэтому указание объекта (к которому относятся данные), свойства (определяющего тип данных), статуса и поставщика данных и временного интервала должно однозначно идентифицировать данные. В случае технологии ТОФИ в качестве объектов данных выступают объекты или отношения между объектами (элементы сущностей «Тип объектов» и «Отношения между типами объектов» соответственно). В качестве свойства выступают экземпляры сущности «свойство». Свойство характеризуется типом свойства. В технологии ТОФИ существуют 8 типов свойств: 1) свойство на основе факторов; 2) свойство на основе измерителей; 3) свойство на основе атрибутов; 4) свойство на основе типов объектов; 5) свойство на основе отношений между типами объектов; 6) свойство на основе единиц измерения; 7) комплексное свойство; 8) группа свойств. Данные являются значениями соответствующих свойств. Каждое свойство может принимать несколько значений для каждого фиксированного периода и фиксированного объекта, которые (значения) отличаются статусом и/или поставщиком данных.

Если убрать все необязательные элементы формула (1) выглядит как $(O,P) = V$, что выражает тот факт, что любые данные являются значением некоторого свойства для некоторого объекта (владельца). Например, если O – конкретный человек, P – свойство «пол человека», то V равно одному из значений «мужской» или «женский». Заметим, что все свойства можно разделить на две группы: свойства, которые принимают значения в зависимости от конкретных периодов, и свойства, значения которых не зависят от регулярных периодов. В первом случае мы говорим, что значение свойства зависит от типа периода, а во втором случае – не зависит от типа периода. Если значение свойства зависит от типа периода, то оно меняется регулярно от одного периода к другому, например, ежемесячно или ежегодно. Если же значение свойства не зависит от типа периода, то значение свойства с течением времени может меняться, но это изменение не носит регулярный характер, а меняется случайно в любой момент времени. Следовательно, в этом случае у этого значения есть актуальный интервал жизни. Таким образом, в формуле (1) буквой T в левой части обозначен конкретный период (имеющий тип периода), а в правой части – актуальный интервал жизни значения данных (произвольный интервал времени, не привязанный к типу периода). Соответственно, если значение свойства P зависит от типа периода, то формула (1) записывается в виде $(O,P,[s],[q],T) = V$, то есть в этом случае T в левой части является обязательным атрибутом (совпадает с конкретным периодом), а в правой части отсутствует. Если же значение свойства P не зависит от типа периода, то формула (1) записывается в виде $(O,P,[s],[q]) = V([T])$, то есть T в левой части отсутствует, а в правой части является обязательным атрибутом (актуальный интервал значения данных). Момент времени есть интервал времени, у которого начало и конец совпадают.

Если убрать все необязательные элементы, то формула (1) записывается либо в виде $(O,P,T) = V$, либо в виде $(O,P) = V(T)$. Но при заданных владельце данных, свойстве и периоде значение данных может определяться неоднозначно. Скажем, валовый внутренний продукт (свойство) какой-либо страны (владелец) за определенный год (период) имеет несколько значений: оперативное значение и окончательное значение. Эти значения отличаются статусами данных. Статусами данных могут быть такие значения как плановое и фактическое, предварительное и окончательное, утвержденное и скорректированное и т.д. Статус данных в формуле (1) обозначен буквой s . Возможные значения статуса данных являются атрибутом свойства. В технологии ТОФИ в качестве статуса данных выступают значения факторов. Кроме статуса у значения данных могут быть поставщики данных. Поставщики данных – это субъекты, которые регистрируют или измеряют данные. У одних и тех же данных могут быть несколько поставщиков. Поставщик данных в формуле (1) обозначен буквой q . Возможные поставщики данных

являются атрибутом свойства. В технологии ТОФИ в качестве поставщика данных выступают объекты.

Атрибуты данных в левой части формулы (1), а именно владелец данных, свойство, статус данных, поставщик данных, период, называются **координатами данных**, а правая часть V называется **значением данных** [5]. Значение данных может иметь различные типы, такие как число, строка, дата, фактор, объект, файл и т.д. Тип значения данных также определяется свойством. Для числовых данных у значения появляется еще одна координата, называемая единицей измерения. Тогда обобщенную формулу (1) можно написать в виде

$$(O,P,[m],[s],[q],[T])=V([T]), \quad (2)$$

где m (Measure) – единица измерения. Как отметили выше, здесь T в левой части – период, T в правой части – актуальный интервал данных и T обязательно присутствует в одной части формулы.

Формула (1) или (2) определяет конкретное значение данных или конкретное данное. Для организации автоматического обмена данными необходимо, чтобы передающие и принимающие системы однозначно распознавали координаты данных, не теряя семантики отношений между координатами. Таким образом, задача автоматического обмена данными сводится к синхронизации координат данных между системами. Поэтому разрабатываемая система на основе пространства имен ТОФИ называется «синхронизатор ТОФИ», так как главной задачей является синхронизация метаданных (координат данных) обменивающихся систем, основанная на модели данных ТОФИ [6, 7]. Синхронизация координат данных является сложной задачей, которая должна производиться человеком. Задачей синхронизатора ТОФИ является частичная автоматизация этого процесса. Для этого должны быть описаны структуры координат данных.

Каждая из перечисленных координат определена в базе данных в таблицах измерений. При этом каждая из них, как правило, является элементом некоторой более общей сущности, которую назовем «контейнером координаты». То есть, владелец данных, является элементом контейнера владельцев, свойство является элементом контейнера свойств, интервал времени (или период) является элементом контейнера интервалов времени (периодов). Причем один контейнер координат может быть вложен (являться элементом) в другой контейнер координат.

В технологии ТОФИ владельцем данных является либо объект, либо отношение между объектами. Соответственно, объект является элементом типа объектов, отношение между объектами есть элемент отношения между типами объектов. Тогда, тип объектов и отношение между типами объектов являются контейнерами владельцев данных. Структура типа объектов является либо списком, либо иерархией. Структурой отношения между типами объектов является многомерный куб.

Контейнерами свойств в технологии ТОФИ выступают группы свойств и свойство типа измеритель. Структура любой группы свойств – список или иерархия, а структура свойства типа измеритель – иерархия или куб.

Контейнерами статусов выступают факторы, структура которых является списком. Контейнерами поставщиков данных являются типы объектов. Контейнерами интервалов времени (периодов) являются стандартные типы периодов. Структурой контейнера периодов является иерархия. Каждый период является элементом некоторого типа периода и представляет собой отрезок времени между двумя датами. Мы предполагаем, что любая координата данных имеет одну из следующих структур, или, другими словами, является элементом одной из следующих структур:

- 1) Элемент;
- 2) Список;
- 3) Иерархия;
- 4) Куб.

Такие структуры присутствуют во всех информационных системах, так как объекты (владельцы данных), свойства, периоды и другие координаты являются, как описано выше, элементами более сложных структур в информационной модели. Совокупность всех элементов координат данных и их контейнеров (структур) назовем метаданными конкретной базы данных. Одной из главных функций синхронизатора является автоматизированный обмен и синхронизация метаданных. Таким образом, метаданные представляют собой описание различных структур координат данных и связей между ними. Например, владельцем данных обычно является некоторый объект, который сам является экземпляром некоторого класса объектов, при этом объекты в этом классе могут иметь структуру списка или иерархии. Тогда метаданные содержат описание класса с определенной структурой объектов и описание всех объектов этого класса.

В общем виде каждый экземпляр метаданных можно написать формально в виде $D_1(D_2(\dots D_k(E)\dots))$, где D_i – контейнеры координат вложенных друг в друга, E – координата данных. Каждый контейнер координат и координата E имеет свою структуру и тип. В технологии ТОФИ контейнерами координаты «владелец данных» являются классы объектов, типы объектов, отношения между типами объектов, которые соответственно имеют структуру иерархия, иерархия и куб. Контейнерами координаты «свойство данных» являются свойства на основе измерителя и группы свойств, которые имеют структуру куб и список соответственно. Контейнерами координаты «статус данных» являются фактор, который имеет структуру список. Контейнерами координаты «поставщик данных» является класс объектов и тип объектов, которые имеют структуру список или иерархия. Контейнерами координаты «период» является типы периодов, которые имеют структуру иерархии.

Таким образом, в общем случае метамодель должна содержать описание ячеек, указанных в таблице 1.

Таблица 1 - Общий вид метамодели

	Владелец данных	Свойство	Статус данных	Поставщик данных	Период данных
Элемент	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
Список	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
Иерархия	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)
Куб	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)

Для ТОФИ-модели описание метамодели приведено в таблице 2. Если какая-либо ячейка пропущена, то это означает, что в технологии ТОФИ таких конструкций не бывает.

Таблица 2 - Описание метамодели для ТОФИ

Ячейка таблицы 1	Сущности ТОФИ
(1,1)	Объект, отношение между объектами
(2,1)	Класс объектов, Тип объектов, Измерение объектов и отношений
(3,1)	Класс объектов, Тип объектов, Измерение объектов и отношений
(4,1)	Отношение между типами объектов

(1,2)	Свойство с прототипом «Единица измерения», «Фактор», «Измеритель», «Атрибут», «Тип объектов», «Отношение между типами объектов»
(2,2)	Группа свойств; Свойство с прототипом «Единица измерения», «Фактор», «Измеритель», «Атрибут», «Тип объектов», «Отношение между типами объектов»; Измерение свойств
(3,2)	Свойство с прототипом «Измеритель», «Тип объектов»; Измерение свойств
(4,2)	Свойство с прототипом «Измеритель»
(1,3)	Значение фактора
(2,3)	Фактор
(1,4)	Объект
(2,4)	Класс объектов; Тип объектов
(3,4)	Класс объектов; Тип объектов
(1,5)	Период, интервал жизни сущности, актуальный интервал данных
(2,5)	Измерение периодов
(3,5)	Измерение периодов

Резюмируя, метаданные в любой базе данных можно представить в виде иерархии контейнеров координат, элементами которых являются координаты, причем как контейнеры координат, так и координаты могут иметь одну из четырех структур, приведенных выше.

Пространство имен ТОФИ представляет собой формализованную модель описания метаданных в формате xml. Имея пространство имен ТОФИ информацию (метаданные) из любой базы данных можно описать в виде некоторого xml-файла [6, 7].

Язык XML-схемы (XML Schema Definition (XSD)) позволяет очертить определенный круг XML-документов путем создания описания их структуры, накладывающим ограничения на данный тип документов и обеспечивающим их правильную интерпретацию. Описание XML-документов содержит определения элементов и атрибутов, которые могут появляться в данном типе документов, а также наследование элементов, типы данных элементов и атрибутов и, наконец, значения элементов и атрибутов по умолчанию и их фиксированные значения [8, 9].

XML-схема пространства имен ТОФИ состоит из описания ссылочных и структурных метаданных в виде XML-схемы.

Ссылочные метаданные (*Reference metadata*) – метаданные, которые описывают содержание и качество данных. Обычно, ссылочные метаданные описывают следующую информацию: отправитель метаданных или данных, получатель метаданных или данных, версия метаданных, дата формирования и обновления метаданных, и т.д.

Структурные метаданные (*Structural metadata*) – метаданные, которые используются как идентификаторы и описатели данных. Данные должны быть связаны с некоторыми структурными метаданными, иначе становится невозможно должным образом идентифицировать, восстановить и просмотреть данные. Структурные метаданные содержат описание структуры различных сущностей, описанных в информационной модели. В XML-схеме пространства имен ТОФИ приведены описания всех словарей, глобальных элементов, простых и составных типов. Пространство имен состоит из четырех файлов:

- base.xsd – хранит общие классы;
- data.xsd – хранит классы для работы с данными;
- message.xsd – хранит классы для работы с сообщениями;
- metadata.xsd – хранит классы для работы с метаданными;

Каждый файл хранит в себе описание простых типов, глобальных элементов и составных типов.

Информационная модель формата данных описывает элементы метамодели (ячейки таблицы 1.) в виде диаграммы классов унифицированного языка моделирования (UML), а также абстрактные классы, от которых наследуются конкретные классы. На основе информационной модели описываются xml-схемы пространства имен ТОФИ.

На следующем рисунке 1 приведена диаграмма абстрактных классов пространства имен ТОФИ. Использование абстрактных классов позволяет многократно использовать общие свойства классов и соответствует лучшей мировой практике. Все остальные классы наследуются от абстрактных классов при помощи расширения (extension) или ограничения (restriction). Приведенная диаграмма аналогична диаграмме абстрактных классов стандарта обмена статистическими данными и метаданными SDMX. Эта группа классов предоставляет характеристики, используемые всеми производными (дочерними) классами, такие как кодированные, аннотированные и версионные сущности. На всех диаграммах абстрактные классы будут изображены белым фоновым цветом, а реальные классы – желтым фоновым цветом.

Все классы, наследуемые от класса *AnnotableType*, имеют аннотации. Аннотация используется для передачи дополнительной информации, чтобы описать соответствующую конструкцию пространства имен ТОФИ. Эта информация может быть в виде URL ссылки и/или многоязычного текста (представленного ассоциацией к *InternationalString*).

IdentifiableType – это абстрактный класс, который включает в себя основные атрибуты необходимые для идентификации. Каждая метамодель, зарегистрированная в синхронизаторе должна обеспечить уникальный код экземпляров сущностей, используемых для описания метаданных. Синхронизатор присваивает уникальный код каждой зарегистрированной метамодели. Для идентификации экземпляров сущностей метаданных синхронизатор использует внутренний код метамодели в синхронизаторе и внутренний уникальный код экземпляров сущностей в метамодели. *IdentifiableType* есть абстрактный тип, который является родителем всех кодированных типов. Идентификатором является не id, а code.

NameableType – это класс, экземплярами которого являются все именованные сущности и который наследуется от *IdentifiableType*. Свойства *+name* (краткое наименование) и *+fullName* (полное наименование) поддерживают многоязычные названия всех экземпляров сущностей, унаследованных от *InternationalString*. *InternationalString* поддерживает представление наименований в различных локальных языках. *LocalisedString* поддерживает представление наименования в одном локальном языке.

VersionableType – это абстрактный класс, который наследуется от *IdentifiableType* и добавляет возможность поддержки версий для всех классов, производных от него, через ассоциацию классов *VersionType*. Экземпляры абстрактного класса *VersionType* имеют многоязычные свойства *+name* (краткое наименование) и *+fullName* (полное наименование), id (ID версии экземпляра сущности), но не имеют кода. Таким образом, именованные версионные сущности имеют уникальные коды, а каждая версия версионной сущности не имеет кода. Заметим также, что сама версионная сущность не имеет свойств *+name* и *+fullName*. *VersionType* есть абстрактный тип для моделирования версии версионных сущностей.

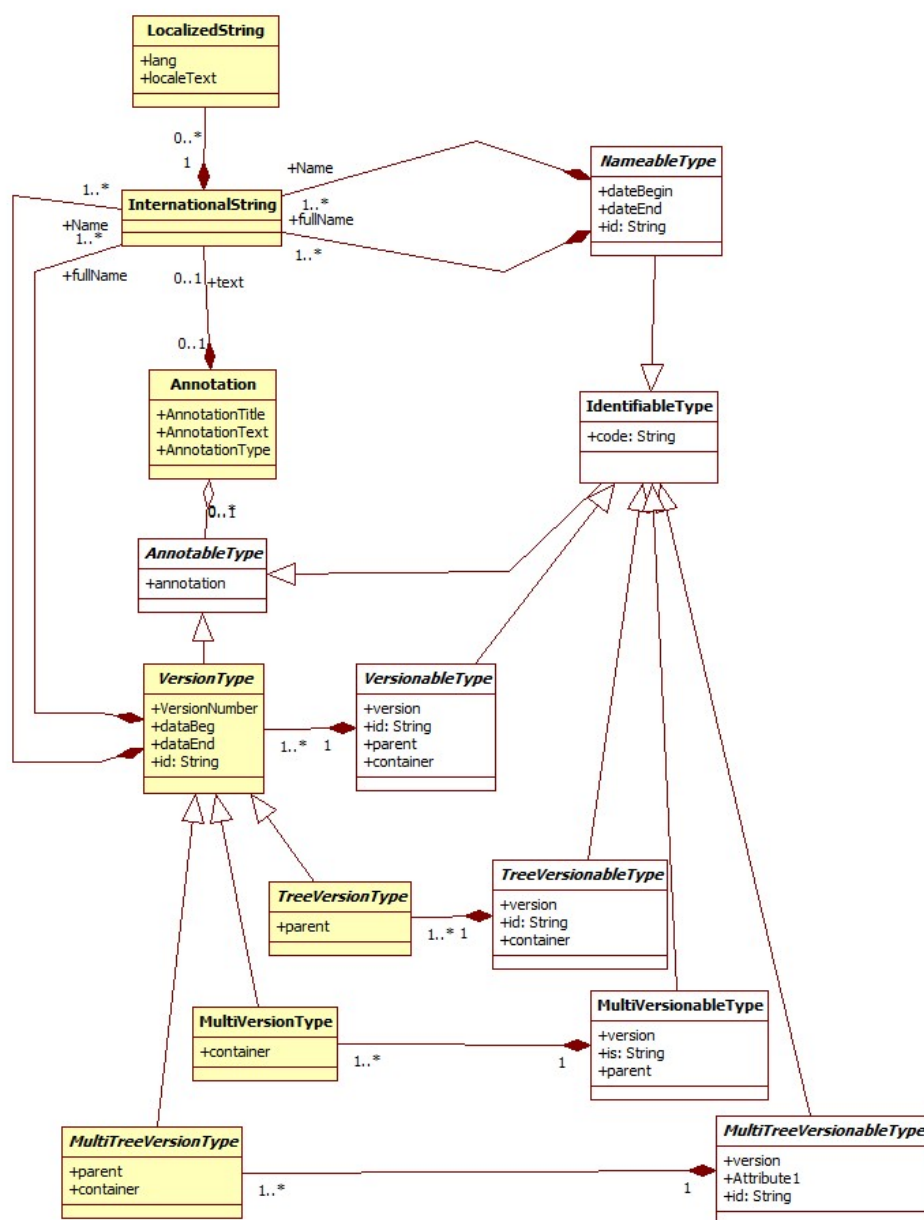


Рисунок 1 – Диаграмма абстрактных классов пространства имен ТОФИ

Для обозначения иерархии в версионных сущностях используются атрибуты:

- parent – ссылка на родительскую сущность, где родитель и ребенок имеют один тип.

- container - ссылка на родительскую сущность, где родитель и ребенок имеют разные типы.

Например, при описании компании и их сотрудников, один сотрудник может быть руководителем другого, таким образом для создания иерархии у сотрудника заполняется атрибут parent – ссылка на другого сотрудника, так как сотрудники лежат в одном типе. А для того чтобы указать сотрудником какой компании является данный объект, надо заполнить свойство container – ссылка на другой тип «Компании», который в свою очередь может быть дочерним объектом типа Страны, и т.д. В данном

случае атрибуты «parent» и «container» находятся вне версии, т.е. при изменении версии родитель по иерархии, и родитель по наследованию объекта не меняются.

Но нередко на практике случается так, что данные атрибуты меняются по истечению времени с изменением версий. Таким образом, при создании пространства имен для описания всевозможных вариантов были введены следующие абстрактные классы, как *TreeVersionableType* – атрибут parent находится внутри версии, т.е. меняется вместе с версией, *MultiVersionableType* – атрибут container меняется вместе с версией, *MultiTreeVersionableType* – с изменением версии меняются оба атрибута.

TreeVersionableType – это абстрактный класс, который наследуется от *IdentifiableType* и добавляет возможность поддержки версий для всех классов, производных от него, через ассоциацию классов *TreeVersionType*. *TreeVersionableType* - версионная сущность с иерархией внутри версии, *TreeVersionType* - версия версионной сущности с поддержкой иерархии. Отличие от *VersionType* заключается в том что, в *TreeVersionType* атрибут – parent, ссылка на родительский элемент того же типа, находится внутри версии, а container, ссылка на родительский элемент другого типа – вне версии.

MultiVersionableType – это абстрактный класс, который наследуется от *IdentifiableType* и добавляет возможность поддержки версий для всех классов, производных от него, через ассоциацию классов *MultiVersionType*. *MultiVersionableType* - версионная сущность с наследованием внутри версии, *MultiVersionType* - версия версионной сущности с поддержкой наследования. Отличие от *VersionType* заключается в том что, в *MultiVersionType* атрибут – container, ссылка на родительский элемент другого типа, находится внутри версии, а parent, ссылка на родительский элемент того же типа – вне версии.

MultiTreeVersionableType – это абстрактный класс, который наследуется от *IdentifiableType* и добавляет возможность поддержки версий для всех классов, производных от него, через ассоциацию классов *MultiTreeVersionType*. *MultiTreeVersionableType* - версионная сущность с иерархией и наследованием внутри версии, *MultiTreeVersionType* - тип описывающий версию содержащую иерархию и наследование. Родитель по иерархии всегда единственный. Родитель по наследованию может быть множественным.

Все сущности определенные в пространстве имен ТОФИ, которые используются для описания структуры метаданных, можно условно разделить на именованные сущности (наследуются от абстрактного класса *NameableType*) и версионные сущности (наследуются от абстрактного класса *VersionableType*). На рисунке 2 приведена диаграмма классов именованных сущностей.

Приведенные на диаграмме классы являются сущностями, не имеющими версий. У экземпляров всех этих классов есть краткое и полное наименования, интервалы жизни и аннотации, так как все они наследуются от абстрактного класса *NameableType*.

Основной сущностью пространства имен ТОФИ является сущность «Система кодирования», реализуемая классом *CodingSystemType*. Каждый синхронизатор ТОФИ имеет встроенную систему кодирования, которая является регистрационной и в которой все экземпляры всех сущностей имеют уникальный внутренний код. По внутреннему коду можно однозначно идентифицировать любой экземпляр сущности в ТОФИ-модели. Кроме встроенной системы кодирования в синхронизаторе можно создавать произвольное количество систем кодирования различных типов, которые используются для синхронизации экземпляров сущностей различных моделей.

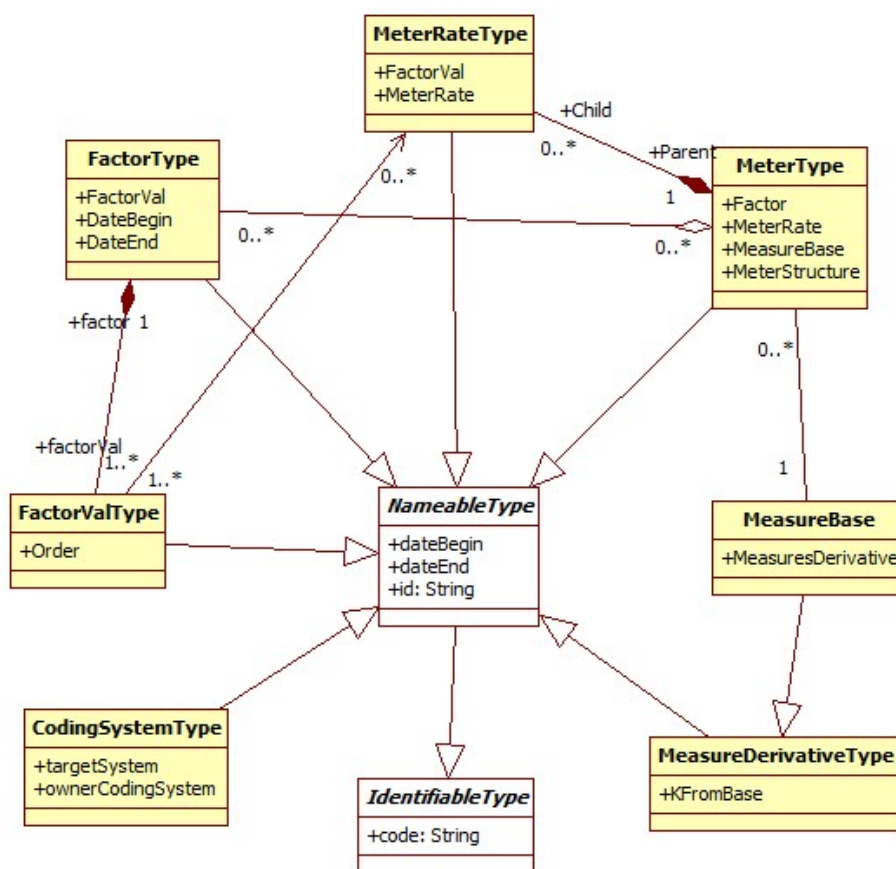


Рисунок 2 – Диаграмма классов именованных сущностей

Классы *MeasureBaseType* и *MeasureDerivativeType* описывают единицы измерения в модели. Первый класс описывает базовые единицы измерения, а второй – производные единицы измерения, согласно МКЕИ (международный классификатор единиц измерения). Экземпляры этих сущностей кроме стандартных свойств, унаследованных от родителя, имеет свойство *KFromBase*, означающее коэффициент перевода из базовой единицы измерения в производную единицу измерения. Для базовой единицы измерения этот коэффициент всегда равен единице.

Ключевой сущностью используемой во всех конструкциях ТОФИ является сущность «Фактор». С помощью факторов появляется возможность строить многомерные структуры владельцев данных и числовых свойств, что, с одной стороны, значительно обогащает возможности моделирования предметной области, с другой стороны, упрощает модель предметной области, делая ее ближе к реальности. Поэтому в информационной модели формата данных синхронизатора ТОФИ предусмотрены классы *FactorType* и *FactorValType*, для реализации сущностей «Фактор» и «Значение фактора». Как известно, фактор представляет собой поименованный упорядоченный список своих значений [2, 3]. Эти классы являются наследниками *NameableType*, и у значения фактора появляется новое свойство *+order*, задающее порядок между значениями фактора. Ассоциация между этими классами показывает, что каждый фактор может иметь сколько угодно значений, но не менее одного, а каждое значение фактора может принадлежать только одному фактору. Кроме того, класс *FactorType* связан ассоциативной

связью со статусом данных. Каждый статус данных есть ссылка на один фактор, а каждый фактор может быть статусом данных, а может и не быть.

С факторами и единицами измерения связаны измерители. Измерители являются прототипами свойств и могут иметь структуру как иерархическую, так и кубическую. Использование факторов позволяет создавать многомерные числовые свойства. Для описания измерителей используются два класса: *MeterType* и *MeterRateType*, которые наследуются от абстрактного класса *NameableType*. Данные классы инкапсулируют в себе структуру свойства через атрибут класса *MeterStructure*, которая определяется словарем *PropertyStructureType*, принимающим значения: 1) простое свойство, 2) иерархическое свойство, 3) многомерное свойство. Если измеритель многомерный, то измерения определяются факторами, что отображено ассоциативной связью между классами *FactorType* и *MeterType*. Данная связь показывает, что любой фактор может участвовать в роли измерения для любого количества измерителей, а может вообще не участвовать в них. Любой многомерный измеритель может иметь сколько угодно измерений. Класс *MeterRateType* описывает показатели измерителя. Ассоциация этого класса с самим собой указывает на иерархическую структуру показателей жесткого измерителя. Ассоциативная связь между классами *MeterRateType* и *FactorValType* указывает на формирование показателя мягкого измерителя через значения факторов, от которых зависит родительский мягкий измеритель.

Приведенные сущности являются основными сущностями, на основе которых строятся все версионные сущности, которые описывают координаты данных в модели данных ТОФИ. Отношения между классами, описывающими версионные сущности, приведены на рисунке 3. Основными версионными сущностями синхронизатора ТОФИ являются «контейнеры владельцев данных», «владельцы данных», «контейнеры свойств», «свойства» и «агентства», поддерживающие метаданные своих информационных систем.

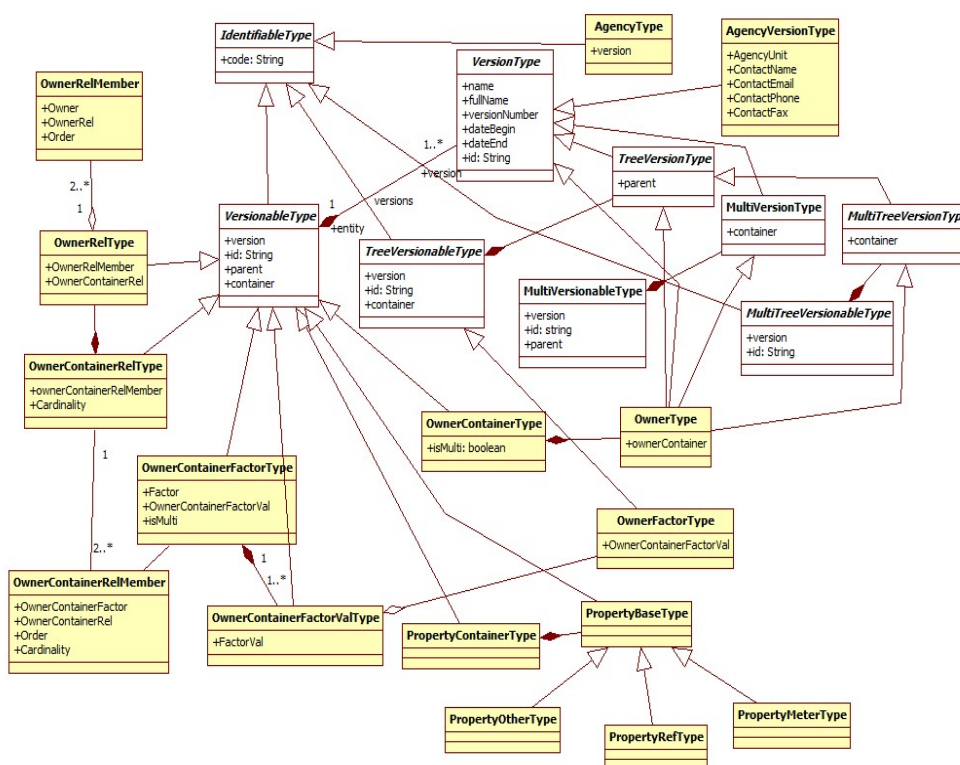


Рисунок 3 – Диаграмма классов версионных сущностей

Владельцами данных являются объекты и отношения между объектами (многомерные объекты), которые являются элементами более крупных образований – контейнеров владельцев данных. В общем случае контейнеры владельцев данных могут иметь произвольную структуру отношений между собой, включая иерархии и кубы. Для описания такой ситуации в метаданных синхронизатора ТОФИ определены три класса, реализующие контейнеров владельцев данных: *OwnerContainerType*, *OwnerContainerFactorType*, *OwnerContainerRelType*.

Первый класс описывает произвольную иерархию контейнеров владельцев данных, образованную без какой-либо структуры (что характерно для стандартных информационных систем). Второй класс *OwnerContainerFactorType* описывает иерархию контейнеров владельцев данных, образованную значениями факторов, что соответствует структуре классов типа объектов ТОФИ. На самом деле отношение классов внутри одного типа объектов имеет структуру куба, измерениями которого являются факторы. Третий класс *OwnerContainerRelType* описывает владельцев данных, имеющих многомерную структуру, измерениями которой являются другие контейнеры владельцев данных, в том числе контейнеры владельцев данных из третьего класса. Данный класс соответствует отношению между типами объектов технологии ТОФИ.

OwnerContainerType и *OwnerContainerFactorType* могут наследовать у класса *VersionableType*. Кроме того, у класса *OwnerContainerFactorType* появляются свойства *+Factor* и *+OwnerContainerFactorVal*, которые содержат ссылку на факторы или значения факторов, от которых образован данный контейнер владельцев данных. Иерархические отношения между контейнерами владельцев данных формируются на основе сравнения значений факторов, которые имеются в свойстве *+OwnerContainerFactorVal*, а именно, если набор значений факторов одного контейнера владельцев данных содержится в наборе значений факторов второго контейнера владельцев данных, то первый контейнер является родителем второго контейнера.

У класса *OwnerContainerRelType* имеются ассоциативная связь с классом *OwnerContainerRelMember*, который является участником класса *OwnerContainerRelType*. Как видно из рисунка 3, количество участников класса *OwnerContainerRelType* не менее двух. Участники образуют измерения многомерного класса *OwnerContainerRelType*. Класс *OwnerContainerRelMemberType* связан зависимостями с классами *OwnerContainerFactorType* и *OwnerContainerRelType*, что указывает, что участниками отношения *OwnerContainerRelType* могут быть экземпляры двух классов. Свойство *+Cardinality* класса *OwnerContainerRelType* означает число кардинальности отношения *OwnerContainerRelType*.

Сами владельцы данных описываются тремя классами: *OwnerType*, *OwnerFactorType* и *OwnerRelType*. Экземпляры класса *OwnerType* являются элементами контейнеров владельцев данных *OwnerContainerType*, а *OwnerFactorType* являются элементами контейнеров владельцев данных *OwnerContainerFactorType*, что указано на диаграмме с помощью ассоциативной связи в виде композиции. *OwnerType* может наследоваться от типов *VersionableType*, *TreeVersionableType*, *MultiVersionableType*, *MultiTreeVersionableType*. Экземпляры класса *OwnerFactorType* и *OwnerRelType* являются элементами контейнеров владельцев данных *OwnerContainerFactorType* и *OwnerContainerRelType* соответственно, на что указывает ассоциативная связь между ними. Участниками владельца данных являются экземпляры соответствующих участников контейнера владельцев данных. Участников владельца данных моделирует класс *OwnerRelMember*.

Для описания свойств и контейнеров свойств создан специальный класс *PropertyBaseType*, который является наследником абстрактного класса *VersionableType*. Свойства и контейнеры свойств реализованы с помощью четырех классов: *PropertyContainerType*, *PropertyOtherType*, *PropertyRefType*, *PropertyMeterType*. Первый класс описывает

контейнеров свойств, второй класс описывает атрибутивные свойства, третий класс – ссылочные свойства, последний четвертый класс – числовые свойства.

Контейнеры свойств представляют простую иерархию папок (контейнеров), элементами которых являются свойства, наследуют от *VersionableType*, где атрибут *+Parent* есть ссылка на родительский контейнер. Главным атрибутом свойств являются тип значения свойства, поэтому числовые свойства выделены в отдельный класс, так как у них имеются дополнительные атрибуты, которых нет у других свойств, такие как единица измерения, максимальное и минимальное значения, точность и т.д. Ссылочными свойствами называются свойства типа объект, то есть когда значением свойства является либо владелец данных (когда один объект является свойством другого объекта), либо фактор, либо единица измерения. Эти свойства описаны классом *PropertyRefType*. Остальные свойства объединены в один класс *PropertyOtherType*. Для свойств классов *PropertyOtherType* и *PropertyRefType* предусмотрен атрибут однозначности, определяемый словарем *isUniqueType*, принимающим значения: 1) однозначный, 2) неоднозначный. Кроме того, каждое свойство имеет атрибут *PropertyValDependPeriod*, который определяет зависимость значения свойства от периода. Каждое свойство может иметь необязательные атрибуты «Статус данных» и «Поставщик данных». Для числовых свойств (класс *PropertyMeterType*) определены дополнительные необязательные атрибуты «Минимальное значение», «Максимальное значение», «Точность» (количество знаков после запятой) и «Структура». По структуре числовые свойства бывают иерархические (жесткий измеритель в технологии ТОФИ) и кубические (мягкий измеритель в технологии ТОФИ). Измерениями кубического свойства являются факторы.

Каждый синхронизатор связан с одним или несколькими информационными системами, метаданные которых он сопровождает. Процесс создания и изменения этих метаданных осуществляет Агентство, которое соответствует юридическому лицу – владельцу базы данных информационной системы. Агентство является ответственным за целенаправленное изменение данных и метаданных. Агентства реализованы в синхронизаторе с помощью классов *AgencyType* и *AgencyVersionType*. Класс *AgencyType* наследуется от абстрактного класса *IdentifiableType*, *AgencyVersionType* наследуется от класса *VersionType*. Обмен сообщениями по передаче метаданных и данных происходит между агентствами. Приведенные на диаграмме атрибуты версии агентства используются при обмене данными и метаданными. Более точные описания приведенных сущностей содержатся в пространстве имен ТОФИ.

При обмене данными на основе пространства имен между несколькими синхронизаторами, задача обмена данными между информационными системами сводится к задаче обмена сообщениями между синхронизаторами. Взаимодействие синхронизаторов между собой есть процесс обмена сообщениями. Поэтому одним из главных сущностей синхронизатора является «Сообщение» и, соответственно, содержание сообщения. Содержимым сообщения могут быть данные или метаданные. Сущности, описывающие сообщения приведены на рисунке 4. Абстрактным классом, от которого наследуются другие классы, является *MessageType*, который содержит два элемента: *+header* – заголовок сообщения, *body* – тело сообщения.

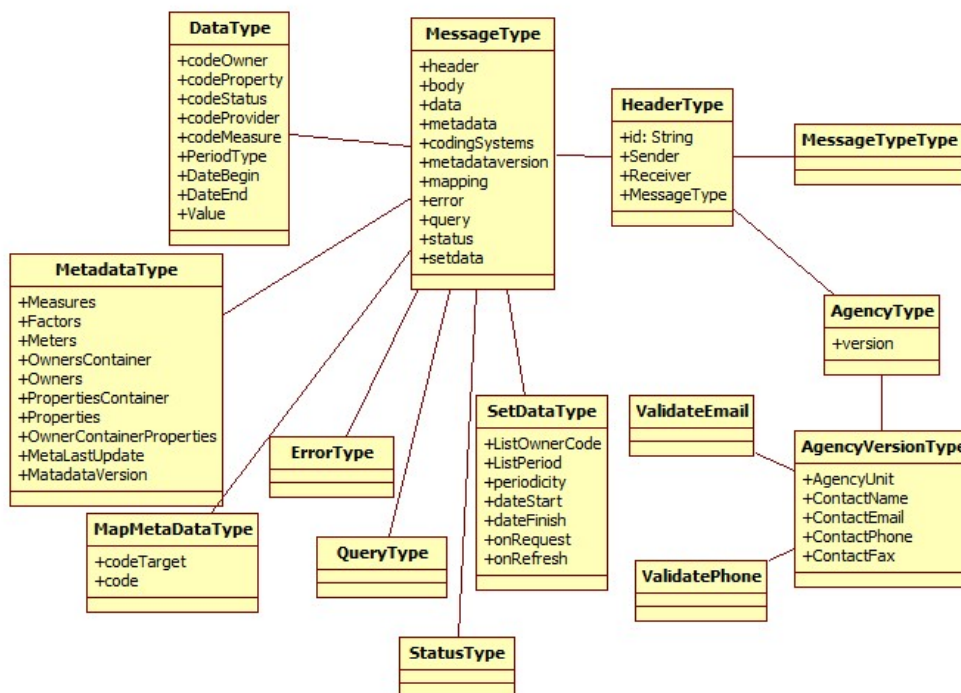


Рисунок 4 – Диаграмма классов для описания сообщений

Заголовок сообщения является экземпляром класса *HeaderType*. В заголовке сообщения содержится информация об отправителе сообщения (+*Sender*) и получателях (+*Receivers*). Отправитель и получатели сообщения являются ссылкой на класс *AgencyType*.

Существует девять типов сообщений, реализованных классами *DataType*, *MetadataType*, *CodingSystemsType*, *MetadataCodingSystemType*, *MapMetadataType*, *ErrorType*, *QueryType*, *StatusType*, *SetDataType*. Телом сообщения типа *Metadata* является экземпляр класса *MetadataType*, телом сообщения типа *Data* – экземпляр класса *DataType*. Класс *MetadataType* содержит внутри себя все метаданные привязанной информационной системы или изменения метаданных от конкретной версии. В атрибутах *Measures*, *Factors*, *Meters*, *OwnersContainer*, *Owners*, *PropertiesContainer*, *Properties* содержатся все экземпляры соответствующих сущностей.

