МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА МЕН ИНФОРМАТИКАНЫҢ ТЕОРИЯЛЫҚ ЖӘНЕ ҚОЛДАНБАЛЫ МӘСЕЛЕЛЕРІ

Халықаралық ғылыми конференцияның материалдары

12–14 маусым

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ, МЕХАНИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Материалы международной научной конференции

12–14 июня

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS

Materials of the International scientific conference

June, 12–14

ӘОЖ 51:531:004
ББК 22.1
М 33

М 33 **Математика, механика мен информатиканың теориялық және қолданбалы мәселелері**: Халықаралық ғыл. конф. материалдары (12–14 маусым 2014 ж.). — Қарағанды: ҚарМУ баспасы, 2014. — 167 бет.

Теоретические и прикладные проблемы математики, механики и информатики: Материалы междунар. науч. конф. (12–14 июня 2014 г.) — Караганда: Изд-во КарГУ, 2014. — 167 с.

Theoretical and applied problems of mathematics, mechanics and informatics: Materials of the International scientific conf. (June, 12–14, 2014) — Karaganda: KarSU Publ. house, 2014. — 167 p.

ISBN 978-9965-39-476-8

Жинақта халықаралық ғылыми конференцияның материалдары жарияланған. Авторлардың жұмыстары математикалық талдау, дифференциалдық теңдеулер, алгебра, математикалық логика мен геометрия, математикалық модельдеу, ақпараттық технологиялар, механика және математиканы оқытудың өзекті сұрақтарына арналған.

ӘОЖ 51:531:004
ББК 22.1

ISBN 978-9965-39-476-8

Абенов Б.К., Айсагалиев С.А.
Устойчивость решений уравнений с дифференциальными включениями 17

Айсагалиев С. А., Белогуров А.П.
Задачи управляемости для уравнения параболического типа с ограничением на управление. 18

Акыш А.Ш.
Сходимость метода расщепления для нелинейного уравнения Больцмана........................... 19

Аканбай Н., Тулебаев Б.Б.
О вероятностном решений одного параболического уравнения специального вида и его приложениях.. 20

Алдибекова М.С., Петерс С.Н., Рамазанов М.И.
Решение одной обобщенной спектральной задачи для уравнения теплопроводности.......... 21

Ахманова Д.М., Омирбекова А.Е., Рамазанов М.И.
Решение второй краевой задачи для нагруженного уравнения теплопроводности.............. 22

Байжанова М., Тунгатаров А. Краевая задача для одного класса нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами... 23

Baitenova S.A., Eleuov A.A., Maksutov B.A.
Numerical methods of computing eigenvalues of matrix, which arising out of some biological models.. 23

Дженалиев М.Т., Иманбердиев К.Б., Айменова К.А.
О некорректной задаче для бигармонического уравнения... 24

Жанболова А.К., Каршыгина Г.Ж, Рамазанов М.И.
Краевая задача для уравнения теплопроводности с дробной нагрузкой.............................. 25

Жанбусинова Б.Х., Цуцаева Л. В.
Об условиях существования периодических решений уравнения Бернулли........................ 26

Иванов И.А., Есбаев А.Н., Есенбаева Г.А.
О свойствах ядра одного особого интегрального уравнения Вольтерра 27

Исин Мейрам
Үшінші ретті аралас параболо-гиперболалық теңдеу үшін қойылатын Бицадзе-Самарский типті шекаралық есептердің корректілігі жайлы 28

Исин Мейрам, Муталип Самат
Үшінші ретті аралас параболо-гиперболалық теңдеу үшін қойылатын шекаралық шарттардың жалпы түрі 29

Искаков С.А., Рамазанов М.И., Түймебаева А.Е.
О нагруженном уравнении теплопроводности с нагрузкой дробного порядка......................... 30

Калимбетов Б.Т., Омарова И.
Пограничный слой в случае тождественно кратного спектра оператора жордановой структуры.. 31

Kalimbetov B., Habibullayev Zh.
Regularization method for singularly perturbed integro-differential systems with multiple spectrum... 32

матрица $W^{1}(0,T)$, множество $U \neq \emptyset$ решение дифференциального уравнения (10), соответствующее управлению (11), запишется так:

$$y(t) = z(t) + \lambda_2(t,\bar{x},T) + N_2(t,T)z(T), t \in [0,T], \quad (12)$$

где

$$\lambda_2(t,\bar{x},T) = e^{At}W(t,T)W^{-1}(0,T)\bar{x} + e^{At}W(0,t)W^{-1}(0,T)e^{-AT}\bar{x},$$

$N_2(t,T) = -e^{At}W(0,t)W^{-1}(0,T)e^{-AT}$. Заметим, что $y(0) = \bar{x}$, $y(T) = \bar{x}$.

