9. Пененко В.В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. – Л.: Гидрометеоиздат. - 1981. – 351 с.

Аннотация. *Рассматривается основные методы исследования распространения вредных примесей в атмосфере. Выявлены задачи и проблемы математического моделирования процесса переноса загрязняющих веществ в пограничном слое атмосферы. Определены важные аспекты при решении задач пограничного слоя атмосферы. Выявлены некоторые особенности постановки начальных и граничных условий. Модели направлены на решения различных задач, возникающих при оценке нагрузки природной среды с учетом свойств приземного слоя и загрязнения воздушного бассейна.*

Ключевые слова: *математическая модель, пограничный слой атмосферы, загрязняющее вещество.*

Abstract. *We consider the basic methods of research the spread of harmful impurities in the atmosphere. Identified challenges and problems of mathematical modeling of pollutant migration process substances in the atmospheric boundary layer. Identify important aspects in dealing with the atmospheric boundary layer problems. Some features of the formulation of initial and boundary conditions. Models are aimed at solving the various problems arising in the evaluation of the load of the environment, taking into account the properties of the surface layer and air pollution.*

Keywords*: mathematical model , the boundary layer of the atmosphere, contaminant.*

ӘОЖ 502/504 (035:3)

А. Айдосов, Н.С. Зәуірбеков, Н.Д. Зәуірбекова, Қ.А. Абсаматова

АТМОСФЕРАНЫҢ ЖЕР ҮСТІ ҚАБАТЫНДАҒЫ ЗИЯНДЫ ҚОСПАЛАРДЫ ТАСЫМАЛДАУДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

(Алматы қ., Алматы технологиялық университеті)

Аңдатпа. *Мақалада атмосфералық ауаның жер үсті қабатындағы зиянды қоспаларды тасымалдаудың моделі негізделген, математикалық моделдердің кластары айқындалған және пайдалану кезеңдері анықталған. Математикалық модельдерге қойылатын негізгі талаптар анықталған, олар санды талдаумен эксперименттік зерттеулер нәтижелерінің сыбайластығы, математикалық модельдердің жан-жақтылығы бізді қоршаған орта бірлігі мен оларды сипаттау тәсілдерінің салдары көрсетілген.*

Түйін сөздер: *математикалық модель, зиянды қоспалардың атмосфера қабатында таралуы, зиянды қоспалар.*

Атмосфераның жерүсті қабатында ауа ластануының таралу заңдылықтарын және олардың кеңістікті-уақыттық таралу ерекшеліктерін зерттеуге ғылыми-тәжірибелік қызығушылық үнемі артып келеді. Олар ауаның ластануының өзгеру тенденциясы мен күйін объективті бағалау үшін, сонымен қатар ауа тазалығын қамтамасыз ету бойынша мүмкін әрекеттерді жоспарлаудың негізі болып табылады. Көптеген өндірістік аудандар мен қалаларда экологиялық жағдайдың кенеттен күшеюіне байланысты атмосфераның жер үсті қабатында ауа ластануының таралу үрдісін модельдеумен байланысты зерттеулер дамып келеді [1].

Қоршаған ортаға табиғаттық және техногендік апаттардың әсерін зерттеу мәселесі өзектілігін жоғалтқан емес. Осылай, өнеркәсіптік өндіріс орындары мен автокөліктердің жұмысы нәтижесінде қоршаған ортаға газ тәрізді және сұйылтылған өнімдер шығарылады, мысалы көміртегі оксиді, азот пен күкірт, альдегидтер, бензапирен, мырыш және т.б. Сонымен қатар жер үсті қабатында фотохимиялық реакциясы кезінде озон және тағы басқа адам денсаулығына және өсімдік пен жануар әлеміне қауіпті токсиканттар құрылады. Белгілі бір метеорологиялық шарттарда ластаушы заттардың аздаған мөлшері елді мекендерде жағымсыз экологиялық жағдай құрады. Нәтижесінде қоршаған ортаның үлкен масштабты ластануы болатын табиғаттық және техногендік апаттар бұдан да үлкен қауіп туғызады. Жоғарыда көрсетілген құбылыстарды тәжірибелік зерттеу қымбаттығынан, кейде тіпті толық физикалық модельдеу жүргізу мүмкін еместігіне байланысты, теориялық зерттеу әдісі – математикалық модельдеу әдісіне қызығушылық туғызады. Бұл жағдайда зерттеу объектісі құбылыстың өзі емес, оның математикалық моделі болып табылады, ол мысалға сәйкес бастапқы және шектік шарттары бар жеке туындыдағы дифференциалдық теңдеулер жүйесі түрінде алынуы мүмкін [2].