Элемент *OwnerContainerProperties* содержит информацию о том, какие контейнеры владельцев данных какими свойствами обладают.

Класс *DataType* содержит внутри себя передаваемые данные. Указанные на диаграмме атрибуты являются кодами координат данных и значением данных.

Класс *SetDataType* описывает набор данных, основную сущность для передачи данных, которая имеет такие свойства как периодичность, начальная дата, конечная дата, по запросу, по обновлению.

MapMetadataType – тип, описывающий связь между кодами систем кодирования.

С помощью *ErrorType* передается информация об ошибке, *QueryType* позволяет отправлять запросы к синхронизатору для получения информации, а *StatusType* – тип сообщения, который возвращает техническую информацию или ответ на запрос.

Таким образом, пространство имен представляет собой единый формат, состоящий из нескольких .xsd файлов, в которых описаны классы для работы с данны-

ми, метаданными и сообщениями. Данный формат необходим для описания метамоде-
ли любой информационной системы и передачи в другую систему.

Литература

1. Ю. Акаткин, В. Дрожжинов, В. Конявский. Стандарты моделей данных для обмена информацией как инструмент импортозамещения в стратегических информационных системах. 26 стр. 2014 г.
2. Габбасов М.Б. Новая информационная технология моделирования и мониторинга состояния сложных систем. Тезисы докладов международной конференции «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика», посвященной 80-летию академика Н.Н.Яненко. – Новосибирск, 24 – 29 июня 2001 г.
3. Габбасов М.Б. Онтология технологии ТОФИ. //Сборник трудов по информационной безопасности. Астана, 2013 г.
4. Габбасов М.Б. TOFI technology capabilities for data processing and visualization. //Сборник материалов конференции «Application of Information and Communication Technologies-AICT2014». г. Астана, 2014 г. Стр. 276 – 277.
5. Исмагулова Ф.Е., Абилкаева Ж.Н. Концепция данных технологии ТОФИ Материалы 53-й международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс» - Новосибирский государственный университет, 11-17 апреля 2015 г, г. Новосибирск, с.111.
6. Габбасов М.Б., Куанов Т.Д., Абилкаева Ж.Н., Исмагулова Ф.Е., Шпекпаев М.Б. Концепция реализации синхронизатора ТОФИ. Материалы VII международной научной конференции «Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры». Актобе, 2015 г. стр. 270 – 273.
7. Шпекпаев М.Б., Исмагулова Ф.Е., Абилкаева Ж.Н. Принципы работы среды обмена данными и метаданными технологии ТОФИ. V Международная Научно-практическая конференция информатизация общества, Астана, 2016, с.290-293.
8. <http://www.w3.org/XML/> - Официальный сайт Консорциума Всемирной паутины (W3C)
9. Дэвид Хантер, Джефф Рафтер, Джо Фаусетт, Эрик ван дер Влиет, и др. XML. Работа с XML, 4-е издание = Beginning XML, 4th Edition. — М.: «Диалектика», 2009. — 1344 с. — ISBN 978-5-8459-1533-7.

МОДЕРНИЗАЦИЯ ВЕБ-ОРИЕНТИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ПРОВЕДЕНИЯ НАУЧНЫХ РАСЧЕТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛАСТЕРНЫХ РЕСУРСОВ

Айдаров К.А., Ахмед-Заки Д.Ж.

kanataidarov@yahoo.com

Казахский Национальный университет им. аль-Фараби, Казахстан

***Аннотация.** В статье представлены результаты работ по модернизации Информационной системы анализа разработки нефтегазовых месторождений разрабатываемой группой молодых ученых в НИИ Математики и механики КазНУ им. аль-Фараби. Описана общая архитектура обновленного решения, основанного на веб-платформе с применением последних разработок в области промышленных решения для научных задач нефтегазовой отрасли с акцентом на высокопроизводительные вычисления. Глубокая интеграция веб-платформы с высокопроизводительными кластерами института позволяет удаленным пользователям выполнять свои научные расчеты, не отвлекаясь на административные и технические детали как при использовании облачных услуг.*

Существующий веб-портал для научных вычислений Информационной системы анализа разработки нефтегазовых месторождений подвергся существенной модернизаций за счет использования новых инструментальных фреймворков и изменения архитектуры системы. Теперь веб-портал для научных расчетов включает разрабатываемые командой набор инструментов, вычислительных модулей, и коллекции данных для анализа, а также новейший фреймворк визуализации через браузерные веб-интерфейсы. Также глубоко пересмотрена задача развертывания научного приложения на кластерной распределенной среде наиболее эффективно используя имеющиеся вычислительные ресурсы, а также предоставлению данных приложений в качестве удобной услуги для исследователей и инженеров в режиме 24/7.

Используя обновленную версию веб-ориентированного портала, который уже предоставлял вычислительную ресурсную среду для запуска вычислительных приложений и позволял визуализировать результаты на веб-браузере клиентской машины, его пользователи теперь смогут вычислять свои научные приложения используя не только веб-браузер, но и мобильные устройства. Таким образом, веб-портал, состоящий из набора командно-разработанных инструментов, приложений и пользовательских данных может удовлетворить спрос на удаленные вычисления для широкой аудитории.

На рисунке 1 представлена основная структура обновленной веб-ориентированной системы для научных вычислений. Новизна предлагаемой архитектуры по сравнению с предыдущей заключается в использовании сервисно-ориентированного подхода, состоящего из трехуровневой системы. Первый уровень – уровень ресурсов, состоит из распределенных вычислительных ресурсов и репозитория научных данных, а также, реестра научных приложений для выгрузки на сервис управления приложениями нижнего уровня. Второй, сервисный, уровень состоит из сервиса управления приложением, сервис запуска задача на кластерах и сервиса научных данных. Верхний уровень – клиентский уровень, состоит из клиентских приложений, работающих на Веб и мобильных платформах, а также связанных с ними интерфейсов веб-сервисов предоставления данных из сервиса научных данных верхнего уровня.

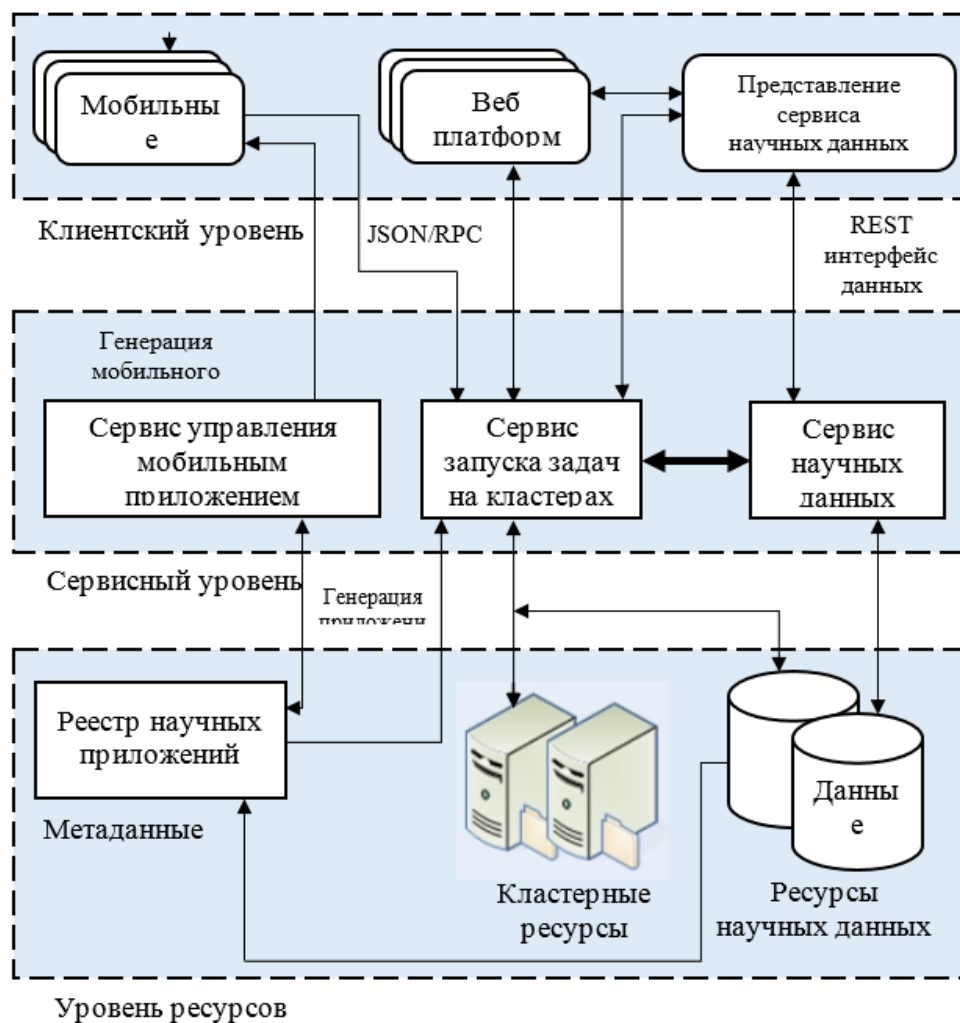


Рисунок 1 – Обновленная архитектура вычислительно-информационной системы

Сервис управления приложениями позволяет разработчикам описывать приложения в виде JSON-разметки, набора входных и выходных данных, а также некоторых исполнительских требований к их приложениям. Данные метаданные сохраняются в верхнем уровне в реестре научного приложения. После парсинга метаданных сервис управления предложением генерирует исполняемый файл приложения для дальнейшего запуска и визуализации выходных данных. Сервис запуска задач на кластере построен на основе фреймворка Spring MVC [1], который использует библиотеку Apache Commons [2] для запуска задач на кластере через систему пакетных заданий Sun Grid Engine (SGE) [3] и SSH [4], а также поддерживает множество методов доступа к данным (например, локальная файловая система, FTP, S-FTP, GridFTP [5] и т.д.). Сервис запуска позволяет пользователям запускать, останавливать и перезапускать пакетные задания на кластере, которые предварительно были опубликованы в реестре научных приложений, и проводить мониторинг процесса исполнения приложения. Сервис научных приложений, в свою очередь, предоставляет, на верхнем уровне, REST интерфейс для поддержки базовых файловых операции и запросов для загрузки/выгрузки ресурсов данных. Через предлагаемый сервис данных, приложение сервиса запуска может делать запросы к данным для определения абсолютных путей к входным и выходным данным для запущенных приложения и передачи путей к запускаемым приложениям. Для одного приложения

может быть сгенерировано множество наборов данных на основе сервиса научных данных для конечных пользователей, которые могут находить, изменять и просматривать свои научные данные.

Несмотря на то, что можно использовать некоторые общие шаблоны программного обеспечения для сервиса предоставления данных, общая структура данных в сервисе научных данных сильно зависит от контекста научного приложения, его требований к структуре данных и онтологии для специфичной области научного знания. Таким образом, по части генерации данных, данный сервис только предоставляет унифицированный REST [6] интерфейс для других компонентов архитектуры системы, и оставляет детальное описание модели данных на реализацию специфичную для каждого отдельного приложения.

Серверная часть обновленной системы реализована на фреймворке Spring MVC – высокоуровневом расширяемом веб-ориентированном фреймворке спроектированном специально для ускоренной шаблонной разработки веб-сервисно-ориентированных приложений. Изначально, являясь независимым ответвлением более крупного фреймворка Spring.IO [7], фреймворк Spring MVC предоставляет эффективную основу для разработки сервисно-ориентированных веб-приложений. При планировании рефакторинга рассматривались и другие альтернативы, и выбранный, в качестве основы, фреймворк оказался самым развитым и функциональным среди прочих. При принятии решения, важными факторами являлись активность поддержки сообществом программистов, популярность базового языка фреймворка и перспективная расширяемость в целом. Ключевые компоненты Spring MVC включают такие важные инструменты как объектный реляционный маппер и средства прототипирования пользовательского интерфейса. Сервисный уровень системы добавляет дополнительные сервисы для мониторинга и управления планированием ресурсов и заданий на кластерах, механизмов аутентификации и генерации приложений на основе метаданных.

Функции мониторинга ресурсов предоставляются через расширенное логирование запускаемых задач через встроенные средства кластера на основе инструментов Sun Grid Engine, в частности через утилиты gconf и gmond. Детализация действий выполняемых при запуске кластерной задачи включают времена запуска, остановки, запросов к данным и т.д. В дополнение, мониторинг проводится и на репозитории научных данных, с использованием встроенных средств отладки СУБД для отслеживания запросов к данным, начала пользовательской сессии и ее окончания. Кластерных инструментов gmond позволяет проводить периодическое извлечение информации о ресурсах для выполнения проверок целостности данных или для мониторинга известных состояний сбоя при выполнении научного приложения. Другой важной функцией системы пакетных заданий Sun Grid Engine (SGE) является организация очереди заданий соответствующим образом при высоких нагрузках на кластер, таким образом максимизируя эффективность кластера в целом.

Управление метаданными организовано через их описания с помощью дескриптивных конструкций, предоставляемых пользователям SGE через описание задания на выполнение через PBS скрипт.

Пользовательский интерфейс системы реализован в виде веб 2.0 приложения, которое активно использует JavaScript и AJAX, на основе клиентского фреймворка Ext JS [8]. Использование Ext JS не только дает более удобное восприятие, за счет визуального удовлетворительного интерфейса, но и позволяет более эффективно взаимодействовать в веб-сервисам на основе технологии REST. Двухсторонняя коммуникация между

уровнем сервисов и клиентским веб-браузером или мобильной платформой осуществляется на авторском протоколе, использующем дескриптивный язык JSON.

Основной задачей рефакторинга пользовательского интерфейса было предоставление максимального юзабилити для неопытных пользователей, наряду с профессиональными веб-дизайнерами. Основная страница разработанного веб-портала позволит пользователю просматривать задачи, на которые у него есть доступ, включая доступ через мобильное приложение на его смартфоне/планшете.

Сервис аутентификации не рассмотрен в данной работе и будет отдельно описан в последующей статье.

Сервис запуска задач реализован в виде двух основных компонентов: первый сервисный интерфейсный модуль, который предоставляет вызов запросов в формате JSON, другой компонент непосредственно модуль запуска вычислительного приложения на кластерных ресурсах. Когда пользователь отправляет запрос через сервисный интерфейс, запрос первым делом обрабатывается для генерации скрипта к SGE размещенному на сервере, а также записывается в репозитории хранения данных, и только затем размещается в качестве задания на кластере через сервис запуска заданий. Так как полученный в результате этой операции скрипт является встроенной частью механизма планирования запуска задач на кластере, он может динамически решать какие доступные ресурсы выделять для запуска пользовательской задачи, а также может переразместить любые задачи, давшие сбой. Основываясь на лог-файлах, сгенерированных сервисом запуска во время запуска приложений, gmond может проводить мониторинг параметров исполнения запущенной задачи и обновлять ее статус в базе данных репозитория.

При запуске задач сервис запуска запрашивает доступные конфигурации параметров приложения из реестра научных приложений для инициации самого запуска на кластерных ресурсах. Такие конфигурации обычно определяют список всех доступных для запуска пользователем приложений, абсолютных путей их размещения на кластере и других важных переменных окружения для запуска на кластере. Разработчики модульного приложения должны предоставить полную конфигурацию при публикации приложения в реестр научных приложений через сервис управления приложениями. Другой зависимостью сервиса запуска приложений, показана на рисунке 1, является маппинг данных к сервису через сервис научных данных. Запросы на получения данных происходят только через REST URL запросы к сервису, для извлечения соответствующих данных из репозитория. Часть полученных данных может быть обработана приложением для дальнейшего перенаправления в сервис запуска задача через протокол на основе JSON.

Гибкое предоставление услуг одна из основных проблем проектирования в сервисе запуска задач на кластерных ресурсах. Для предоставления ресурсов в кластерных средах, разработанный сервис использует интегрированное резервирование ресурсов, и полностью полагается на текущий фреймворк SGE, который, однако не полностью удовлетворяет требованиям механизма предоставления услуг исполнения задач на кластере. Причина этого в необходимости предоставления запуска удаленных задач на нескольких кластерах, что было частично решено в предыдущей версии системы через использование инструмента NumGrid [10]. Другой серьезной проблемой является динамическое управление нагрузкой через ее балансирование между исполняющими узлами для локальных исполняемых средах каждого кластера. В зависимости от масштаба входного набора данных, одиночное задание на кластере может превратиться в очень долгий процесс, который может потреблять до нескольких гигабайт памяти и до 100% времени центрального процессора на каждом узле.

Так как некоторые функциональные возможности сервиса запуска задач были частично отданы сервису научных данных, важной задачей в рамках данного проекта является разработка простого кластерного механизма для запуска множества экземпляров сервиса запуска задач на разных кластерах для динамического управления нагрузкой в научных приложениях.

Для научного сообщества одной из других очень важных функций вычислительного программного обеспечения является последовательность данных, особенно при выполнении крупномасштабного моделирования или анализа данных с большим числом итерации. Иногда пользователи хотят запустить новое приложение основываясь на выводе недавно завершеного приложения и отслеживать историю этих приложений чтобы позже выявить наиболее удачный или точный набор данных из представленных. Сервис научных данных позволяет вести историю через описание записей баз данных с информацией о последовательностях исполнений, когда пользователи выбирают выходные данные из набора уже завершённых запусков, чтобы ввести новые данные для следующего запуска. Сервис научных данных позволяет пользователям производить поиск в группе запусков, которые были сгенерированы на основе последовательностей запусков.

Пример скрипта, используемый для запуска на кластере задачи пользователя представлен на рисунке 2 (слева). Такая запись легко может быть описана с помощью авторского протокола на языке JSON (рисунок 2, справа). В представленной записи указаны имя, тип задачи, количество выделяемых для задачи узлов и формат параметров задачи, а также другие менее важные параметры. После парсинга описания для запуска задачи сервис запуска задач на кластере генерирует соответствующий PBS скрипт для SGE и затем инициирует запуск этого скрипта на сервере. Однако перед этим, абсолютный путь к исполняемому файлу приложения задачи извлекается из реестра научных приложений, и вставляется в создаваемый скрипт. Таким образом, задача размещается на кластере согласно сгенерированному скрипту и ее дальнейшее исполнение доверяется SGE. Сам исполняемый файл задачи не хранится в базе репозитория, а копируется в директорию кластера в явном виде.

Работа, представленная в данной статье не завершена, и находится в промежуточной стадии. Целью опубликования данной работы является предоставление на всеобщее обозрение текущего прогресса, и получение адекватной оценки от научного сообщества с целью исправления недостатков, их исправления и детальной проработки отдельных моментов. При проведении работ по данному проекту был учтен обширный зарубежный опыт в разработке систем подобной направленности. Однако для адаптации к отечественным реалиям необходимо дополнительные исследования с акцентом на отечественные работы, в том числе через обсуждение результатов работы на различных семинарах и конференциях. Таким образом, работа по данному проекту не остановится на одной публикации и ее обсуждение будет продолжено в дальнейших публикациях на специализированных семинарах и конференциях.

PBS	JSON
<pre>#!/bin/bash #PBS -N prog_HPC_P5 #PBS -l walltime=10:00:00 #PBS -j oe #PBS -V #PBS -l nodes=8:ppn=4 #PBS -q batch cd \$PBS_O_WORKDIR mpjrun.sh -np \$NP Main 160 160 160</pre>	<pre>Name:"prog_HPC_P5", Maxlen:10:00:00, Type:oe, Vebose:1, Nodes:8, PPN:4, Task:{ Mainclass:"Main", Params:{ NX:160, NY:160, NZ:160 } }</pre>

Рисунок 2 – PBS скрипт для запуска на кластере задачи и его аналог сгенерированный в JSON для сервиса запуска задач

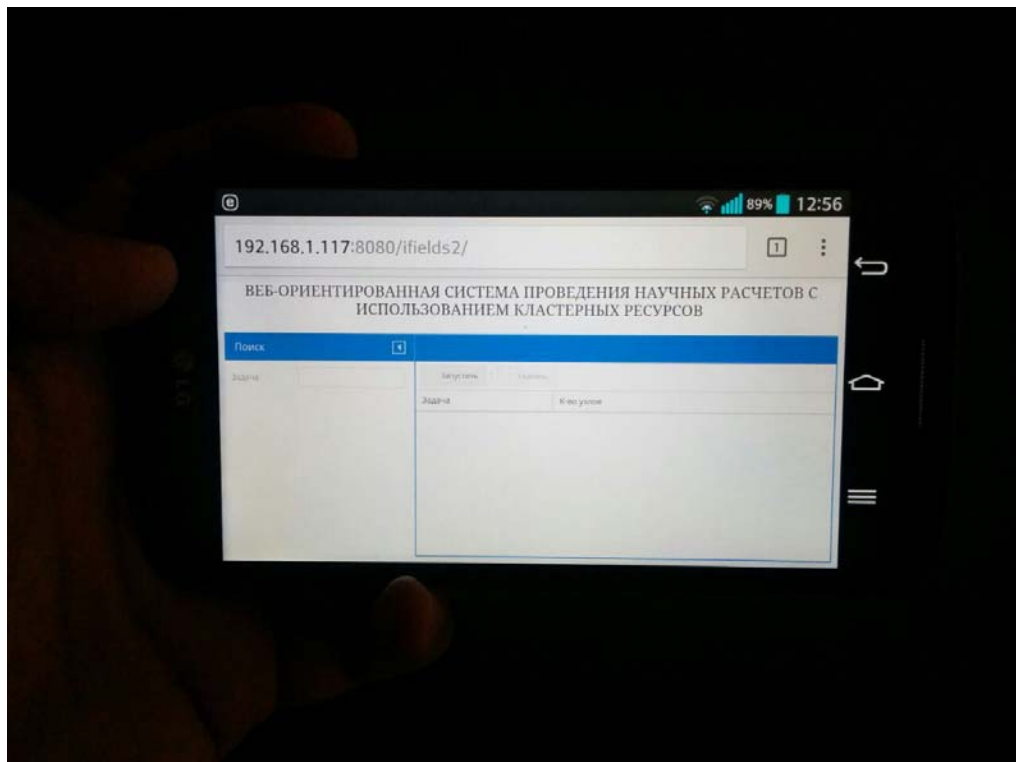


Рисунок 3 – Скриншот модернизированного приложения веб-системы с версткой на мобильном устройстве

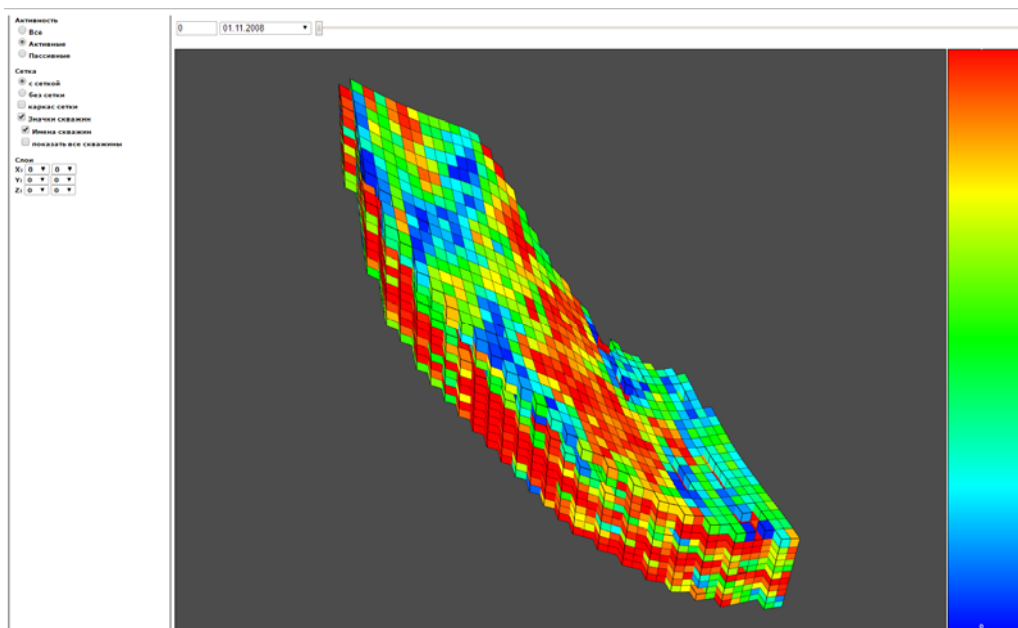


Рисунок 4 – Результат расчета в виде контура месторождения с сеткой из рассчитанных параметров (в данном случае показана карта песчанистости)

```

kanat.aydarov@ursa:~/kanat/progs/HPC_P5$ ls
HPC_P3.jar          job.pbs          log4j-1.2.17.jar  mpinumgridnative.jar
hpc_p3.properties  job.pbs.save     Main.class        mpj.jar
HPC_P5.o50532      kz              META-INF          org
kanat.aydarov@ursa:~/kanat/progs/HPC_P5$ cat job.pbs
#!/bin/bash
#PBS -N HPC_P5
#PBS -l walltime=10:00:00
#PBS -j oe
#PBS -V
#PBS -l nodes=4:ppn=8
#PBS -q batch

cd $PBS_0_WORKDIR

mpjrun.sh -np $NP Main
kanat.aydarov@ursa:~/kanat/progs/HPC_P5$ qsub job.pbs
50567.ursa
kanat.aydarov@ursa:~/kanat/progs/HPC_P5$ qstat -u kanat.aydarov

ursa:
p
Job ID          Username Queue   Jobname      SessID NDS   TSK Memory Time  S Tim
e
-----
--
50566.ursa     kanat.ay batch   HPC_P5      --         4 32    --  10:00 C  -
-
50567.ursa     kanat.ay batch   HPC_P5      --         4 32    --  10:00 Q  -
-
kanat.aydarov@ursa:~/kanat/progs/HPC_P5$ █
    
```

Рисунок 5 – Пример запускаемого на вычислительном кластере института скрипта расчетной задачи запускаемой модулем сервиса запуска задач на кластере

Литература

- 1 Ho C., Harrop R., Schaefer C., Pro Spring 4th ed. Apress, 2014. – 728 p.
- 2 Iverson W. Apache Jakarta Commons: Reusable Java™ Components, Prentice Hall, 2005. – 360 p.
- 3 Gentsch W. Sun Grid Engine: Towards Creating a Compute Power Grid // Proceedings of the 1st International Symposium on Cluster Computing and the Grid. – 2001. – p. 35.
- 4 Kireki F. More secure SSH connections // Linux Journal, Volume 2014 Issue 237. – 2014. – Article No. 2.
- 5 Bresnahan J. et.al. Globus GridFTP: what's new in 2007 // Proceedings of the first international conference on Networks for grid applications. – 2007. – Article No. 19.
- 6 Schreier S. Modeling RESTful applications // Proceedings of the Second International Workshop on RESTful Design. – 2011. – p. 15-21.
- 7 Stoev A., Dimov A. Architectural framework for dynamic web-applications // Proceedings of the 9th International Conference on Computer Systems and Technologies and Workshop for PhD Students in Computing. – 2008. – Article No. 15.
- 8 Groner L. Ext JS 4 First Look. Packt Publishing, 2012. – 340 p.
- 9 Nachimuthu N. Spring Security Essentials. Packt Publishing, 2016. – 164 p.
- 10 Городничев М. Неблокирующие коллективные коммуникации в NumGRID // Труды Международной суперкомпьютерной конференции (17-22 сентября 2012 г., г. Новосибирск). – 2012. – с. 244-248.

ЭФФЕКТИВНЫЙ МОНИТОРИНГ ПРОТЯЖЁННЫХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОДИНАКОВЫХ НАПРАВЛЕННЫХ УСТРОЙСТВ

Ерзин А.И.

e-mail: adilerzin@math.nsc.ru

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Россия

Аннотация. Наблюдение (мониторинг) за протяжёнными объектами осуществляется посредством сенсорной сети, в которой используются направленные устройства, например, видеокамеры. При этом сеть, как правило, характеризуется энергоэффективностью и стоимостью. В работе рассмотрены три модели размещения и ориентации одинаковых сенсоров, областью покрытия которых является сектор. Использование полученных результатов позволяет выбрать эффективную модель покрытия в зависимости от параметров сенсоров.

Введение

Сенсорные сети создаются для мониторинга территорий и объектов. При этом каждый сенсор собирает информацию в пределах некоторой области, которая называется *областью покрытия* сенсора. В случае мониторинга плоской территории каждая точка территории должна быть покрыта, т.е. каждая точка должна принадлежать зоне покрытия хотя бы одного сенсора. Известно, что энергоёмкость мониторинга пропорциональна покрытой площади, поэтому многократное покрытие влечёт необязательные потери энергии. Таким образом, проблема построения энергоэффективной сенсорной сети может быть сведена к задаче поиска наименее плотного покрытия [14, 16, 24]. Наиболее изучена задача покрытия всей плоскости [10, 15, 18, 24]. Так в [18] предложена оптимальная модель построения наименее плотного покрытия плоскости одинаковыми кругами. В [15] предложено покрытие кругами двух радиусов, плотность которого стремится к 1.0189 при неограниченном числе кругов, радиусы которых стремятся к нулю. Недостатком последнего покрытия является большое число устройств, используемых в покрытии, что не применимо на практике. Число работ посвящённых покрытию ограниченных областей существенно меньше. Например, в [2-5, 7] рассмотрены модели покрытия полосы, которая является полуограниченной территорией.

Очевидно, что плотность покрытия не может быть меньше 1, и отклонение плотности от 1 характеризует эффективность покрытия. Очевидно также, что чем больше типов фигур используется в покрытии, тем меньше может быть плотность. Поэтому целесообразно сравнивать эффективность покрытий, в которых используются одинаковые множества фигур. Для простоты анализа покрытий в литературе часто рассматриваются *регулярные* покрытия, в которых вся область мониторинга разбивается на одинаковые многоугольники (*плитки*), и все плитки покрываются одинаково [1-5, 7-15, 18, 24]. Тогда для оценки плотности покрытия достаточно рассмотреть покрытие *одной* плитки. В [24] предложена классификация регулярных покрытий, что позволило сравнивать покрытия из одного класса. Согласно этой классификации в каждом покрытии из класса $COV_k(p, q)$ покрываемая область разбивается на правильные k -угольники (плитки), и все плитки покрываются одинаково p фигурами q различных типов. Тогда покрытие одинаковыми кругами [18] принадлежит классу $COV_3(3, 1)$, а покрытие, предложенное в [15], принадлежит классу $COV_3(2, 2)$. В [1] рассмотрено покрытие, использующее небольшое число кругов для покрытия одной плитки и доказана его оптималь-

ность в классе $COV_3(4,2)$. Плотность этого покрытия $11\pi/(18\sqrt{3}) \approx 1.1084$. Но далеко не всегда удаётся доказать оптимальность покрытия в своём классе. В большинстве случаев для предложенных покрытий авторам удаётся найти оценку снизу на относительную погрешность [2-5, 7-13, 15, 24].

Проблема мониторинга полосы вызвана необходимостью наблюдения за дорогами, трубопроводами, периметрами зданий и объектов и т.п. В случае, когда видеокамера расположена на некоторой высоте от поверхности, на поверхности она покрывает эллипс. Модели покрытия эллипсами рассмотрены, например, в [5, 7]. Если же видеокамера расположена горизонтально, то покрытую область можно считать сектором. При этом угол и радиус сектора определяются характеристиками устройства и могут принимать различные допустимые значения. Секторы используются в различных покрытиях [8, 9, 11-13, 16, 17, 19-23]. В [12, 13] рассмотрена проблема минимизации числа одинаковых секторов на единицу покрываемой области, когда вершины секторов покрывающих одну плитку расположены в одной точке. В [9] рассмотрена задача минимизации плотности покрытия полосы одинаковыми секторами. В случае покрытия полосы в качестве плитки используются разные фигуры, в том числе и правильные многоугольники. Однако часто удобнее использовать плитку в виде прямоугольника. В данной работе высота такой плитки будет совпадать с шириной полосы, а дина будет зависеть от модели покрытия.

В данной работе мы опишем результаты работы [9], а также рассмотрим проблему построения оптимального покрытия полосы одинаковыми секторами по критерию минимума числа секторов на единицу длины полосы. Так как в покрытиях будут использоваться одинаковые секторы, такой функционал является функцией *стоимости*. Результаты по последней задаче приняты в печать в DOOR-2016 Proceedings.

1. Постановка задач

Для обозначения сектора используем пару (R, α) , где $R > 0$ – это радиус, а $(0, \alpha/2]$ – угол сектора. Пусть задана полоса. Без ограничения общности положим её ширину равной 1. Предполагается, что число одинаковых секторов (R, α) не ограничено, и каждый из них может быть *расположен* и *ориентирован* произвольным образом.

Определение 1. Набор C размещённых и ориентированных секторов назовём *покрытием* полосы S , если каждая точка S принадлежит хотя бы одному сектору из C .

Определение 2. Покрытие C полосы S назовём *регулярным*, если S разбивается на одинаковые прямоугольники (плитки), и все плитки покрываются одинаково.

В данной работе будут рассмотрены две задачи покрытия полосы с различными критериями.

Задача P1. Для произвольных значений параметров сектора (R, α) построить регулярное покрытие $C=C(R, \alpha)$ полосы одинаковыми секторами, плотность которого $d(C)$ минимальна.

Как упоминалось выше, высота плитки совпадает с шириной полосы и равна 1, а длина зависит от покрытия. Обозначим минимальную длину плитки в покрытии C через $L(C)$, а число секторов покрывающих одну плитку через $Q(C)$.

Задача P2. Для произвольных значений параметров сектора построить регулярное покрытие $C(R, \alpha)$ полосы S секторами (R, α) , в котором отношение $d(C) = Q(C)/L(C)$ принимает минимальное значение.

2. Модели покрытия

В работе в качестве приближённых решений задач P1 и P2 предлагается рассмотреть три покрытия, которые кажутся наиболее перспективными и которые могут быть использованы в дальнейшем для анализа других более сложных покрытий. Все доказательства опущены. Читатель может найти основные доказательства в [9].

2.1. Модель M1.

Пусть $0.5 < R \sin \alpha$. 1. Определим *пару секторов* внутри полосы, одни стороны которых лежат на противоположных границах полосы, а другие касаются друг друга. Пара секторов покрывает прямоугольник $GBCF$ (рис. 1), который является частью полосы. Покрытие M1 строится парами секторов, как показано на рис. 1. В этом регулярном покрытии плиткой является прямоугольник $GBCF$, высота которого совпадает с шириной полосы и равна 1. При этом полоса разбивается на одинаковые плитки, и все плитки покрываются единообразно парой секторов.

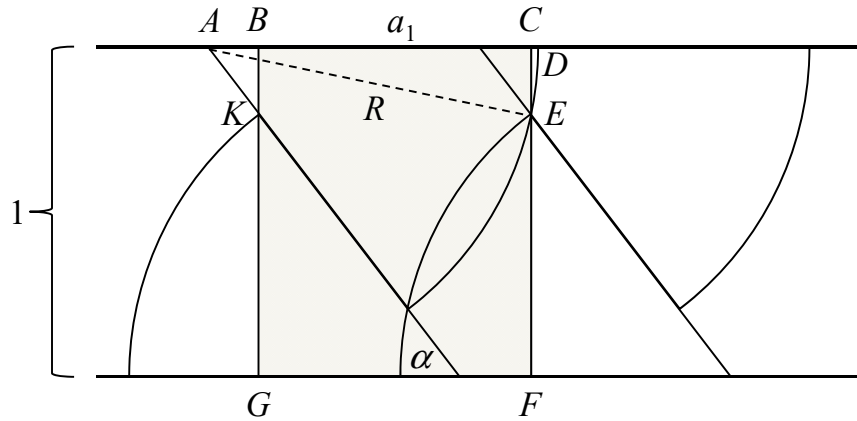


Рисунок 1 – Покрытие M1

Лемма 1. Плотность покрытия M1 вычисляется по формуле

$$d(M1(R, \alpha)) = \frac{\alpha R^2 \sin \alpha}{\sin \alpha \sqrt{R^2 - (1 - R \sin \alpha)^2} - (1 - R \sin \alpha) \cos \alpha}.$$

Лемма 2. Значения целевой функции задачи P2 для покрытия M1 вычисляется по формуле

$$\sigma(M1(R, \alpha)) = \frac{2 \sin \alpha}{\sin \alpha \sqrt{R^2 - (1 - R \sin \alpha)^2} - (1 - R \sin \alpha) \cos \alpha},$$

и принимает минимальное значение равно $2 \sin \alpha$ при $R \sin \alpha = 1$.

2.2. Модель M2.

Пусть теперь $R \sin \alpha \leq 0.5$. 1. Рассмотрим покрытие, представленное на рис. 2. Обозначим его через M2. Модель покрытия M2 имеет много общего с моделью M1. Одна сторона каждой пары секторов лежит на границе полосы, и секторы одной пары не пересекаются, но часть сектора выходит за пределы полосы (рис. 2).

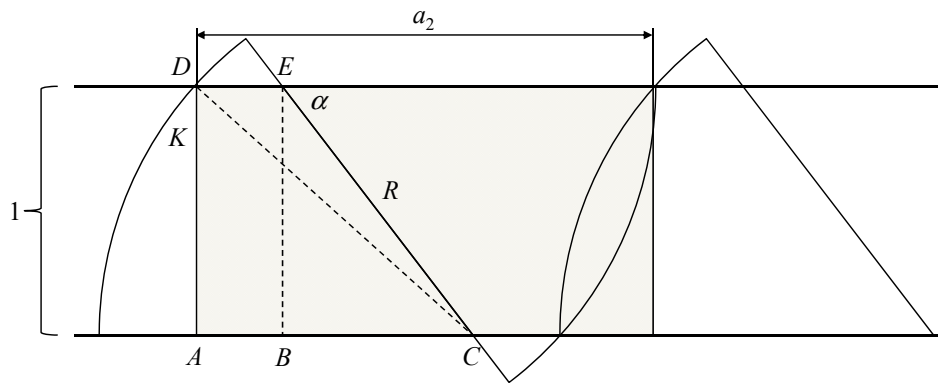


Рисунок 2 – Покрытие M2

Лемма 3. Плотность покрытия M2 вычисляется по формуле

$$d(M2(R, \alpha)) = \frac{\alpha R^2 \sin \alpha}{\sin \alpha (\sqrt{R^2 - 1} + R) - \cos \alpha}.$$

Лемма 4. Целевая функция задачи P2 для покрытия M2 задаётся функцией

$$\sigma(M1(R, \alpha)) = \frac{2 \sin \alpha}{\sin \alpha (\sqrt{R^2 - 1} + R) - \cos \alpha},$$

которая убывает с ростом R и α .

2.3. Модель M3.

Пусть ни одна из сторон сектора не лежит на границе полосы и выполняется неравенство $R \cos(\alpha/2) > 1$. Покрытие, представленное на рис. 3, обозначим через M3. В данном покрытии каждый из секторов опирается хотя бы одним концом дуги на границу полосы, и ось сектора находится под некоторым углом к границе полосы, а касающиеся секторы направлены в противоположные стороны.