Таким образом, множество всех управлений, для которых $y(0) = \bar{x}$, $y(T) = \bar{x}$. Определяется по формуле (11), соответствующее решение системы (10) имеет вид (12).

УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Абенов Б.К., Айсагалиев С.А.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы,К азахстан

E-mail: serikbai_aisagaliev@kaznu.kz, babenov@mail.ru

Постановка задачи. Уравнение движения регулируемых систем в простом критическом случае имеет вид:

$$\dot{x} = Ax + B\varphi(\sigma),\ \dot{\eta} = \varphi(\sigma), \sigma = Dx + E\eta,\ x(0) = x_0, \eta(0) = \eta_0, t \in I = [0,\infty), \quad (1)$$

где A, B, D, E – постоянные матрицы порядков $n \times n$, $n \times 1$, $1 \times n$, 1×1 соответственно, матрица A – гурвицева, т.е. $\operatorname{Re}\lambda_j(A) < 0, j = \overline{1,n}$, $\lambda_j(A)$ – собственные значения матрицы A. Функция

$$\begin{gathered}\varphi(\sigma) \in \Phi_0 = \{\varphi(\sigma) \in C(R^1, R^1) \big| \varphi(\sigma) = \varepsilon\sigma + \overline{\varphi}(\sigma), 0 \le \overline{\varphi}(\sigma)\sigma < \mu_0\sigma^2, \sigma \neq 0, \\ \forall\sigma, \sigma \in R^1, \overline{\varphi}(0) = 0, |\overline{\varphi}(\sigma)| \le \overline{\varphi}_*, 0 < \overline{\varphi}_* < \infty\},\end{gathered} \quad (2)$$

где $\varepsilon > 0$ – сколь угодно малое число. Заметим, что

$$\begin{gathered}\overline{\varphi}(\sigma) \in \Phi_1 = \{\overline{\varphi}(\sigma) \in C(R^1, R^1) \big| 0 \le \overline{\varphi}(\sigma)\sigma < \mu_0\sigma^2, \sigma \neq 0, \forall\sigma, \sigma \in R^1, \\ \overline{\varphi}(0) = 0, |\overline{\varphi}(\overline{\sigma})| \le \overline{\varphi}_*, 0 \le \overline{\varphi}_* < \infty\}.\end{gathered} \quad (3)$$

Встречающиеся на практике системы автоматического управления относятся к системам с ограниченными ресурсами, для таких систем функция $\varphi(\sigma)$ удовлетворяет условиям (2), (3). Поскольку величина $\varphi_*, 0 < \varphi_* < \infty$, $\varepsilon > 0$ – сколь угодно малое число, то включения (2), (3) содержат все нелинейности из сектора $[0, \mu_0]$. Положения равновесия системы (1), (2) определяются из решения алгебраических уравнений $Ax_* + B\varphi(\sigma_*) = 0, \varphi(\sigma_*) = 0, \sigma_* = Dx_* + E\eta_*$. Так как матрица A – гурвицева, функция $\varphi(\sigma) \in \Phi_0$ обращается в нуль только при $\sigma = 0$, то в случае, когда $E \neq 0$ система (1), (2) имеет единственное положение равновесия $(x_* = 0, \eta_* = 0)$, где $\sigma_* = 0$. Полагаем, что в достаточно малой окрестности точки $\sigma = 0$, функцию $\varphi(\sigma)$ можно аппроксимировать линейной функцией $\varphi(\sigma) = \mu\sigma$. Иными словами, при $|\sigma| < \delta$, где $\delta > 0$ – достаточно малое число, функция $\varphi(\sigma) = \mu\sigma$, $\varepsilon \le \mu, \varepsilon > 0$. Тогда тривиальное решение системы (1), (2), равное $x_* = 0$, $\eta_* = 0$, асимтотически устойчиво в малом, если матрица

$$A_1(\mu) = \begin{pmatrix} A + B\mu D & B\mu E \\ \mu D & \mu E \end{pmatrix}, \quad 0 < \varepsilon \le \mu < \overline{\mu}_0, \overline{\mu}_0 \ge \mu_0$$

гурвицева.

