$$+\left[E_0\left(\ell^2-x_{k+1}^2\right)+\frac{\left(E_1-E_0\right)}{3\ell}\left(\ell^3-x_{k+1}^3\right)\right]\vartheta\left(x_{k+1}\right)\Bigg\}+\frac{6\left(1-\mu^2\right)\ell^2}{h^3R^2E_1}\left(\frac{\mu P}{2\pi\sin^2\varphi}-R^2p\right)-$$

$$-\frac{\alpha\left(1-\mu^2\right)\ell^2}{h^3RE_1}\left[2E_0\left(T_1-T_0\right)+\left(E_1-E_0\right)\left(T_1-T_0\right)\right];$$

Из выражения (11) находятся $\vartheta(x_k)$, входящие в решение (10).

После определения функции $\eta(x)$ и $\vartheta(x)$ силовые факторы определяются по формулам:

$$N_x=\frac{P}{2\pi R\sin^2\varphi},\ N_y=-\frac{d\eta(x)}{dx}+pR,\ Q=\frac{1}{R}\eta(x),$$

$$M_x=-\frac{E_T^{(2)}(x)}{1-\mu^2}\cdot\frac{d\vartheta(x)}{dx},\ M_y=-\frac{\mu E_T^{(2)}(x)}{1-\mu^2}\cdot\frac{d\vartheta(x)}{dx};\qquad(12)$$

Далее не представляет труда определить возникающие в оболочке деформации, напряжения и перемещения срединной поверхности.

Литература

1. *Бажанов В.Л., Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Синюков А.М. Расчет конструкций на тепловые воздействия. -Москва, 1969. 599 с.*
2. *Биргер И.А. Круглые пластинки и оболочки вращения. -М., Оборонгиз, 1961.*
3. *Тюреходжаев А.Н., Кырыкбаев Б.Ж. Решение задачи об изгибе гибкой круглой пластины методом частичной дискретизации дифференциальных уравнений. Известия НАН РК. Серия физико-математическая. 2004. №3. с. 66-71.*

УДК 622.248

Мардонов Б.М., Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности, Ташкент, Узбекистан, **Хаджиева Л.А.,** КазНУ имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗАМКОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ НА КОЛЕБАНИЯ ГЕОМЕРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ БУРИЛЬНЫХ КОЛОНН

Изучены вопросы влияния коэффициента жесткости сопряжения штанг в местах замковых соединений на характер колебаний штанг бурильных колонн при действии осевой силы

В работах [1,2], посвященных теоретическому исследованию колебаний бурильной колонны, последняя, условно рассматривается как однородный длинный стержень и влияние замковых соединений на частоту колебаний не учитывается. Бурильная колонна, являясь динамической системой, в свою очередь представляет сложным волноводом, характер колебаний которой существенно зависит от способа сопряжений отдельных стержней (штанг) при формировании бурового комплекса. При этом влияние замковых соединений в местах сопряжений на спектр частот может быть учтено если в энергии деформации учитывать наличие податливости штанг в местах их сопряжений, и таким образом, составить уравнений колебаний составных стержней с сосредоточенными жесткостями . Используем метод, предложенный в работе[2] для решения динамических задач колебаний буровых штанг (колон) с учетом геометрической нелинейности при их деформировании. Принимаем труб колонны в виде соединенных между собой n однородных штанг (балок) одинаковой длины l, несущих сосредоточенные жесткости в местах их сопряжения. Ось $0x$ направим сверху вниз, и начало координат установим в начальном сечении каждой балки. Полагаем, что в сечении $x = 0$ первой балки действует силы сжатия P_0. Составим выражения для энергии i – ой балки при изгибе и сжатия с учетом геометрически нелинейности деформирования, представленного работах [3];

$$U_i = \frac{EI}{2}\int_0^l \left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2}\right]^2 dx + \frac{EF}{2}\int_0^l \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)\right]^2 dx \;\; (i = 1...n) \tag{1}$$

Кинетическая энергия балки

$$T_i = \frac{\gamma}{2}\int_0^l \left\{\left(\frac{\partial v_i}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_i}{\partial t}\right)^2\right\} dx \tag{2}$$