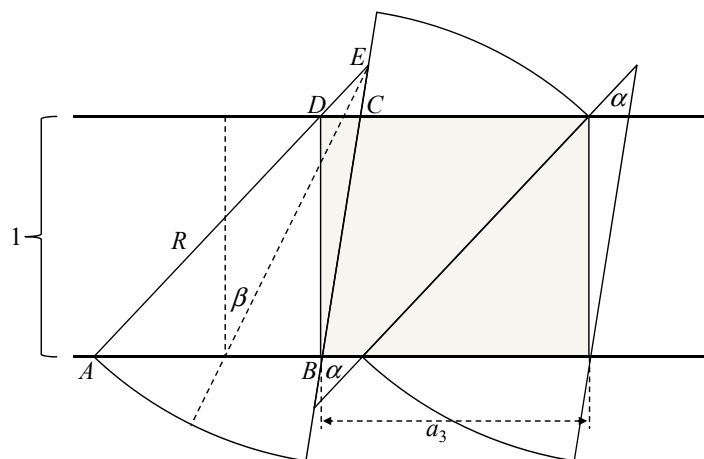


Рисунок 3 – Покрытие M3

Введём параметр β – угол между осью сектора и прямой, перпендикулярной границам полосы (рис. 3). Очевидно, $0 < \beta < \pi/2 - \alpha/2 - \arcsin(1/R)$.

Лемма 5. Плотность покрытия М3 задаётся формулой

$$d(M3(\alpha, R, \beta)) = \frac{\alpha R^2 \cos(\beta - \alpha/2) \cos(\beta + \alpha/2)}{\sin \alpha (2R \cos(\beta + \alpha/2) - 1)}.$$

Лемма 6. Целевая функция задачи P2 для покрытия М3 задаётся функцией

$$\sigma(M3(R, \alpha)) = \frac{2}{\sin \alpha} \min \left\{ \frac{\cos^2(\alpha/2)}{2R \cos(\alpha/2) - 1}; \frac{\sin^2(\alpha + \arcsin(1/R))}{2R \sin(\alpha + \arcsin(1/R)) - 1} \right\},$$

которая не менее

$$\frac{1}{R\sqrt{2} - 1}.$$

3. Сравнительный анализ моделей М1, М2 и М3

Определение 3. Под *лучшим покрытием* будем понимать покрытие с меньшим значением целевой функции среди моделей М1, М2 и М3.

Сравнительный анализ, который проводился с использованием пакета Maple 17.02, показал, что для обоих критериев каждое из описанных выше покрытий может быть лучшим при тех или иных параметрах сектора.

В каждой точке плоскости (α, R) вычислялись значения $d(M1(\alpha, R))$, $d(M2(\alpha, R))$ и $d(M3(\alpha, R))$, а также $\sigma(M1(\alpha, R))$, $\sigma(M2(\alpha, R))$ и $\sigma(M3(\alpha, R))$ и выбиралось минимальное значение (по разным критериям) из них. Модель покрытия соответствующая минимальному значению целевой функции являлась лучшей для этих значений параметров. Области предпочтения для задачи P2 изображены на рис. 4.

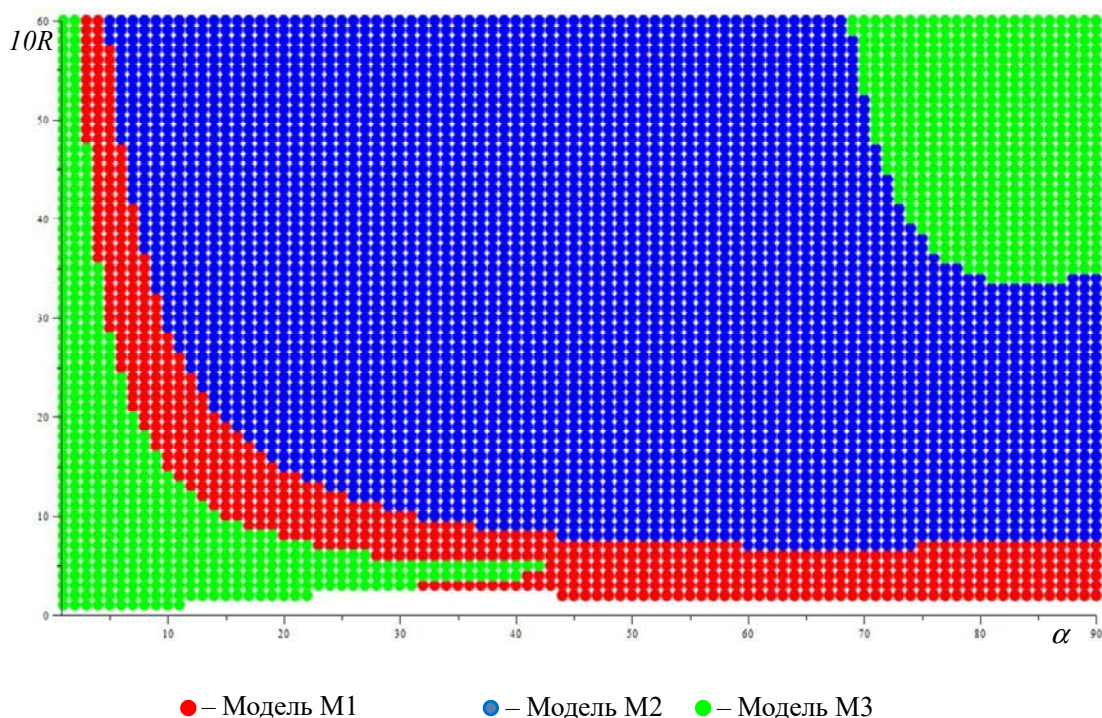


Рисунок 4 – Области предпочтения моделей покрытия

На рис. 4 изображены области предпочтения для задачи P2 при изменении угла от 1 до 90 и $R \in [0.1, 6.0]$. При изменении максимально возможного значения R рисунок также изменится, но его характер останется прежним.

Для задачи P1 области предпочтения несколько другие. Их можно посмотреть в [8].

В некоторых устройствах, таких, например, как видеокамеры, угол и радиус связаны естественным соотношением

$$R^2 \alpha / 2 = S = const. \quad (1)$$

Т.е. чем больше радиус, тем меньше угол и наоборот. Соотношение (1) ограничивает области изменения параметров сектора. Введём функцию

$$\Sigma_S(\alpha) = \min\{c(M1(S, \alpha)), c(M2(S, \alpha)), c(M3(S, \alpha))\},$$

в которой $c(Mk(S, \alpha))$ – это значение целевой функции задачи P2 при выполнении условия (1), а $k = 1, 2, 3$. На рис. 5 представлен график функции $\Sigma_S(\alpha)$ при $S = 6$. Аналогичный график для задачи P1 можно найти в [8].

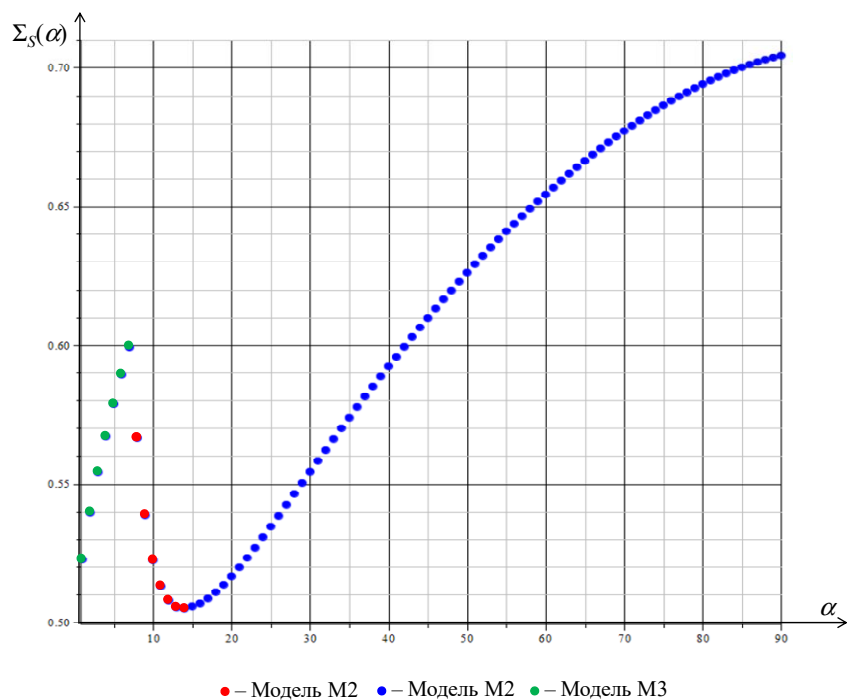


Рисунок 5 – Минимальные значения функционала задачи P2

4. Заключение

В данной работе представлены результаты сравнительного анализа трёх моделей покрытия полосы одинаковыми секторами с учётом двух критериев: плотности и количества секторов на единицу длины полосы. В зависимости от значений параметров сектора каждая из моделей может оказаться предпочтительной по любому из рассмотренных критериев.

Если параметры сектора связаны соотношением (1), то, в случае регулируемых параметров сенсора, можно определить лучшее значение угла (см. рис. 5). Например, при $S = 6$ минимальное значение функционала задачи P2 достигается при угле сектора примерно 14 .

Литература

1. Астраков С.Н., Ерзин А.И., Залюбовский В.В. Сенсорные сети и покрытие плоскости кругами // Дискретный анализ и исследование операций, 2009, 16(3), 3-19.
2. Астраков, С.Н., Ерзин, А.И. Построение эффективных моделей покрытия при мониторинге протяженных объектов // Вычислительные технологии, 2012, 17(1), 26-34.
3. Астраков, С.Н., Ерзин, А.И. Покрытие бесконечной полосы кругами одного и двух радиусов // Труды ИВМиМГ, Информатика, 9, Новосибирск, 2009, 143-148.
4. Astrakov, S.N., Erzin, A.I. Efficient band monitoring with sensors outer positioning // Optimization, 2013, 62(10), 1367–1378.
5. Астраков, С.Н., Ерзин, А.И. Сенсорные сети и покрытие полосы эллипсами // Вычислительные технологии, 2013, 18(2), 3-11.
6. Deshpande, N., Shaligram, A. Energy Saving in WSN with Directed Connectivity // Wireless Sensor Networks, 2013, 5(6), 121–125.
7. Erzin, A.I., Astrakov, S.N. Min-density stripe covering and applications in sensor networks. In: Murgante, B. et al. (eds.) ICCSA 2011. LNCS, 2011, vol. 6784, 152–162.
8. Ерзин, А.И., Шабельникова, Н.А. О плотности покрытия полосы одинаковыми секторами // Дискретный анализ и исследование операций. 2015, 22(4), 21-3.
9. Erzin A. I., Shabelnikova N. A. On the Density of a Strip Covering with Identical Sectors // Journal of Applied and Industrial Mathematics, 2015, 9(4), 461–468.
10. Erzin, A., Shabelnikova, N., Osotova, L., Amirgaliyev, Y. Wireless Sensor Networks and Computational Geometry Problems // Совместный выпуск журнала Вычислительные технологии, Том 20 и Вестник КАЗНУ им. Аль-Фараби. Серия математика, механика и информатика, 2015, № 3 (86). Часть I, 126-132.
11. Erzin, A., Shabelnikova, N., Amirgaliyev, Y. Wireless Sensor Networks and Covering of the Stripe with Equal Sectors // Proc. 12th Int. Conf. on Electronics Computer and Computation (ICECCO 2015), Almaty, Kazakhstan, 27–30 Sept., 2015, 13-16.
12. Erzin A., Shabelnikova N. Sensor Networks and Optimal Regular Covering of the Plane with Equal Sectors // Proc. 2015 Int. conf. on Electrical, Automation and Mechanical Engineering (EAME 2015). Book Series: AER-Advances in Engineering Research Vol. 15, 415-417.
13. Erzin, A., Shabelnikova, N., Zalyubovskiy, V. 2016. Covering the Plane with Equal Sectors. In Proceedings of the 10th International Conference on Ubiquitous Information Management and Communication (IMCOM '16). ACM, New York, NY, USA, Article 9, 8 pages. doi: 10.1145/2857546.2857556.
14. Fan, G., Jin, S. Coverage Problem in Wireless Sensor Network: A Survey // J. Networks, 2010, 5(9), 1033–1040.
15. Fejes Toth, L. Covering the Plane with Two Kinds of Circles // Discrete & Computational Geometry, 1995 13(3), 445–457.
16. Guvensan, M.A., Yavuz, A.G. On Coverage Issues in Directional Sensor Networks: A Survey. Ad Hoc Networks, 2011, 9(7), 1238–1255.

17. Han, X., Cao, X., Lloyd, E.L., Shen, Ch.-Ch. Deploying Directional Sensor Networks with Guaranteed Connectivity and Coverage. In: 5th Annual IEEE Communication Society Conf. on Sensors, Mesh and Ad Hoc Communications and Networks, pp. 153–160. IEEE eXpress Conf. Publ., Piscataway (2008).
18. Kershner, R. The Number of Circles Covering a Set // American Journal of Mathematics, 1939, 61(3), 65–671.
19. Liang, C.-K., Lo, Y.-S. A Deployment Scheme Based Upon Virtual Force for Directional Sensor Networks // Sensors & Transducers, 2015, 194(11), 35–41.
20. Liu, L., Zhang, X., Ma, H. Exposure-Path Prevention in Directional Sensor Networks Using Sector Model Based Percolation. In: IEEE Int. Conf. on Communication, pp. 274–278. IEEE eXpress Conf. Publ., Piscataway (2009).
21. Ma, H., Liu, Y. Some Problems of Directional Sensor Networks // Int. J. of Sensor Networks, 2007, 2(1/2), 44–52.
22. Mohamadi, H., Salleh, S., Razali, M.N. Heuristic methods to maximize network lifetime in directional sensor networks with adjustable sensing ranges // J. of Network and Computer Applications, 2014, 46, 26–35.
23. Ssu, K.-F., Wang, W.-T., Wu, F.-K., Wu, T.-T. K-Barrier Coverage with a Directional Sensing Model. Int. J. on Smart Sensing and Intelligent Systems, 2009, 2(1), 75–93.
24. Zalyubovskiy, V., Erzin, A., Astrakov, S., Choo, H. Energy-efficient area coverage by sensors with adjustable ranges // Sensors, 2009, 9, 2446–2469.

СОЗДАНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕЙСА ПРИКЛАДНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЦЕНАРИЕВ АВАРИЙНОГО ВЗРЫВА РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

**Жубатов Ж., Хикметов А.К., Жакебаев Д.Б., Абдибеков А.У.,
Каржаубаев К.К**

e-mail: askar.khikmetov@kaznu.kz

*РГП НИЦ Фарыш Экология
ДГП НИИ Механики и математики, КазНУ им. аль-Фараби*

***Аннотация.** В данной статье рассматривается разработка графического интерфейса прикладной программы для моделирования сценариев аварийного взрыва ракеты-носителя. Для создания данной геоинформационной системы применялись современные методы математического моделирования и технологии построения интерфейсов пользователя.*

Ракетно-космическая деятельность (РКД), которая в последние годы так интенсивно развивается в Республике Казахстан, породила огромное количество проблем и стала привлекать внимание не только специалистов, но и широкие слои населения. Как известно, негативным моментом РКД относится, прежде всего, загрязнение окружающей среды отделяющимися деталями ракетносителей, а также токсическими компонентами ракетного топлива (гептил и его производные, азотный тетраоксид и др.). При этом происходят сверхмощные пиковые воздействия, залповые выбросы тепловой энергии и опасных веществ, загрязнение окружающей среды ракетно-космическим мусором и ядовитым ракетным топливом, причем, как жидким, так и твердым.

Все стадии цикла РКД, могут представлять экологическую опасность, что зачастую определяет очень большие, фактически, глобальные, масштабы проблемы. В первую очередь, это непосредственное загрязнение окружающей среды токсичными компонентами самого ракетного топлива, а также продуктами его горения. Так при запуске ракетносителя «Протон» только плановый выброс в атмосферу остатков неотработанного гептила из 1-й и 2-й ступеней составляет 2,7 тонны, а в случае аварии ракетносителя в атмосферу выбрасываются десятки тонн этого высокотоксичного горючего. При этом сильные турбулентные потоки в атмосфере приводят к быстрому перемешиванию выброшенных химических компонентов с большими объемами воздуха и распространению их на большие расстояния.

Система мониторинга последствий аварийных взрывов ракетносителей на основе геоинформационных технологий, позволит автоматизировать процесс приема и обработки информации об аварийных ситуациях, обеспечит геоинформационное моделирование распространения остатков ракетного топлива, с учетом характеристик местности, погодных условий и масштабов аварии, а также представлять результаты лицу, принимающему дальнейшее решение по ликвидации аварии.

В решении задач данного класса не обойтись без использования современных информационных технологий, среди которых особое место занимают геоинформационные системы (ГИС). Как известно, ГИС - система сбора, хранения, анализа и графической визуализации пространственных данных и связанной с ними информацией о необходимых объектах.

Программный комплекс позволяет не только отображать на географической карте расположение явлений и объектов, но и оперировать большими массивами разнообраз-

ной информации, на основе которой принимаются решения по управлению ресурсами и процессами.

На сегодняшний день одной из самых популярных коммерческих ГИС является ArcGIS (Esri Inc.). ArcGIS обладает рядом преимуществ над подобными программами, однако высокая цена, особенно в случае развертывания большой корпоративной среды, делает невозможным использование данной ГИС при ограниченном бюджете. Необходимо также отметить, что ГИС ArcGIS ограничена по функциональности в случае необходимости расчета загрязнения водной среды от источников добычи нефти и от маршрутов ее транспортировки.

При прогнозе и оценке масштабов загрязнения почвы и приземного слоя атмосферы при аварийных падениях ракеты-носителей необходимо использовать не только зарубежное закрытое ПО, но и отечественные программные комплексы, дополненные современными математическими моделями и методами.

Основными задачами для созданной веб ГИС являются:

1. Использование электронных, векторных карт для более точного отображения исследуемой территории;
2. Удобный графический интерфейс пользователя;
3. Расширяемый модуль математического моделирования сценариев аварийного взрыва ракеты-носителя;
4. Клиент-серверная архитектура;
5. Создание протокола обмена сообщениями между клиентской и серверной частью.

ГИС моделирования сценариев аварийного взрыва ракеты-носителя создана с использованием технологии создания настольных графических кроссплатформенных приложениях JavaFX (JXML) на языке программирования Java. Благодаря системе разметки графического интерфейса - JFXML удалось отделить логику работы интерфейса от остальной части программы. Функции отображения векторной карты возложены на стандартный компонент JavaFx - Canvas модифицированный для объектно-ориентированного отображения различных слоев географической информации. Различные режимы работы с графическим интерфейсом представлены на рисунках 1-2.

Источником векторных слоев карт являются так называемые шейпфайлы появившиеся в программном продукте ArcView GIS Version 2 (shapefile). Шейпфайл – набор двоичных файлов хранящих пространственную и атрибутивную информацию по некоторому географическому объекту. Шейпфайлы не содержат топологической надстройки, они имеют ряд преимуществ перед другими источниками данных, например, более быструю прорисовку и возможность редактирования. Шейпфайлы работают с объектами, которые могут перекрываться или совсем не соприкасаться. Они обычно требуют меньшей дисковой памяти (за счет хранения данных в двоичном виде) и более просты при чтении и записи. Подробное техническое описание структуры и содержания шейпфайла приведено в [1]. В пользовательской программе активные слои векторных карт хранятся в виде списка стандартного типа ArrayList. Добавление нового векторного слоя в пользовательскую программу реализуется с помощью логики добавления нового элемента в список ArrayList.

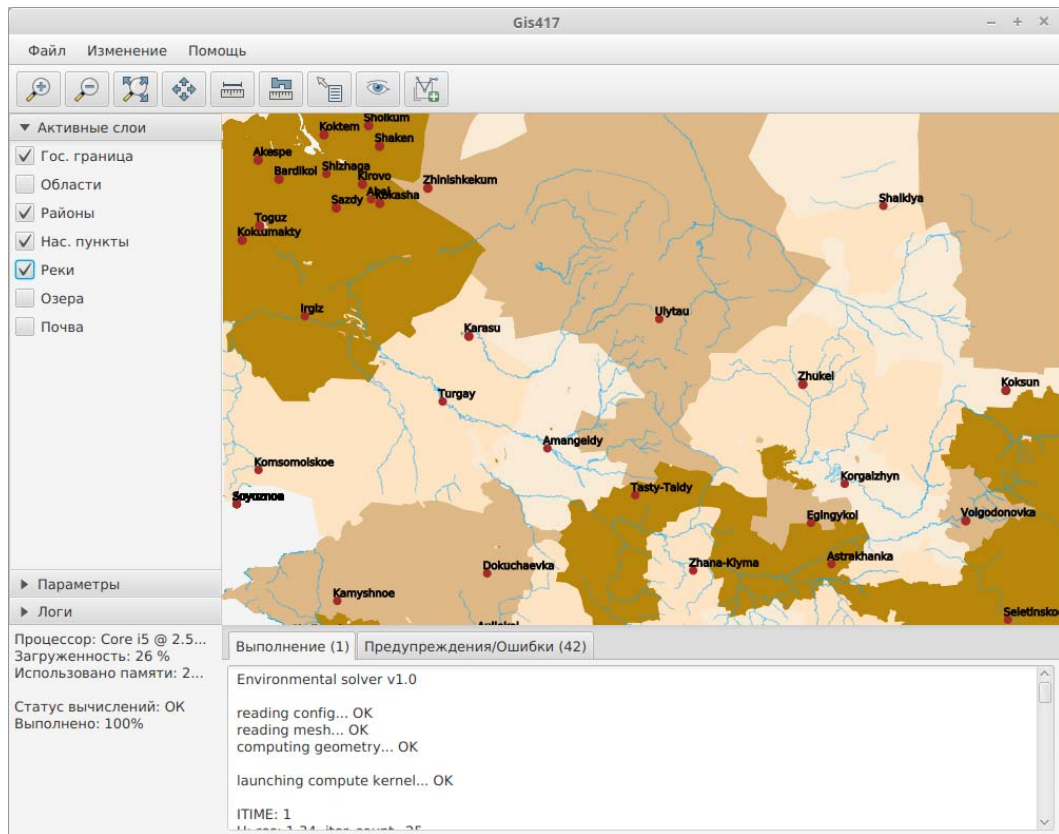


Рисунок 1 - Главное окно программы с загруженными векторными слоями

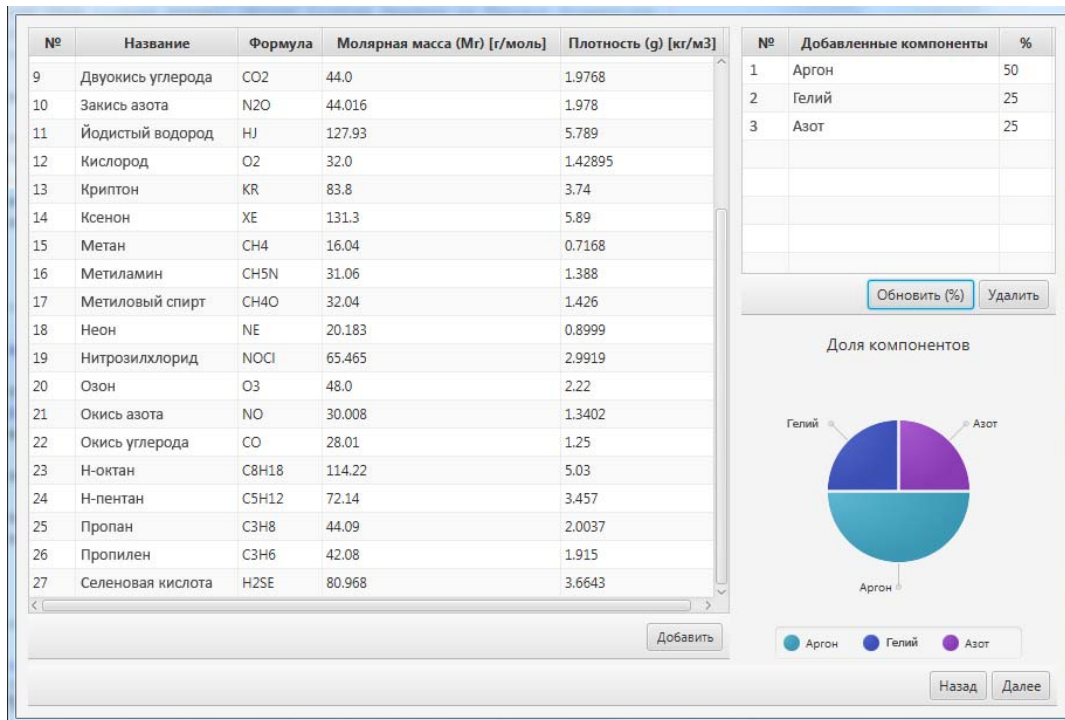


Рисунок 2 - Окно выбора начальных параметров из локальной базы параметров

Главное окно программы приведено на рис. 1. Логически главное окно разделено на пять логических областей:

1. Главное меню. В данном меню пользователь может выбирать различные функции и настройки программы. К примеру, вызов мастера графиков, осуществляется через данное окно.

2. Панель инструментов. В панели инструментов пользователь в один клик может вызывать различные возможности программы. Описание назначения каждой кнопки в панели инструментов: увеличение масштаба отображения, уменьшение масштаба отображения, восстановление исходных размеров, инструмент линейка для измерения расстояния на карте, измерение площади, создание скриншота, вызов мастера начальных данных математической модели, указание источника распространения компонент ракетного топлива, запуск расчетов, выход из программы. Данные инструменты необходимы для облегчения доступа к наиболее часто используемым возможностям программы.

3. Область прорисовки векторной карты и результатов расчета. Прорисовка карт и географических точек – населенных пунктов осуществляется посредством применения шейпфайла, рисунки соответствующие географическим данным прорисовываются в векторном режиме, что исключает эффекты пикселизации при интенсивном масштабировании. Необходимо отметить что карта зоны падений ступеней ракеты-носителей, карта административно-территориальных делений и населенных пунктов реализованы на различных векторных картах, соответственно, программа позволяет производить прорисовку многих карт послойно, позволяя накладывать больше информации в одну область прорисовки. На первом этапе все слои прорисовываются по запросу, то есть происходит чтение файлов векторных слоев и сама прорисовка их. Это позволяет заметно снизить использование памяти, однако данный подход может сказаться на скорости и отзывчивости пользовательского интерфейса.

4. Панель управления анимацией. В данной панели возможно производить анимацию уже проведенного численного моделирования, производить навигацию по анимации посредством инструмента линейка. Необходимо отметить что процесс анимации и проведения расчетов (численного моделирования) осуществлены в отдельных потоках взаимодействующих механизмами меж поточного взаимодействия, благодаря чему возможно проведение анимации в режиме реального времени на основе результатов численного моделирования.

5. Панель вывода. В данной панели имеется две вкладки в которые выводятся сообщения о текущих действиях программы и сообщения об ошибках. В данную панель также выводятся сообщения поступающие от численной реализации в процессе расчета.

6. Вспомогательная область прорисовки. В данной области, визуально совмещенной с главной областью прорисовки происходит вывод на экран дополнительной информации, такой как величина относительной концентрации загрязняющих веществ, цвета для выделения зон концентрации, и указываются географические координаты (долгота/широта) выделенной точки на карте.

Модуль ввода параметров расчета реализован как дочернее окно. Дочернее окно создано на основе класса наследуемого от класса Frame (Рис. 3). На текущий момент математическая модель допускает ввод нижеследующих данных:

1. Физико-химические свойства газов облака

- Молярная масса газов
- Плотность газов
- Кинематическая вязкость

- Динамическая вязкость
- Давление насыщенных паров
- 2. Физико-химические свойства почвы
 - Масса почвы
 - Плотность почвы
 - Диаметр и масса частиц почвы
 - Влагоемкость почвы
- 3. Гидрометеорологические условия
 - Направление ветра
 - Скорость/сила ветра
 - Нестационарный сценарии изменения направления и скорости ветра
 - Температура окружающей среды
 - Давление атмосферы
 - Влажность
- 4. Точные географические координаты взрыва ракетносителя
 - долгота/широта источника
- 5. Время расчета
 - Время в час. в течение которого будет проведено численное моделирование
- 6. Модуль расчета параметров начального формирования облака
 - Мощность взрыва
 - Размер высоты поднятия облака
 - Объем облака
 - Массы почвы, поднятой взрывом

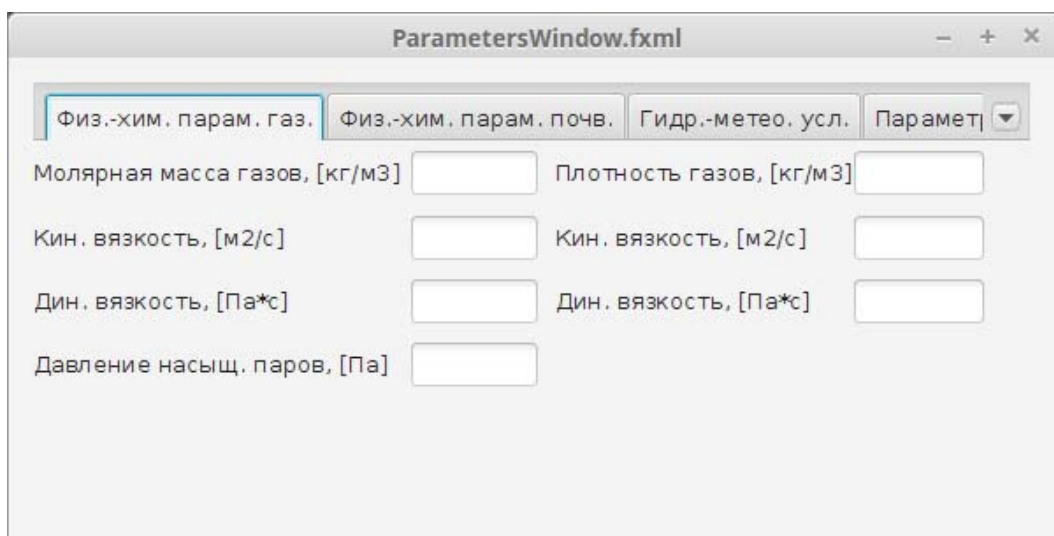


Рисунок 3- Окно ввода начальных параметров для расчета.

Указание области на карте где произошел взрыв ракетносителя производится в два этапа. В первом этапе в меню Edit выбирается пункт Set source. После чего достаточно кликнуть на карте место в котором произошел начальный аварийный взрыв. Далее в меню Edit необходимо выбрать пункт Set coords. После чего на экране появиться окно ввода географических координат эволюции координаты места взрыва ракетносителя.

Модуль математического моделирования формирования облака в результате взрыва ракетносителя основан на решении нестационарных отфильтрованных уравнений Навье-Стокса, уравнении неразрывности для каждой компоненты в декартовой си-

стеме координат, уравнение для температуры и концентрации, уравнения движения частицы, уравнение изменения траектории частицы. Для замыкания системы уравнения принимаются свободные граничные условия во всех направлениях.

Для решения задачи используется схема расщепления по физическим параметрам, которая состоит из пяти этапов. Для уравнения импульса на первом этапе промежуточное поле скорости находится методом дробных шагов с использованием метода Адамса-Башфорта с четвертым порядком точности по пространству и третьем по времени [3, 4]. На втором этапе, по найденному промежуточному полю скоростей, находится поле давления с применением метода матричной прогонки [5]. На третьем этапе пересчитывается окончательное поле скоростей. На четвертом этапе, по найденным полям скоростей смеси решаем уравнения для температуры и концентраций компонентов с учетом массовых сил, в дальнейшем определяем парциальную плотность и динамическую вязкость каждой компоненты. На пятом этапе, решаются уравнений движения и изменения траектории частицы.

Таким образом, разработан графический интерфейс программно-технического комплекса по моделированию динамики облака, образовавшегося при наземном взрыве ракеты-носителя, для расчета и визуализации: остатка топлива на момент падения; силы взрыва; механического и химического состава в зависимости от типа почвы; температуры внутри облака; движения облака под воздействием сезонных климатических. Графический интерфейс пользователя позволяет быстро вводить исходные данные, проводить многократные численные эксперименты с различными входными данными, и визуализировать результаты моделирования.

Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант №0383/ГФ4.

Литература

1. Руководство по работе с технологией JavaFx 8 [электронный ресурс], – режим доступа к ресурсу: <http://docs.oracle.com/javase/8/javase-clienttechnologies.htm>
2. Shapefile: Technical description, l-'SH 1. ESRI Corporation, 1998. - 34 pp.
3. J.Kim, P. Moin, 1985. Application of a fractional – step method to incompressible Navier- Stokes equations // J. Comp. Phys. vol.59, pp.308-323.
4. Samarskii, A.A., Nikolaev, E.S. 1978. Methods for solving grid equations. Nauka, pp. 73-120.
5. B. T. Zhumagulov, D. B. Zhakebayev, and A. U. Abdibekova. The decay of MHD turbulence depending on the conductive properties of the environment. Magnetohydrodynamics, 50, No. 2, 2014.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СИСТЕМ ГЕОРАДИОЛОКАЦИИ

Искаков К.Т., Кусаинова А.Т.

Email: ainurkussainova89@gmail.com

Евразийский Национальный Университет им. Л.Н. Гумилева, Казахстан

Абстракт. В работе представлено исследование возможностей и характеристик методов снижения уровня шума при обработке сигналов, основанных на применении вейвлет-технологии: снижения уровня шума вейвлет анализ радарограммы в системе MatLab; анализ радарограмм георадара Лоза вейвлетами Хаара и Добеши; анализ радарограмм георадара Зонд вейвлетами Хаара и Добеши. Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных наблюдений. Представлена обратная коэффициентная задача для многомерного уравнения электродинамики в линейном приближении в дискретной постановке. Коэффициентная обратная задача по определению диэлектрической проницаемости, зависящей от двух переменных, определяется оптимизационным методом. Построены соответствующие разностные сопряженные задачи.

1. Исследование возможностей и характеристик методов снижения уровня шума при обработке сигналов, основанных на применении вейвлет-технологии.

Основная область применения вейвлетных преобразований – анализ и обработка сигналов и функций, нестационарных во времени или неоднородных в пространстве, когда результаты анализа должны содержать не только частотную характеристику сигнала (распределение энергии сигнала по частотным составляющим), но и сведения о локальных координатах, на которых проявляют себя те или иные группы частотных составляющих или на которых происходят быстрые изменения частотных составляющих сигнала. По сравнению с разложением сигналов на ряды Фурье вейвлеты способны с гораздо более высокой точностью представлять локальные особенности сигналов.

Дискретное вейвлет преобразование радарограммы получают применением набора фильтров. Сначала радарограмма x пропускается через низкочастотный (НЧ) фильтр с импульсным откликом g , и получается свёртка:

$$y[n] = (x * g)[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]g[n-k]$$

Одновременно сигнал раскладывается с помощью высокочастотного (ВЧ) фильтра h . В результате получают детализирующие коэффициенты (после ВЧ-фильтра) и коэффициенты аппроксимации (после НЧ-фильтра).

Объектом исследования является железная бочка с диаметром 59 см закопанная на глубине 220 см. Результатом георадиолокационного обследования является набор одиночных трасс (сигналов), зарегистрированных приемной антенной при каждом положении георадара. Радарограмма сканирования бочки получена георадаром Лоза. Одиночная трасса этой радарограммы (рисунок 1) обработана пакетом Wavelet Toolbox системы численно-математического моделирования MatLab.

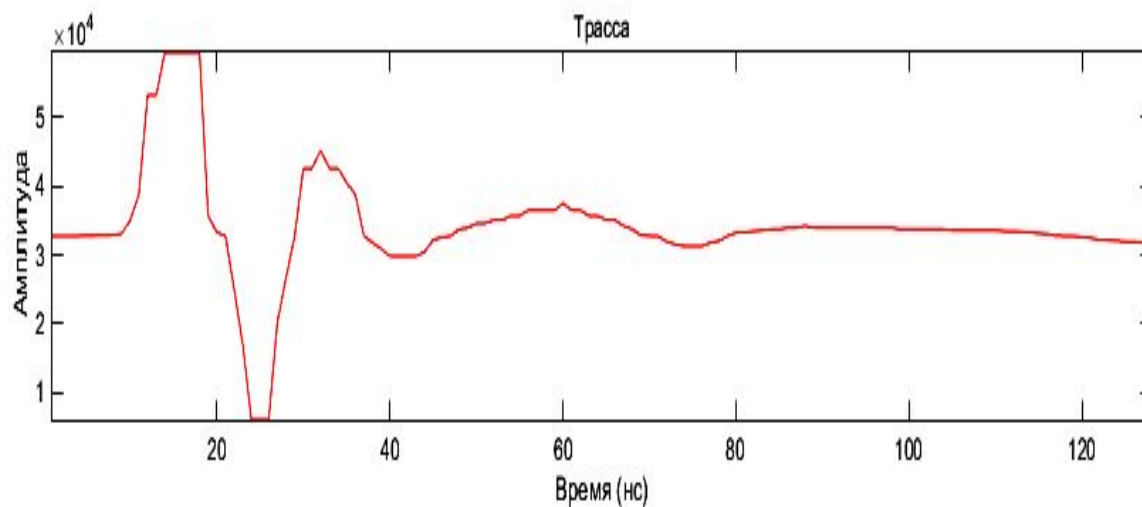


Рисунок 1 - График трассы радарограммы

Обработка трассы радарограммы вейвлетами Хаара

Дискретное вейвлет преобразование Хаара для одномерного сигнала s вычисляется следующим образом:

$$a_j = \frac{s_{2j} + s_{2j+1}}{2},$$

$$d_j = \frac{s_{2j} - s_{2j+1}}{2}$$

К сигналу a_j применяется аналогичная операция и так же получить два сигнала, один из которых является аппроксимирующей версией a_j , а другой содержит детализирующую информацию, необходимую для восстановления a_j .

Возможно многократное применение вейвлет-обработки георадиолокационного сигнала, что приводит к увеличению детализации исходного сигнала вплоть до частоты самого вейвлета. На практике избыточная детализация делает сигнал менее наглядным. Для большинства георадиолокационных сигналов достаточно 5 повторений вейвлет-обработки для повышения разрешающей способности сигнала без потери, огибающей импульса.