Математикалық модельдер екі класқа жіктеледі: детерминделген және стохастикалық (ықтималдық). Бұл жұмыста бірінші типті модельдер ғана қарастыралыд. Детерминделген тәсілді пайдаланатын математикалық модельдеу келесі кезеңдерден тұрады [1-3]:

1. Зерттелетін құбылысты физикалық талдау және объекттің физикалық моделін құру.

2. Ортаның реакциялық қасиеттерін, айналыс коэффициентін, ортаның құрылымдық параметрлерін анықтау және сәйкес бастапқы және шектік шарттары бар негізгі теңдеулер жүйесін шығару.

3. Қойылған шектік есептің сандық немесе талдамалық әдісін таңдау.

4. Егер сандық есептелуі келтірілсе, сәйкес теңдеулер жүйесі үшін дискретті аналоғын алу.

5. Дискретті аналог үшін шешімін алу әдісін таңдау.

6. Есептеу машинасы үшін есептеу бағдарламасын дайындау. Есептеу бағдарламасын тесттік тексеру. Дифференциалдық теңдеулер жүйесінің сандық шешімін алу.

7. Белгілі тәжірибелік деректермен алынған нәтижелерді салыстыру, олардың физикалық интерпретациясы. Зерттелетін объектті параметрлік зерттеу.

Математикалық модельге қойылатын негізгі талап – сандық талдаудың алынған нәтижелерінің тәжірибелік зерттеу деректерімен сәйкес келуі. Осы шарттың орындалуы үшін қажет:

- математикалық модельде массаның, энергияның және импульстің сақталу заңдары орындалу керек;
- математикалық модель зерттелетін құбылыстың негізін дұрыс көрсетуі керек.

Бірде бір құбылысты математикалық модель көмегімен толық сипаттау мүмкін емес, сол себепті модельді қолдану шектерін көрсету керек, яғни сәйкес бастапқы және шектік шарттармен негізгі теңдеулер жүйесін алу кезінде қолданылатын болжамдарды анықтау керек.

Математикалық модельдердің жан-жақтылығы бізді қоршаған ортаның бірлігін көрсету мен оларды сипаттау әдістерінің салдары болып табылады. Сондықтан белгілі бір құбылысты математикалық модельдеуден алынған және жиналған әдістер мен нәтижелерді басқа үрдістердің кең класына ауыстырыла алады [4, 5] .

Мысалы, жылу алмасу мен гидродинамиканы сипаттайтын дифференциалдық теңдеулерді қарастырса, берілген үрдісті сипаттайтын тәуелдік айнымалылар жалпы сақталу заңына бағынады. Егер тәуелдік айнымалыны Ф деп белгілесе, онда жалпыланған дифференциалдық теңдеу түрі келесідей болады:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi)+div(\rho u\Phi)=div(\Gamma\, grad\,\Phi)+S\,, \qquad (1)$$

мұндағы Γ — айналыс коэффициенті (жылуөткізгіштіктің, диффузияның және т.б.); S — қорек көзінің мүшесі.