$v_i = v_i(x,t)$ - полный прогиб i-ой балки, $u_i = u_i(x,t)$ - продольное смещение ее сечения, причем $u_n(l,t) = u_0(t)$ ($u_0(t)$- перемещения нижнего конца n-ой балки) E - модуль Юнга материала балки , l, F, I - длина, площадь поперечного сечения и момент инерции, γ - погонная масса балки,

Сумма потенциалов сил веса балки, сжатия P_0 по формуле

$$V_i = -\frac{\gamma g}{2}\int_0^l [x + l(i-1)]\left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)^2 dx \tag{3}$$

Для определения продольных перемещений штанги используем гипотезу Кирхгофа [3], согласно которой, среднее удлинения ε_{ix} каждой штанги не зависит от координаты x и только зависит от времени. Тогда для деформации получаем выражение [5]

$$\varepsilon_{ix} = \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{l}\left[u_i(l,t) - u_i(0,t) + \frac{1}{2}\int_0^l \left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)^2 dx\right]$$

Выражение соответствующей энергии имеет вид

$$W = \frac{EF}{2l}\left[u_i(l,t) - u_i(0,t) + \frac{1}{2}\int_0^l \left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)^2 dx\right]^2$$

Продольное перемещение i - ой балки представим в виде

$$u_1 = r_1 + \frac{P_0(l-x)}{EF}$$

$$u_i = r_i\frac{l-x}{l} + r_{i+1}\frac{x}{l} \;\; (i = 2...n)\;(r_{n+1} = u_0(t)) \tag{4}$$

где $r_i = r_i(t)$ и $r_{i+1} = r_{i+1}(t)$ соответственно перемещения начального и конечного сечения i- ой трубы (штанги). На границах перехода труб выполняются условия непрерывности усилий

$$EF\frac{du_i}{dx} = EF\frac{du_{i+1}}{dx} = k[u_{i+1}(0) - u_i(l)]\;,\; EF\frac{du_1}{dx} = -P_0 \tag{5}$$

Предполагаем, что в местах сопряжения i- ой и $i+1$-ой труб, усилия пропорционально разности смещения их сечений., т.е.

$$EF\frac{du_i}{dx} = k(u_{i+1}(0) - u_i(l)]\; i = 1..n \tag{6}$$

k - коэффициент пропорциональности (жесткости сопряжения). Пользуясь условием (4) и равенствами (6), получим следующую формулу для определения величин r_j

$$r_j = u_0(t) + [1 + (n-j)\beta]\overline{P}_0\;\; j = 1..n \tag{7}$$

где $\beta = \dfrac{EF}{kl}$, $\overline{P_0} = P_0 l / EF$

Продольная деформация в i- ой штанге с учетом (7)будет равна

$$\varepsilon_{ix} = \frac{1}{l}\left[r_{i+1} - r_i + \frac{1}{2}\int_0^l \left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)^2 dx = \right] = \frac{1}{l}\left[\frac{P_0}{kl} + \frac{1}{2}\int_0^l \left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)^2 dx \right]$$

Энергия колонны будет равна

$$U_i = \frac{EI}{2}\int_0^l \left[\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2}\right]^2 dx + \frac{EF}{2}\int_0^l \left[-\left(\frac{P_0}{kl}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x}\right)\right]^2 dx$$

Видно, что потенциальная энергия деформации в рассматриваемом случае не зависит от продольного смещения, и она определяется только прогибами каждой штанги. В качестве примера рассмотрим случай колонны, сопряженной с нижней частью через упругий элемент $(n=1)$. Принимаем, что один конец штанги защемлен и неподвижен, второй конец защемлен в подвижной опоре. Граничные условия записываются:

$v = 0,\ \dfrac{\partial v}{\partial x} = 0$ при $x = 0$ и $x = l$

Прогибы штанги представим в виде

$v = q(t)\sin^2(\pi x / l)$

Тогда выражения для энергий имеют вид

$Э = U + V + W = 1.25 * EJ\pi^2 q^2 / 2l^3 + EFl(-\beta + 0.25\pi^2 q^2 / l^2)^2 / 2$, $T = 0.55\gamma \dot{q}^2 l / 2$,