Обратное преобразование Хаара выглядит следующим образом:

$$s_{2j} = a_j + d_j, s_{2j+1} = a_j - d_j.$$

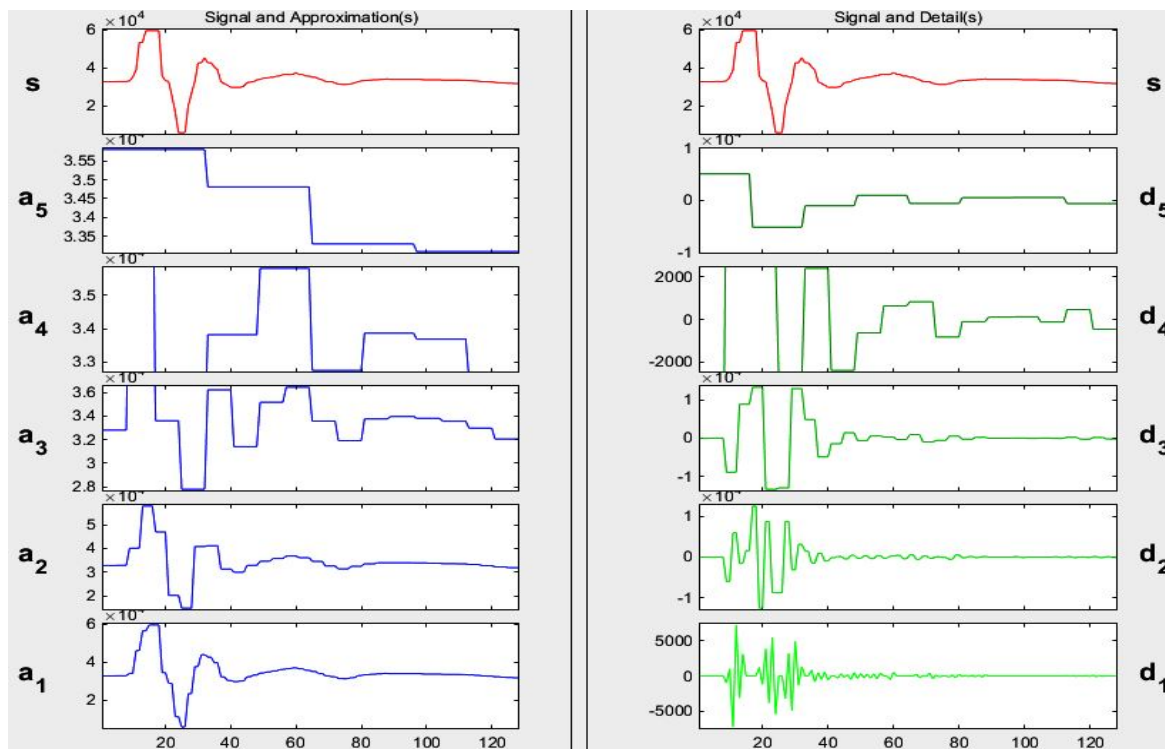


Рисунок 2 - Результаты обработки трассы вейвлетами Хаара

Результаты преобразования трассы вейвлетами Хаара представлены на рисунке 2. Дискретное вейвлет-преобразование может использоваться для простого и быстрого удаления шума с зашумлённого сигнала. Если мы возьмём только ограниченное число наиболее высоких коэффициентов спектра дискретного вейвлет-преобразования, и проведём обратное вейвлет-преобразование (с тем же базисом) мы можем получить сигнал очищенный от шума (рисунок 3).

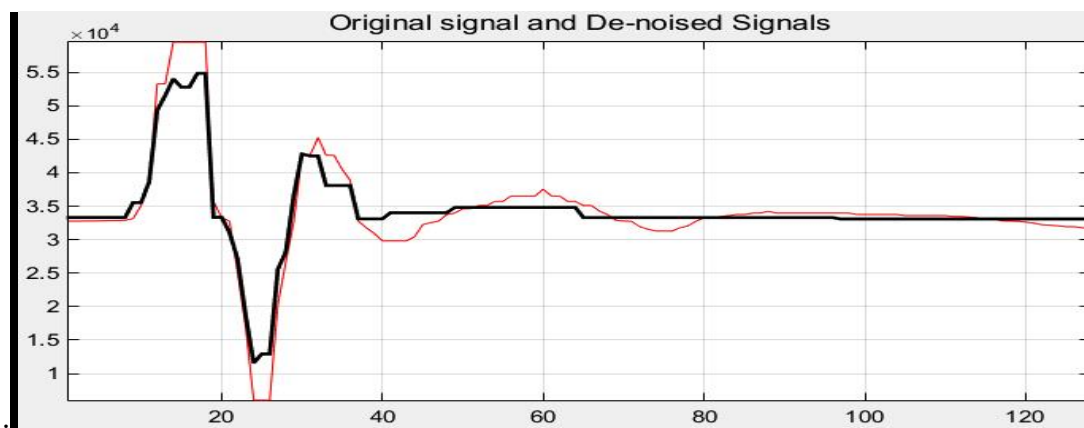


Рисунок 3 - Трасса очищенная вейвлетами Хаара

Аналогичный анализ и очистка сигнала также осуществлялось и вейвлетами Добеши.

2. Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных наблюдений.

Рассматривается обратная коэффициентная задача для многомерного уравнения электродинамики в линейном приближении в дискретной постановке. Коэффициентная обратная задача по определению диэлектрической проницаемости, зависящей от двух переменных, определяется оптимизационным методом. Выписан дискретный аналог формулы для вычисления градиента функционала. Построены соответствующие разностные сопряженные задачи.

Наиболее часто используемым методом моделирования работы георадара является решение уравнения Максвелла во временной области методом конечных разностей [1]. Этот метод позволяет описать сложную геометрию антенн, объекта и произвольное распределение диэлектрической проницаемости. С этой целью рассмотрена постановка прямой задачи для системы уравнений Максвелла [2 – 3]:

$$\begin{cases} \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \text{rot} \vec{H} + \sigma \vec{E} + \vec{j}^{cm} = 0, & x_3 \neq 0, x \in \mathfrak{R}, \\ \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \text{rot} \vec{E} = 0, & t > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь: $\vec{E} = (E_1, E_2, E_3)^T$, $\vec{H} = (H_1, H_2, H_3)^T$ - векторы напряженности электрического и магнитного полей; ε, μ - диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; σ - проводимость среды; \vec{j}^{cm} - плотность сторонних токов.

Пусть до момента времени $t = 0$, поле отсутствует:

$$(\vec{E}, \vec{H}) \Big|_{t < 0} = 0, \quad \vec{j}^{cm} \Big|_{t < 0} = 0. \quad (2)$$

На плоскости $x_3 = 0$, тангенционные компоненты векторов \vec{E}, \vec{H} , удовлетворяют условиям непрерывности:

$$E_j \Big|_{x_3 = -0} = E_j \Big|_{x_3 = +0}, \quad H_j \Big|_{x_3 = -0} = H_j \Big|_{x_3 = +0}, \quad j = 1, 2. \quad (3)$$

Для отыскания коэффициента ε зададим дополнительную информацию:

$$E_j \Big|_{x_3 = 0} = \chi_j(x_1, x_2, t), \quad H_j \Big|_{x_3 = 0} = \eta_j(x_1, x_2, t), \quad j = 1, 2. \quad (4)$$

Предположим, что коэффициенты диэлектрической проницаемости в области \mathfrak{R} представим в виде:

$$\varepsilon = \varepsilon_0(x_3) + \varepsilon_1(x_1, x_3). \quad (5)$$

Полагаем, что коэффициенты $\varepsilon_1(x_1, x_3)$ малы по сравнению с коэффициентом $\varepsilon_0(x_3)$.

Предположения малости коэффициента $\varepsilon_1(x_1, x_3)$ позволяют использовать метод линеаризации.

Представим векторы электрической и магнитной напряженностей в виде:

$$\vec{E} = E^0 + E^1, \quad \vec{H} = H^0 + H^1. \quad (6)$$

Где: (E^0, H^0) - решение задачи (7), здесь и в дальнейшем считаем, что $\bar{E}^0 = E^0$, $\bar{H}^0 = H^0$, $\bar{E}^1 = E^1$, $\bar{H}^1 = H^1$, $\bar{j}^{cm} = j^{cm}$.

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E^0 - \text{rot} H^0 + \sigma E^0 + j^{cm} = 0, \\ \mu \frac{\partial}{\partial t} H^0 + \text{rot} E^0 = 0, \\ (E_0, H_0)|_{t < 0} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Пренебрегая величиной $\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} E^1$, получим для (E^1, H^1) , следующую задачу:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E^1 - \text{rot} H^1 + \sigma E^1 = -\varepsilon_1 \frac{\partial}{\partial t} E^0, \\ \mu \frac{\partial}{\partial t} H^1 + \text{rot} E^1 = 0, \\ (E^1, H^1)|_{t < 0} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

На плоскости $x_3 = 0$ тангенциальные компоненты векторов (E^0, H^0) , (E^1, H^1) удовлетворяют условиям непрерывности:

$$[E_j^0]_{x_3=0} = [H_j^0]_{x_3=0} = 0, \quad [E_j^1]_{x_3=0} = [H_j^1]_{x_3=0} = 0. \quad (9)$$

Информацию (4) запишем в виде:

$$(E^1)_j \Big|_{x_3=0} = \chi_j^1(\bar{x}, t), \quad (H^1)_j \Big|_{x_3=0} = \eta_j^1(\bar{x}, t), \quad j=1, 2, \quad \bar{x}=(x_1, x_2). \quad (10)$$

Где:

$$\chi_j^1 = \chi_j - E_j^0 \Big|_{x_3=0}, \quad \eta_j^1 = \eta_j - H_j^0 \Big|_{x_3=0}, \quad j=1, 2. \quad (11)$$

Пусть $p(\bar{x})$ - приближенное решение обратной задачи. Где обозначено $\bar{x}=(x_1, x_2)$.

Рассмотрим функционал

$$\begin{aligned} J(p(\bar{x})) = & \int_0^T \left(\sum_{j=1}^2 [E_j^1(\bar{x}, 0, t; p) - \chi_j^1(\bar{x}, t)]^2 dt \right) + \\ & + \int_0^T \left(\sum_{j=1}^2 [H_j^1(\bar{x}, 0, t; p) - \eta_j^1(\bar{x}, t)]^2 dt \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Явный вид для градиента функционала (3.12) имеет вид:

$$\nabla J(p) = \int_0^T \int_{-D_2}^{D_2} \left(\frac{\partial}{\partial t} E^0 \right) \varphi(\bar{x}, x_2, t) dx_2 dt. \quad (13)$$

Где φ, ψ - решения соответствующих задач:

$$\begin{cases} \mu \frac{\partial}{\partial t} \psi - \text{rot } \varphi = 0, \\ \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \varphi + \text{rot } \psi + \sigma \varphi = -p \frac{\partial}{\partial t} E^0, \end{cases} \quad (14)$$

$$\psi_j(x_1, x_2, x_3, T) = 0, \quad j = 2, 3,$$

$$\psi_j(x_1, x_2, x_3, t) \Big|_{x_k = \pm D_k} = 0, \quad j = 2, 3; \quad k = 1, 2, 3,$$

$$\varphi_j(x_1, x_2, x_3, T) = 0, \quad j = 2, 3,$$

$$\varphi_j(x_1, x_2, x_3, t) \Big|_{x_k = \pm D_k} = 0, \quad j = 2, 3; \quad k = 1, 2, 3, \quad (15)$$

$$(\psi_j)_{x_3|_{x_3=0}} = 2 \sum_{j=1}^2 \left[H_j^1(\bar{x}, 0, t, p) - \eta_j^1(\bar{x}, t) \right], \quad (16)$$

$$(\varphi_j)_{x_3|_{x_3=0}} = 2 \sum_{j=1}^2 \left[E_j^1(\bar{x}, 0, t, p) - \chi_j^1(\bar{x}, t) \right].$$

Таким образом для численного решения прямых задач, а именно систем уравнений (7),(8), а также сопряженной задачи (14)-(16), используем метод FDTD. Для минимизации функционала (12) используем метод наискорейшего спуска. Приведен вывод градиента функционала (13) на дискретном уровне. Нами рассмотрена задача идентификации, которое имеет широкое применение, в частности, в электрических сетях, управляемых при помощи гармонически меняющегося источника, после процедуры линеаризации и других областях, применяющих волновые методы зондирования.

Результаты численных экспериментов. Для демонстрации работы численного алгоритма были проведены несколько численных экспериментов. Размер экспериментальной сетки (поля) - 200*200*200. На рисунке 4 показан результат эксперимента – неоднородная среда.

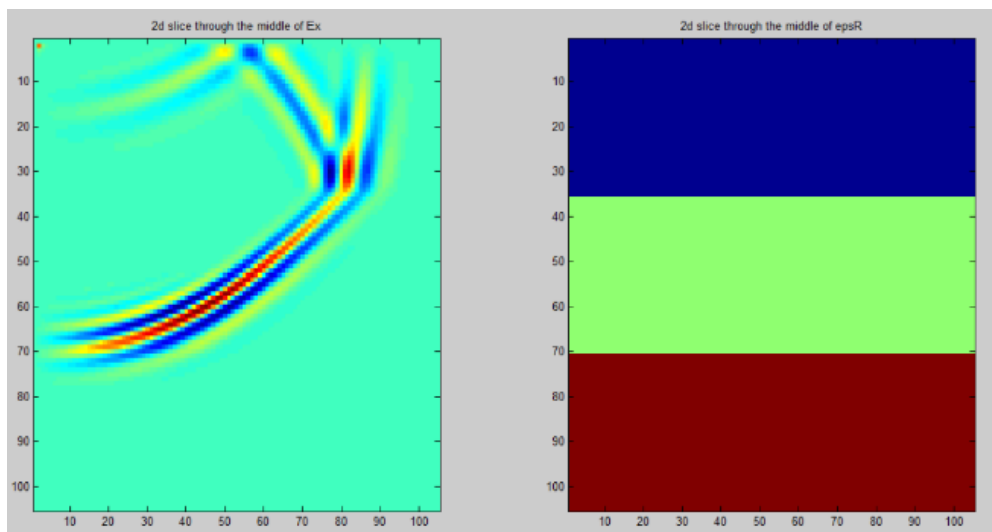


Рисунок 4 – Результат численного эксперимента

Разработан и апробирован алгоритм решения обратной задачи идентификации неизвестной функции источника, зависящего от пространственной переменной $F(x)$ для одномерного волнового уравнения: $u_{tt} - c^2 u_{xx} + F(x)G(t) + h(x,t) = 0$, $x \in (0,1)$, $t \in (0,T]$, с измеренными данными типа Неймана $g(t) = u_x(0,t)$.

Большинство исследований пытались решать эту задачу по финальным измерениям $u_T(x) := u(x,T)$, однако с точки зрения важных приложений, в том числе в задачах радиолокации, измерить функцию в финальный момент технически невозможно. Поэтому актуальна задача восстановления распределенных источников по граничным измерениям.

Разработан и на модельных примерах апробирован метод Фурье коллокации для восстановления зависимой от пространственной переменной функции источника $F(x)$. Алгоритм основан на разложении Фурье решения прямой задачи и дальнейшем решении задачи минимизации функционала для Тихонова, по отношению к частичный N -ой -сумме разложения Фурье искомой функции. Применена регуляризация функционала по Тихонову к полученной дискретной некорректной задаче. Чтобы получить высокое качество реконструкции при больших значениях уровня шума, разработан и применен оригинальный численный алгоритм фильтрации используется для сглаживания зашумленных данных. В качестве приложения, мы продемонстрирована работоспособность алгоритма на тестовых задачах, в частности, по проблеме идентификации источника в электрической сети, управляемой моно частотным источником. Численные результаты показывают, что предложенный алгоритм позволяет реконструировать неизвестный источник $F(x)$ с достаточно высокой точностью, при наличии высокого шума вплоть до 10%.

Работа поддержана грантом МОН РК по Договору №316 от 13.05.2016 г.

Литература

1. Kane Yee, «Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media». Antennas and Propagation, IEEE Transactions on 14: 302–307.
2. С.В. Изюмов, С.В. Дручинин, А.С. Вознесенский Теория и методы георадиолокации // Изд.во МГГУ. Москва. 2008. С. 187.
3. Романов В.Г., Обратные задачи математической физики, Наука, Москва, 1984 г. 363
4. Романов В. Г., Кабанихин С. И. Обратные задачи геоэлектрики, Москва, Наука, 1991. 303 с
5. Исаков К.Т., Кусаинова А.Т., Оптимизационный метод решения обратных задач электродинамики в линеаризованной постановке, Вестника КарГУ, Серия «Математика», N 4(76)/2014, стр 57 - 64
6. Кабанихин С.И., Исаков К.Т. Оптимизационные методы решения коэффициентных обратных задач. Новосибирск, 2001. 316 с

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ Р. ЛУКАСА

Калимолдаев М.Н., Амирханова Г.А.
gulshat.aa@gmail.com

*Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК,
Алматы, Казахстан*

Аннотация. В статье рассмотрен процесс создания программного комплекса для экономической модели Р.Лукаса. Проведен анализ существующих языков программирования, платформ и их выбор в качестве средств разработки современного программного обеспечения для моделирования экономических процессов. Построен алгоритм и программа с использованием традиционных и современных методов разработки программного обеспечения. В качестве подхода к разработке выбрано прототипирование, позволяющее получить в короткие сроки продукт, доступный для тестирования и совершенствования. В статье показана схема работы программы, описаны ее основные функции. Рассматриваемый программный комплекс позволяет выполнять расчеты в полуавтоматическом режиме с контролем вводимых данных. Используя данную программу, можно значительно сократить время на анализ экономики конкретной отрасли для обеспечения ее оптимального развития.

Ключевые слова. Разработка программного комплекса, метод разработки, модель Лукаса, разработка прототипа, компьютерное моделирование, жизненный цикл программного обеспечения.

1. Введение. Обеспечение устойчивого экономического роста представляет собой одну из важных задач реальной экономической политики и экономической теории. Прогнозирование и планирование на основе построенных эконометрических моделей являются важнейшим инструментом государственного регулирования экономики, грамотно используя который можно достичь значительных успехов в управлении как отдельных регионов, так и всей страны в целом. Работы, направленные на развитие теории эконометрического прогнозирования, а также на автоматизацию задач построения эконометрических моделей и их применение в экономической практике являются актуальными.

Модель Р. Лукаса эндогенного экономического роста, учитывающая фактор накопления человеческого капитала, описывается следующей производственной функцией:

$$Y = \bar{A} K^{\beta} (whL)^{1-\beta} h_a^{\psi},$$

где h - человеческий капитал, L - численность рабочей силы, wL - это объем неквалифицированного рабочего труда, а whL - это объем труда в единицах эффективности, ψ - эластичность выпуска Y по отношению к среднему для всей экономики уровню человеческого капитала.

В работе [1] М.Н. Калимолдаевым и Г.А. Амирхановой была рассмотрена задача экономики, характеризующаяся в каждый момент времени t набором переменных X, Y, C, K, L, I , где X - интенсивность валового продукта; Y - интенсивность конечного продукта; C - непродуцированное потребление; I - валовые капитальные вложения; K - объем основных производственных фондов; L - трудовые ресурсы. Специфичность рассматриваемой модели состоит в выделении общественных расходов на образование. Это действие осуществляется посредством производственной функции. Данная производственная функция используется в оптимизационной экономической

модели и в качестве её критерия оптимальности предполагалось максимизировать дисконтированную сумму конечного непроизводительного потребления в течение срока прогнозирования.

Целью данной работы является разработка программного обеспечения для вышеуказанной экономической модели. Для достижения поставленной цели необходимо описать алгоритм работы программы, исследовать программную, аппаратную платформы, разработать прототип работы программы и произвести его тестирование.

2. Разработка алгоритма. Будучи моделью, использующей производственную функцию, модель экономического роста Р. Лукаса требует предварительных расчетов, связанных с поиском коэффициентов для производственной функции. Следовательно, первым этапом алгоритма будет определение этих коэффициентов, их расчет или подготовка средств для того, чтобы пользователь смог их ввести с клавиатуры либо электронного документа.

На втором этапе программа должна получить прочие данные, необходимые в дальнейшем для анализа экономического состояния. Часть этих данных закреплена за каждым конкретным типом экономики, а часть должна быть рассчитана по текущим данным. Данные будут введены в программу пользователем, и не будут жестко заданы в программе, иначе возникнет необходимость изменять код программы, что нежелательно.

Следующий этап будет этапом обработки полученных данных. Программа должна рассчитать недостающие параметры, чтобы использовать их в дальнейших вычислениях. На данном этапе решаются подзадачи самого низкого уровня.

Четвертый и пятый этапы посвящены непосредственно построению модели: если на четвертом этапе программа строит оптимальную магистраль развития экономики (наилучший ее вариант при данных условиях), то на пятом определяются наиболее подходящие время и условия, при которых станет возможно привести экономику к оптимальному варианту.

3. Исследование целевой платформы и выбор языка. Для разработки программного обеспечения первым шагом должен стать выбор подходящей платформы. Согласно статистическим данным StatCounter [2], за последние три месяца наиболее используемыми платформами являются desktop-платформы, или, проще говоря, настольные компьютеры. На втором месте оказались мобильные устройства (смартфоны и т.п.), а на третьем – планшеты. Консоль особой популярностью не пользуется, скорее всего, в связи с достаточно узкой областью применения.

При этом на территории Республики Казахстан подавляющее большинство пользователей используют настольные компьютеры, что означает возможность их использования в качестве будущей платформы для разработки ПО.

По данным статистики StatCounter, самой используемой операционной системой в мире является Android. На втором месте стоит Windows 7, а на третьем – iOS. В Казахстане наиболее популярной является Windows 7, на втором месте Android, а на третьем – iOS.

Популярными в этом году языками программирования согласно индексу TIOBE[3] стали Java, C и C++ и другие. Среди них представляют интерес те, которые предназначены для разработки исполняемых программ под Windows.

При выборе языка программирования разработчик руководствуется простотой синтаксиса, распространенностью языка, его функциональностью, вследствие чего был вы-

бран язык Python. Одной из причин выбора языка Python явилась возможность использования его для научных расчетов, что полностью отвечает задачам настоящей работы.

4. Разработка прототипа. При разработке программы по модели Р. Лукаса мы использовали спиральную модель жизненного цикла, которая в упрощенном виде выглядит как:

- 1) план разработки;
- 2) прототип;
- 3) вариант ПО;
- 4) тестирование.

Данные этапы повторяются до тех пор, пока не получим ПО, соответствующее всем необходимым требованиям. Выбрано эволюционное прототипирование, поскольку оно позволит быстро получить действующую систему, которую впоследствии будет возможно улучшать.

В процессе разработки программа претерпела существенные изменения: в ее первом варианте данные хранились непосредственно в программе, и пользователь мог изменять их прямо в коде, а результаты выводились только в консоль. В следующих версиях появился графический вывод и сохранение результатов в файл, была добавлена проверка на некорректно введенные данные, а также сохранение результата в БД.

В результате мы получили действующий прототип, написанный на языке Python, он выглядит следующим образом:

1. Подключенные библиотек
2. Переменные с заданными базами данных (расположены в начале программы для удобства их изменения)
3. Функции:
 - a. функция тестирования программы (служебная)
 - b. функция для вывода пользователю запроса на ввод (интерфейсная)
 - c. функции для работы с БД (служебные)
 - d. функции расчета дополнительных параметров
 - e. функции проверки на принадлежность к диапазону (служебная)
 - f. функция определения принадлежности к конкретному диапазону (служебная)
 - g. функции для расчета оптимальной магистрали
 - h. функция для расчета оптимального управления
 - i. функции для вывода результата в консоли (интерфейсные)
 - j. функция для вывода результата в график (интерфейсная)
 - k. функция для вывода результата в HTML (интерфейсная)
 - l. функция для вывода результата в БД (служебная)
4. Основной код программы, в котором показано приглашение ввести вариант вывода результата, после чего вызываются перечисленные выше функции, в зависимости от реакции пользователя.

На рисунке 1 изображена схема взаимодействия специалиста с системой. Экономист выбирает данные из подключаемой к программе базы данных, эти данные затем используются в расчетах. После обработки полученной информации программа производит расчет для построения магистрали, затем определяет оптимальное управление для заданных параметров. Результат работы системы выводится в виде HTML-файла.

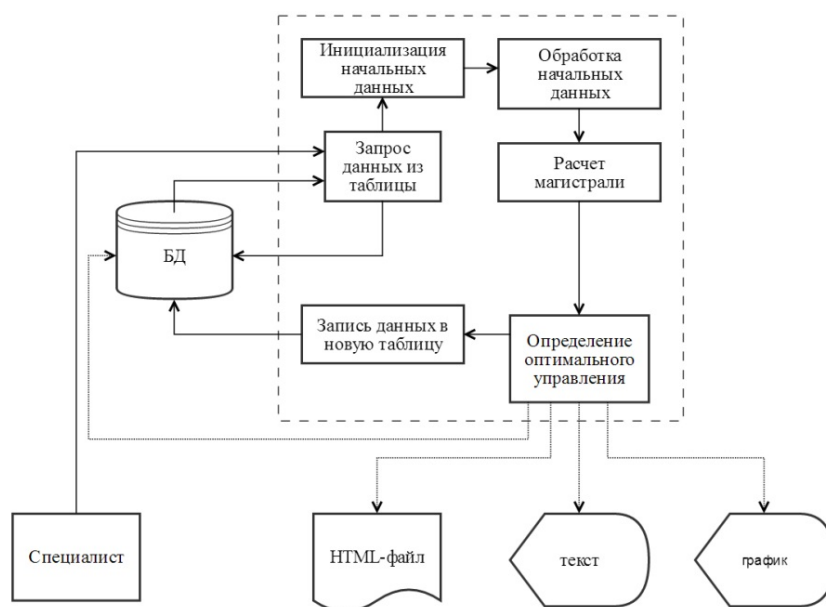


Рисунок 1. Схема информационной системы

Для построения системы была использована модель на основе производственной функции Лукаса [4]. Данная модель позволила минимизировать входные параметры и получить достаточно быстрый и наглядный результат.

Для работы системы предварительно заполняется файл в формате XML. Структура которого выглядит следующим образом: объявление языка XML, указывается его версия и используемая кодировка. Далее идет корневой элемент, внутри которого находятся элементы `dist`, каждый из которых представляет собой строку в таблице (при переводе в БД). Внутри каждого такого элемента расположены пары «key»-«value», по которым программа переводит файл XML в файл базы данных.

5. Тестирование. Во время работы программы специалист выбирает XML-файл с локального диска либо Интернета и запускает процесс. При этом выбор опции «1» будет значить обращение к конкретному URL-адресу XML-файла, которые предварительно был загружен на сервер. Чтобы эта опция работала, необходимо, чтобы сервер работал и файл был доступен с данного компьютера. В противном случае будет показано сообщение об ошибке.

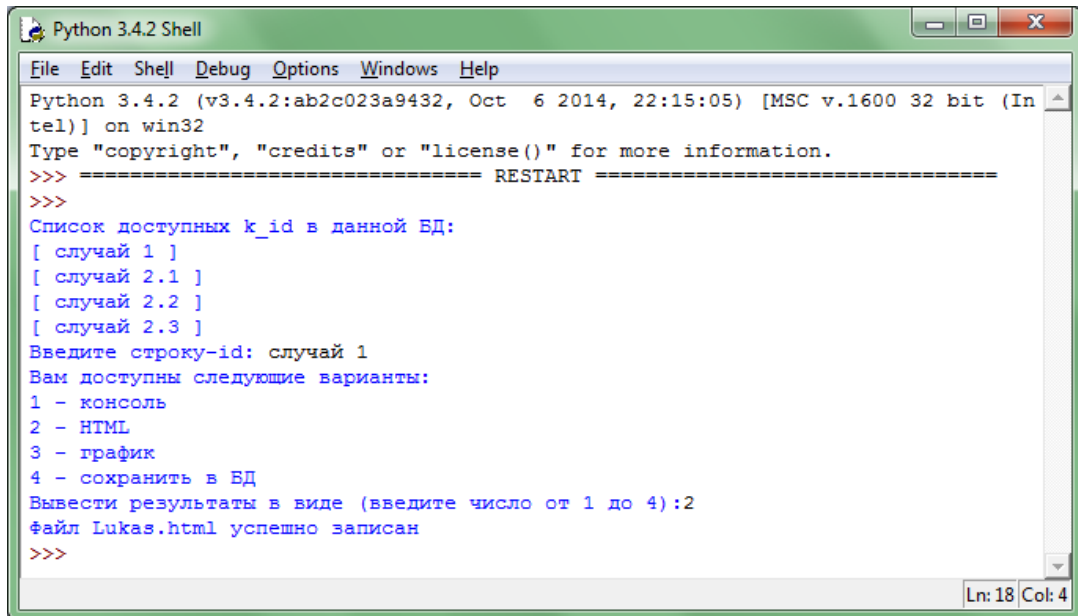
Закончив работу с файлом, программа сообщает об успешном завершении и о количестве добавленных в базу данных записей.

На этом этапе работа с программой-конвертером заканчивается и начинается работа с основной программой. После запуска пользователь выбирает запись из базы данных, затем вариант вывода. В зависимости от выбранного варианта программа может показать результаты:

- в консоли;
- в виде сгенерированного HTML-файла;
- в виде отдельного графика;
- просто открыв заново базу данных и сделав там таблицу с результатами.

При выборе варианта «консоль» программа выполняет расчеты, отображая текущие события в консоли.

При выборе варианта «HTML», в отличие от варианта «консоль» основной вывод производится в файл, а в консоли выводится только сообщение о созданном файле (рисунок 2). Созданный файл сохраняется в папке программы, его можно открыть после сообщения «Файл Lukas.html успешно записан» (рисунок 3).



```
Python 3.4.2 Shell
File Edit Shell Debug Options Windows Help
Python 3.4.2 (v3.4.2:ab2c023a9432, Oct 6 2014, 22:15:05) [MSC v.1600 32 bit (Intel)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>> ===== RESTART =====
>>>
Список доступных k_id в данной БД:
[ случай 1 ]
[ случай 2.1 ]
[ случай 2.2 ]
[ случай 2.3 ]
Введите строку-id: случай 1
Вам доступны следующие варианты:
1 - консоль
2 - HTML
3 - график
4 - сохранить в БД
Вывести результаты в виде (введите число от 1 до 4):2
файл Lukas.html успешно записан
>>>
```

Рисунок 2. Работа с программой в режиме вывода «HTML»

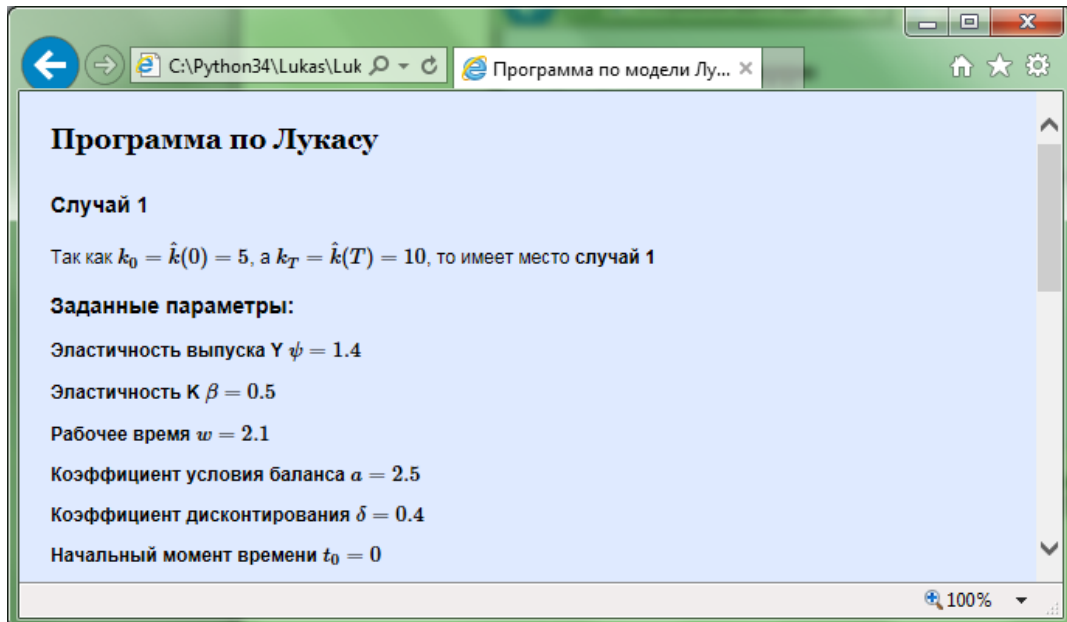


Рисунок 3. Сгенерированный программой HTML-файл

Заключение

Программа выполняет расчеты по модели Лукаса, высчитывая параметры на основе исходных данных. Исходными данными являются статистические таблицы с официального сайта по статистике Республики Казахстан. Данные составлены в таблицы таким образом, чтобы обеспечить к ним доступ с меньшими затратами сил оператора, и в то же время сохранить быстродействие.

Для работы с таблицами, их создания, чтения и редактирования используется язык SQL, выбранный в связи с простотой структуры таблиц, переносимостью и относительной простотой. В качестве визуального редактора выбрана программа SqliteBrowser.

Для написания программы использован язык Python 3. Он был выбран из-за мощного инструментария для математических расчетов, возможности для быстрой визуализации результата, малого потребления ресурсов компьютера, а также простого синтаксиса и его широкой распространенности в настоящее время среди разработчиков узкоспециализированного программного обеспечения.

Для отображения результатов в графическом виде использована библиотека Python'amatplotlib с процедурным интерфейсом ruIab, который предоставляет аналоги команд MATLAB. Для текстового оформления результата в папке с программой Lukas_kz.py создается файл в формате HTML, в котором расчеты оформлены в виде математических формул и их решений. Для визуального отображения формул использована MathJax, являющаяся кроссбраузерной JavaScript-библиотекой, в которой можно использовать TEX-команды.

Данная информационная система позволяет выполнять расчеты в полуавтоматическом режиме и с контролем вводимых данных. Используя данную программу, можно значительно сократить время на анализ экономики конкретной отрасли с тем, чтобы обеспечить ее оптимальное развитие. Созданная информационная система описывает текущее состояние конкретной отрасли экономики и вычисляет оптимальную траекторию экономического развития. Система позволяет, на основе введенных и рассчитанных программой данных, провести анализ и определить наиболее оптимальные параметры для улучшения состояния экономики.

Литература:

[1] Kalimoldayev M.N., Amirkhanova G.A., Grechko S.M. The model for optimal management of the economy based on R. Lucas production function // Abstracts of the IV Congress of the Turkic Word Mathematical Society. - Baku, 2011. - P. 498.

[2] <http://gs.statcounter.com/>

[3] http://www.tiobe.com/tiobe_index?page=index

[4] Акимов Н.И. Политическая экономия современного способа производства. Кн. 3, часть 1, Макроэкономика. – М.: Экономика, 2004. – 293 с.

МЕТОДЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА СИСТЕМ КОММУНИКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Крак Ю.В.

e-mail: krak@unicyb.kiev.ua, yuri.krak@gmail.com

*Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,
Институт кибернетики имени В.М.Глушкова НАН Украины, Украина*

***Аннотация.** Приведены методы исследования коммуникационной информации для целей создания новых средств взаимодействия с компьютером в способах и формах привычных для человека, а также для решения проблем коммуникации людей с ограниченными возможностями. Рассмотрены новые методы анализа и синтеза текстовой, голосовой и жестовой информации и приведены, разработанные на их основе, информационные технологии для решения ряда прикладных проблем. Проведенные экспериментальные тестирования и пилотные внедрения показали эффективность предложенных методов и созданных информационных технологий.*

Современное развитие в области вычислительной техники характеризуется наличием сверхмощной элементной базы и сверхбольших объемов памяти, общей доступностью беспроводных широкополосных сетей, использованием экранов со сверхвысоким разрешением, побуждает исследователей к разработке новых информационных и вычислительных технологий для решения актуальных проблем взаимодействия пользователя с компьютером, в способах и формах привычных для человека. Также важной проблемой, которую можно решить на современной элементной базе и технологиях, есть проблема инклюзии людей с ограниченными возможностями в активную социальную деятельность. Для этого необходимо создавать средства коммуникации в виде, максимально естественном для человека, а именно - через текстовое, включая рукописное, общение; при помощи голосового взаимодействия - синтеза и распознавания естественных языков; виртуального общения за счет визуальных форм представления информации - объемной компьютерной графики, включая создание пространственных моделей человека, с целью синтеза и распознавания процесса коммуникации с компьютером, используя движения тела и рук человека, мимику и артикуляцию лица с учетом его психоэмоционального состояния. Формализация последней формы общения реализована в жестовом языке, которым общаются глухие люди и подтверждается научными исследованиями, которые показывают, что из трех основных форм человеческой коммуникации - текстовой, голосовой, жестовой - на текстовую форму приходится 7%, на голосовую - 38%, а остальные 55 % занимает передача информации динамическим изменением положения тела, рук, пальцев человека, мимикой и артикуляцией лица, пантомимикой [1]. По нашему мнению, такой естественный интерфейс будет доминирующим, оставляя неудобное и неэффективное взаимодействие человека с компьютером через «мышь» и клавиатуру (с ее привязкой к языковой раскладке) вспомогательную роль и в дальнейшем общение с компьютерами будет все больше похоже на общение с людьми.

Целью настоящих исследований есть разработка новых математических технологий представления, обработки, сегментации, кластеризации, распознавания, кодирования, передачи различной коммуникационной информации и создания на их основе новых приложений к существующим операционным систем или надстроек к ним. Новизна исследований заключается в системном подходе к данной проблеме с использованием

как фундаментальных результатов, так и новых методов распознавания и кластеризации информации [2], разработки математических методов и моделей обработки рукописной, голосовой и зрительной информации [3],[4].

1 Методы классификации и распознавания символьной рукописной информации

Одним из основных и обычных способов передачи информации есть рукописный ввод текстов и символов, в частности, текстов и рукописных математических выражений (формул) при написании научных работ. Такая проблема является актуальной и разработано достаточно много приложений для ее решения. Для распознавания рукописных символов нами разработан метод функциональных преобразователей, сформулированы необходимое условие оптимальности выбора нелинейных преобразований для функционального преобразователя, разработан рекурсивные схемы построения многоуровневых функциональных преобразователей и предложен способ их формализации[2]. Разработаны также алгоритмы распознавания рукописных символов на основе метода контейнеров, разработаны алгоритмы структурного анализа и трансляции рукописного математического текста в формат LaTeX, а также создано приложение по распознаванию рукописных математических текстов.

Полученные результаты могут быть использованы для создания более эффективных средств человеко-компьютерной взаимодействия на основе привычных для человека способов ввода информации в рукописном и печатном виде. Такая технология ориентирована на массового пользователя, поскольку нет необходимости изучать и использовать специальные системы ввода и редактирования текстов и символов.

2 Методы построения интеллектуального речевого интерфейса человека с компьютерной средой

Современные системы компьютерного синтеза речи является неотъемлемой составляющей средств человеко-компьютерного интерфейса для информационных технологий, высокоинтеллектуальных гипермедийных технологий, учебных программ и виртуальных сред и имеют практическое применение - в системах речевого диалога в аппаратных и программных комплексах; в библиотечных, справочных, энциклопедических компьютерных системах и web-системах; в системах голосового вывода информации для людей со специальными потребностями; в подсистемах озвучивания текстовой информации web-источников и т.д.

Системы синтеза речи можно классифицировать по способам создания речевого сигнала. Выделяют три основных направления - артикуляторный, формантный и конкатенативный синтез. В системах конкатенативного синтеза создания исходного акустического сигнала базируется на основе конкатенации (последовательного объединения) необходимых элементов синтеза [5]. Процесс конкатенации определяется структурой базы данных элементов синтеза, поскольку напрямую зависит от природных данных и обеспечивает высокую естественность звучания синтезированной речи. Поэтому с повышением естественности звучания синтезированной речи будет расти и размерность элементной базы синтеза. Природность и качество звучания синтезированных речевых сигналов объясняется тем, что в системах конкатенативного синтеза речи элементами синтеза служат реальные природные речевые сигналы, обычно записаны профессиональными дикторами, коренными носителями языка. Для построения системы озвучивания речевой информации были использованы методы конкатенативного подхода к компьютерному синтезу речи, методы исследования свойств естественной речи, предварительной обработки природных речевых сигналов, экспертного оценивания есте-

ственности звучания синтезированной речи и т.п. Основными теоретическими результатами исследования проблемы создания средств компьютерного синтеза являются: модель взаимосвязей признаков естественности звучания речи; модель представления текстовой информации для конкатенативного синтеза речи; модель построения минимального корпуса слов для создания базы данных сегментов синтеза; объектно-элементная модель конкатенативного сегментивного синтеза, позволяющая зафиксировать и связать наборы сегментов и объектов синтеза. Данные результаты позволили учесть признаки позиционности, ударения и мультифонемности звучания речевых сегментов, создать полные наборы текстовых сегментов для конкатенативного сегментивного синтеза речи, обеспечить возможность подбора конкретных сегментов для озвучивания конкретных слов, тем самым повысить уровень естественности звучания синтезированной речи.