Ставится задача: найти новое эффективное условие абсолютной устойчивости положения равновесия $x_* = 0, \eta_* = 0$ системы (1), (2), которое позволяет в пространстве конструктивных параметров системы выделить область шире, чем известные критерии.

Изложен совершенно новый подход к исследованию абсолютной устойчивости положения равновесия системы (1), (2). Уравнения движения системы с помощью неособых преобразований сведены к специальному виду; получены эквивалентные тождества вдоль решений системы относительно переменных нелинейности в системе, оценка решения нелинейной системы; изучены асимптотические свойства функций, связанных с ограниченностью несобственного интеграла. Доказаны теоремы об абсолютной устойчивости положения равновесия нелинейной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айсагалиев С.А. *К теории абсолютной устойчивости регулируемых систем* // Дифференциальные уравнения. – Минск-Москва. – 1994. – Т.30, №5. – С.748-757.

2. Айсагалиев С.А. *Теория регулируемых систем.* – Алматы: Қазақ университетi, 2000. – 234 с.

3. Айсагалиев С.А.*Теория устойчивости динамических систем.* – Алматы: Қазақ университетi, 2012.–216.

4. Aisagaliev S.A., Kalimoldayev M.N. *Certain problems of synchronization theory* // Journal Inverse Ill-Posed Problems. – 2013. – №21. – P. 159-175.

ЗАДАЧИ УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ОГРАНИЧЕНИЕМ НА УПРАВЛЕНИЕ

Айсагалиев С. А., Белогуров А.П.
Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
E-mail: aibels@yandex.ru

Исследуются вопросы управляемости для процессов, описываемых параболическим уравнением, где распределенное управление берется из заданного множества. Метод решения указанных задач основан на построении минимизирующих последовательностей.

Рассматривается управляемый процесс, описываемый внутри области $Q = \{0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T\}$ следующим уравнением:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \mu(x,t) + v(x,t), \tag{1}$$

на границе Q удовлетворяющий начальному и граничным условиям

$$u(0,x) = \varphi(x), \qquad \frac{\partial u(t,0)}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial u(t,1)}{\partial x} + \alpha u(t,1) = 0, \tag{2}$$

где $\mu(x,t) \in L_2(Q, R^1)$, $\varphi(x) \in L_2(I_1, R^1)$, $I_1 = \{x \in R^1 / 0 \le x \le 1\}$ – заданные функции, α – заданное число, $v(x,t)$ – управление, причем

$$v(x,t) \in V = \left\{ v(x,t) \in L_2(Q, R^1) \,/\, \iint\limits_Q |v(x,t)|^2\, dxdt \le v^2 \right\}. \tag{3}$$

Задача 1 (задача управляемости). Найти управление $v(x,t) \in V$, которое переводит систему (1)–(3) из начального состояния $u(0,x) = \varphi(x)$, $x \in I_1$ в заданное конечное состояние $u(x,T) = \psi(x)$, $x \in I_1$ в момент времени T, где $\psi(x) \in L_2(I_1, R^1)$ – заданная функция.

Задача 2 (задача управляемости с минимальной нормой). Найти управление $v(x,t) \in L_2(Q, R^1)$ с минимальной нормой, которое переводит систему (1)–(3) из начального состояния $u(0,x) = \varphi(x)$ в состояние $u(x,T) = \psi(x)$.

Задача управляемости с учетом ограниченности ресурсов управления (3) является основной задачей. Решение задачи 2 может быть получено из метода решения задачи 1. Задача управляемости для процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, исследована в [1-3]. Задача управляемости с минимальной нормой на основе проблемы моментов решена в работах [4,5]. Задача 1 не может быть решена методами, предложенными в [4,5], в отличие от задачи управляемости с минимальной нормой указанная задача не всегда имеет решение. Интерес представляет поиск нового конструктивного метода решения задачи 1, ориентированного на применение ЭВМ. Предлагается метод решения указанных задач путем построения минимизирующих последовательностей.