$\beta = P_0 / kl$

Из уравнения Лагранжа II- рода получаем

$$0.55 l\gamma \ddot{q} = -\pi^2 EJq / l^3 - 0.25\pi^2 \gamma g q - \frac{0.5\pi^2 EF}{l} q(-\beta + 0.25\pi^2 q^2 / l^2)$$

Последнее уравнение приведем к виду

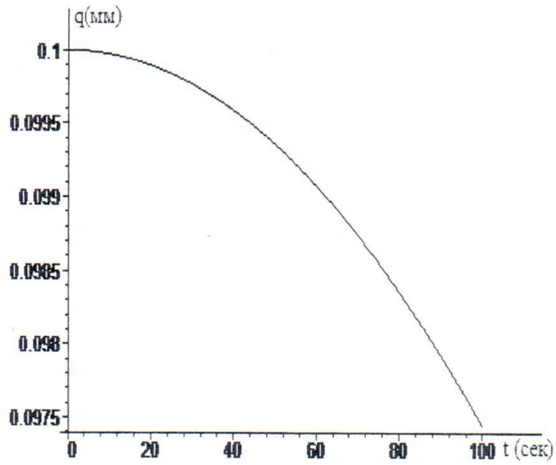
$$\ddot{q} + q(a + bq^2) = 0 \qquad (8)$$

где $a = 1.18EJ\pi^2 / \gamma l^4 + 0.45\pi^2 g / l + 0.91EF\pi^2\beta / \gamma l^2$, $b = 0.272\pi^4 EF / \gamma l^4$

Уравнение (8) (уравнение Хилла) типично для колебательных систем с перескоком. В расчетах принимаем $l = 1000 м$, $E = 2 \cdot 10^4 МПа$, $D_1 = 0.114 м$, $D_2 = 0.086 м$, $\rho = 6500 кг / м^3$ (D_1, D_2 - внешний и внутренний диаметры трубы колонны, ρ - плотность материала трубы) Если принять $P_0 = 0.5P_э$ ($P_э = 4\pi^2 EJ / l^2$ - Эйлеровая сила).то перескок происходит при $k \approx 70 Н / м$, при $P_0 = P_э$ имеем $k \approx 75 Н / м$

На рисунке представлены кривые зависимости прогиба $q(мм)$ от времени для различных значений силы P_0 ($P_0 \le P_э = 4\pi^2 EJ / l^2$) коэффициента жесткости k

$k = 75 Н / м$ $k = 70 Н / м$



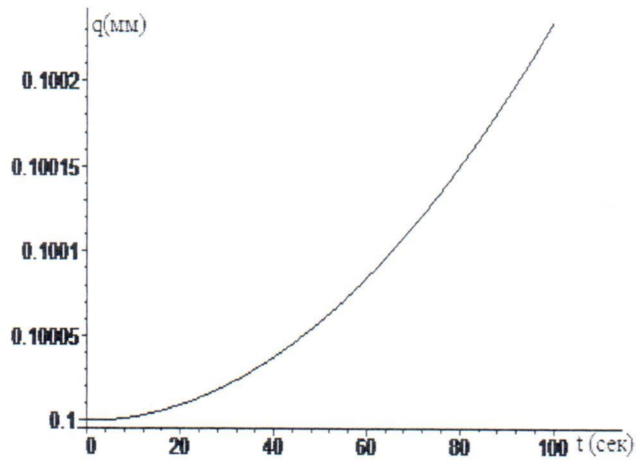


Рисунок. Зависимости прогиба колонны $q(мм)$ от времени $t\,(сек)$ при $P_0 = 0.5P_э$ и для двух значений коэффициента k.

Литература

1. *Сароян А.Е Проектирование бурильных колонн. М., «Недра»,1971.181 с*
2. *Симонов В.П., Юнин Е.К. Влияние колебательных процессов на работу бурильного инструмента.*
3. *Каудерер Г. Нелинейная механика. М.Изд. ин.лит. 1961. 778 с.*