Результаты данного исследования используются при разработке комплексов голосовых интерфейсов для измерительных приборов, приборов диагностики, управления и связи, при создании средств интеллектуализации человеко-компьютерных интерфейсов систем и т.д.

3 Методы компьютерного анализа и синтеза эмоционального состояния человека для построения визуального интерфейса.

Были разработаны методы, модели и алгоритмы для моделирования и распознавания мимических проявлений эмоций на изображениях лица человека [6], построена формальная психологическая модель эмоциональных состояний.

Для достижения цели работы предложена следующая информационная технология (рисунок 1). Входной информацией является видеоизображение актера, на основные участки лица которого нанесены маркеры. Видео-поток содержит процесс воспроизводства актером определенных эмоциональных состояний. Над входной информацией проводятся следующие преобразования: 1) нормирование (по расстоянию между центрами глаз) и центрирование (по кончику носа) области лица; 2) анализ кадров видео-потока с целью отслеживания перемещения каждого маркера относительно начального (нейтрального) состояния и получение соответствующих множеств количественных характеристик перемещения для каждого маркера и для каждого эмоционального состояния; 3) анализ полученных множеств (количественный и качественный). Выходной информацией является выделение устойчивых мимических проявлений и их комбинаций, характеризующие эмоциональные состояния.

Во избежание двусмысленностей при феноменологическом описании эмоций сделан переход к ситуациям, в которых эти эмоции возникают - вместо названия эмоции введено ее формальное обозначение. Для созданной психологической формальной модели эмоциональных состояний предложена формальная модель мимических проявлений этих состояний, т.е. сделан переход от пространства признаков, которые описывают базовые эмоции с точки зрения ситуаций, в которых они возникают в пространство признаков, характеризующих визуальную, мимическую составляющую для базовых эмоциональных состояний.

Полученные научные результаты позволили смоделировать интеллектуальную деятельность человека для синтеза и анализа мимических проявлений эмоций с целью применения полученных результатов в системах искусственного интеллекта; создать средства для использования в системах интеллектуализации компьютерных интерфейсов. Разработана мультимедийная технология для синтеза и анализа мимических проявлений эмоций на лице человека.

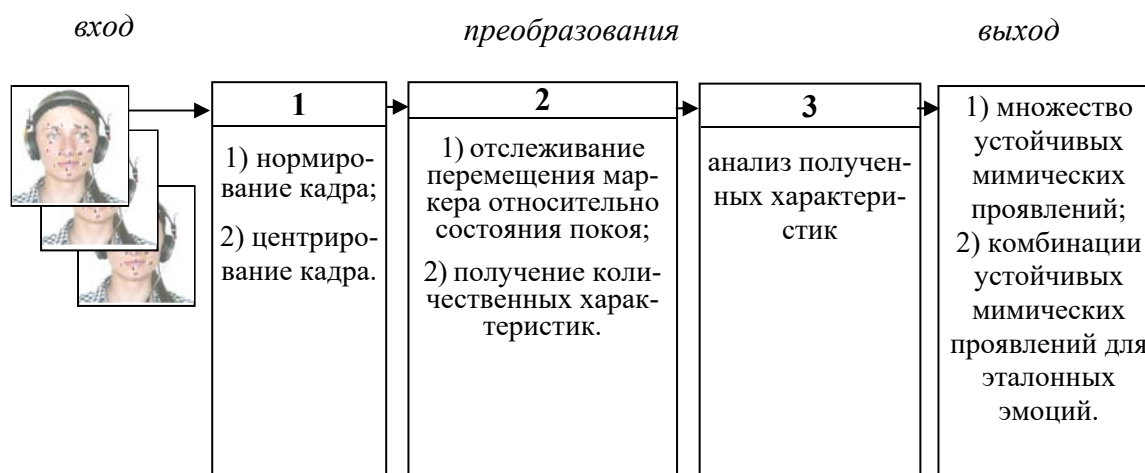


Рисунок 1 – Информационная технология анализа мимических проявлений на лице человека при воспроизведении различных эмоциональных состояний

Важно отметить, что при общении и передаче информации в жестовом языке, а также в обычном человеческом общении, активно используется эмоциональный канал.

4 Информационная технология для моделирования и изучения дактильного жестового языка

Дактильный жестовый язык является составной частью систем жестового общения и предназначен для показа отдельных букв (дактилем) алфавита. Дактилемы в основных алфавитах показываются пальцами одной руки человека. Информационная технология предполагает компьютерное моделирование и синтез процесса изображения отдельных дактилем и слов, состоящих из последовательности дактилем. Для решения поставленных задач были проведены исследования подходов, методов и моделей компьютерного синтеза дактильной жестового языка и эффективной передачи анимации дактильной жестового языка через Интернет. Для создания программного комплекса было использовано математическую модель упрощенного скелета человека. Рука представлена как иерархическая структура костей, образующих ациклический направленный граф. На основе математической модели было создана информационная модель которая содержит множество вершин руки в исходном состоянии, множество индексов для представления треугольников, описывающих поверхность руки, множество нормалей для каждой вершины, текстуру руки, множество текстурных координат. Воспроизведение руки происходит с помощью процедуры спиннинга, что является самым эффективным методом анимации.

Таким образом, на основе математической модели скелета руки человека построено информационную модель процесса показа слов и отдельных дактилем жестового языка, что позволило осуществить разработку учебных и информационных систем, где требуется синтез зрительных образов - изображений руки человека. Проведены экспериментальные сравнения эффективности методов расчета поверхности трехмерной модели руки, что позволило выбрать оптимальный алгоритм для анимирования руки, а также усовершенствован алгоритм подготовки кадра в процессе анимации при использовании многоядерных процессоров для анимации в реальном времени с увеличенной частотой кадров.

Основным практическим результатом является созданный программный комплекс «Украинская дактильная жестовая азбука» - предназначен для обучения правильному воспроизведению отдельных дактилем и слов за счет использования трехмерной модели кисти руки человека [4]. Рабочее окно комплекса приведено на рисунке 2. Предусмотрены режимы анимации процесса показа дактилем с разной скоростью, обучения и проверки усвоенного материала. Программный комплекс работает в среде операционной системы Windows и через Интернет. Алгоритмы распараллеливания подготовки кадров, позволяют воспроизводить анимацию с увеличенной частотой кадров при использовании многоядерных процессоров, тем самым повышая читабельность исходных файлов приложений, что важно для разработки нового программного обеспечения. Метод передачи контролируемого медиа потока через сеть Интернет с адаптацией к ширине канала передачи данных позволяет создавать программные медиа приложения, которые могут быть доступные всем пользователям сети Интернет.



Рисунок 2 – Рабочее окно программного комплекса моделирования дактильного жестового языка

Данный программный комплекс проходит опытную эксплуатацию в специализированной школе-интернате для глухих детей. Практическое использование подтвердило эффективность предложенного подхода к изучению дактильного жестового языка. Поскольку разработанная информационная технология является универсальной, то она позволяет реализовать азбуки других языков, в частности, были проведены успешные эксперименты по моделированию английского, немецкого, польского, казахского и др. дактильных жестовых языков.

5 Моделирование и распознавания эмоционально-артикуляционной визуальной составляющей речевого процесса

В связи с развитием цифровых технологий и мощности компьютерной техники, особый интерес представляет динамический подход к синтезу зрительных образов с использованием 3Д моделей человека, который позволяет создавать интеллектуальные интерфейсы и средства для разработки обучающих систем и систем искусственного интеллекта. В свою очередь, понимание и распознавания зрительной составляющей вер-

бальной и невербальной информации является важным и актуальным направлением исследований для задач компьютерного зрения, «чтения» по губам и для построения систем обучения жестовому языку [7].

Были разработаны методы, модели и алгоритмы распознавания, на фотографических изображениях лица человека, эмоционально-артикуляционных мимических проявлений и моделирования и воспроизведения соответствующих мимик на 3Д моделях головы человека для создания средств и элементов интеллектуального интерфейса. Для получения информации о положении или состоянии губ был предложен подход к выделению области лица на фотографии учетом связности его информативных элементов. В рамках проведенных исследований была синтезирована математическая модель состояний губ конкретного человека на основе неоднородных рациональных B-сплайнов для создания системы обучения правильной артикуляции при произнесении слов на украинском языке. Анализ виземной структуры визуально-речевого потока данных осуществляется на основе построенного характеристического пространства визем языка. Данные результаты позволили построить информационную технологию для распознавания мимики губ при произнесении на украинском языке на основе гибких шаблонов с реализацией алгоритма поиска параметров характеристического пространства признаков.

В контексте направления синтеза трехмерной анимации разработано объектно-элементную модель синтеза анимации речевого процесса для воспроизведения жестового языка с использованием морфем эмоций и визем языка (рисунок 3).

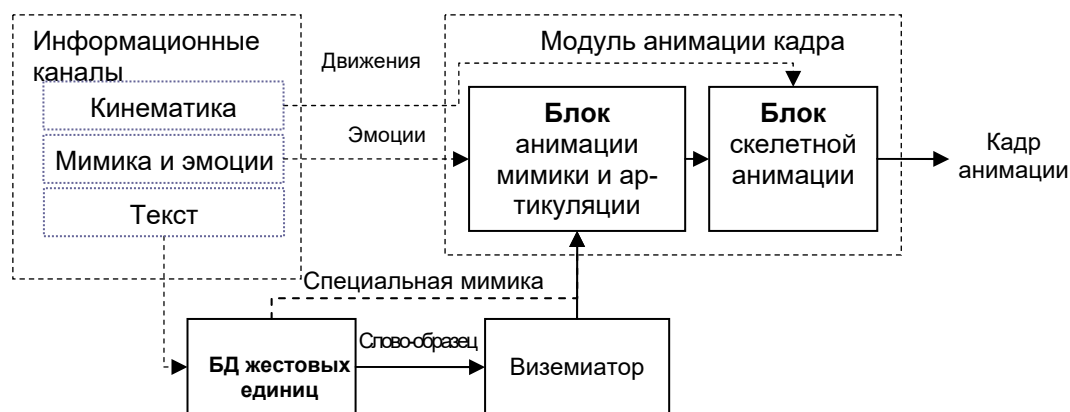


Рисунок 3 – Схема информационных потоков продуцирования кадра анимации

Модель синтеза интегрирует модели воспроизводства артикуляционной составляющей речевого процесса для задач моделирования мимики и модель воспроизводства эмоциональной составляющей речевого процесса для задач моделирования эмоционального состояния. На основе усовершенствованной модели синтеза эмоциональных и артикуляционных образов, с использованием относительного морфинга для синхронной анимации жестовых единиц и проговаривания губами, удалось интегрировать достижения области visual-speech animation к техническому решению задачи воспроизведения жестового языка. В результате чего была создана программная реализация алгоритмов синтеза визуальной составляющей речевого процесса с эмоциями на пространственно управляемой модели виртуального человека для построения средств интеллектуального интерфейса человека с компьютерным средой.

6 Информационная технология для моделирования и воспроизведения жестовой информации

Как отмечалось выше, одним из приоритетных направлений развития современного научно-технического прогресса в области информационных технологий является разработка новых средств коммуникации человека с компьютерной средой в различных формах, удобных и привычных для человека. Чрезвычайно важной составляющей передачи информации с помощью движений является общение жестовой речью слабослышащих и глухих людей как между собой, так и с другими людьми, в образах и способах близких и понятных для всех. Развитие современной науки, компьютеризация общества, использование мультимедийных и интернет-технологий создали достаточные условия для разработки таких систем коммуникации. В результате исследований созданы оригинальные информационные технологии для разработки учебных программ виртуального общения глухих людей [8]. Преимущества этих технологий заключаются в реализации жестового языка на пространственных моделях человека с возможностями точной передачи движений человека-носителя жестового языка. Для записи и переноса жестовых движений используется специальное программно-аппаратное оборудование.

Для воспроизведения процесса анимации жестов и мимики трехмерной моделью человека создано программное обеспечение, которое реализует скелетную (для воспроизведения жеста) и морфемную (для воспроизведения мимики проговаривания и эмоций) анимации. Реализована соответствующая программная функциональность, которая, используя трехмерное API OpenGL, воспроизводит по указанным атрибутам модель человека и, с использованием алгоритмов скиннинга и морфинга, воспроизводит анимацию (рисунок 3). Для реализации украинского жестового языка было создан программный комплекс (рисунок 4), который воспроизводит методику преподавания жестового языка в специальных общеобразовательных школах для глухих детей.



Рисунок 3. – Воспроизведение трехмерной модели человека

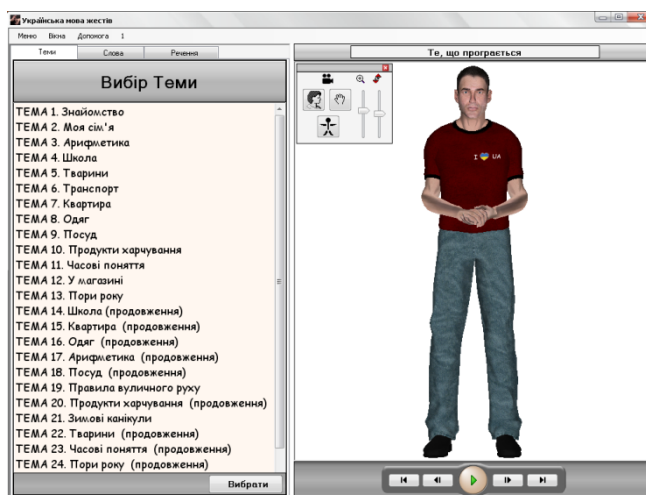


Рисунок 4 – Программа «Украинский жестовый язык»

Функционально программа состоит из трех информационных блоков («Темы», «Слова» и «Предложения») и блока воспроизведения жеста виртуальной моделью. Основным блоком является блок «Темы», в котором сконцентрированы основные методические сведения, что рассматриваются на уроке: какие знания нужно в этой теме сформировать у учащихся; какие навыки нужно усвоить; какие особенности морфологии жестового языка и виды синтаксических конструкций содержит материал. В блоках «Слова» и «Предложения» содержатся все жесты и все примеры предложений (которые используют рассмотрены жесты).

Блок воспроизведения жеста виртуальной моделью в этой реализации несет особую функцию. Именно с его помощью стало возможным демонстрировать в учебном процессе динамику жеста. Реализованная в блоке возможность покадрового показа жеста служит средством, с помощью которого станет возможным изучение жеста без особенностей показа конкретным преподавателем. Это станет основой того, что изученные детьми жесты будут одинаковыми для разных школ и регионов. Фактически предлагается с помощью такой системы разработать стандарт для показа жестов жестового языка. Отметим, что данная разработка прошла пилотное внедрение в ряде специализированных школах-интернатах для детей с недостатками слуха, где показала свою эффективность. Среди замечаний к системе, были высказаны пожелания заменить трехмерную модель человека (аватар) на более приятную для восприятия, особенно детьми. В результате исследований, была предложена технология построения трехмерной модели человека, максимально близкая к реальному человеку. В качестве такого человека был выбран носитель (сурдопереводчик) жестового языка. Трехмерная модель, которая была построена с реального человека-носителя жестового языка приведена на рисунке 5.

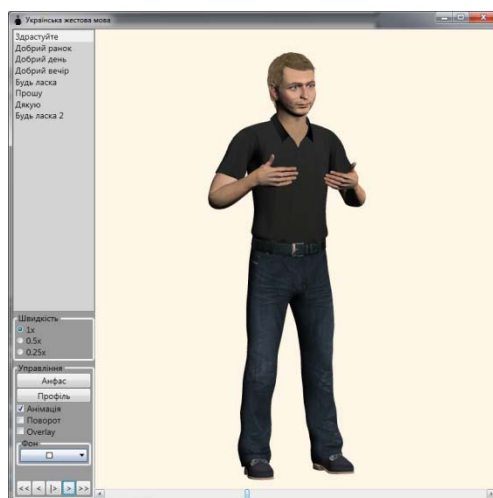


Рисунок 5 – Трехмерная модель человека-носителя жестового языка

7 Методы автоматизированного перевода с вербального языка на жестовый

Для реализации автоматизированного перевода исходной текстовой информации в жестовый язык будем предполагать, что возможно представить пары: предложение на исходном языке – аналог на жестовом языке, в виде некоторых обобщенных конструкций, построенных, в частности, на простых предложениях. Рассмотрим синтаксические особенности жестового языка на примере трех типовых структур предложений вида: субъект-объект-глагол; субъект-глагол-объект; глагол-субъект-объект. Подлежащее и сказуемое в таких предложениях связаны предикативной связью. Предложения с одной предикативной связью будем называть простыми предложениями. Отметим, что порядок слов в предложениях с одной предикативной связью в большинстве разговорных языков мира описывается одной из трех типовых структур [10]. Если проанализировать наборы полученных при переводе пар, то можно, зафиксировав порядок следования слов в предложении, получить некоторую обобщенную форму, где вместо конкретных слов в предложении будут выписаны наборы слов, которые могут использоваться (находиться) на этих зафиксированных местах. Таким образом будет получен достаточно небольшой (относительно общего количества предложений некоторого языка) список обобщенных грамматических конструкций для перевода. Такие грамматические конструкции в дальнейшем могут использоваться как шаблоны и правила в системах машинного перевода на жестовый язык. Не ограничивая общности, возможности такого подхода покажем на реализации системы перевода на жестовый язык для флективных языков, в частности для украинского языка. Флективными являются языки в которых у выражениях грамматических значений главную роль играет флексия (окончание). К флективным языкам принадлежат, в частности, индоевропейские и семитохатские языки. Система автоматизированного перевода с флективных вербальных языков на жестовый язык предусматривает создание множественной модели для словаря вербального языка [10] и реализации ее для возможности моделирования соответствующих связанных обобщенных грамматических конструкций вербального и жестового языков [11]. Структурная схема информационной технологии для автоматизированного перевода отражена на рисунке 6.

Построение информационной технологии

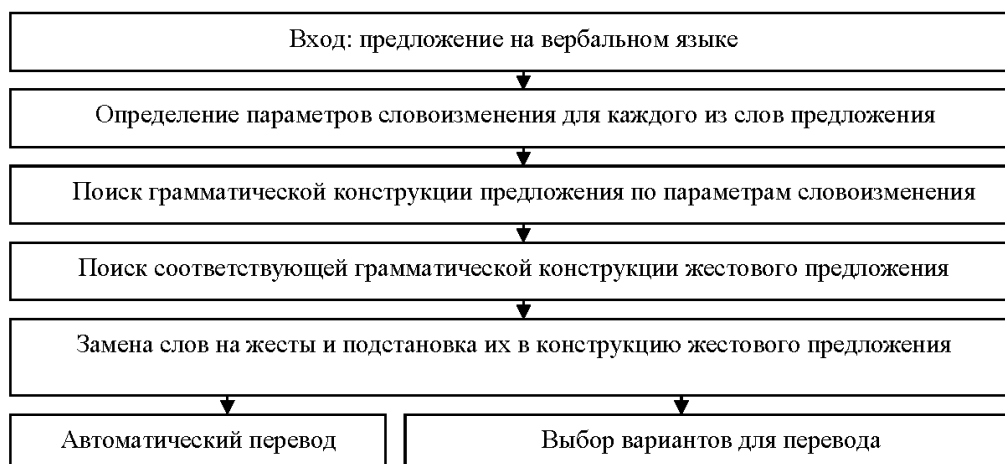
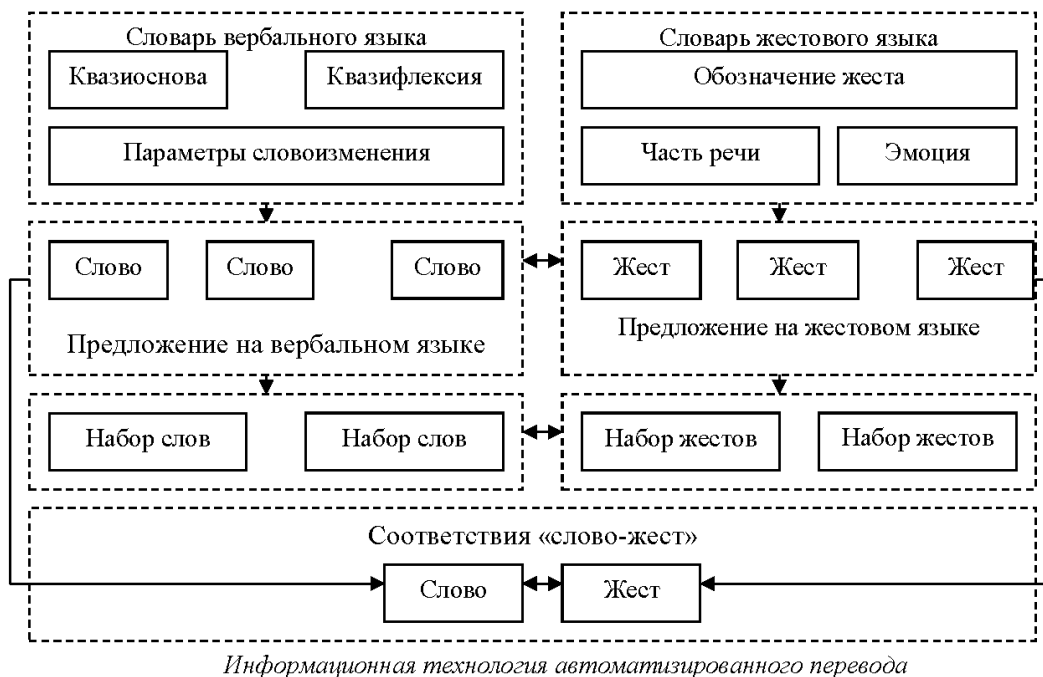


Рисунок 6 – Структурная схема технологии для автоматизированного перевода

Для проверки эффективности предложенной технологии перевода было реализовано соответствующее программное приложение. С помощью предлагаемой технологии был введен словарь украинского и жестового языков, получено множество из 2 млн. слов украинского языка и 3200 жестов. В результате перевода множества предложений с украинской на жестовый язык и группировки их в грамматические конструкции было получено 1050 конструкций перевода. После проведения анализа конструкций перевода было получено 293 обобщенных конструкции перевода.

Для тестирования было использовано множество из 10 тыс. предложений, взятых из программы изучения украинского жестового языка для специализированных школ. Предложения содержат жесты из множества тем, которые используются людьми с нарушениями слуха для повседневного общения. При тестировании на предложениях, взятых из программы изучения украинского языка жестов получено однозначный пере-

вод без искажения смысла на уровне 90%. Так же успешным был перевод с использованием других предложений с тем же словарным запасом.

Выводы. Разработанные подходы, методы и алгоритмы позволили интеллектуализировать существующие и создать принципиально новые системы преобразования информации у формы удобные для восприятия человеком интерфейса с компьютерной средой в текстовом, голосовом, визуальном видах и их взаимодействия. Они положены в основу создания информационных технологий для разработки средств обучения глухих людей, коммуникации с людьми с ограниченными возможностями, в медицине и т.п. Для решения этих и других важных проблем сегодняшнего дня и ближайшей перспективы требуются дальнейшие исследования и разработка новых методов символьной, визуальной и голосовой коммуникационной информации с учетом научно-технического прогресса в этой области знаний.

Литература

1. Argyle M., Salter V., Nicholson H., Williams M., Bargess P. The communication of inferior and superior attitudes by verbal and non-verbal signals // *British Journal Social and Clinics Psychology*. – 1970. – 9. – P. 222-231.
2. Кривонос Ю.Г., Кириченко Н.Ф., Крак Ю.В., Донченко В.С., Куляс А.И. Анализ и синтез ситуаций в системах принятия решений. К.: Наук. думка, 2009. – 365с.
3. Кривонос Ю., Крак Ю., Бармак О., Тернов А., Троценко Б. Моделирование реалистических движений и мимики для задач визуализации жестовой информации. In monograph: *Natural and Artificial Intelligence/ Ed. by K.Markov, V.Velychko, O.Voloshin. C/o Iusautor, Sofia.* - 2010. – P. 137-143.
4. Крак Ю., Кривонос Ю., Троценко Б. Исследование информационных процессов для эффективного воспроизведения дактильного жестового языка. In monograph: *Information Models of Knowledge/ Ed. by K.Markov, V.Velychko, O.Voloshin. C/o Iusautor, Sofia.* - 2010. – P. 262-271.
5. Кривонос Ю.Г., Крак Ю.В., Шатковский Н.Н. Структура, свойства, характеристики объектов и элементов синтеза речи / *Компьютерная математика.* – 2006. – № 1. – С. 61–69.
6. Кривонос Ю.Г., Крак Ю.В., Бармак А.В., Ефимов Г.Н. Моделирование и анализ мимических проявлений эмоций / *Доклады НАН Украины.* – 2008. – №12. – С. 51-55.
7. Крак Ю.В., Бармак А.В., Тернов А.С. Информационная технология для автоматического чтения по губам украинской речи / *Компьютерная математика.* – 2009. – № 1. – С. 86–95.
8. Кривонос Ю.Г., Крак Ю.В. Моделирование движений рук, мимики и артикуляции лица человека для синтеза и визуализации жестовой информации / *Кибернетика и системный анализ.* – 2011. – №4. – С.3-8.
9. Tomlin R.S. *Basic word order. Fundamental principles.* London: Croom Helm, 1986. 308 p.
10. Широков В.А. *Феноменология лексикографических систем.* К.: Наук. Думка, - 2004. – 327 с.
11. Крак Ю.В., Бармак А.В., Романишин С.А. Метод обобщенных грамматических конструкций для автоматизированного перевода текстовой информации в жестовые аналоги / *Кибернетика и системный анализ.* – 2014. – № 1. – С.130-138.

ОБЗОР ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ ТЕХНОЛОГИИ DATA MINING

Кусаинова А.Т., Исаков К.Т., Оралбекова Ж.О.

Email: ainurkussainova89@gmail.com

Евразийский Национальный Университет им.Л.Н.Гумилева, Казахстан

Абстракт. Сегодня Data Mining помогает многим предприятиям точнее оценить свою работу, тем самым увеличив прибыль. Приложения Data Mining применяются довольно широко в: розничной торговле, маркетинге, финансах, здравоохранении, промышленном производстве и других областях. В работе рассмотрены основные алгоритмы и методы данной технологии. Приведен подробный анализ современных алгоритмов технологии.

Введение

Сегодня приходится работать с огромным количеством данных, хранящихся в базах данных и других хранилищах данных, поэтому становится все более важно разрабатывать мощные инструменты для анализа таких данных и добычи знания из них. На рынке представлено множество инструментов, включающих различные методы, которые делают Data Mining прибыльным делом, все более доступным для большинства компаний. Интеллектуальный анализ данных позволяет пользователям извлекать знания из больших объемов данных, тем самым упрощая работу пользователей. Сам же термин Data Mining получил свое название из двух понятий: поиска ценной информации в большой базе данных (data) и добычи горной руды (mining). Оба процесса нуждаются в просеивании большого объема сырого материала или разумном изучении и поиске искомых ценностей.

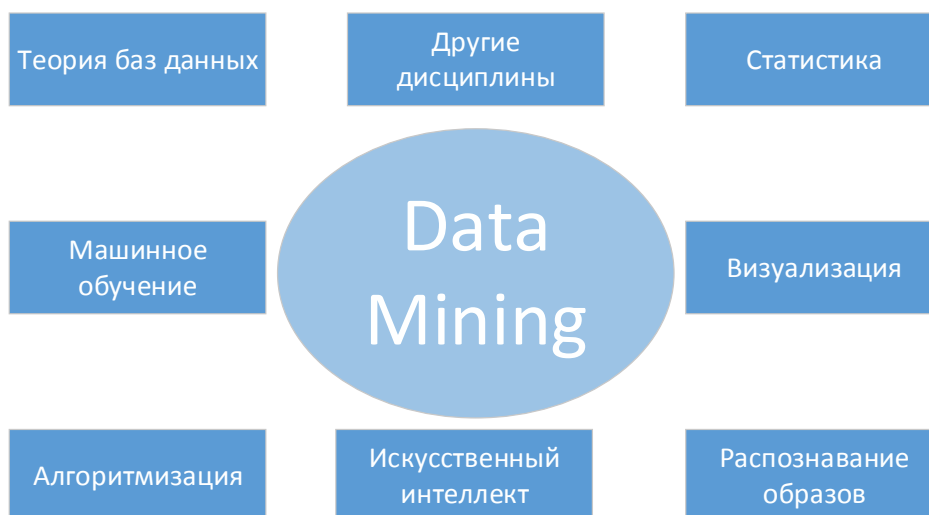


Рисунок 1 – Структура технологии Data Mining

Следует отметить, что главная особенность Data Mining – это комбинация широкого математического инструментария (от традиционного статистического анализа до новейших кибернетических технологий) и новых достижений в области информационных технологий. Сфера применения Data Mining ничем не ограничена - она везде, где имеются какие-либо данные. Data Mining состоит из нескольких основных компонентов: кластеризации, классификации, ассоциации правил и анализа последовательности

(Clustering, Classification, Association Rules and Sequence Analysis) и другие. На рисунке 2 отмечены основные задачи данной технологии.



Рисунок 2 – Основные задачи технологии Data Mining

В свою очередь ученые разных стран активно изучают данную технологию. Например в работе [1] авторы концентрируются на следующих важных алгоритмах: C4.5, k-Means, SVM, Apriori, EM, PageRank, AdaBoost, kNN, Naive Bayes, and CART. Например, в задачах классификации анализируют набор данных, создают набор правил, которые могут быть использованы для классификации будущих данных. Кластеризация отличается от классификации тем, что сами группы заранее не заданы. С помощью кластеризации средства Data Mining самостоятельно выделяют различные однородные группы данных. Ассоциация имеет место в том случае, если несколько событий связаны друг с другом. Например, так называемый анализ покупательской корзины, который предназначен для выявления товаров, которые покупатели стремятся приобретать вместе. Это необходимо для увеличения объемов продаж, улучшения маркетинга компании.

В основу современной технологии Data Mining положена концепция шаблонов, отражающих закономерности, свойственные подвыборкам данных. Поиск шаблонов производится методами, не использующими никаких априорных предположений об этих подвыборках. Если при статистическом анализе или при применении OLAP обычно формулируются вопросы типа «Каково среднее число неоплаченных счетов заказчиками данной услуги?», то применение Data Mining, как правило, подразумевает ответы на вопросы типа «Существует ли типичная категория клиентов, не оплачивающих счета?». При этом именно ответ на второй вопрос нередко обеспечивает более нетривиальный подход к маркетинговой политике и к организации работы с клиентами.

Важной особенностью Data Mining является нестандартность и неочевидность разыскиваемых шаблонов. Иными словами, средства Data Mining отличаются от инструментов статистической обработки данных и средств OLAP тем, что вместо проверки заранее предполагаемых пользователями взаимозависимостей они на основании имеющихся данных способны находить такие взаимозависимости самостоятельно и строить гипотезы об их характере.

Следует отметить, что применение средств Data Mining не исключает использования статистических инструментов и OLAP-средств, поскольку результаты обработки данных с помощью последних, как правило, способствуют лучшему пониманию характера закономерностей, которые следует искать.

1 Кластеризация

Кластеризация – это процесс объединение в группы схожих объектов, который является фундаментальной задачей Data Mining. Кластеризация в Data Mining приобретает ценность тогда, когда она выступает одним из этапов анализа данных, построения законченного аналитического решения. Аналитику часто легче выделить группы схожих объектов, изучить их особенности и построить для каждой группы отдельную модель, чем создавать одну общую модель на всех данных. Число алгоритмов разбиения групп объектов на кластеры довольно велико, некоторые из них – Иерархический, k-средних (и его модификации), Expectation-Maximization.

В работе [4] авторы представили основные характеристики алгоритмов кластеризации. Основные выводы работы представлены в таблице 1.

Таблица 1- Основные характеристики алгоритмов кластеризации

Алгоритм кластеризации	Вычислительная сложность	Результаты
Иерархический	$O(n^2)$	Бинарное дерево кластеров
k-средних	$O(nkl)$, где k – число кластеров, l – число итераций	Центры кластеров
c-средних		Центры кластеров, матрица принадлежности
Выделение связанных компонент	зависит от алгоритма	Древовидная структура кластеров
Минимальное покрывающее дерево	$O(n^2 \log n)$	Древовидная структура кластеров
Послойная кластеризация	$O(\max(n, m))$, где $m < n(n-1)/2$	Древовидная структура кластеров с разными уровнями иерархии

2. Классификация

Классификация – это самая распространенная задача Data Mining. В результате решения задачи классификации обнаруживаются признаки, которые характеризуют группы объектов исследуемого набора данных – классы. Далее по этим признакам новый объект можно отнести к тому или иному классу. Для решения задачи классификации могут использоваться методы: ближайшего соседа (Nearest Neighbor); k-ближайшего соседа (k-Nearest Neighbor); байесовские сети (Bayesian Networks); индук-

ция деревьев решений; нейронные сети (neural networks). Ниже представлена сравнительная таблица методов классификации (Таблица 2).

Таблица 2 – Сравнительная таблица методов классификации

Алгоритм	Точность	Масштабируемость	Быстрота
Нейронные сети	высокая	низкая	очень низкая
Деревья решений	низкая	высокая	высокая / нейтральная
k-ближайшего соседа	низкая	очень низкая	высокая

Самые популярные алгоритмы ID3 algorithm, C4.5 algorithm, SLIQ algorithm, подробнее представлено в работах [1]. Также можно отметить алгоритм AdaBoost – это алгоритм усиления классификаторов. Усиление – это ансамблевый алгоритм обучения, который берет несколько алгоритмов обучения, например, деревья решений, и объединяет их. Цель - взять группу слабых классификаторов и объединить их в один сильный. AdaBoost может работать с любыми обучающимися алгоритмами и с большим количеством разнообразных данных.

В таблице 3 приведено сопоставление неких характеристик задач классификации и кластеризации [5].

Таблица 3 - Сопоставление классификации и кластеризации

Характеристика	Классификация	Кластеризация
Контролируемость обучения	Контролируемое обучение	Неконтролируемое обучение
Стратегия	Обучение с учителем	Обучение без учителя
Наличие метки класса	Обучающее множество сопровождается меткой, указывающей класс, к которому относится наблюдение	Метки класса обучающего множества неизвестны
Основание для классификации	Новые данные классифицируются на основании обучающего множества	Дано множество данных с целью установления существования классов или кластеров данных

3. Поиск ассоциативных правил

В ходе решения задачи поиска ассоциативных правил отыскиваются закономерности между связанными событиями в наборе данных. Поиск закономерностей осуществляется не на основе свойств анализируемого объекта, а между несколькими событиями, которые происходят одновременно. Первый алгоритм поиска ассоциативных правил, называвшийся AIS, (предложенный Agrawal, Imielinski and Swami) был разработан сотрудниками исследовательского центра IBM Almaden в 1993 году. Самый известный алгоритм поиска ассоциативных правил – алгоритм Apriori. Apriori очень прост, понятен, легкорезализуем и имеет множество модификаций. Этот алгоритм обычно рассматривается как самообучающийся алгоритм. Алгоритм Apriori предназначен для поиска всех частых множеств признаков. Он является поуровневым, использует стратегию поиска в ширину и осуществляет его снизу-вверх. Одно из свойств данного алгоритма анти-монотонность, которое служит для снижения размерности пространства поиска. Существует огромное количество реализаций Apriori, одни из самых популярных – это ARtool, Weka и Orange.

Также для решения задач поиска ассоциативных правил используют следующие алгоритмы: Eclat, FP-growth.

Алгоритм FP-growth является одним из самых эффективных алгоритмов, который позволяет обойти процедуры генерации кандидатов, и многократного сканирования входного набора. Еще одно преимущество данного алгоритма - сжатие базового набора в компактную структуру, обеспечивающие быстрое и полное извлечение предметных наборов.

В свою очередь алгоритм Eclat является самым простым, с помощью которого число сканирований базового набора сокращено до одного раза. Недостатком данного алгоритма является: занимает длительное время, так как TID-множества могут оказаться слишком большими.

4. Задача последовательности

Последовательность позволяет найти временные закономерности между транзакциями. Задача последовательности схожа ассоциации, но ее целью является установление закономерностей не между одновременно наступающими событиями, а между событиями, связанными во времени (т.е. происходящими с некоторым определенным интервалом во времени). Иначе, последовательность определяется высокой вероятностью цепочки связанных во времени событий.

Правило последовательности: после события X через определенное время произойдет событие Y. Решение данной задачи широко применяется в маркетинге и менеджменте, например, при управлении циклом работы с клиентом (Customer Lifecycle Management).

Пример. После покупки квартиры жильцы в 60% случаев в течение двух недель приобретают холодильник, а в течение двух месяцев в 50% случаев приобретается телевизор. Решение данной задачи широко применяется в маркетинге и менеджменте, например, при управлении циклом работы с клиентом (Customer Lifecycle Management).

Распространенные алгоритмы – AprioriAll и AprioriSome. Алгоритмы имеют сравнимую производительность. Оба алгоритма являются масштабируемыми, т.е. время выполнения линейное возрастает с увеличением числа транзакций.

5. Другие компоненты технологии Data Mining

В таблице 4 приведены другие составляющие технологии Data Mining и их описание.

Таблица 4 – Компоненты технологии Data Mining

Задача	Описание
Прогнозирование	На основе особенностей исторических данных оцениваются пропущенные или же будущие значения целевых численных показателей.
Определение отклонений или выбросов	Обнаружение и анализ данных, наиболее отличающихся от общего множества данных, выявление так называемых нехарактерных шаблонов.
Оценивание	Задача оценивания сводится к предсказанию непрерывных значений признака.
Анализ связей	Задача нахождения зависимостей в наборе данных.

Визуализация	Задача создания графический образ анализируемых данных с помощью графических методов, показывающие наличие закономерностей в данных. Пример методов визуализации - представление данных в 2-D и 3-D измерениях.
Подведение итогов	Описание конкретных групп объектов из анализируемого набора данных

6. Сферы применения Data Mining

Сейчас технология Data Mining используется практически во всех сферах деятельности человека, где накоплены ретроспективные данные. Рассмотрены четыре основные сферы применения технологии Data Mining подробно : наука, бизнес, исследования для правительства и Web-направление.



Рисунок 3 – Сфера применения Data Mining

Для решения бизнес-задач. Основные направления: банковское дело, финансы, страхование, CRM, производство, телекоммуникации, электронная коммерция, маркетинг, фондовый рынок и другие.

Для решения задач государственного уровня. Основные направления: поиск лиц, уклоняющихся от налогов; средства в борьбе с терроризмом.

Для научных исследований. Основные направления: медицина, биология, молекулярная генетика и геномная инженерия, биоинформатика, астрономия, прикладная химия, исследования, касающиеся наркотической зависимости, и другие.

Для решения Web-задач. Основные направления: поисковые машины (search engines), счетчики и другие.

Вывод

Внедрение технологии Data Mining является новым шагом в научно-техническом развитии в различных областях общества. В нашей работе приведен аналитический обзор алгоритмов Data Mining для решения основных задач.