Г мен S шамаларының нақты түрі Ф айнымалысының сипатына байланысты. Жалпыланған дифференциалдық теңдеуге төрт мүше кіреді: стационар емес, конвективті, диффузиялық және қорек көзінің мүшесі. Тәуелдік Ф айнымалысы әртүрлі шаманы білдіреді, мысалы, температураны, құраушылардың массалық концентрациясын, жылдамдық құраушысын, турбеленттіліктің кинетикалық энергиясын және т.б. Айналыс коэффиниенті Г мен қорек көзінің мүшесі S сәйкес мағынаға ие болады. Тығыздық ρ массалық концентрация, қысым, температура, күй теңдеуі сияқты айнымалылармен байланыста бола алады. Осы айнымалылар мен жылдамдық құраушылары массаның сақталу заңын немесе үздіксіздік теңдеуін қанағаттандыру керек, оның түрі:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+div(\rho u)=0 \qquad (2)$$

(1) мен (2) теңдеулерін тензорлық түрде жазуға болады, олар кординаттардың декарттық жүйесінде келесідей болады:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i\Phi)=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)+S\,,\ i=1,2,3; \qquad \frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i)=0\,.$$

Жалпыланған теңдеуді пайдалану арқылы жалпыланған сандық әдісті құруға болады және көп мақсаттық есептеу бағдарламасын дайындауға болады.

Жалпы жағдайда стационар месе кеңістіктік есептер шешу керек, олар есептеу бағдарламасын дайындау кезінде көбірек күшті қажет етеді. Есептердің қойылымында жоғарыда айтылған мәселелерді шешу үшін қойылған есепті шешу кезінде есептеу нәтижесіне қатты әсер етпейтін негізделген жорамалдар қолданылады.

Осылайша, құрылған математикалық модель көмегімен (атмосфераның жер үсті қабатында, сулы ортада және т.б.) әртүрлі сыртқы шарттар әсерінен (ауа температурасы, жел жылдамдығы, атмосферадағы температуралық стратификация және т.б.) ластанудың таралу динамикасын, және ластану көзінің параметрлерін зерттеуге болады. Алынған нәтижелерді орнатылған шектік-мүмкін концентрациялармен салыстыра отырып, әртүрлі уақыт моментіндегі әртүрлі құраушылар бойынша ластану деңгейін талдап, ауа бассейнінің ластану концентрацисын төмендету жолдарын ұсынуға болады.

Қалыңдығы 10-нан 100 м-ге дейін болатын жер бетінің үстіндегі атмосфералық ауа қабаты жер үсті қабаты деп аталады. Бұл қабатта барлық метеорологиялық элементтердің градиенттері мен турбулентті ағындар биіктігі бойынша қатысты тұрақтылығы максимал болады. Бұл қабаттағы үрдістер барлық шектік қабаттағы үрдістер тығыз байланыста болса да, тәжірибелік маңызды есептерді шешуде метеорологиялық элементтер мен бір жер үсті қабатындағы турбуленттілік сипаттамалары арасында ішкі байланыстар орнату керек [5] .

Айналыс үрдісі математикалық физиканың аралас шектік есебімен модельденеді және турбулентті диффузияны ескеретін айналыс теңдеуінен тұрады. Есептің қойылымы кезінде шектік шарттар ең төменгі қабатта $z=0$ және ең жоғарғы қабатта $z=h_3$ беріледі, қабаттардың бөлінуінің шекарасындағы жанасу шарттары қарастырылады.