Исходя из нашего исследования, изучение и внедрение алгоритмов технологии Data Mining в IT-индустрии Казахстана необходимо, воспользовавшись опытом зарубежных коллег. Перспективы дальнейшего исследования проблемы мы видим в более детальном изучении существующих алгоритмов технологии.

Литература

1. Xindong Wu · Vipin Kumar · J. Ross Quinlan · Joydeep Ghosh · Qiang Yang · Hiroshi Motoda · Geoffrey J. McLachlan · Angus Ng · Bing Liu · Philip S. Yu · Zhi-Hua Zhou · Michael Steinbach · David J. Hand · Dan Steinberg. Top 10 algorithms in data mining. Knowl Inf Syst (2008) 14:1–37. © Springer-Verlag London Limited 2007. X - <http://www.cs.uvm.edu/~icdm/algorithms/10Algorithms-08.pdf> (10 мая 2016 мая)
2. Knowledge Discovery Through Data Mining: What Is Knowledge Discovery? — Tandem Computers Inc., 1996.
3. Дюк В. Data mining - интеллектуальный анализ данных. Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, 2001. - <http://www.inftech.webservis.ru/it/database/datamining/ar2.html> (1 мая 2016 г – дата просмотра)
4. Андрей Часовских. Разработка → Обзор алгоритмов кластеризации данных - <https://habrahabr.ru/post/101338/>. (15 мая 2016 г – дата просмотра)
5. Задачи Data Mining. Классификация и кластеризация. Интернет ресурс. НОУ «ИНТУИТ» - <http://www.intuit.ru/studies/courses/6/6/lecture/166?page=4> (5 июня 2016 год – дата просмотра)

ФРАГМЕНТАЦИЯ АЛГОРИТМА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНОГО МОДЕЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЕГО РЕАЛИЗАЦИИ

Лебедев Д.В.¹, Перепелкин В.А.^{2,3}

email: danil.lebedev.0881@gmail.com, perepelkin@ssd.sccc.ru

*Казахский национальный университет им. аль-Фараби,
г. Алматы, Республика Казахстан¹,*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики
СО РАН, г. Новосибирск, Россия²,*

*Новосибирский национальный государственный университет,
г. Новосибирск, Россия³*

***Аннотация.** В работе представлено численное решение трехмерного модельного уравнения теплопроводности методом стабилизирующей поправки. Реализован параллельный алгоритм для метода стабилизирующей поправки. Также реализован алгоритм в системе фрагментированного программирования LuNA. Проведена оптимизация фрагментированного алгоритма с помощью средств прямого управления. Проведено сравнительное тестирование производительности параллельного, фрагментированного алгоритмов и фрагментированного алгоритма оптимизированного с использованием средств прямого управления.*

1. Введение

Реализация больших численных моделей для суперкомпьютеров является сложной задачей системного параллельного программирования ввиду необходимости решения таких задач, как обеспечение равномерной нагрузки во времени доступных вычислительных узлов, декомпозиция и распределение данных и вычислений, организация коммуникаций и синхронизации процессов, обеспечение масштабируемости и эффективности и т.д. (тут и далее эффективность понимается с точки зрения времени вычислений, расхода памяти и нагрузки на коммуникационную подсистему вычислителя). При этом сложность программирования увеличивается с увеличением размера вычислителя, т.к. возрастает важность учёта в прикладной программе таких свойств вычислителя как неоднородность сети, различная пространственная удалённость вычислительных узлов друг от друга, издержки при использовании централизованных решений, и т.д. Как следствие, для реализации больших численных моделей целесообразно использовать системы параллельного программирования, в которых прикладной численный алгоритм описывается на высоком уровне абстракции без привязки к конкретным архитектурным особенностям и конфигурации вычислителя, а параллельная программа, реализующая алгоритм, конструируется автоматически. Примерами таких систем являются система фрагментированного программирования LuNA [1], PaRSEC [2], поддерживающий библиотеку численных алгоритмов DPLASMA [3], Charm++ [4], в частности, использующийся в пакете численных подпрограмм молекулярной динамики NAMD [5].

С одной стороны, такие системы повышают уровень программирования, т.е. облегчают разработку параллельных программ, реализующих численные модели. Особенно это касается обеспечения таких свойств параллельной программы как динамическая балансировка нагрузки на вычислительные узлы, автоматизация коммуникаций, обеспечение синхронизации при доступе к общим ресурсам, сборка мусора и т.д., так как эти аспекты параллельной программы наиболее сложны в реализации. С другой стороны,

обеспечение высокой эффективности параллельной программы, заданной высокоуровневым описанием численного алгоритма, является труднодостижимым ввиду алгоритмической сложности этой задачи. Хорошая эффективность сконструированной программы (сравнимая с эффективностью аналогичной программы, разработанной вручную) достигается, как правило, лишь для относительно узкого класса прикладных алгоритмов, либо требует использования средств ручного управления ходом исполнения прикладной программы. К таким средствам относятся задание приоритетов операций и подпрограмм, распределение данных и вычислений по вычислительным узлам и т.п.

Хотя использование средств ручного управления исполнением программы требует дополнительных усилий со стороны прикладного программиста кроме собственно описания алгоритма, такой подход к разработке эффективных параллельных программ всё же является существенно более практичным, чем использование средств низкоуровневого параллельного программирования (таких как MPI+Threads), так как большая часть работы в области обеспечения динамических свойств автоматизируется. Это облегчает разработку и, что не менее важно, отладку, модификацию и накопление численных параллельных программ.

Актуальной задачей современного системного параллельного программирования является развитие средств автоматизации параллельного программирования с целью повышения эффективности конструируемых параллельных программ и повышения уровня абстракции описания прикладного численного алгоритма.

Целью настоящей работы является сравнительный анализ эффективности параллельной программы, реализующей конкретный прикладной численный алгоритм (модельная трёхмерная задача решения уравнения теплопроводности) в системе LuNA и параллельной программы, реализующей тот же алгоритм традиционным способом, с использованием интерфейса передачи сообщений MPI. Программа для системы LuNA представлена в двух вариантах - с использованием базового системного алгоритма исполнения LuNA-программы и с использованием средств ручного управления ходом исполнения LuNA-программы (ручная оптимизация LuNA-программы с использованием средств ручного управления ходом исполнения программы, предусмотренными в системе LuNA). Цель проведения такого анализа — оценить характеристики эффективности программ, получаемых с помощью системы LuNA на примере задачи, близкой к реальной.

В первом разделе статьи приводятся необходимые определения и описание системы LuNA. Во втором разделе описывается прикладной алгоритм и схема его параллельной реализации. В четвёртом разделе приводятся результаты численных экспериментов и сравнительный анализ их производительности.

2. Система фрагментированного программирования LuNA

Система фрагментированного программирования LuNA (от Language for Numerical Algorithms — язык для численных алгоритмов) разрабатывается в Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН в лаборатории синтеза параллельных программ (один из авторов статьи является членом коллектива разработчиков). Эта система поддерживает технологию фрагментированного программирования и предназначена для автоматизации реализации больших численных моделей для суперкомпьютеров. При использовании этой системы прикладной численный алгоритм описывается на одноимённом языке LuNA. Это описание является явно-параллельным крупноблочным описанием алгоритма и, по существу, представляет собой описание двудольного ориентированного графа из фрагментов данных единственного присваивания и фрагментов вычислений, представляющих собой вызовы последовательных процедур без побоч-

ных эффектов. Граф называется фрагментированным алгоритмом и выполняется в соответствии с семантикой data-flow (т.е. по готовности входных данных).

Исполнение алгоритма, описанного на языке LuNA осуществляет исполнительная run-time система LuNA. Она осуществляет распределение фрагментов данных и вычислений по вычислительным узлам мультимпьютера, их пересылку между вычислительными узлами и запуск фрагментов вычислений по готовности входных фрагментов данных. Таким образом, исполнение фрагментированного алгоритма осуществляется в режиме полуинтерпретации. Это позволяет автоматизировать обеспечение динамических свойств реализации алгоритма, таких как динамическая балансировка нагрузки на вычислительные узлы, настройка на доступные ресурсы и т.п.

Эффективная реализация прикладного алгоритма, описанного на высоком уровне абстракции, требует решение ряда алгоритмически труднорешаемых задач. К ним относится конструирование отображения множества фрагментов данных и вычислений на вычислительные узлы, выбор порядка выполнения фрагментов вычислений в рамках имеющихся информационных зависимостей, сборка мусора и пр. Поэтому для повышения эффективности реализации фрагментированного алгоритма в системе LuNA существуют различные средства управления ходом его исполнения. Наиболее эффективным средством на текущий момент является определение схемы реализации фрагментированного алгоритма на базе событийной модели. В рамках этого подхода пользователем определяются обработчики таких событий как доступность фрагмента данных, завершение выполнения фрагмента вычислений и т.п. В обработчиках событий генерируются директивы относительно дальнейшего хода выполнения фрагментированного алгоритма. К таким директивам относятся, например, удаление ненужного более фрагмента данных, принудительный запуск заданного фрагмента вычислений и т.п. С помощью такого подхода возможно в широких пределах управлять ходом исполнения фрагментированного алгоритма с целью повышения эффективности его реализации.

Типичный цикл разработки фрагментированной программы имеет следующий вид:

- 1) Разработка численного алгоритма, обладающего приемлемым потенциалом для параллельной реализации
- 2) Фрагментация этого алгоритма, т.е. представление его в виде фрагментов данных и вычислений
- 3) Вспомогательный шаг: реализация фрагментированного алгоритма в виде последовательной программы с целью отладки на небольших размерах задачи
- 4) Реализация последовательных подпрограмм, реализующих фрагменты вычислений
- 5) Описание фрагментированного алгоритма на языке LuNA
- 6) Компиляция и исполнение

3. Описание задачи

В качестве задачи, использованной для сравнения параллельного и фрагментированного алгоритмов, рассматривается модельное трехмерное уравнение теплопроводности в единичном кубе [6].

$$u_t = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} \quad (1)$$

с начальными

$$u(x, y, z, 0) = u_0(x, y, z) \quad (2)$$

и граничными условиями

$$\begin{aligned} u(0, y, z, t) = u(x, 0, z, t) = u(x, y, 0, t) = 1 \\ u(1, y, z, t) = u(x, 1, z, t) = u(x, y, 1, t) = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

Для решения уравнения (1) с начальными и граничными условиями (2), (3) применим метод стабилизирующей поправки [7]. Суть метода заключается в следующем. Для расчета значения на следующем временном шаге вводятся промежуточные шаги: первый дробный шаг дает полную аппроксимацию уравнения теплопроводности, следующие дробные шаги являются поправочными и служат цели, улучшения устойчивости. Разностная схема выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{u^{n+1/3} - u^n}{\tau} &= \Lambda_1 u^{n+1/3} + \Lambda_2 u^n + \Lambda_3 u^n \\ \frac{u^{n+2/3} - u^{n+1/3}}{\tau} &= \Lambda_2 (u^{n+2/3} - u^n) \\ \frac{u^{n+1} - u^{n+2/3}}{\tau} &= \Lambda_3 (u^{n+1} - u^n) \end{aligned} \quad (4)$$

Для параллельной реализации для исходной пространственной области проводим разбиение по направлению z, как показано на рисунке 1(1a). Каждый процесс содержит подобласть, куда входят все точки по направлениям x и y, а по направлению z количество точек равно общему количеству точек, деленному на количество процессов. Выбирая такое разбиение, возможно посчитать первый (1a) и второй шаг (2a) по направлению x и y обычным последовательным алгоритмом прогонки, не обмениваясь данными между процессами. Затем каждый процесс выделяет из своей области подобласть как показано на рисунке 2 и пересылает ее соответствующему процессу. В результате получается разбиение как показано на рисунке 1 (3a). (По аналогичной схеме происходит переход к третьему разбиению, показанному на рисунке 1 (2b)). Третий шаг (3a) метода по направлению z, считается прогонкой для подобластей разбитых как показано на рисунке 1. Затем производится обмен теневыми гранями и переход на следующий шаг по времени. Далее считается первый шаг метода по направлению x (1b). Затем осуществляется переход к разбиению, показанному на рисунке 1 (2b), после чего осуществляется расчёт второго (2b) и третьего (3b) шага метода. После этого производится переразбиение, в результате которого получается первоначальное разбиение, показанное на рисунке 1 (1a), и выполняется обмен теневыми гранями. Далее, по той же схеме снова считаются первый и второй шаг метода и т.д.

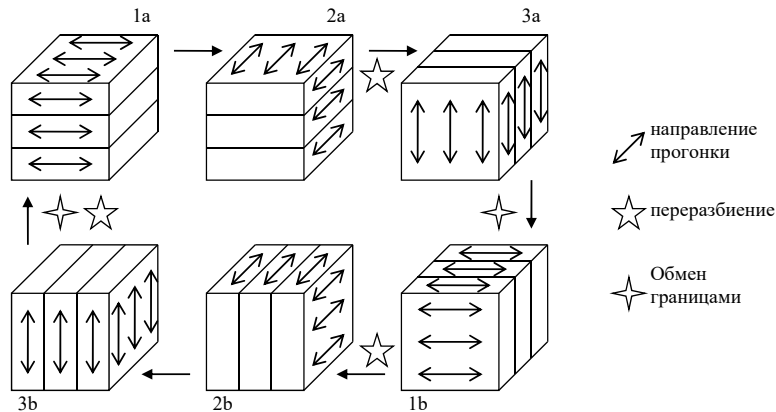


Рисунок 1 – Схема вычислений

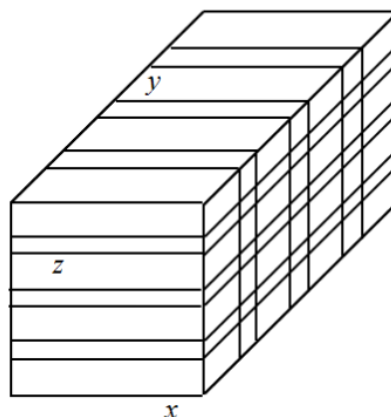


Рисунок 2 – Разбиение области для пересылки

Достоинством такой схемы вычислений, является возможность при вычислении двух промежуточных шагов решать независимо на каждом процессе последовательной прогонкой. Другие параллельные методы, такие как метод Яненко[9], параллельно-конвейерный метод [10] или метод параллельной циклической редукции[11], содержат коммуникации внутри каждого шага.

Но при этом есть глобальные коммуникации после каждого второго промежуточного шага, которые возникают при переразбиении исходной области, в отличие, от перечисленных методов.

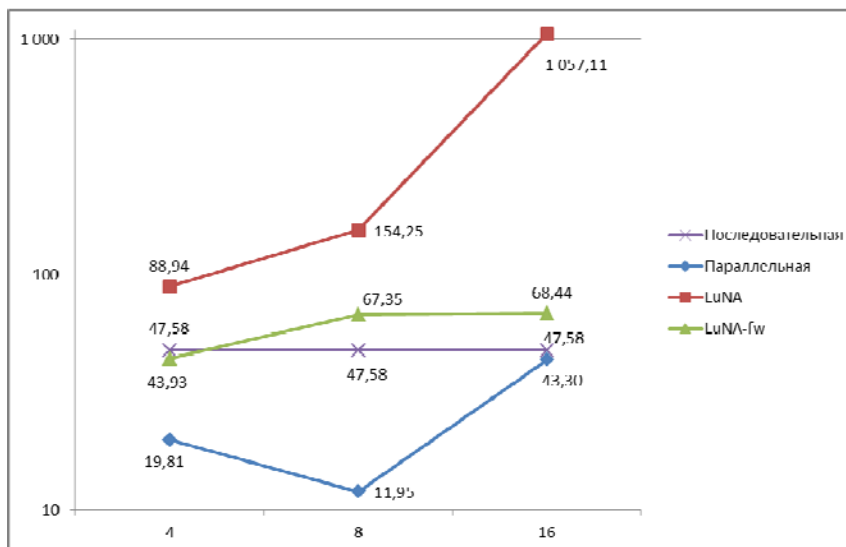
Еще один недостаток, ограничение на размер исходной области ведь, начиная с определенного размера исходной области, даже при увеличении количества процессов подобласть перестанет помещаться в память на одном узле, и мы не можем бесконечно увеличивать количество процессов, из-за того, что их не может быть больше чем количество точек по одному направлению. Для перечисленных методов такое ограничение отсутствует.

4. Тестирование

Для сравнения качества реализаций описанный численный алгоритм был реализован в нескольких вариантах: последовательная программа на языке C++, параллельная программа на C++, фрагментированная программа на языке LuNA с использованием одноименной системы программирования и фрагментированная программа на языке LuNA, с использованием прямого управления. Расчеты проводились для $1,0 \times 10^3$ временных шагов и размерности:

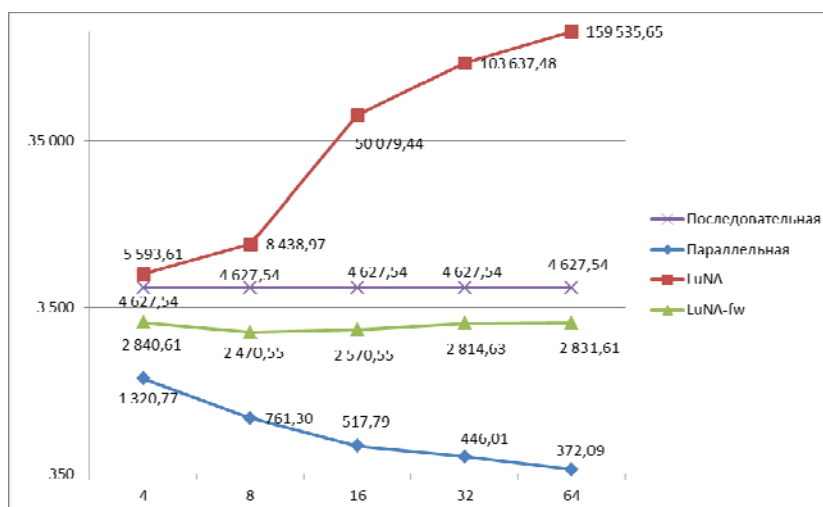
- 1) $64 \ 64 \ 64 = 262 \ 144$;
- 2) $128 \ 128 \ 128 = 2 \ 097 \ 152$;
- 3) $256 \ 256 \ 256 = 16 \ 777 \ 261$
- 4) $512 \ 512 \ 512 = 134 \ 217 \ 728$

Все расчеты производились на высокопроизводительном кластере T-Cluster КазНУ им. аль-Фараби [8]. Основу высокопроизводительного аппаратно-программного комплекса составляет вычислительный кластер на базе 26-и вычислительных лезвий содержащих 2 шестиядерных процессора (Intel® Xeon® CPU E5645 2.40 GHz). Общий объем операционной памяти составляет 624 гигабайта, общий объем HDD составляет 20-терабайт. Результаты расчетов приведены на рисунке 3.

Рисунок 3 – Время расчета в сек. для размера сетки 64^3

Из рисунка видно, что минимальное время расчета наблюдается у параллельной реализации. На втором месте по эффективности, последовательная или фрагментированная программа на прямом управлении. На последнем месте — базовая LuNA-программа. Можно заметить, что для MPI-программы на маленьком размере задачи ($64 \ 64 \ 64$) при увеличении количества процессов время расчета сокращается (8 процессов), а потом увеличивается (16 процессов).

На рисунке 4 показаны времена расчета для размерности $256 \ 256 \ 256$. Наиболее маленькое время выполнения программы у параллельной программы, реализованной с использованием стандарта MPI. На втором месте по эффективности фрагментированная программа на прямом управлении. Но с увеличением количества узлов время расчета у нее ухудшается, но незначительно, в отличие от параллельной программы. При таком размере исходной области доля времени вычислений становится больше, чем время, затраченное на коммуникации, несмотря на то, что объем передаваемых сообщений также увеличивается.

Рисунок 4 – Время расчета в сек. для размера сетки 256^3

На рисунке 5 показаны времена расчета для размерности $512 \times 512 \times 512$. Из рисунка видно, что на первом месте по производительности также остается параллельная программа, а на втором - фрагментированная программа на прямом управлении.

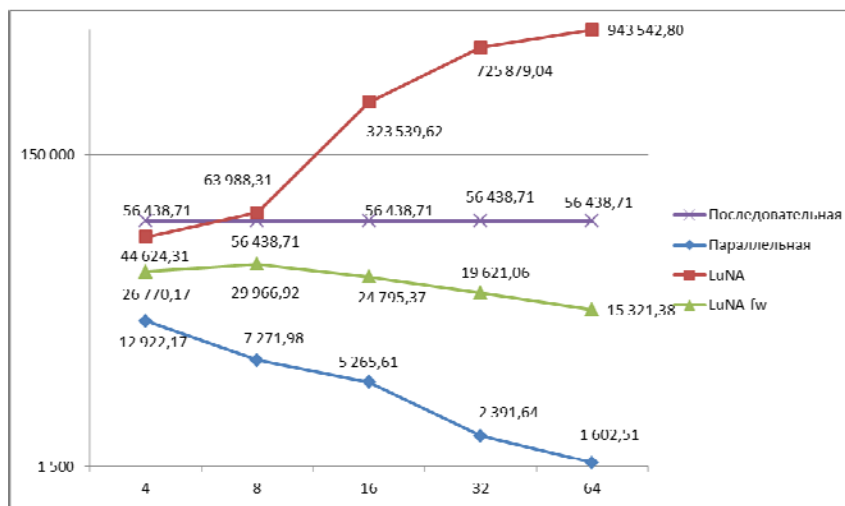


Рисунок 5 – Время расчета в сек. для размера сетки 512^3

Время выполнения LuNA-программы превышает время других программ для всех параметров задачи. Причиной этого являются накладные расходы на работу самой системы и низкое качество автоматически сконструированного отображения фрагментов на вычислительные узлы.

Тем не менее, несмотря на более низкое качество реализации, LuNA-программа проще в разработке, так как она берет на себя автоматическое обеспечение коммуникаций, распределения ресурсов, управление памятью, и ряд других функций. Кроме того LuNA-программа на прямом управлении качественно ведёт себя как MPI-программа, ускоряясь с увеличением числа вычислительных узлов и показывает время меньше чем у последовательной программы. Можно сделать вывод о целесообразности использования LuNA-программы на прямом управлении для достаточно больших задач.

Заключение

Исследована сравнительная эффективность по времени выполнения параллельной программы нескольких различных реализаций прикладного алгоритма решения уравнения теплопроводности для трехмерного случая. Сравнение показало, что система LuNA обеспечивает меньшую эффективность, чем ручная MPI-реализация. При этом средства управления ходом выполнения LuNA-программы позволяют существенно повысить её эффективность, хотя и не достичь эффективности MPI-программы. Это говорит о необходимости дальнейшего развития системных алгоритмов LuNA, хотя и демонстрирует её практическую применимость для достаточно больших задач исследуемого типа, особенно с учётом того, что разработка LuNA-программы существенно проще, чем разработка аналогичной MPI-программы.

В дальнейшем планируется применить этот алгоритм для расчета задачи трехмерной краевой задачи фильтрации жидкости для системы "нефть-вода-газ".

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках научных проектов 14-07-00381_a и 14-01-31328_мол_a и грантового финансирования научно-технических программ и проектов Комитетом науки МОН РК, грант № 5029/ГФ4.

Литература

1. V.E. Malyshkin, V.A. Perepelkin. LuNA Fragmented Programming System, Main Functions and Peculiarities of Run-Time Subsystem // Proceedings of the 11th International Conference on Parallel Computing Technologies, LNCS 6873. – P. 53-61.
2. Bosilca G, Bouteiller A, Danalis A, Faverge M, Herault T, Dongarra J (2013) PaR-SEC: exploiting heterogeneity to enhance scalability. IEEE Comput Sci Eng 15(6). P. 36-45.
3. Bosilca, G., Bouteiller, A., Danalis, A., Faverge, M., Haidar, A., Herault, T., Kurzak, J., Langou, J., Lemarinier, P., Ltaeif, H., Luszczek, P., YarKhan, A., Dongarra, J. "Flexible Development of Dense Linear Algebra Algorithms on Massively Parallel Architectures with DPLASMA," Proceedings of the Workshops of the 25th IEEE International Symposium on Parallel and Distributed Processing (IPDPS 2011 Workshops) 16-20 May, 2011, IEEE, Anchorage, Alaska, USA, P. 1432-1441
4. Charm++. <http://charm.cs.uiuc.edu> (27.06.2016)
5. NAMD: Scalable molecular dynamics library. <http://www.ks.uiuc.edu/Research/namd/> (27.06.2016)
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: "Наука", 1977. - 735 с.
7. Jim Douglas, jr. and Н.Н. Rachford, jr. On the numerical solution of heat conduction problems in two and three space variables. «Transactions of the Amer. Math. Soc.», 1956, vol. 82, № 2, P. 421-439
8. T-cluster // URL: <http://cluster.kaznu.kz> (27.06.2016).
9. Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В. Об организации параллельных вычислений и “распараллеливании” прогонки // Численные методы механики сплошной среды. 9, № 7. Новосибирск, 1978. С. 139–146
10. Сапронов И.С., Быков А.Н. Параллельно-конвейерный алгоритм // Атом. 2009. № 44. С. 24-25
11. Goddeke D., Strzodka R. Cyclic reduction tridiagonal solvers on GPUs applied to mixed-precision multigrid // IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems. 2011. Vol. 22. P. 22–32

ЛОКАЛЬНЫЙ ПОИСК С ЧЕРЕДУЮЩИМИСЯ ОКРЕСТНОСТЯМИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО СИНТЕЗА КОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

Плотников Р.В.¹, Ерзин А.И.^{1,2}, Младенович Н.³

¹ ИМ СО РАН, Новосибирск, Россия,

² НГУ, Новосибирск, Россия,

³ Белградский университет, Белград, Сербия

Исследуется задача построения оптимального коммуникационного дерева на заданном простом реберно-взвешенном графе. Такая задача возникает при минимизации энергозатрат на связь в различных коммуникационных сетях с адаптивными дальностями передачи. Для приближенного решения рассматриваемой NP-трудной задачи предложены эвристические алгоритмы, основанные на методе локального поиска с чередующимися окрестностями, а также проведен их апостериорный анализ качества. Проведенный численный эксперимент показал высокую эффективность разработанных методов.

1. Введение

Элементы многих коммуникационных сетей используют беспроводную связь для обмена информацией. При этом потери энергии элемента пропорциональны d^s , где $s \geq 2$, а d - дальность передачи [15]. В некоторых сетях, например, в беспроводных сенсорных сетях, элементы (сенсоры) имеют ограниченный запас энергии, и эффективное использование энергии сенсоров позволяет продлить время функционирования (жизни) сети [15,19,20]. Для рационального использования энергии современные сенсоры способны регулировать дальность радиопередачи, и тогда актуальной становится проблема определения дальности передачи каждого элемента сети таким образом, чтобы минимизировать общую энергию, затрачиваемую на поддержание связного графа. Если предположить, что радиосигнал одинаково распространяется во всех направлениях, то все элементы, находящиеся в зоне передачи (не далее, чем дальность передачи), получают сообщение. В этом случае можно считать, что коммуникационная сеть (остовный подграф, по ребрам которого осуществляется передача) - это полный граф [1,12,15]. Однако не всегда сигнал распространяется одинаково во всех направлениях и на любое расстояние. Поэтому в общем случае следует считать, что коммуникационный граф $G = (V, E)$ может быть произвольным остовным подграфом, как и потери энергии по обеспечению передачи по ребру графа. Таким образом, если $c_{ij} \geq 0$ - потери энергии, связанные с передачей данных из $i \in V$ в $j \in V$, то в связном подграфе $T = (V, E^t)$, $E^t \subseteq E$ потери энергии вершины $i \in V$ равны $E_i(T) = \max_{j:(i,j) \in E^t(T)} c_{ij}$. Целью данной статьи является исследование задачи построения такого остовного подграфа T , в котором сумма $\sum_{i \in V} E_i(T)$

минимальна. Без ограничения общности подграф T можно считать остовным деревом. Тогда рассматриваемая задача может быть сформулирована следующим образом:

Задан простой неориентированный реберно-взвешенный граф $G = (V, E)$ с множеством вершин V , $|V| = n$, и множеством ребер E . Пусть $c_{ij} \geq 0$ - вес ребра $(i, j) \in E$. Требуется найти остовное дерево T^ графа G , являющееся решением задачи:*

$$W(T) = \sum_{i \in V} \max_{j \in N_i(T)} c_{ij} \xrightarrow{T} \min, \quad (1)$$

где $N_i(T)$ – множество вершин, смежных с вершиной i в дереве T . В англоязычной литературе такую задачу принято называть *Min-Power Symmetric Connectivity Problem (MPSCP)* [2]. В дальнейшем любое допустимое решение задачи (1) – остовное дерево – мы будем называть также коммуникационным деревом (подграфом).

Известно, что задача (1) NP-трудна в сильном смысле [1,7-8,12] и при условии $N \neq NP$ неаппроксимируема с коэффициентом $1 + \frac{1}{260}$ [8]. Поэтому актуальным является построение и анализ эффективных алгоритмов приближенного решения данной задачи.

В работах [3,12] рассматривается более общая задача *Range Assignment Problem*, в которой требуется найти сильно связный подграф в ориентированном графе. Её подзадача *MPSCP* впервые была исследована в работе [2], в которой авторы доказали, что минимальное остовное дерево является 2-приближенным решением. Кроме того, в [2] предложены полиномиальные приближенные алгоритмы с гарантированными оценками точности $15/8$ и $1 + \ln 2 + \varepsilon \approx 1.69 + \varepsilon$.

В работе [1] предлагается два эвристических алгоритма локального поиска. Первый алгоритм – *замена ребра (edge switching, ES)*, в котором осуществляется наилучшая из возможных замен ребра текущего дерева на ребро, не принадлежащее дереву, пока такая замена приводит к уменьшению целевой функции. Вторым алгоритмом – *edge and fork switching (EFS)*. В нем осуществляется наилучшая замена одного ребра либо двух ребер на *вилку* (пару смежных ребер), пока такая замена ведет к улучшению решения. В работе [14] предложено два эвристических алгоритма ES1a и ES1b, которые по смыслу близки к ES. Однако следует заметить, что оба алгоритма ES1a и ES1b не обязательно строят локальный оптимум, вместо этого они осуществляют серию локальных улучшений за один проход по фиксированному списку ребер дерева. Также авторами работы [14] предложен быстрый алгоритм *sweep (SW)* и трудоемкий метод локального поиска *double edge switching (ES2)*, на каждом шаге которого осуществляется наилучшая из возможных замен двух ребер дерева. Следует также упомянуть еще о двух быстрых эвристических алгоритмах локального поиска: *subtree moving search (ST)* [18] и *local improvements (LI)* [7]. В обоих алгоритмах рассматривается ориентированное дерево, на каждом шаге удаляется ребро, а затем корень одного из двух полученных поддеревьев соединяется с вершиной другого поддерева таким образом, чтобы увеличение целевой функции было минимальным. Отличие ST от LI заключается в том, что в алгоритме ST на каждом шаге осуществляется наилучшая из подобных замен во всем дереве, в то время как в LI последовательно рассматриваются все ребра дерева, и для каждого ребра ищется наилучшая замена. Процедура повторяется, если произошла хотя бы одна успешная замена ребра.

В работе [13] предлагается способ исключения (*фильтрации*) ребер из исходного коммуникационного графа, гарантированно не участвующих в оптимальном решении задачи (1). Это позволяет существенно упростить задачу и сократить тем самым время работы алгоритмов.

Авторы [18] предлагают новый эвристический алгоритм, основанный на метаэвристике *iterated local search (ILS)* для решения задачи (1). В этом методе используются известные алгоритмы локального поиска ES и EFS, фильтрация ребер и два различных оператора мутации. Согласно приведенным в [18] результатам численного эксперимента, в среднем, наилучшее решение задачи за приемлемое время может быть получено алгоритмом ILS, использующем локальный поиск ES, фильтрацию ребер и мутацию со случайными увеличениями (*random increase mutation*).

В работе [6] предлагается гибридный генетический алгоритм (GA), который использует процедуру спуска с чередующимися окрестностями (*variable neighborhood descent*, VND).

В данной работе предлагаются новые эвристические алгоритмы, использующие метод локального поиска с чередующимися окрестностями (*variable neighborhood search*, VNS), различные виды локального поиска и два варианта процедуры выбора случайного решения в заданной окрестности (процедура *встряски*). Все предлагаемые алгоритмы реализованы на ЭВМ и проведен численный эксперимент, в ходе которого предлагаемые методы сравнивались с другими известными алгоритмами. Результаты данной работы также докладывались на конференциях DOOR 2016 и NUMTA 2016, и будут опубликованы в соответствующих сборниках.

2. Описание алгоритмов

Для приближенного решения задачи (1) предлагается использовать поиск с чередующимися окрестностями. За основу взяты алгоритмы Basic VNS и General VNS, подробное описание которых можно найти в работе [9-10]. Для удобства псевдокоды этих процедур представлены на рис. 1 и рис. 2. Эти метаэвристики состоят из двух фаз: фаза встряски и фаза локального поиска. В качестве критерия останова использовалось следующее правило: если наилучшее решение не меняется 3 итерации подряд, то алгоритм останавливается.

```
1: Выбрать набор систем окрестностей,  $\mathcal{N}_k$ , для  $k = 1, \dots, k_{\max}$ , который будет использован для процедуры встряски, пусть  $\mathcal{N}_0 = \{x\}$ ; Найти начальное решение  $x$ ; Задать  $k = 0$ ;  
2: пока критерий останова не выполнен  
3: пока  $k \leq k_{\max}$   
4: Встряски: сгенерировать случайную точку  $x'$  в окрестности  $\mathcal{N}_k(x)$ ;  
5: Локальный поиск. Пусть  $x''$  - полученный локальный оптимум;  
6: если  $x''$  лучше чем  $x$  то  
7:  $x = x''$ ;  $k = 1$ ;  
8: иначе  
9:  $k = k + 1$ ;
```

Рис. 1. Basic VNS

```
1: Выбрать набор систем окрестностей,  $\mathcal{N}_k$ , для  $k = 1, \dots, k_{\max}$ , который будет использован для процедуры встряски, пусть  $\mathcal{N}_0 = \{x\}$ ; Выбрать набор систем окрестностей,  $N_l$ , для  $l = 1, \dots, l_{\max}$ , который будет использован для локального поиска; Найти начальное решение  $x$ ; Задать  $k = 0$ ;  
2: пока критерий останова не выполнен  
3: пока  $k \leq k_{\max}$   
4: Встряски: сгенерировать случайную точку  $x'$  в окрестности  $\mathcal{N}_k(x)$ ;  
3: пока  $l \leq l_{\max}$   
6: Найти наилучшее решение  $x''$  в  $N_l(x')$ ;  
7: если  $x''$  лучше чем  $x'$  то  
8:  $x' = x''$ ;  $l = 1$ ;  
9: иначе  
10:  $l = l + 1$ ;  
11: если  $x'$  лучше чем  $x$  то  
12:  $x = x'$ ;  $k = 1$ ;  
13: иначе  
14:  $k = k + 1$ ;
```

Рис. 2. General VNS

В качестве методов локального поиска, определяющих соответствующие системы окрестностей, предлагается использовать процедуры замены ребра, которые, в отличие от других известных методов, не осуществляют замену ребра наилучшим способом, а вместо этого осуществляют проход по списку ребер и производят замену каждого рассматриваемого ребра наилучшим образом. Процедура повторяется, если была произведена хотя бы одна замена ребра. Есть два возможных варианта этого подхода: *добавление и наилучшее удаление* ребра (*adding and best removing*, ABR) и *удаление и наилучшее добавление* ребра (*removing and best adding*, RBA). Описание этих алгоритмов в виде псевдокодов представлено на рис. 3 и рис. 4.

```

1: Входные данные:  $G = (V, E)$  – коммуникационный граф,  $T = (V, F)$  – остовное дерево;
2:  $improved = \mathbf{true}$ ;
3: пока  $improved$ 
4:  $improved = \mathbf{false}$ ;
5:  $G = FilterEdges(G, W(T))$ ;
6:  $D = E \setminus F$ ;
7: для каждого  $e \in D$ 
8: Найти ребро  $f$  в цикле из множества  $F \cup \{e\}$ , удаление которого ведет к максимальному уменьшению целевой функции;
9:  $T' = (V, F \cup \{e\} \setminus \{f\})$ ;
10: если  $W(T') < W(T)$  то
11:  $T = T'$ ;
12:  $improved = \mathbf{true}$ ;

```

Рис. 3. Метод локального поиска ABR

```

1: Входные данные:  $G = (V, E)$  – коммуникационный граф,  $T = (V, F)$  – остовное дерево;
2:  $G = FilterEdges(G, W(T))$ ;
3:  $improved = \mathbf{true}$ ;
4: пока  $improved$ 
5:  $improved = \mathbf{false}$ ;
6: для каждого  $e \in F$ 
7: Пусть  $A$  и  $B$  – множества ребер двух компонент связности, полученных после удаления ребра  $e$ ;
8: Найти ребро  $f \in E$ , которое соединяет компоненты  $A$  и  $B$ , и добавление которого к  $A \cup B$  ведет к минимальному увеличению значения целевой функции;
9:  $T' = (V, A \cup B \cup \{f\})$ ;
10: если  $W(T') < W(T)$  то
11:  $T = T'$ ;
12:  $G = FilterEdges(G, W(T))$ ;
13:  $improved = \mathbf{true}$ ;

```

Рис. 4. Метод локального поиска RBA

В качестве процедуры встряски, которая используется в VNS, мы предлагаем два алгоритма: случайная встряска (*random shaking*, рис. 5) и усиленная встряска (*intensified shaking*, рис. 6). В обоих методах процедура замены ребра повторяется k раз, при этом k меняется от 0 до k_{\max} . k_{\max} – свободный параметр VNS, его наилучшее значение устанавливается экспериментально.

1: Входные данные: $G = (V, E)$ – коммуникационный граф, $T = (V, F)$ – остовное дерево;
 k – индекс окрестности;
2: для всех i от 1 до k
3: Выбрать случайное ребро $e_1 \in E \setminus F$;
4: $F' = F \cup \{e_1\}$;
5: Пусть $C \subseteq F'$ – цикл, содержащий e_1 ; Выбрать случайное ребро $e_2 \in C$;
6: $F = F' \setminus \{e_2\}$;
7: $T = (V, F)$;

Рис. 5. Случайная встряска

1: Входные данные: $G = (V, E)$ – коммуникационный граф, $T = (V, F)$ – остовное дерево;
 k – индекс окрестности;
2: для всех i от 1 до k
3: Выбрать случайное ребро $e_1 \in E \setminus F$;
4: $F' = F \cup \{e_1\}$;
5: Пусть $C \subseteq F'$ – цикл, содержащий e_1 ; Выбрать ребро $e_2 \in C$, удаление которого ведет к максимальному уменьшению значения целевой функции;
6: $F = F' \setminus \{e_2\}$;
7: $T = (V, F)$;

Рис. 6. Усиленная встряска

3. Численный эксперимент

Все предлагаемые алгоритмы реализованы на языке C++ в среде разработки Visual Studio 2010. Эксперимент проводился для $n = 10, 30, 50, 100, 250$ и в некоторых случаях 500. Для одной и той же размерности было сгенерировано 100 различных примеров. Для каждого примера случайным образом разбрасывалось необходимое число точек на квадратную область. После этого определялся реберно-взвешенный полный граф, вершинам которого соответствуют точки, а вес ребра равен квадрату расстояния между точками. После этого кандидаты на начальное приближенное решение строились алгоритмом Прима (минимальное остовное дерево) и методом IPP [4,14], затем наилучшее из них бралось в качестве первого приближения. В качестве структуры данных для хранения допустимого решения задачи использовалось дерево, каждый элемент которого хранит указатель на родительский элемент и список указателей на прямых потомков. Эксперимент проводился на компьютере Intel Core i5-4460 (3.2GHz) 8Gb, и только одно вычислительное ядро было задействовано для всех алгоритмов кроме CPLEX и GA.