Атмосфераның жер үсті қабатын физикалық сипаттау үшін стратифицирленген ортадағы турбулентті режим үшін болжау теориясы алынады [6, 7]. Осы теорияға сәйкес атмосфераның жер үсті қабаты үшін $L=\dfrac{u_*^2}{\lambda\chi^2\theta_*}$ ұзындық масштабына нормаланған, $u_*^2=\dfrac{\tau}{\rho}$ жылдамдық пен $T_*=\dfrac{H_1}{u_*}$ температурасының масштабына нормаланған барлық статистикалық сипаттамалар $\varsigma=\dfrac{z}{L}$ өлшемсіз биіктіктің әмбебап функциясы болып табылады, ол ғидростатистикалық тұрақтылықтың параметрі ретінде алынады. Метеорологиялық элементтердің орта өрістерінің тікелей градиенттері өлшемсіз аргументке тәуелді ς кейбір функциялар $\varphi_s(\varsigma)$, $\varphi_q(\varsigma)$ көмегімен анықталады. Осылайша, осы функциялардың нақты түрі жылу, ылғал мен қозғалыстың турбулентті ағындарын анықтауға мүмкіндік береді. Монин-Обухов теориясын және Бусинджердің эмпирикалық функциясын қолданып, жер үсті қабатының теңдеулер жүйесін жазайық:

$$\chi z\frac{\partial|\vec{u}|}{\partial z}=u_*\varphi_u(\varsigma),\qquad z\frac{\partial p}{\partial z}=p_*\varphi_\theta(\varsigma),\qquad p=\theta,q\,; \tag{3}$$

$$\chi|\vec{u}|=u_*f_u(\varsigma\varsigma_u),\qquad p-p_0=p_*f_\theta(\varsigma\varsigma_0),\qquad \varsigma={}^{z}\!/_{L}\,; \tag{4}$$

$$v_i=\frac{u_*\chi z}{\varphi_i(\varsigma)},\qquad (v_i)_h=\frac{u_*\chi h}{\varphi_i(\varsigma_h)},\qquad \text{i=u, v;} \tag{5}$$

$$\varsigma_h={}^{h}\!/_{L},\ L_*=\frac{u_*^2}{\lambda\chi^2\theta_*},\quad H_0=\rho c_p\left(v_\theta\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_0=\rho c_p c_u c_\theta|\vec{u}|_h(\theta_h-\theta_0), \tag{6}$$

$$c_u=\chi f_u^{-1}(\varsigma_h,\varsigma_0),\ c_\theta=\chi f_v^{-1}(\varsigma_h,\varsigma_0),\ \varsigma_u={}^{\varsigma_h}\!/_{\overline{H}},\ \varsigma_0={}^{\varsigma_h}\!/_{\overline{H}z},\ \overline{H}={}^{h}\!/_{z_u},\ \ z={}^{z_u}\!/_{z_\theta} \tag{7}$$

$$f_u(\varsigma,\varsigma_u)=\int_{\varsigma_u}^{\varsigma}\frac{\varphi_u(\xi)}{\xi}d\xi,\qquad f_\theta(\varsigma,\varsigma_u)=\int_{\varsigma_0}^{\varsigma}\frac{\varphi_\theta(\xi)}{\xi}d\xi, \tag{8}$$

мұндағы: $|\vec{u}|=(u^2+v^2)^{1/2}$ – жылдамдық векторының модулі; u_* – үйкеліс жылдамдығы; θ_*,q_* – потенциалдық температура мен меншікті ылғалдылық масштабтары; h – жер үсті қабатының биіктігі; χ – Карман тұрақтысы; z_u, z_θ – жел мен температура үшін кедір-бұдырлық параметрі (0 және h индекстерімен z=0 мен z=h кезіндегі метеорологиялық өрістер белгіленген); H_0 – жылу ағыны; H_0 c_u, c_θ – үйкеліс және жылу берілісінің коэффициенттері; H_0 φ_i, f_i – үздіксіз әмбебап функциялар; H_0 θ_0, q_0 – төсеуші беттің температурасы мен ылғалдылығы.

(3)-(4) формулаларын біріктіре отырып, z=h деп алып, алатынымыз:

$$\alpha\frac{\partial p}{\partial\delta}=\frac{\varphi_\theta(\varsigma_h)}{f_\theta(\varsigma_h,\varsigma_0)}(p-p_0),\ \ p=(\theta,q),\ \alpha\frac{\partial}{\partial\delta}\begin{Bmatrix}u\\v\end{Bmatrix}=\frac{\varphi_u(\varsigma_h)}{f_u(\varsigma_h,\varsigma_0)}\begin{Bmatrix}u\\v\end{Bmatrix}, \tag{9}$$

мұндағы $\alpha={}^{h}\!/_{\overline{h}(x,y,t)}$.

Ары қарай (9) формулалары θ_0, q_0 шамалары x, y, t бойынша белгілі функциялар болғандағы жер үсті қабатынан жоғары жергілікті атмосфералық үрдістер есебі үшін шектік шарттар болып алынады.

(9) шектік шартарын құру кезінде ауа массасының төменгі шекарасында төсеуші беттің температурасы мен ылғалдылығы θ_0, q_0 берілген деп болжанады. Болжау

есептері үшін ол мүмкін емес, сондықтан теңдеулер жүйесін тұйықтау үшін төсеуші беттің температурасы мен ылғалдылығы метеоэлементтермен бірге анықталатындай модель құру керек. Қазіргі кезде осы есепті шешу үшін қолданылатын әдіс – термиялық және орографиялық біртексіз төсеуші беттің өзара әрекеттесуіндегі атмосфераның шекаралық қабатының динамикасының моделін құру болып табылады. Құрғақ жер үшін топырақтың температуралық режимінің осы моделі – атмоферамен шекарадағы жылу балансының теңдеуі және ылғал алмасу моделі. Қарапайымдылық су беті үшін θ_0, q_0 функциялары берілген деп есептейміз:

$$\theta_0 - f_0(t), \qquad q = 0{,}622 * E_0(\theta_0) / p, \tag{10}$$

мұндағы: E_0 – θ_0 температурасы кезінде су буының қанығу икемділігі; p – атмосфералық қысым; $f_0(t)$ – су бетінің температурасы.

Топырақта температураның таралуы келесі өрнекпен сипатталады:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \eta} K_s \frac{\partial T}{\partial \eta}, \tag{11}$$

мұнда: $T = \overline{T} + T'$ – топырақтың абсолют температурасы; T' – топырақ температурасының ортатәуліктік шамадан ауытқуы; $\overline{T} = const$; $K_s(x,y,z)$ – топырақтың температура өткізгіштік коэффициенті беріледі.

Шарт ретінде Жер бетіндегі жылу балансының теңдеуін келесідей лаамыз:

$$G_s - \rho c_p \left(v_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_0 - a_s \rho L_w \left(v_q \frac{\partial q}{\partial z} \right)_0 = I_0 * (1 - A_s) + J_s - F_s, \tag{12}$$

мұндағы $G_s = \lambda_s \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)$, – топырақ беті арқылы жылу берілісі (“0” индексімен z=0 кезіндегі шамалар белгіленген); $\lambda_s = c_s \rho_s K_s$, ρ_s, c_s, K_s – тығыздық, меншікті жылу сыйымдылығы, топырақтың жылу өткізгіштік коэффициенті; ρ – ауа тығыздығы; I_0 – қысқа толқындық күн радиациясының сомалық (жалпы) ағыны; A_s – төсеуші беттің альбедосы; F_s – тиімді ұзын толқынды сәуле шығару; a_s – төсеуші беттің әртүрлі бетінде оның біртексіздігіне байланысты булану мен конденсацияға жылудың әртүрлі мөлшері жұмсалатынын көрсететін өлшемсіз коэффициент; $J_s(x,y,t)$ – антропогендік жылу көздерін сипаттайтын функция.