Для того чтобы сравнить результаты работы алгоритмов вычислялась доля уменьшения значения целевой функции по сравнению с минимальным остовным деревом (доля улучшения MST). Этот параметр использовался ранее для оценки работы приближенных алгоритмов (см. [1, 14, 18]). Для малых значений размерности ($n \leq 30$) определялись параметры постановки задачи в виде ЦЛП, предложенной в работе [7], и затем строилось точное решение с помощью CPLEX. CPLEX работал параллельно на 4 вычислительных потоках. В таблице 1 представлена доля улучшения MST и время работы CPLEX. Заметим, что в настоящее время ни один из известных пакетов программ не позволяет решить задачу за приемлемое время при $n \geq 40$.

n	Улучш. MST %	Время с
10	3.98	0.33
30	5.78	93.53

Таблица 1. CPLEX (оптимальное решение). Доля улучшения MST и время работы

Для алгоритмов, основанных на схемах VNS, необходимо определить параметр k_{\max} . Для этого каждый алгоритм запускался на одних и тех же тестовых примерах с различными k_{\max} . Оказалось, что, начиная с $k_{\max} = 30$, в среднем относительная погрешность построенного решения уменьшается незначительно, в то время как время работы некоторых алгоритмов увеличивается почти вдвое при увеличении k_{\max} на 10. При этом в среднем время работы всех алгоритмов остается приемлемым при $k_{\max} = 30$. Поэтому у всех алгоритмов, основанных на схемах VNS, в качестве параметра k_{\max} использовалось значение 30.

Оказалось, что использование фильтрации ребер позволяет сократить количество ребер в исходном полном графе в среднем на 50-60%, при этом время работы процедур ABR, RBA и ES сократилось более чем на 60% (см. табл. 2). Это оправдывает использование фильтрации ребер внутри всех предлагаемых алгоритмов.

n	Отброш. ребра	Ускор. ES	Ускор. ABR	Ускор. RBA
30	53.02 %	53.08 %	58.96 %	46.15 %
50	55.81 %	59.62 %	63.36 %	53.74 %
100	59.71 %	66.38 %	64.3 %	59.57 %
250	60.84 %	70.59 %	66.53 %	62.73 %

Таблица 2. Фильтрация ребер

В табл. 3 представлены результаты работы алгоритмов локального поиска. Наилучшие значения выделены жирным шрифтом (и далее во всех таблицах). Наилучшее решение в среднем строит алгоритм EFS, но его время работы растет быстро с увеличением размерности: он работает более 1000 секунд уже на 200 вершинах. Поэтому этот метод не использовался в алгоритмах, основанных на VNS.

В табл. 4 представлены результаты работы алгоритма basic VNS с различными процедурами локального поиска и случайной встряской. Запись V_* означает алгоритм, основанный на схеме VNS и использующий метод * для локального поиска. В табл. 5 отражены результаты работы тех же алгоритмов, но использующих усиленную встряску. Так как усиленная встряска в среднем позволяет построить лучшее решение, именно эта процедура использовалась в дальнейшем в алгоритмах, использующих VNS.

n	ABR		RBA		EFS		ES		LI	
	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.
10	3.766	0	3.721	0	3.962	0.001	3.753	0	3.038	0
30	5.026	0.001	5.046	0.001	5.583	0.092	5.073	0.001	3.558	0
50	5.354	0.004	5.331	0.002	6.082	0.915	5.446	0.004	3.984	0
100	5.515	0.023	5.505	0.018	6.171	29.39	5.598	0.046	3.768	0.002
250	5.611	0.2555	5.6	0.2325	0	0	5.711	1.089	3.936	0.0171

Таблица 3. Алгоритмы локального поиска. Доля улучшения MST и время работы

<i>n</i>	B_ABR		B_RBA		B_ES		B_LI	
	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.
10	3.98	0.003	3.958	0.005	3.98	0.006	3.934	0.001
30	5.738	0.058	5.778	0.064	5.761	0.079	4.402	0.003
50	6.207	0.243	6.289	0.259	6.295	0.315	3.961	0.004
100	6.081	1.393	6.225	1.708	6.107	1.811	3.503	0.008
250	6.122	17.97	6.266	22.52	6.002	19.27	3.617	0.025

Таблица 4. Basic VNS со случайной встряской. Доля улучшения MST и время работы

<i>n</i>	B_ABR		B_RBA		B_ES		B_LI	
	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.
10	3.938	0.003	3.979	0.003	3.98	0.004	3.772	0.002
30	5.707	0.055	5.772	0.051	5.761	0.062	4.135	0.003
50	6.159	0.233	6.256	0.207	6.268	0.214	3.823	0.005
100	6.023	1.442	6.238	1.435	6.116	1.208	3.423	0.009
250	6.014	15.41	6.274	21.46	5.956	12.09	3.447	0.024

Таблица 5. Basic VNS с усиленной встряской. Доля улучшения MST и время работы

Результаты работы алгоритмов, основанных на схеме general VNS, представлены в табл. 6. Мы запускали два таких алгоритма. В первом, G_AR, на каждой итерации фазы локального поиска сначала запускался ABR, а затем – RBA. Во втором алгоритме, G_RA, – наоборот.

<i>n</i>	G_AR		G_RA	
	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.
10	3.98	0.005	3.958	0.005
30	5.74	0.074	5.779	0.077
50	6.148	0.281	6.29	0.297
100	6.03	1.736	6.196	1.863
250	6.049	21.27	6.304	31.14

Таблица 6. General VNS с усиленной встряской. Доля улучшения MST и время работы

В табл. 7 представлены результаты метода ILS, использующего разные методы локального поиска. Как и в работе [17 door], алгоритм останавливался через 200 итераций. В качестве мутации использовались случайные увеличения.

Хотя, в среднем, ILS превосходит эвристики, основанные на VNS, его время работы достаточно велико. При этом превосходство над лучшими из VNS-эвристик незначительно – не более 0.1%. Поэтому мы сравнили решения построенные наилучшими из VNS-эвристик B_RBA и G_RA с решениями построенными за то же самое время алгоритмом ILS (а именно наилучшим его вариантом, с использованием ES в качестве процедуры локального поиска). Результаты представлены в табл. 8 и в табл. 9. В первом столбце обеих таблиц отражена доля случаев, когда алгоритм B_RBA (G_RA) строил

лучшее решение, чем ILS, во втором столбце- доля случаев, когда ILS строил более точное решение. Видно, что предлагаемые нами алгоритмы значительно эффективнее ILS, особенно в случае большой размерности ($n = 500$).

n	ILS_ABR		ILS_RBA		ILS_ES		ILS_LI	
	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.
10	3.98	0.02	3.9	0.02	3.98	0.02	3.17	0.01
30	5.72	0.32	5.75	0.33	5.78	0.43	2.93	0.02
50	6.23	1.111	6.28	1.23	6.33	1.73	3.187	0.04
100	6.12	6.353	6.23	7.96	6.31	13.33	3.05	0.09
250	6.06	65	6.16	107.5	6.4	250	3.21	0.29

Таблица 7. ILS. Доля улучшения MST и время работы

n	B_RBA лучше %	ILS_ES лучше %	B_RBA: улучш. MST %			ILS_ES: улучш. MST %			Время сек.
			мин	ср	макс	мин	ср	макс	
10	2	0	0	3.98	19.82	0	3.952	19.82	0.003
30	11	2	0.824 2	5.777	15	0.824 2	5.7	14.58	0.052
50	30	10	1.201	6.277	13.56	1.201	6.197	13.41	0.2018
100	54	26	2.48	6.23	10.42	2.383	6.154	10.86	1.427
250	85	15	3.638	6.288	9.504	3.464	6.039	9.358	22.63
500	99	1	4.099	6.341	8.887	3.717	5.896	8.072	208.2

Таблица 8. Сравнение результатов B_RBA и ILS_ES. Остановка ILS ES по времени работы B_RBA

n	G_RA лучше %	ILS_ES лучше %	G_RA: улучш. MST %			ILS_ES: улучш. MST %			Время сек.
			мин	ср	макс	мин	ср	макс	
10	0	0	0	3.98	19.82	0	3.98	19.82	0.01
30	6	6	0.8242	5.767	15	0.8242	5.743	14.58	0.08
50	17	14	1.201	6.287	13.66	1.201	6.291	13.56	0.3
100	47	36	1.866	6.213	10.34	2.415	6.227	10.86	2.11
250	72	28	3.69	6.286	9.494	3.653	6.16	9.598	31.42
500	94	6	4.303	6.352	8.6	3.754	5.973	8.288	279.7

Таблица 9. Сравнение результатов G_RA и ILS_ES. Остановка ILS ES по времени работы G_RA

В работе [6] предложено два гибридных генетических алгоритма решения задачи (1). Наилучшие результаты были получены алгоритмом GA_VND, который использовал процедуру VND на трех специальных системах окрестностей вместо мутации. В табл. 10 приведено сравнение алгоритма GA_VND с наилучшими из VNS-эвристик, предлагаемых в настоящей работе: B_RBA, G_RA. Заметим, что генетический алго-

ритм работал на 4 параллельных вычислительных потоках, поэтому его время работы в среднем значительно меньше. Но методы B_RBA, G_RA строят более точные решения, особенно в случае большой размерности.

n	B_RBA		G_RA		GA_VND	
	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.	Улучш. MST %	Время сек.
10	3.98	0.00	3.98	0.01	3.98	0.06
30	5.78	0.05	5.77	0.08	5.75	0.14
50	6.28	0.20	6.29	0.3	6.20	0.31
100	6.23	1.427	6.21	2.11	5.96	1.12
250	6.29	22.63	6.29	31.42	5.87	6.35
500	6.34	208.2	6.35	279.7	5.71	31.8

Таблица 10. Сравнение результатов лучших алгоритмов, основанных на VNS (B_RBA и G_RA) и гибридного генетического алгоритма GA VND

В данной работе предложены эвристические алгоритмы для решения задачи синтеза оптимального коммуникационного дерева, основанные на двух схемах метаэвристики VNS: basic VNS и general VNS. В качестве методов локального поиска использовались как известные методы ES, EFS и LI, так и новые ABR и RBA. В ходе численного эксперимента предложенные алгоритмы сравнивались между собой и с другими известными алгоритмами. Численный эксперимент показал, что наилучшие из предлагаемых методов эффективнее подходов, разработанных ранее, причем выигрыш в качестве решения заметно растет с ростом размерности задачи.

Литература

1. Althaus, E., Calinescu, G., Mandoiu, I.I., Prasad, S.K., Tchervenski, N., Zelikovsky, A.: Power Efficient Range Assignment for Symmetric Connectivity in Static Ad Hoc Wireless Networks. *Wireless Networks* 12(3), 287-299 (2006)
2. Calinescu, G., Mandoiu, I.I., Zelikovsky, A.: Symmetric Connectivity with Minimum Power Consumption in Radio Networks. In: Baeza-Yates, R.A., Montanari, U., Santoro, N. (eds.) *Proc. 2nd IFIP International Conference on Theoretical Computer Science. IFIP Conference Proceedings*, vol. 223, Kluwer, Dordrecht 119-130 (2002) VNS-Based Heuristics for MPSCP in Wireless Networks 13
3. Clementi, A.E.F., Penna, P., Silvestri, R.: Hardness Results for the Power Range Assignment Problem in Packet Radio Networks. In: Hochbaum, D.S., Jansen, K., Rolim, J.D.P., Sinclair, A. (eds.) *RANDOM 1999 and APPROX 1999. LNCS*, vol. 1671, Springer, Heidelberg 197-208 (1999)
4. Cheng, X., Narahari, B., Simha, R., Cheng, M.X., Liu, D.: Strong Minimum Energy Topology in Wireless Sensor Networks: NP-Completeness and Heuristics. *IEEE Transactions on Mobile Computing* 2(3), 248-256 (2003)
5. Chu, T., Nikolaidis, I.: Energy efficient broadcast in mobile ad hoc networks. In *Proc. AD-HOC Networks and Wireless* (2002)
6. Erzin, A., Plotnikov, R.: Using VNS for the optimal synthesis of the communication tree in wireless sensor networks, *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 47 21-28 (2015)

7. Erzin, A., Plotnikov, R., Shamardin, Y.: On some polynomially solvable cases and approximate algorithms in the optimal communication tree construction problem, *Journal of Applied and Industrial Mathematics* 7 142-152 (2013)
8. Fuchs, B.: On the hardness of range assignment problems, Tech. Rep. TR05-113, *Electronic Colloquium on Computational Complexity* (2005)
9. Hanafi, S., Lazic, J., Mladenovic, N., Wilbaut, C., Crevits, I.: New variable neighbourhood search based 0-1 MIP heuristics, *Yugoslav Journal of Operations Research*, (2015) DOI: 10.2298/YJOR140219014H
10. Hansen, P., Mladenovic, N.: Variable neighborhood search: Principles and applications, *European Journal of Operational Research* 130 449-467 (2001)
11. Hansen, P., Mladenovic, N., Perez-Britos, D.: Variable Neighborhood Decomposition Search, *Journal of Heuristics*, Volume 7, Issue 4, pp 335-350 (2001)
12. Kirousis, L.M., Kranakis, E., Krizanc, D., Pelc, A.: Power Consumption in Packet Radio Networks. *Theoretical Computer Science* 243(1-2), 289-305 (2000)
13. Montemanni, R., Gambardella, L.M.: Exact algorithms for the minimum power symmetric connectivity problem in wireless networks. *Computers & Operations Research* 32(11), 2891-2904 (2005)
14. Park, J., Sahni, S.: Power Assignment For Symmetric Communication In Wireless Networks. In: *Proceedings of the 11th IEEE Symposium on Computers and Communications (ISCC)*, Washington, pp. 591-596. IEEE Computer Society, Los Alamitos (2006)
15. Pottie G.J., Kaiser W.J.: *Wireless Integrated Network Sensors*. - Communications ACM. 2000. Vol. 43. No. 5. P. 51-58.
16. Rappaport, T.S.: *Wireless Communications: Principles and Practices*. Prentice Hall (1996)
17. Santi, P.: *Topology Control in Wireless Ad Hoc and Sensor Networks*. John Wiley & Sons, Chichester (2005)
18. Wolf, S., Merz, P.: Iterated Local Search for Minimum Power Symmetric Connectivity in Wireless Networks. Volume 5482 of the series *Lecture Notes in Computer Science* 192-203 (2009)
19. Wu J., Yang S.: Energy-Efficient Node Scheduling Models in Sensor Networks with Adjustable Ranges. - *Int. J. of Foundations of Computer Science*. 2005. Vol. 16. No. 1. P. 3-17 (2005)
20. Zhang H., Hou J.C.: Maintaining Sensing Coverage and Connectivity in Large Sensor Networks. - *Ad Hoc & Sensor Wireless Networks*. Vol.1. No. 1-2. P. 89-124 (2005)

SMART-СИСТЕМА ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ ЛЮДЕЙ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗРЕНИЯ НА ОСНОВЕ КОГНИТИВНОГО ПОДХОДА

Самигулина Г.А., Шаяхметова А.С.
e-mail: asemshayakhmetova@mail.ru

Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК

Аннотация. *Статья посвящена разработке Smart-системы дистанционного обучения для людей с ограниченными возможностями зрения на основе когнитивного подхода. Предложенный подход используется для учета физиологических и психофизиологических особенностей восприятия и осознания обучающей информации людьми с различными нарушениями зрения с целью получения качественного инженерного образования в лабораториях коллективного пользования.*

Ключевые слова: *Smart – система, дистанционное обучение, люди с нарушением зрения, когнитивный подход.*

1 Введение

Сегодня дистанционное обучение (ДО) является одним из перспективных направлений в образовании. Дистанционное обучение интегрирует существующие методы и придает качественно новый уровень обучению. В настоящее время происходит переход к Smart - образованию, основу которого составляют интеллектуальные подходы. Данное обучение позволяет реализовать основные принципы современного образования и становится все более востребованным, предоставляет равные возможности всем людям независимо от социального положения и может гибко реагировать на потребности обучающихся. Актуально создание Smart-систем ДО для людей с различными ограниченными возможностями, особенно для людей с нарушением зрения.

В быстро развивающейся современной информационной среде необходимо создавать новые интеллектуальные технологии обучения. Широко используются интеллектуальные системы построенные на основе когнитивного подхода. Они позволяют обеспечить эффективное понимание, успешную адаптацию в информационно-насыщенной среде и способствуют интеллектуальному развитию обучающихся.

В системах ДО, основанных на когнитивном подходе [1], обучающийся является активным участником процесса обучения и участвует в процессе как своего обучения так и в процессе обучения своих сокурсников. В обучающей среде через взаимодействие преподавателя, обучающегося и его сокурсников обучающийся сам строит свою траекторию получения знаний. Обучение основанное на когнитивном подходе имеет воспитательный потенциал. Он развивает независимость в мышлении и действии, появляется желание управлять своим обучением и оценивать его, а также способствуют духовному и социальному развитию личности [2]. Знания и возможности, полученные на основе данного подхода, способствуют развитию высокого уровня интеллекта и формированию творческого потенциала. В статье [3] разработаны модели управления процессом обучения с использованием когнитивных технологий с целью повышения эффективности образовательного процесса. Предложенный подход позволяет прогнозировать качество процесса обучения с учетом индивидуальных характеристик обучающихся, квалификации преподавателей, содержания учебного материала, мотивации и др. факторов. В исследовании [4] рассматривается когнитивная модель

взаимодействия преподавателя и обучающегося в процессе обучения. С помощью данной модели проведен качественный анализ процесса получения знаний и определены основные причины, влияющие на качество преподавания. Таким образом, суть когнитивного подхода заключается в решении таких задач как: восприятие знаний, их осознание, приобретение навыков, структурирование и использование знаний обучающимися в процессе обучения [5]. Данный подход направлен [6] на личностно-ориентированное обучение, индивидуализированные методы, приёмы и технологии обучения.

2 Постановка задачи

Постановка задачи формулируется следующим образом: необходимо разработать Smart-систему дистанционного обучения людей с ограниченными возможностями зрения (ЛОВЗ) на основе когнитивного подхода с целью изучения новейших технологий и получения качественного инженерного образования в лабораториях коллективного пользования.

3 Разработка Smart-системы ДО на основе когнитивного подхода

В данной работе когнитивный подход применяется при анкетировании для получения признаков характеризующих ЛОВЗ [7] и при подаче учебной информации с экрана монитора с учетом дефектов зрения (Рисунок 1).

Процесс анкетирования состоит из двух этапов: анкетирование 1 и анкетирование 2. Анкетирование 1 выделяет психофизиологические признаки ЛОВЗ с помощью различных тестов, специальных таблиц для определения остроты зрения и диагностики определения дефектов зрения. Анкетирование обучающихся способствует выявлению интеллектуальных, физиологических и психофизиологических особенностей восприятия и осознания информации ЛОВЗ и способствует построению адекватной модели обучающегося. Данный подход помогает при исследовании интеллектуальных и личностных особенностей обучающихся:

- уровня интеллекта;
- общих и специальных уровней успеваемости;
- темпа усвоения знаний;
- работоспособности;
- выносливости;
- силы воли;
- мотивации достижения результата и др.

Все эти аспекты характеризующие личность определяются с помощью теста интеллекта Р. Амтхауэра и по тесту вербального интеллекта Г. Айзенка [8] при оценке интеллектуальных способностей, умственной работоспособности и утомляемости.

Тест интеллекта Амтхауэра разработан немецким психологом Рудольфом Амтхауэром в 1953 году в Германии для определения коэффициента интеллекта [9]. В своих исследованиях Амтхауэр большое внимание уделял соответствию интеллекта и профессиональной деятельности испытуемого. Данный тест интерпретирует результаты на трех уровнях:

- 1) Определяет общий уровень интеллекта.
- 2) Выявляет наиболее высокие результаты на основе интерпретации профиля.
- 3) Определяет уровень развития отдельных способностей испытуемых.

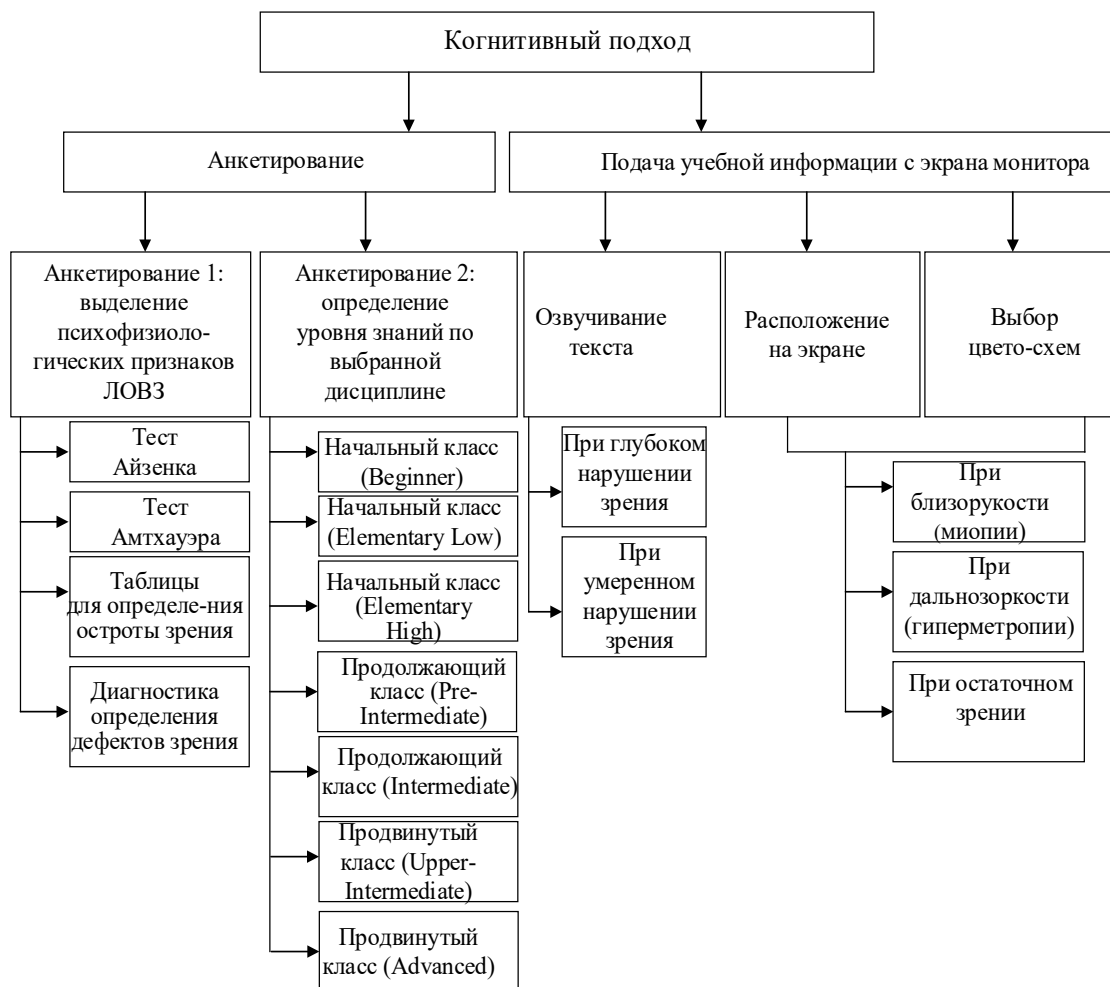


Рисунок 1 - Структура применения когнитивного подхода в системе ДО ЛОВЗ

Тест Амтхауэра позволяет исследовать структуру мышления по следующим составляющим:

- выделение сущностного признака;
- установление категориальной принадлежности, выделение класса;
- осознание закономерных связей между явлениями.

Данный тест дает возможность получить информацию еще о ряде интеллектуальных составляющих личности, наиболее часто требующихся в современных видах профессиональной деятельности.

Тест Айзенка [10] разработан английским психологом Гансом Айзенком, который состоит из нескольких тестов. Имеется восемь различных вариантов теста Айзенка для определения интеллекта, которые предназначены для общей оценки интеллектуальных способностей с использованием словесного, цифрового и графического материалов с различными способами формулировки задач. Методика теста Г. Айзенка предназначена для оценки интеллектуальных способностей и определения нестандартного мышления. Тесты предназначены для оценки интеллектуальных способностей людей в возрасте от 18 до 50 лет и имеющих образование не ниже среднего.

В разработанной Smart – системе ДО ЛОВЗ предложены таблицы для самостоятельной проверки состояния здоровья зрения, которые включают в себя тест

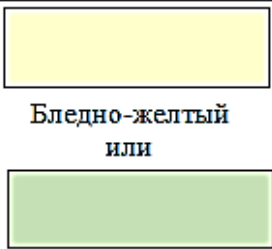
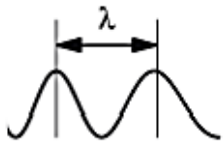

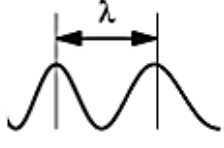


для определения близорукости и дальнозоркости (дуохромный тест) и тест на астигматизм [11].

Процесс подачи учебной информации с экрана монитора осуществляется с помощью: озвучивания текста (при глубоком и умеренном нарушениях зрения). Для наилучшего восприятия и осознания информации предусмотрены выбор цветовых схем и расположение информации на экране монитора при различных нарушениях зрения.

При подборе цвета для подачи учебного материала нужно знать влияние цвета на восприятие информации ЛОВЗ с различными нарушениями зрения. Цвет влияет на физиологические системы человека, повышая или же уменьшая способность к учебной деятельности. Необходимо учитывать психологическое влияние цвета на организм человека в зависимости от длины волны. Видимые части спектра делятся на три части [12, 13]: длинноволновая – 760...580 нм (красный, оранжевый и оранжево-желтый), средневолновая – 580...510 нм (желтый, зеленый и частично голубой) и коротковолновая – 510...380 нм (голубой, синий, фиолетовый).

В таблице 1 представлены различные цвето-схемы для подачи информации с экранов монитора ЛОВЗ при различных дефектах зрения.

Таблица 1. Цвето-схемы для людей с различными дефектами зрения

Цвет шрифта	Цвет фона	Длина волны (нм)	Дефекты зрения
Чёрный	 Бледно-желтый или Бледно-зеленый	 580-550нм	При близорукости (миопии)
Чёрный	 Ярко-желтый или Ярко-оранжевый	 640-590нм	При дальнозоркости (гиперметропии)
Белый	 Чёрный	Полное отсутствие цвета	При остаточном зрении
Чёрный	 Белый	Состоит из всех цветов	При обычном зрении

Цвет действует на фоточувствительные рецепторы сетчатки глаза, в результате сформировывается сигнал, который передаётся в мозг. Ощущение цвета образовывается в зрительной области мозга. В результате обработки сигналов появившиеся в процессах возбуждения и торможения цветочувствительных клеток (колбочек, рецепторов глазной сетчатки человека) происходит восприятия цвета. По сравнению с людьми, обладающими здоровым зрением слабовидящие воспринимают окружающую среду совсем по-другому [13]. Они видят мир в более бледных тонах (серый, чёрно-белый). В системе можно выбрать специальные цветовые схемы, которые предпочтительны для людей с различными глазными заболеваниями. Например, при близорукости предпочтителен черный шрифт на бледно-желтом или бледно-зеленом фоне.

Важным аспектом при создании ДО ЛОВЗ является изучение расположения информации на экране монитора при различных нарушениях зрения. При близорукости (миопии) предпочтительнее расположение важной учебной информации в левой части монитора на бледно-желтом или бледно-зеленом фоне (Рисунок 2).

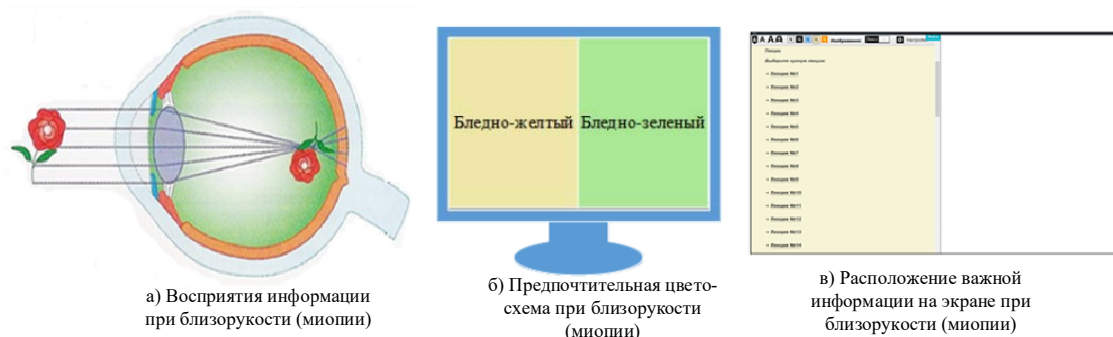


Рисунок 2 – Предпочтительная цвето-схема и расположение важной информации на экране при миопии (близорукости)

При дальнозоркости (гиперметропии) наилучшее расположение важной учебной информации в правой части монитора на ярко-желтом или ярко-оранжевом фоне (Рисунок 3).

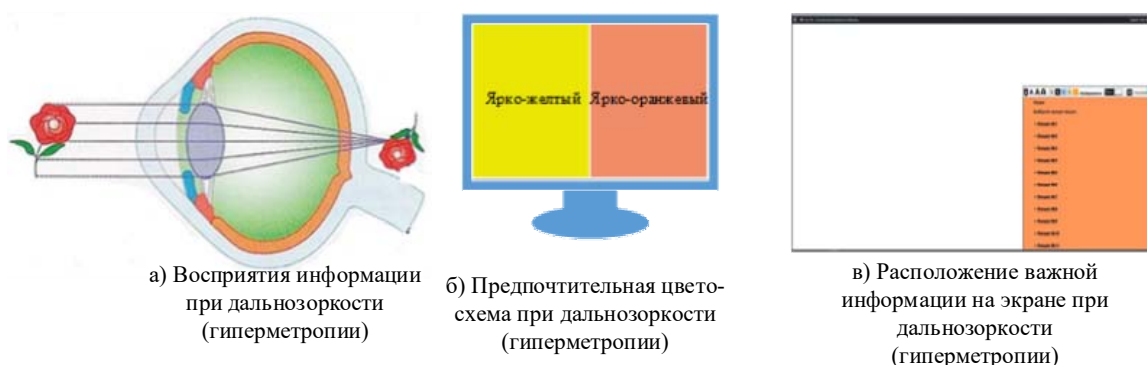


Рисунок 3. – Предпочтительная цвето-схема и расположение важной информации на экране при гиперметропии (дальнозоркости)

Для людей с остаточным зрением предусматривается цветовая схема «бело-черная» (белый текст и черный фон) для получения четкой контрастности (Рисунок 4). Озвучивание текста позволяет обучающимся прослушивать большие объемы материа-

лов, не напрягая зрение. Для лиц с частичной потерей зрения это является обязательным инструментом, так как при значительном ухудшении зрения возрастает нагрузка на слуховой орган.

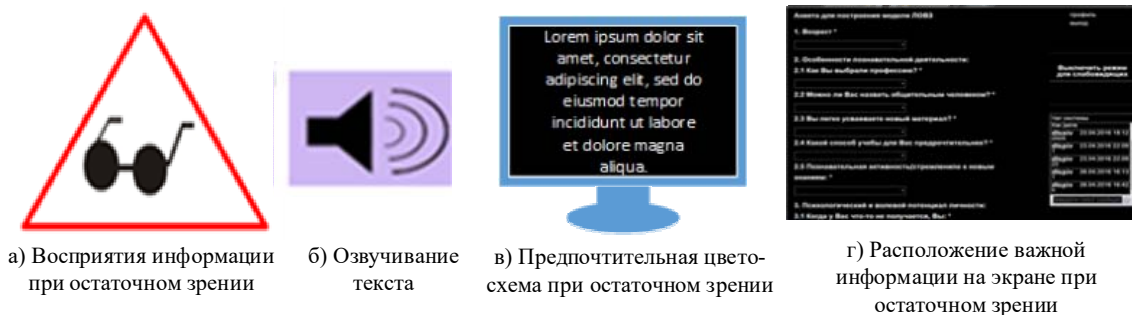


Рисунок 4 – Предпочтительная цветовая схема и расположение важной информации на экране при остаточном зрении

4 Заключение

Таким образом, при разработке Smart-системы ДО для ЛОВЗ актуально использование когнитивного подхода для учёта физиологических и психофизиологических особенностей восприятия и осознания учебной информации. обучающихся на основе когнитивного подхода. Изучение особенностей зрительной системы ЛОВЗ дает возможность комплексного подхода [14] к организации эффективного процесса дистанционного обучения, способствует успешному развитию необходимых навыков освоения новых информационных технологий в лабораториях коллективного пользования и адаптации ЛОВЗ в современном обществе.

На разработанное программное обеспечение получено свидетельство о Государственной регистрации прав на объект авторского права [15] и акт внедрения в Алма-тинском филиале общественного объединения «Казахстанское общество слепых» (г. Алматы). Работа выполнена по гранту Комитета Науки Министерства Образования и Науки Республики Казахстан № ГР 0215РК01472 (2015–2017 гг.), по теме «Разработка информационной технологии, алгоритмов и программно-аппаратного обеспечения для интеллектуальных систем управления сложными объектами в условиях параметрической неопределенности».

Список литературы

- 1 Olga C. Santos. Beyond Cognitive and Affective Issues: Designing Smart Learning Environments for Psychomotor Personalized Learning // Learning, Design, and Technology. – Springer, 2016. – P. 1-24.
- 2 Slava Kalyuga, Anne-Marie Singh. Rethinking the Boundaries of Cognitive Load Theory in Complex Learning // Educational Psychology Review. – Springer, 2015. – P. 1-22.
- 3 Fred Paas, Paul Ayres. Cognitive Load Theory: A Broader View on the Role of Memory in Learning and Education // Educational Psychology Review. – Springer, 2015. - Vol. 26, Issue 2 – P. 191-195.
- 4 Erin E. Peters-Burton, Sydney A. Merz, Erin M. Ramirez, Maryam Saroughi. The Effect of Cognitive Apprenticeship-Based Professional Development on Teacher Self-Efficacy of Science Teaching, Motivation, Knowledge Calibration, and Perceptions of Inquiry-Based Teaching // Journal of Science Teacher Education. - Springer, 2015. - Vol. 26, Issue 6. – P. 525–548.

5 Майборода С. В. Коммуникативно-когнитивный подход в обучении связной речи иностранных студентов-медиков // Педагогика высшей школы. — 2016. — №1. — С. 66-68.

6 Коновалова Е. Использование когнитивного подхода при формировании иноязычной культуры будущих работников туристической индустрии в ВУЗе // Збірник наукових праць. — 2013. - №2. — С. 208-214.

7 Самигулина Г. А., Шаяхметова А.С. Разработка Smart - системы дистанционного обучения людей с ограниченными возможностями зрения на основе когнитивного подхода // Труды Международной научно-практич. конф. «Современные тенденции развития науки и производства». — Кемерово. — 2016. — Т.2. — С. 330-332.

8 Анастаси А., Урбина С. Психологическое тестирование. - 7 изд. — СПб.: Питер, 2005. — 688 с. (Серия «Мастер Психологии»)

9 Кинякина О. Н. Мозг на 100%. Интеллект. Память. Креатив. Интуиция — М.: Эксмо, 2014. — С. 56-57.

10 Маслюк Л.Л. Тесты, которые нас сортируют // Компьютера. - № 21 (737). — 2008. — С. 14-25.

11 <https://www.acuvue.ru/eye-health/check-vision>

12 Бубеев Ю.А. Психофизиологическое влияние цвета // Труды заочного семинара для педагогов и психологов, а также родителей и детей. — 2014. — С. 27.

13

http://www.tikkurila.ru/dlya_professionalov/tsveta/vvedenie_v_teoriyu_tsveta/vospriyatie_tsveta_mozgom

14 Samigulina G.A., Shayakhmetova A.S. Development of the Smart - system of distance learning visually impaired people on the basis of the combined OWL model // Proceedings of the International forum Smart Education and e-Learning(SEEL-16). - Spain, Tenerife, 15-17-th June, 2016. — P.109-118. <http://seel-16.kesinternational.org/>. (Springer. Scopus).

15 Самигулина, Г.А., Шаяхметова, А.С., Сулеймен, О. DLS_PIV (Distance learning system for people with impaired vision) для дистанционного обучения людей с ограниченными возможностями зрения // Свидетельство о Государственной регистрации прав на объект авторского права МЮ РК. — Астана, 15 января 2016. - № 0090. - 25 с.

О ФУНКЦИОНАЛЬНОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ И МОДУЛЬНОСТИ

Скопин И.Н.
iskopin@gmail.com

*Институт вычислительной математики и математической геофизики
СО РАН, Новосибирский государственный университет. Россия*

***Аннотация.** В связи с грядущим переходом к использованию экзафлопсных вычислителей, актуальна разработка методов программирования для нетрадиционных моделей вычислений, допускающих выполнение на очень большом числе процессоров. В этом плане весьма перспективной представляется функциональная модель, возможности которой по отношению к модуляризации программ, обсуждаются в работе в сопоставлении с операционной модульностью. Показана несостоятельность претензии на универсальность как функционального, так и операционного стилей — каждый из них имеет свою область адекватного применения.*

Введение

Современный этап развития программирования характеризуется нарастающей потребностью подготовки к переходу в недалеком будущем к эффективному использованию сверхвысоких мощностей вычислительной техники. Этот переход требует пересмотра большинства сложившихся решений в сфере высокопроизводительных вычислений и поддерживающего их системного программирования. Он связан с необходимостью преодоления комплекса технологических, а также социальных проблем, с формированием новой вычислительной парадигмы, обусловленной тем, что в распоряжении программиста появляется возможность строить расчеты, использующие очень большое число процессоров и ядер.

Задачи, возникающие при подготовке к эре экзафлопсных вычислений, рельефно представлены в отчете группы исследователей университета Беркли [1]. Среди них методы разработки алгоритмов, рассчитанных на параллельное выполнение, рассматриваются как наиболее актуальные. Эти методы включают распараллеливание последовательных программ, в частности, при автоматической генерации параллельного кода, а также конструирование программ, параллелизм которых задается на уровне модели вычислений. Среди последних особое место занимают разработки, связанные с нетрадиционными вычислительными моделями и, в первую очередь, с функциональной моделью, которую еще в середине семидесятых годов Джон Бэкус, в своей тьюринговской лекции провозгласил в качестве перспективной альтернативы фон Неймановской модели. [2]. Он последовательно указывал на ограниченность этой модели и, что существенно, на следствия ее ограниченности, проявляющиеся в языках программирования.