Желсіз температура кезінде z=0 мен $z = z_\theta$ деңгейлері арасындағы температураның түсуі үлкен шамаларға жетуі мүмкін, Сондықтан, (12) теңдеуін шешуде тұтқыр қабат үшін жартылай эмпирикалық параметрленген формула қолданылады:

$$\theta_c - \theta_0 = 0{,}0962 \theta_* \left(u_* z_\theta / v \right)^{0,45} \tag{13}$$

(12) теңдеуі z=0 үшін (11) теңдеудің шектік шарттары болып табылады. (11) үшін екінші шектік шарты $H_П$ тереңдікте беріледі, онда топырақтағы температураның тәуліктік тербелісі болмайды, яғни:

$$z = -H_\Pi \ \text{кезінде} \qquad T = T_\Pi \tag{14}$$

(12), (14) шектік шарттары бар (11) теңдеуін шешу әдісі қарастырылған. бойынша топыраққа берілетін жылу ағынының аяққы-айырымдық аналогын жазамыз:

$$G_s = \lambda_s \frac{T_s - T_1}{\Delta \eta_1}, \tag{15}$$

мұндағы: $\Delta\eta_1$ – тереңдігі бойынша тор қадамы; $\Delta\eta_1$ T_1 – бірінші есептеу деңгейіндегі топырақ температурасының мәні.

(11) теңдеуі аяқтау әдісімен сандық жолмен шешіледі. Аралық есептеулер жүргізбей, шешімін түрінде көрсетеміз:

$$T_1 = \beta_1 T_s + z_1, \tag{16}$$

мұндағы β_1, z_1 – есептеу коэффициенттері.

(16) теңдеуін (15) қою арқылы (13) теңдеуін келесідей шешеміз:

$$\theta_0 = \frac{\widetilde{\theta} + \widetilde{c} F \theta_h}{1 + \widetilde{c} F}, \tag{17}$$

мұндағы

$$F = \left[A - L_w + 4 * \left(\frac{F_s}{T_s} \right)^{n-1} - \lambda_s (\beta_1 - 1) \right]^{-1};$$

$$\widetilde{c} = \left[Ac_p + 4 * \left(\frac{F_s}{T_s} \right)^{n-1} - \frac{\lambda_s \theta_0^{n-1} (\beta_1 - 1)}{\Delta \eta_1} \right] * \frac{0{,}0962 c_\theta \left(c_u |\vec{u}|_h z_\theta / \nu \right)^{0{,}45}}{\chi};$$

$$\theta_0 = \widetilde{\theta}_0^{n-1} + F \left[I_0 (1 - A_s) - F_s^{n-1} + \lambda_s \theta_s^{n-1} \frac{1 - \beta_1}{\Delta \eta_1} \right] + J_s + a_s AFL_w \left(q_h - q_0^{n-1} \right) + a_s A \mu F (\theta_0 - \theta_s)^{n-1}$$

Осылайша, θ_0 есептелген шамасы бойынша θ_s температурасын анықтауға болады. Тәжірибеде жер үсті сипаттамаларын табу үшін келесі эмпирикалық формулалар қолданылады:

Альбрехт формуласы :

$$I_0 = a_0 Sinz_c - b_0 \sqrt{Sinz_c}\,, \qquad I_0 \geq 0; \tag{18}$$

$$Sinz_c = Sin\varphi Sin\psi + Cos\varphi Cos\psi Cos\gamma\,, \ \gamma = (t - 12)\pi / 12,$$

мұндағы z_c – Күннің аспан биігіндегі бұрышы; φ – елді мекеннің ені; γ – Күннің сағаттық бұрышы; ψ – Күннің төмен түсуі, бұрылуы; a_0, b_0 – берілген тұрақтылар.

Брендт формуласы:

$$F_s = \delta f_s T_0^4 (a_e + b_e \sqrt{e}), \tag{19}$$

мұндағы: δ – Стефан-Больцман тұрақтысы; f_s – топырақтың күкірттену коэффициенті; a_e, b_e – эмпирикалық тұрақтылар; e – су буының икемділігі.

Су бетіндегі кедір-бұдырлық параметрін анықтайтын Чарнок формуласы:

$$z_0 = 0{,}035 u_*^2 / g\,. \tag{20}$$

Магнус формуласы:

$$q_H(T) = \frac{0{,}622}{\rho} * 6{,}11 * \exp\left[\frac{17{,}55 * (T - 273{,}15)}{T - 31{,}25} \right]. \tag{21}$$

Альбрехт формуласы тегіс елді мекен үшін күн радиациясы ағынын есептеу үшін арналған. Ауаның жер үсті қабатының температурасы мен ылғалданған беттің жалпы булануы сол беттің инсоляциясына тәуелді. Еңісті жер инсоляциясындағы айырмашылықтар олардың экспозициясына байланысты төсеуші беттің орографиялық біртексіздік шарттарында біршама үлкен мезометрологиялық қарама-қайшылықтарға әкелуі мүмкін. Сондықтан еңісті жер бетіндегі күн радиациясының ағынын есептеу үшін келесі формуланы қолданамыз:

$$S_h = S_0 Cos\alpha\,, \tag{22}$$

мұндағы

$$Cos\alpha = Sinz_c Cos\alpha_r + Cos\psi_\alpha (Sin\varphi Cos\varphi Cos\gamma - Sin\varphi Cos\psi_\alpha Cos\psi)\ Sin\alpha_r + Sin\psi_\alpha Cos\psi Sin\gamma Sin\alpha_r ;$$

S_0 – күн тұрақтысы; α_r – күн сәулесінің жер бетіне түсу бұрышы; ψ_α – меридиан жазықтығынан есептелетін көлденең бетке еңісті жер нормалінің проекциясының азимуты (ψ_α шамасы оңтүстіктен сағат тілі бағытымен есептегенде оң шама болып алынады).

α_r, ψ_α функцияларын келесідей аламыз:

$$\alpha_r = arctg\left[(\delta_x^2 + \delta_y^2)^{1/2} \right], \quad \psi_\alpha = arctg(\delta_x / \delta_y) + k\pi . \qquad (23)$$

k параметрінің шамасы егісті жердің бағытына байланысты өзгереді. (18) формуласын S – бұрылған бетке қарай жалпы радиация ағыны үшін жазамыз:

$$S_r = a_0 Cos\alpha - b_0 \sqrt{Cos\alpha} . \qquad (24)$$

$\alpha_r = 0$ кезінде (24) мен (18) формулалары сәйкес келетінін оңай байқауға болады.

1. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Заурбеков Н.С. Модели экологической обстановки окружающей среды при реальных атмосферных процессах –Алматы. «ИНДАН», 2010. – 308 с.
2. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Заурбеков Н.С. Моделирование распространения вредных веществ в нижнем слое атмосферы со свободной верхней границей воздушной массы и оценка экологической обстановки окружающей среды.// Промышленность Казахстана. – Алматы. - 2007. -№1(40). - С. 68-70.
3. Айдосов А.А., Айдосов Г.А. Теоретические основы прогнозирования природных процессов и экологической обстановки окружающей среды. Книга 1, Теоретические основы прогнозирования атмосферных процессов и экологической обстановки окружающей среды. - Алматы: Изд-во «Қазақ университеті", 2000.- 290 с.
4. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Н.С.Заурбеков, С.Н. Кожаметов Современные основные техники и технологии удаления взвешенных веществ из атмосферных выбросов // Вторые Рыскуловские чтения «Казахстан: конкурентоспособность и модернизация»: материалы международной научно-практической конференции. Часть 1. – Алматы, Экономика, 2007. – С. 546-554.
5. Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Ажиева Г.И. Заурбеков Н.С. Модельная оценка техногенной нагрузки компонентов природной среды нефтегазодобывающего региона – Алматы. 2015 (монография). – 160 с.
6. Айдосов А.А., Заурбеков Н.С., Заурбекова Г.Н. Вычислительный эксперимент реализации численных расчетных моделей переноса и диффузии примеси в пограничном слое атмосферы // Вестник Алматинского технологического университета, выпуск 5, 2012. – Алматы. 2012. – С. 88-95.
7. Заурбеков Н.С. Разработка комплекса программ на основе математического моделирования пограничного слоя атмосферы со свободной верхней границей воздушной массы // Вестник Алматинского технологического университета, выпуск 6, 2012. – Алматы. 2012. – С. 5-11.