Сегодня интерес к функциональным вычислениям очень вырос. Стали появляться новые функциональные языки, которые наряду с Лиспом, заняли свое место в арсенале инструментов программирования. Одновременно накапливается опыт, а вместе с ним — типовые приемы программирования в функциональном стиле. Как следствие, стало возможным глубокое сопоставление операционных и функциональных стилей. Теперь

уже недостаточно простых примеров вроде функции $F91^2$, подтверждающих выразительности нетрадиционных языков. Появляются иллюстрации, которые показывают, что функциональные языки обладают такими качествами, которые оказываются полезными в такой, казалось бы, выигрышной для традиционных стилей прикладной области, как вычислительные алгоритмы. В первую очередь это возможность разработки алгоритмов с высокой степенью параллелизма, которая в связи с грядущим переходом к экзафлопсным вычислениям наверняка станет и уже становится одним из решающих факторов роста реального применения функциональных вычислений.

Отмечая привлекательность и несомненные достоинства функциональной модели, нельзя не указать на то, что все чаще высказываются претензии функционального стиля на универсальность, а это плохой симптом, который означает только то, что недостаточно четко определены границы применимости этого нетрадиционного стиля. В предлагаемой работе мы намерены несколько развеять эйфорию, обусловленную преимуществами функциональности по сравнению с традиционными стилями программирования. В первую очередь это касается задачи конструирования программы как модульной системы, допускающей построение из автономных частей, каждая из которых реализует определенный аспект вычислений.

Ограничиваясь обсуждением модульности, как одним из важных аспектов программирования в любом стиле, мы не ставим задачу рассказать обо всех особенностях функциональных языков. Систематическое изложение средств функционального программирования читатель может найти в работе [4].

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-07-0048.5

Мотивация

Одним из поводов для данной работы послужила статья Джона Хьюза «Сильные стороны функционального программирования» [5]³, в которой правильно говорится, что выигрыш от нового стиля не в том, от чего приходится отказываться, если сравнивать его традиционным программированием, а в новом качестве, которое дает функциональность. Далее приводится аналогия ситуации со структурным программированием, преимущества которого не в отказе от оператора `go to`, а в доведении идеи модульности до практического использования. Чтобы не уклоняться от темы, не будем оценивать это мнение автора, заметив вскользь, что своя модульность достижима и на уровне Фортрана, и она хорошо работает на своем месте [6]. Более интересно обсудить функциональные средства, которые Хьюз провозглашает как развитие модульности программ, недостижимое в любом операционном стиле. К ним относятся возможность оперирования функциями высших типов и ленивые вычисления.

Указанные возможности Хьюз уподобляет клею в столярных работах. Если бы не было клея, то, к примеру, стул пришлось бы вырезать из цельного куска дерева, что неизмеримо сложнее, чем предварительная подготовка деталей, которые затем собираются правильным способом. Так же точно применяются приемы комбинирования функций и ленивые вычисления, чтобы получать функциональные программы из заготовок. В статье приводятся убедительные примеры того, как это работает, как за счет комби-

² Функцию $F91$ предложили Зохар Мана, Амир Пнуэли и Джон Маккарти еще в 1970 году [3] для проверки качества методов автоматической верификации. Она определяется для целых чисел следующим образом:

$$F91(n) = \text{if } n > 100 \text{ then } n - 10 \text{ else } F91(F91(n+11))$$

Для всех $n \leq 100$ $F91(n)$ равна 91, а последовательность 101, 102, ... отображает в 91, 92, ...

³ Статья Хьюза в оригинале называется «Why Functional Programming Matters».

нирования получается существенное ускорение и вычислительных итеративных, и переборных алгоритмов. В частности, с помощью разделения того, что в операционном стиле было бы названо заголовком и телом цикла, можно эффективно оперировать потенциально бесконечными структурами. Соответствующие приемы можно корректно сочетать, и в результате получается очень выразительное программирование.

Что касается наглядности, то здесь можно поспорить: иногда она достигается, но в ряде случаев комбинации запутывают читателя функциональной программы настолько, что с трудом удается увидеть, как получаются требуемые результаты. Быть может, это связано с непривычностью стиля, с не очень очевидной нотацией, но здесь хотелось бы обсудить другой вопрос, который имеет прямое отношение к методам разделения задач на подзадачи. Речь о том, можно ли упомянутые приемы считать средствами модульности? Для ответа стоит обратиться к тому определению модуля, которое является достаточно общим (оно не должно зависеть от стиля программирования) и интуитивно понятным.

Вполне правомерно отнести модульность к средствам абстрагирования. Эта точка зрения соответствует взгляду на модульность со стороны структурного программирования [7], концепции абстрактных типов данных [8], а также объектно-ориентированного программирования [9]. Она отражает реальную потребность практики конструирования больших программных систем: при использовании модуля знать о том, как он реализован, не только ненужно, но и вредно, а при реализации модуля не нужно знать ничего об использовании кроме спецификаций, фиксирующих решаемую задачу. Такая модульность предполагает, в частности, осуществимость подмены реализации.

Приведенная трактовка сразу же выводит модули на уровень программных текстов, причем содержательно осмысленных. Только для таких текстов, а не для отдельных конструкций языка можно говорить об их спецификациях, в соответствии с которыми они составляются и используются. Если обратиться к метафоре клея для производства надежного стула необходимо, чтобы составляющие его детали были бы хорошо подогнаны друг к другу, а это уже зависимость компонент, т.е. налицо нарушение главного принципа модульности.

Как для модулей, смысл которых сводится к выполнению отдельной процедуры или функции, так и в случае модулей, которые объединяют в себе, к примеру, средства целой оконной системы, существенным слагаемым качества является интерфейс. Не будет большим преувеличением утверждение о том, что развитие модульности есть развитие способов задания интерфейса. Что же касается выразительности описания алгоритмов, то в аспекте модульности она вторична по отношению к понятности и достаточности интерфейса для разделения уровней реализации и использования. Средства, которые предлагаются функциональным стилем программирования, в этом отношении ничем не помогают. Их можно и нужно рассматривать, как способ выразительного задания реализаций, и не стоит приписывать им качества, на которые сама по себе модель вычислений претендовать не должна.

Модули как шаблоны для соединения частей программного текста

Текстовая трактовка модулей, на которой мы настаиваем, апеллирует к статике. В то же время, клей функционального стиля — способ динамического *соединения частей*, или *склеивания* их. Именно за счет этого и можно манипулировать понятием потенциально бесконечных функциональных структур, части которых образуются по мере необходимости их для обработки. Действительно, по сравнению с функциональ-

ми операционные средства склеивания частей очень бедны: есть базовые действия и несколько управляющих конструкций, семантика которых определена операционально, есть шаблоны, которые используются для задания конструкций вызовов процедур и операционных функций, и все. Эта бедность связана с установкой на статичность вычислений, которая принимаются для операционного языка на концептуальном уровне.

Операционное соединение частей наследует способ управления машины фон Неймана, который по сути своей является статическим, привязываемым к конкретным адресам. Относительная адресация — это просто использование двух ступеней обращения к вполне статичным относительно друг друга адресам. Косвенная адресация, хотя и дает возможность привнесения динамики в управление, но только посредством планирования вычисления адреса. И трудности оперирования с указателями обусловлены именно тем, что изначально бедные возможности оперирования с адресами приходится приспособлять к потребности динамического доступа. Пассивность памяти и активность только одного элемента модели (процессора) требует решения многочисленных задач использования адресов в разных смыслах, что на уровне модели препятствует выразительной реализации динамики.

Уже из этого следует, что склеивание частей функциональной программы имеет все основания быть более выразительным по сравнению с операционным соединением. Однако, когда для описания обработки данных достаточны статические или сводимые к статическим средства, преимущества в выразительности не проявляются, а накладные расходы на реализацию динамического выбора соединений возрастают. Это условие делает явными границы применения функционального стиля для современных архитектур. Вместе с тем, имея все основания предполагать от перспективных архитектур ослабление указанного недостатка и, как следствие, расширение границ адекватного применения функциональности. В связи с этим уместно указать на то, что и в рамках сложившихся архитектур вычислительных систем предлагаются решения, которые повышают выразительность программирования. Имеются ввиду средства виртуализации, которые на уровне приложения позволяют не особенно заботиться об экономии процессорных ресурсов. [10]

Если же обратиться к соединениям частей операционной и функциональной программ без привязки к смыслу действий, которые они выполняют, то оба варианта вполне могут быть выражены в одних и тех же понятиях, описывающих поведение абстрактного вычислителя соответствующего языка.

Например, условный оператор

if <условие> **then** <действие Т> **else** <действие F>

можно рассматривать как шаблон для соединения трех языковых конструкций, которые естественно считать формальными параметрами этого шаблона. Оперирование с конкретизацией такого шаблона распадается на *извлечение параметров*:

(1) <условие> — произвольное выражение, вырабатывающее логическое значение, и

(2) <действие Т>,

(3) <действие F> — произвольные операторы.

и выполнение семантических действий, предписываемых для данной конструкции.

Точно также обстоит дело с функциональными соединениями. Например, для произвольной функции, определенной для двух аргументов, можно задать шаблон вычисления ее для списка с помощью соотношения⁴:

```
reduce f x () = x
reduce f x (a : l) = f a (reduce f x) l
```

Здесь заданы три аргумента функции `reduce`:

- (1) `f` — произвольная функция;
- (2) `x` — значение, резервируемое для результата вычислений над пустым списком;
- (3) (`<элементы списка>`) — произвольный список элементов, у которого выделены и соответствующим образом обозначены голова (`a`) и хвост (`l`).

Эти аргументы служат параметрами шаблона, которые, как и в операционном случае, должны *извлекаться* для *выполнения семантических действий* (которые определяются выражениями после знака равенства).

В частности, конкретизация `f` как операции (`*`) и `x` — как константы `1` при оставлении третьего параметр свободным приводит к функции перемножения всех элементов списка, для которой можно задать шаблон-определение уже с одним лишь параметром:

```
product = reduce (*) 1
```

Разница операционных и функциональных шаблонов соединения частей заключается в следующем:

1. Подобные шаблоны в операционном случае заданы заранее, тогда как в функциональном языке они могут произвольным образом комбинироваться для получения новых шаблонов (как это сделано для функции `product`).

2. В функциональном соотношении можно различать ситуации, когда требуются разные шаблоны в зависимости от того, какие параметры поставляются. В примере параметр-список содержит или не содержит элементов, и в зависимости от этого определяются разные вычисления. Это сродни операционному определению условного оператора сразу для двух вариантов: с **else** и без **else**.

3. Различается дисциплина взаимодействия извлечения параметров и выполнения семантики. В операционном случае считается, что извлечение не зависит от выполнения и, например, может быть проведено отдельно, тогда как в функциональном стиле они взаимозависимы (см., в частности, п.2).

4. В функциональном стиле оперирование с шаблонами не предполагает готовности параметров. Напротив, абстрактный вычислитель только тогда активизирует действие с параметром-аргументом функции, когда этого требует вычисление, т.е. когда без этого вычислитель вынужден приостанавливать свою работу. Это соглашение называется принципом *ленивых вычислений*. Вообще говоря, он противоречит фон Неймановской однородности (пассивной) памяти, которая не в состоянии передавать информацию о том, готовы для вычислений данные в ячейке или нет. В результате при реализации ленивых вычислений в операционном языке приходится специально заботиться об определении моментов вычислений, когда наступает необходимость их выполнения.

⁴ Здесь и далее для изображения списков и других средств функционального программирования мы используем нотацию языка Haskell [11], который сегодня претендует на роль стандарта в области чисто функциональных языков.

В примере мы намеренно обратились к стандартно заданному условному оператору как шаблону-соединению. Конечно, более показательно было бы сопоставление функциональных шаблонов с вычислением операционного вызова процедуры, особенно в случае, когда язык допускает идентификацию вызываемой процедуры с помощью ее сигнатуры (а не только по имени). Здесь соответствие оказалось бы более полной аналогией, поскольку алгоритм процедуры правомерно рассматривать в качестве определения того, какая семантика предписывается выполнению конструкции вызова процедуры. Но даже для стандартных операционных соединений конструкций, которые никто никогда и не думал называть модулями, видно, что содержательная семантика (определяемая алгоритмом задачи), как в операционном, так и в функциональном языке задается отдельно от правил извлечения и передачи на выполнение семантики.

Стоит заметить, что для ранних языков программирования, которые разрабатывались, когда не было осознаны преимущества ленивых вычислений, они все-таки неявно планировались. Так, передача параметра по наименованию в языке Алгол 60 может рассматриваться как способ откладывания вычисления фактического параметра до того момента, когда вычисления тела процедуры не потребуют этого. Разработчики языка не пожелали обратить внимание на трудности, возникающие в данной модели вычислений, когда есть неоднократное обращение к параметру, в результате чего при повторном вычислении фактического параметра может получаться другое значение. Эти трудности обусловлены сохранением значений в памяти и возможностью ничем не ограниченного использования хранимых значений, т.е. опять-таки базовыми принципами модели фон Неймана.

Извлечение и оперирование как основа соединения шаблонов

Чтобы убедиться в соответствии того, что должно происходить при соединении частей в операционных и функциональных конструкциях, рассмотрим приведенные примеры более подробно. Это рассмотрение исходит из выделения в вычислениях конструкций двух составляющих:

извлечение конструкции и ее параметров — операция `extract`, и
собственно вычисление как организация оперирования результатами вычисления параметров — операция `evaluate`.

Для условного оператора вычисление `evaluate` проводится в контексте действий, которые (вне примера) привели к его извлечению и передаче абстрактному вычислителю для работы. Этот контекст есть ничто иное, как реализация запроса к обстановке, из которой извлекается очередной оператор. Точно по такой же схеме может выполняться вычисление функции `product` или `reduce`, извлекаемой и передаваемой для работы абстрактному вычислителю, но уже функциональному.

Для условного оператора выполняются следующие шаги:

1. `extract / <условный оператор> -> <условие>`

Эта нотация означает запрос к обстановке в контексте конструкции `<условный оператор>` с целью извлечения ее первого параметра. Если `<условный оператор>` уже извлечен, то вследствие синтаксиса конструкции результат активации операции `extract` обязательно будет получен.

2. `evaluate <условие>`

Возможны два варианта результата этого вычисления, которые приводят к различным продолжениям процесса.

Результат шага 2 есть `True`:

3.1. `extract / <условный оператор> -> <действие T>`

4.1. evaluate <действие T>

Результат шага 2 есть False:

3.2. extract / <условный оператор> -> <действие F>

4.2. evaluate <действие F>

Взаимодействие абстрактного вычислителя (операция evaluate) и программы, реализующей запросы к обстановке, (операция extract) может быть организована многими способами и, в частности, с помощью ленивых вычислений, когда extract активируется в точности в те моменты, в которые результат запроса необходим абстрактному вычислителю (в точном соответствии с трактовкой ленивых вычислений в функциональном программировании).

Если бы мы захотели строить транслятор, то пришлось бы определить еще одну операцию, которая бы генерировала объектный код в качестве остаточной программы смешанного вычисления evaluate и extract при задержанных данных. Этот путь приводит к концепции и теории смешанных вычислений в том их аспекте, который еще в 1977 году А.П. Ершов весьма точно назвал сущностью трансляции [12].

Перейдем к соединениям частей при вычислении функций product и reduce. Как и в предыдущем случае считается, что функция уже извлечена для вычислений вне примера и передана абстрактному вычислителю. Но теперь для выполнения нужных действий необходимо дополнить семантику операции извлечения с тем, чтобы она работала с программно определяемыми фрагментами. Наиболее естественно это делается с помощью приема, который можно назвать *атрибутированием имен*. Суть его в том, что при обработке определения имени ему в качестве атрибута приписывается обозначаемое тело, в данном случае — задаваемой функции (точнее, не само тело, а некий результат его обработки, что несущественно для приводимой иллюстрации). Тогда операция extract, примененная к имени, должна извлекать для активизации тело определения функции из соответствующего атрибута имени. Некоторые детали этого процесса, связанные с параметрами, мы опускаем. При желании атрибутирование имен можно считать механизмами макрогенерации, образования элементов списка свойств Лиспа, реализации поддержки операционного вызова процедуры и др. Все эти и другие варианты используются достаточно давно, причем они практически не зависят от модели вычислений языка.

С использованием сделанного уточнения вычисление функции product можно описать следующим образом:

1. extract / product -> <определение product> = reduce (*)
1

В результате выполнения этого шага оказывается необходимым вычислять функцию reduce. Это содержание следующего шага:

2. evaluate reduce (*) 1

В рамках этого вычисления необходимо извлечение определения reduce:

2.1. extract / reduce ->

(<определение reduce 1> <определение reduce 2>)=

f x () = x

f x (a : l) = f a (reduce f x) l

Без привлечения аргументов разделить варианты невозможно. Следуя принципу ленивых вычислений, решение этого вопроса откладывается. Таким образом, для альтернативных вычислений evaluate может установить лишь фактическое *связывание параметров с аргументами*. f связывается с операцией (*), а x — с константой 1:

2.2. evaluate

```
(<определение reduce 1> <определение reduce 2>) (*) 1 =  
(*) 1 () = 1  
(*) 1 (a : l) = (*) a (reduce (*) 1) l
```

Есть определенная свобода в реализации этого шага, поскольку совсем не обязательно (а часто и вредно) производить явную подстановку и переписывание соотношений. Фактически нужно лишь обеспечить осуществимость дальнейших действий так, чтобы их результаты оказались идентичными эффекту, который достигается выполнением их при предварительно сделанной подстановке.

Следующий шаг — попытка извлечения третьего аргумента reduce:

2.3. extract / reduce -> (<элементы списка>)

Это действие будет заблокировано, или приостановлено, если перед шагом 1 извлечение product выполнено в контексте, который не содержит третьего аргумента. На ситуацию можно посмотреть по-другому, операционально: данный шаг осуществляет *запрос к обстановке*, и до тех пор, пока запрос не будет выполнен, продолжение действий блокируется.

Когда список получен, осуществляется выбор вариантов, который реализуется как совместное вычисление обоих определений функции reduce:

2.4. evaluate

```
(<определение reduce 1> <определение reduce 2>)  
(<элементы списка>)
```

Совместность вычисления вариантов — принципиальный момент этого шага. Она означает, что к моменту блокировки или завершения этого вычисления (см. ниже) оба варианта независимо должны быть готовы к дальнейшим действиям: к запросам к обстановке или к передаче результатов для внешнего использования. При этом должно быть гарантировано, что вычисление одного варианта никак не влияет на вычисление другого. Как раз это условие противоречит операционной модели вычислений, в которой допустимо, что независимые процессы обращаются к общей памяти для записи значений.

Некоторые из совместно вычисляемых вариантов могут оказаться невыполнимыми (как в нашем случае: условия связывания параметров с аргументами разграничивают выполнимость двух ветвей вычислений). Для них должно быть обеспечено завершение без результата, т.е. соответствующие ветви вычислений ликвидируются. При корректно построенном функциональном вычислении, в конечном счете, всегда должен остаться единственный вариант, который дает результат.

Возможны два варианта результата, которые приводят к различным продолжениям процесса:

Результат шага 2.4 есть связывание третьего параметра с пустым списком:

2.5.1. extract / reduce -> x

2.6.1. evaluate 1

Поскольку x связан с 1, результатом вычислений оказывается константа 1.

Результат шага 2.4 есть связывание третьего параметра с непустым списком, что, в свою очередь, приводит к связыванию a с головой этого списка, а l — с хвостом:

2.5.2. extract / reduce -> f a (reduce f x) l

2.6.2. evaluate (*) a (reduce (*) 1) l

Поскольку f связан с $(*)$, здесь произошло извлечение нужной для `product` операции с соответствующими операндами. Корректность получения нужных a и l гарантирована результатом шага 2.4.

Таким образом, в зависимости от третьего аргумента функции `product` обеспечена одна из трех возможностей вычислений:

блокировка, если не выполнен п. 2.3;

завершение с результатом 1, если выполнен п. 2.6.1;

продолжение вычисления, т.е. выполнение действий, связанных с вычислением $(*)$ `a (reduce (*) 1) l`, если выполнен п. 2.6.2.

Третья возможность приводит к активизации рекурсивного вычисления `reduce`, что влечет за собой выстраивание применений шаблонов для соединения частей функциональной программы.

Функции высших типов и ленивые вычисления

Любопытно, что, и операционная семантика допускает определение шаблонов для соединения, простирающееся на иерархию шаблонов. Однако в операционном случае такое определение привело бы к необходимости довольно сложных соглашений о взаимодействии контекстов, которые трудны не только для понимания, но и для проверки корректности программ (один из моментов такого рода мы уже отмечали: это совместность вычисления вариантов). Возможно, по этим причинам иерархически построенные шаблоны в операционных языках не применяются — все ограничивается процедурами и иногда в дополнение к ним макрогенерацией (чаще в урезанном виде). Как следствие, для таких языков не получается концептуально непротиворечиво обеспечить возможность программирования с функциями высших типов.

Избавление языка от средств и конструкций, препятствующих разумному использованию функций высших типов, по сути дела и выводит операционный язык в ту сферу, в которой хорошо работают функциональные языки. Но, как совершенно справедливо замечает Хьюз, сильная сторона альтернативного стиля не в ограничениях, а в новых возможностях, которые становятся достижимыми, в частности, за счет этих ограничений.

Сами по себе ленивые вычисления с определенным успехом применяются и в операционных языках. В частности, так называемая подстановка параметра по необходимости есть ничто иное, как отголосок концепции ленивых вычислений. И это вполне хорошо работает на своем месте (иллюстрации тому можно найти в [6]). Однако, говоря о ленивых вычислениях в операционном языке, нельзя обойти вниманием, что здесь явно должно определяться время, когда необходимость выполнения вычисления наступает. Не вдаваясь в детали, достаточно заметить, что решать вопрос о наступлении необходимости на основе только локальных данных о процессе чаще всего невозможно. В функциональном языке просто нет места для подобных проблем: единственный (!) момент, когда нужно активизировать любые вычисления, — тот, в который активная функция потребует результат этих вычислений.

По отдельности трудности функций высших типов и ленивые вычисления для операционной модели, хотя и серьезны, но не непреодолимы. Но вот их сочетание просто невыразимо в этой модели из-за зависимости результатов вычислений от порядка выполнения действий. Это обстоятельство выделяет функциональные языки как поле, на котором за счет более богатых средств склеивания частей программы можно получать выгоду.

Потери, связанные с функциональными вычислениями

Функциональные возможности склеивания частей, безусловно, повышают уровень средств абстракции, предоставляемых программисту. Так, с помощью функции `reduce` можно без труда составлять любые функции, работающие по заданному шаблону распространения функции f от двух аргументов до применения ее ко всем элементам списка (подобно тому, как из операции умножения $(*)$ была получена функция `product`).

Можно забыть о том, как устроена функция `reduce` и считать, что, имея список $(a : b : \dots : c)$

мы строим выражение

```
x 'f' a 'f' b 'f' ... 'f' c
```

(в языке Haskell, нотации которого мы придерживаемся, обрамленное кавычками имя функции от двух аргументов превращает ее в инфиксную бинарную операцию), просто ставя на первое место x и заменяя двоеточия (разделитель элементов списка) обращением к f (в примере с `product` это приводит к выражению $1*a*b*\dots*c$).

Стоит обратить внимание, что, если для `product` следует учитывать, что последовательность умножений надо прервать, когда появляется нулевой сомножитель, то для этого не потребуются переписывать функцию `reduce` (и знать, как устроена). Достаточно определить функцию `cut0`, которая строит по произвольному списку копию исходного списка без последующих за нулем элементов, и скомбинировать `product` и `cut0`:

```
product . cut0
```

Это работает, причем за счет ленивых вычислений получится не «*сначала* построить список, *потом* перемножить элементы», а именно то, что надо: последовательная генерация, совмещенная с перемножением. Однако тут же видно и ограничение: не получается избавиться от лишних умножений, предшествующих появлению нуля, если мы хотим реализовывать `product` при помощи `reduce` и не применять предварительную генерацию списка из одного нулевого элемента.

Другие еще более выразительные примеры того же ряда приводит Хьюз, правда, не указывая на ограничения.

Но стоит ли в связи с этим `reduce` и `product` считать модулями, разделяющими уровни реализации и использования? Ответ простой: это модульность того же порядка, что и в условном операторе по отношению к его реализации с помощью машинных команд условного и безусловного перехода или в использовании символических адресов в ассемблере по отношению к реальным адресам. И единственное преимущество функциональных средств соединения частей перед операционными — заметный рост выразительности. Но это преимущество имеет и обратную сторону, обусловленную тем, что теряется при переходе к чистой функциональности. К потерям относятся следующие свойства операционной модели:

Пассивность памяти нельзя выразить в функциональном стиле. Это означает, что, например, работа с массивами однородной информации, со статическими структурами, обработка которых не определяется в рамках регуляризированных обходов деревьев, с другими подобными типами данных оказывается затруднительной. По этой же причине затрудняется использование побочных эффектов вычислений;

Понятие состояний вычислительного процесса, которые во многих случаях дают естественную его декомпозицию (а значит, и соответствующую модульность) теря-

ется в функциональном языке. Оно и понятно в силу глобальности по своей сути понятия состояния⁵;

Понятие контекста вычислений становится существенно более узким, нежели при работе в операционном стиле. Для функциональности важно, чтобы контексты были организованы иерархически. Сегодня иерархии контекстов связываются с понятием структурности и, в частности, со структурной организацией действий и данных. Это очень полезные случаи, без которых, пожалуй, не обойтись ни в одном сложно организованном вычислительном процессе. Но есть достаточное число ситуаций, когда выстраивать контексты в виде иерархий было бы весьма неудобно;

Управление упорядочиванием вычислений во времени противоречит функциональности. И это приводит к затруднениям при решении довольно многих задач, например, при имитационном моделировании.

Если допустить, что претензии функционального стиля на универсальность обоснованы, то все это и многое другое пришлось бы выбросить из арсенала средств и методов программиста в угоду новому очередному «самому мощному и универсальному» подходу к организации вычислений.

Заключение

Возвращаясь к вопросам модульности, приходится признать, что претензии на более развитую модульность операционного стиля не оправдываются. Сам по себе стиль не может быть более или менее модульным, чем другой. Но совершенно понятно, что для каждого стиля программирования нужна своя модульность, которая позволит абстрагироваться от реализационных деталей в рамках своей модели вычислений. Это понятно для известных и применяемых сегодня операционных стилей: для программирования от состояний, структурного программирования, событийного программирования и др. В рамках такого разграничения формируются правила и регламенты, которым должны подчиняться модули.

Опыт операционных стилей показывает, что при помощи развитых средств модульности в программных комплексах вполне уживаются части, отвечающие разным, порою несовместным стилям. Но что касается функционального стиля, то приходится констатировать, что средства его модульности еще очень неразвиты. Опыт промышленной разработки программных систем, реализованных в этом стиле, слишком мал. Работы по аппаратной поддержке функциональных моделей вычислений не вышли на уровень технологии. Наконец, как следствие предыдущего, весьма бедный спектр функциональных языков программирования — главные причины того, что сегодня о функциональной модульности можно говорить лишь на уровне гипотез и экспериментов.

В качестве примера успешной попытки реализовать поддержку реальной модульности в функциональном стиле можно указать на систему программирования CLOS (Common Lisp Object System) [14], которая претендует на то, чтобы называться объектно-ориентированным Лиспом. Здесь, как в любой объектной среде, имеются средства

⁵ При обсуждении проблем функционального стиля иногда говорят о состояниях. В частности, с их помощью пытаются решать давнюю проблему организации упорядоченного ввода/вывода в функциональной программе. Однако это не операционные состояния конечного автомата, с которыми можно связывать определенные действия, допускающие оформление в виде модулей, а лишь средство разграничения вычислений общих функций в разных ситуациях. С помощью таких состояний можно имитировать время, упорядоченность действий, получать другие полезные эффекты. Есть первый опыт определения специальных языковых конструкций, предназначенных для оформления типовых приемов программирования с использованием функциональных состояний — так называемые *монады* [13].

группировки свойств, функций вокруг функционального аналога объекта. Можно говорить и о классах таких объектов, и о многом другом, что заимствовано из операционных объектных языков. Видно стремление разработчиков системы предоставить программисту развитые и достаточно привычные средства абстракции. Как следствие, программы на CLOS'e довольно легко читать и понимать.

Тем не менее, опыт использования этой системы не позволяет говорить о том, что сформированы общепринятые понятия модульной декомпозиции функционального языка. Среди заметных препятствий для адекватной модульности на базе CLOS не последнее место занимает эклектичность системы.

Нетрудно заметить, что все потери функционального стиля по сравнению с операционным программированием так или иначе связаны с понятием общих (но не глобальных!⁶) для разных модулей данных, для которых он не может предложить адекватные средства выражения. Это объясняет успешность смешанной модульности, когда функциональные части программы вызываются для выполнения в рамках операционной среды, в которой они оформляются как независимые от окружения модули, и затруднения обратной модуляризации. Адекватность операционных средств описания глобальности не противоречит выделению локальных фрагментов, которые легко обособить. Но если захотеть пойти дальше и попытаться задать в операционном модуле функциональной программы две или более программные единицы, объединенные общим контекстом, — а ведь именно это и определяет свои преимущества операционного стиля, то встанут обычные проблемы синхронизации и согласования работы с общими данными, характерные для этого стиля. Таким образом, единственной задачей операционного модуля, непротиворечиво встраиваемого в функциональную систему, может стать вычисление обособленных функций, связанных с окружением лишь получением аргументов и передачей в качестве результатов вычисленных значений. Но в этой задаче нет ничего нового: именно так реализуются в операционном окружении все базовые атомарные функции любой функциональной системы программирования.

В данной работе мы говорили преимущественно о базовых средствах языков, обеспечивающих модуляризацию программ при использовании функционального и операционного стилей. Они определяют возможности, и ограничения, проявляющиеся в форматах модулей сборочного конструирования программ. Эта тема достаточно подробно освещена в статье родоначальника концепции сборочного программирования Г.С. Цейтина [16].

Литература

1. Asanovic K. et al. The landscape of parallel computing research: a view from Berkeley. — Technical Report No. UCB/EECS-2006-183 – Berkeley: University of California, EECS Department, December 18, 2006. URL: www.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/2006/EECS-2006-183.pdf (дата обращения: 24.05.2016).
2. Backus J. Can Programming be Liberated from von Neumann style? A Functional Style and its Algebra of Programs — Comm. ACM, 21, 1978.

⁶ Разграничение понятий общности и глобальности данных сводится к следующему. Глобальные данные принадлежат единому для некоторых модулей контексту обозначено — они в принципе доступны для всех модулей контекста, тогда как общие данные назначаются для коммуникаций между вполне определенными модулями и только для них. Мотивация введения этих понятий, а также понятия всеобщности (доступности для использования всем, но не для генерации и изменения) приведена в [15].

3. McCarthy 91 function — Wikipedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/McCarthy_91_function#Knuth.27s_generalization (дата обращения: 24.05.2016).
4. Городняя Л. В. Основы функционального программирования. Курс лекций — М.: Интернет-университет информационных технологий, 2004. ISBN 5-9556-0008-6.
5. Hughes J. Why Functional Programming Matters. — Computer Journal, 32 (2), 1989. Русский перевод: Дехтяренко И.А. Сильные стороны функционального программирования. — <http://www.softcraft.ru/paradigm/fp/whyfp.shtml> (дата обращения: 24.05.2016).
6. Непейвода Н.Н., Скопин И.Н. Основания программирования. — Москва-Ижевск: РХД, 2003 г.
7. Дал У.-И., Дейкстра Э., Хоор К. Структурное программирование // Пер с англ. — М.: Мир, 1975.
8. Лисков Б., Гатэг Дж. Использование абстракций и спецификаций при разработке программ. — М.: Мир, 1989.
9. Stroustrup B. What is Object-Oriented Programming? — IEEE Software vol 5 (3), 1988.
10. Косивченко. А. Зачем же нужна виртуализация? — URL: <https://habrahabr.ru/post/91503/> (дата обращения: 24.05.2016).
11. Sylvan S. Why does Haskell matter? — URL: http://www.dtek.chalmers.se/~sylvan/haskell/why_does_haskell_matter.html (дата обращения: 24.05.2016).
12. Ершов А.П. О сущности трансляции. — Препринт № 6, Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1977.
13. Winstanley N. What the hell are Monads? – 1999, URL: <http://www.abercrombiegroup.co.uk/~noel/research/monads.html> (дата обращения: 24.05.2016).
14. Keene S. E. Object-Oriented Programming in Common Lisp: A Programmer's Guide to CLOS. — Addison-Wesley (Reading, Massachusetts, 1989).
15. Skopin I.N. An Approach to the Construction of Robust Systems of Interacting Processes // In: Parallel PROGRAMMING: Practical Aspects, Models and Current Limitations. — NOVA science publishers. Series: Mathematics Research Developments. Editor: M.S. Tarkov — 2014, ISBN: 978-1-63321-957-1.
16. Цейтин Г.С. На пути к сборочному программированию. — Программирование, № 1, 1990, с. 78 – 99.

Содержание

Секция 1. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ И ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ		7
<i>Altayeva A.B.</i>	Medical decision making diagnosis system integrating K-means and Naïve Bayes algorithms	8
<i>Ryskeldi M.M., Kelesbekov A.B.</i>	Multilayer soil freezing and swelling	13
<i>A. Sakabekov, Y. Auzhani</i>	Onedimensional nonlinear fourmoment system equations of Boltzmann with Maxwell-Auzhan boundary conditions	21
<i>Satybaldina A.N., Kalibekova G.B.</i>	Modeling of underground pipeline energy consumption taking into account uneven environmental temperature	27
<i>Thanos Stouraitis</i>	RNS-based RSA and ECC cryptography – basic operations, algorithms, and hardware	36
<i>Zumatov S.S.</i>	Program manifold's stability of automtic control systems by course of plane	37
<i>Айнакулов Ж.Ж., Кузьмин А.Г.</i>	Геоинформационное обеспечение агротехнологии точного земледелия на основе беспилотных летательных аппаратов (БПЛА)	47
<i>Амиргалиева Ж.Е., Арсланов М.З.</i>	Поиск с чередующимися окрестностями для задач дисперсии	54
<i>Арсланов М.З.</i>	О задаче раскроя на прямоугольники с двумя высотами	63
<i>Ахметова А.М., Нугманова С.А.</i>	Методы и алгоритмы перехода от позиционного представления к остаткам	66
<i>Бекмуратов Т.Ф., Мухамедиева Д.Т., Примова Х.А.</i>	Адаптивный алгоритм синтеза систем нечеткого вывода	76
<i>Бекмуратов Т.Ф., Мухамедиева Д.Т., Ниёзматова Н.А.</i>	Применение иммунного алгоритма для обучения нечеткой модели	85
<i>Джомартова Ш.А., Мазакв Т.Ж.</i>	Об одном способе исследования устойчивости интервальных линейных систем	93
<i>Домрачев А.А., Вусс Г.В.</i>	Основные подходы к формированию института международного электронного нотариата (соотнесение доверенных ИКТ-сервисов с рядом традиционных нотариальных действий)	105

<i>Жаньисбекова Г.А., Сембиев О.З., Сулейменова Л.А., Ашим Ж.К., Тимабай Ж.Н.</i>	Локализация на карте ГИС территорий военно-политических процессов Казахского ханства с использованием IT-технологии	111
<i>Исмаилов Б.И., Мамбеталиева С.М.</i>	Снижение субъективности весовых коэффициентов при оценке эффективности работы университетов по множеству критериев	125
<i>Колесникова С.И., Егоров С.С., Дубина Н.Д.</i>	Управление нелинейными экономическими объектами	134
<i>Костылев А.О., Скопина Л.В.</i>	Принятие инвестиционных решений в нефтегазовой отрасли в условиях неопределенности	144
<i>Кулпешов Б.Ш.</i>	Почти счетная категоричность в упорядоченных структурах	151
<i>Купчишин А.И., Купчишин А.А., Шмыгалева Т.А., Шмыгалев Е.В.</i>	Основы каскадно-вероятностного метода	161
<i>Мансурова М.Е., Койбагаров К.Ч., Барахнин В.Б., Солтангельдинова М., Бердибеков С.</i>	Применение морфологического анализатора казахского языка для извлечения фактов из фактографических систем	166
<i>Мурзабеков З.Н., Мурзабеков А.З.</i>	Синтез пропорционально-интегральных регуляторов для систем автоматического управления при наличии ограниченных управляющих воздействий	176
<i>Мухарлямов Р.Г.</i>	Построение уравнений динамики систем с линейными дифференциальными программными связями	184
<i>Плесневич Г.С., Карабеков Б.С., Нгуен Тхи Минь Ву</i>	Спецификация онтологий для потоков задач	192
<i>Рысбайулы Б., Карашибаева Ж.О.</i>	Задача продолжения для процесса переноса тепла и влаги в многослойной области	203
<i>Рысбайулы Б., Юничева Н.Р.</i>	Итеративно-интервальный подход к расчету тепловых параметров в метастабильных горных системах при неточных исходных данных	211
<i>Тлеубергенов М.И., Ажымбаев Д.Т.</i>	О построении стохастических дифференциальных уравнений по заданному интегральному многообразию	220
<i>Хисамиев Н.Г., Конырханова А.А.</i>	Вычислимые ретракты разрешимых групп	228

Секция 2. ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ		236
<i>Найзабаева Л.К., Оразбеков Ж.Н., Оразбекова Н.М.</i>	Корпоративті қосымшаларды интеграциялау тәсілдері	237
<i>Абилкаева Ж.Н., Габбасов М.Б., Ибраев Е.А.</i>	Пространство имен NSTOFI для автоматизации обмена данными	243
<i>Айдаров К.А., Ахмед-Заки Д.Ж.</i>	Модернизация веб-ориентированной системы проведения научных расчетов с использованием кластерных ресурсов	257
<i>Ерзин А.И.</i>	Эффективный мониторинг протяжённых объектов с использованием одинаковых направленных устройств	265
<i>Жубатов Ж., Хикметов А.К., Жакебаев Д.Б., Абдибеков А.У., Каржаубаев К.К.</i>	Создание графического интерфейса прикладной программы для моделирования сценариев аварийного взрыва ракеты-носителя	273
<i>Искаков К.Т., Кусаинова А.Т.</i>	Научно-технические основы систем георадиолокации	279
<i>Калимолдаев М.Н., Амирханова Г.А.</i>	Программный комплекс для экономической модели Р. Лукаса	286
<i>Крак Ю.В.</i>	Методы анализа и синтеза систем коммуникационной информации	292
<i>Кусаинова А.Т., Искаков К.Т., Оралбекова Ж.О.</i>	Обзор основных понятий технологии Data Mining	303
<i>Лебедев Д.В., Перепелкин В.А.</i>	Фрагментация алгоритма численного решения трехмерного модельного уравнения теплопроводности и исследование эффективности его реализации	310
<i>Плотников Р.В., Ерзин А.И., Младенович Н.</i>	Локальный поиск с чередующимися окрестностями для задачи оптимального синтеза коммуникационной сети	318
<i>Самигулина Г.А., Шаяметова А.С.</i>	Smart-система дистанционного обучения людей с ограниченными возможностями зрения на основе когнитивного подхода	328
<i>Скопин И.Н.</i>	О функциональном программировании и модульности	335

МАТЕРИАЛЫ
Международной научной конференции
«Информатика и прикладная математика»
(«Computer science and Applied Mathematics»),
посвященной 25-летию Независимости Республики Казахстан и
25-летию Института информационных и
вычислительных технологий

г. Алматы, 21-24 сентября 2016 года

Часть I

Подписано в печать 26.08.2016 г. Формат А4.
Печать ризография. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 15,74.
Тираж 300 экз. Заказ № 01147.
Отпечатано в типографии НЦ НТИ.
Алматы, ул. Богенбай батыра, 221.