Аннотация. *В статье разработаны обоснованные модели переноса вредных примесей в приземном слое атмосферы, выявлены классы математических моделей и определены этапы использования. Определено главное требование к математической модели согласованность полученных результатов численного анализа с данными экспериментальных исследований, универсальность математических моделей является следствием отражения единства окружающего нас мира и способов его описания.*

Ключевые слова: *математическая модель, распространения вредных примесей в слое атмосферы, вредные примесей.*

Abstract. *The paper - based model developed by the transfer of harmful impurities in the surface layer of the atmosphere, identified classes of mathematical models and defined the stages of use. Determined the main requirement for a mathematical model of the consistency of the results of numerical analysis with the data of experimental studies , the universality of mathematical models is the result of reflection of the unity of the world around us and how to describe it .*

Keywords*: mathematical model, the spread of harmful impurities in the atmosphere layer, harmful impurities.*

УДК 517.956

С.А. Алдашев, Н.Т. Аубакиров*

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ТРЕХМЕРНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

(г. Алматы, Казахский национальный педагогический университет им. Абая, *- магистрант)

Аннотация. *В статье рассматривается область цилиндрического трехмерного гиперболического уравнения для изучения свойств понятий трехмерных гиперболических уравнений. Дана задача Дирихле в цилиндрической области для вырождающегося трехмерного гиперболического уравнения. Так же, рассматриваются основные свойства линейных операторов и свойства обратных операторов. Поэтому важное место в теории линейных и нелинейных эллиптических уравнений занимает и третья категория вопросов. В работе приведен новый класс вырождающегося трехмерного гиперболического уравнения, для которого в цилиндрической области однозначно разрешима задачи Дирихле.*

Ключевые слова: *цилиндрическая область, гиперболическое уравнение, вырождение, решение.*

В теории уравнений частных производных гиперболического типа краеве задачи с данными на всей границе области служат примером некорекктна поставленных задач [1,2]. В статях [3,4] показана корректность задачи Дирихле в цилиндрической области для вырождающихся многомерных гиперболических уравнений.

В данной работе приведен новый класс вырождающегося трехмерного гиперболического уравнения, для которого в цилиндрической области однозначно разрешима задачи Дирихле.

Пусть D_β- цилиндрической область евклидова пространства E_3 точек (x_1, x_2, t) ограниченная цилиндром $\Gamma = \{(x,t)\colon |x| = 1$, плоскостями $t = \beta > 0$ и $t = 0$, где $|x|$ – длина вектора $x = (x_1, x_2)$. Части этих поверхностей, образующих границу ∂D_β области D_β, обозначим через $\Gamma_\beta, S_\beta, S_0$ соответственно.

В области D_β рассмотрим вырождающегося трехмерное гиперболические уравнение

$$\sum_{i=1}^{2} k_i(t) u_{x_i x_i} - u_{tt} = 0 \tag{1}$$

где $k_i(t) > 0$ при $t > 0$ и могут обращаться в нуль при $t = 0$,
$k_i(t) \in C([0,\beta]) \cap C^2\big((0,\beta)\big), i = 1,2.$

В дальнейшем нам понадобиться связь декартовых координат x_1, x_2, t с полярными r, θ, t:

$$x_1 = r cos\theta, \quad x_2 = r sin\theta, \quad r \geq 0, \quad 0 \leq \theta < 2\pi, t = t.$$

В качестве многомерной задачи Дирихле рассмотрим следующую