

РЕАЛИЗАЦИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ

У.С. АБДИБЕКОВ, Д.Б. ЖАКЕБАЕВ, А.К. ХИКМЕТОВ

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан
e-mail: daurjaz@mail.ru

В настоящей работе построен и реализован новый алгоритм для решения трехмерного уравнения Навье-Стокса совместно с уравнением неразрывности в декартовой системе координат. Описывается техника декомпозиции, используемой для распараллеливания задач численного моделирования турбулентных течений. Представлена зависимость получаемого ускорения и коэффициента масштабирования от числа процессоров и размера сетки.

Введение

Турбулентное течение – явление, наблюдаемое во многих потоках жидкостей и газов, заключающееся в образовании многочисленных вихрей различных размеров. Вследствие появления вихрей гидродинамические и термодинамические характеристики испытывают хаотические флуктуации. Для турбулентного движения жидкости при достаточно больших значениях числа Рейнольдса характерна чрезвычайная нерегулярность, беспорядочное изменение скорости со временем в каждой точке потока. В настоящее время полной количественной теории развитой турбулентности не существует.

Разработка и совершенствование методов предсказания и описания турбулентности путем создания новых или улучшения старых модельных уравнений для турбулентной вязкости, масштаба турбулентности, разработка методов прямого численного моделирования турбулентности являются актуальными задачами современной вычислительной гидродинамики. К наиболее известным методам численного моделирования турбулентных течений относятся прямое численное моделирование (DNS), решение осредненных уравнений Навье-Стокса (RANS), и метод крупных вихрей (LES).

Метод моделирования крупных вихрей является компромиссным вариантом между прямым численным моделированием и решением осредненных уравнений Навье-Стокса. Метод крупных вихрей основан на двух предположениях. Первое состоит в возможности разделения поля скорости на движения крупных и мелких вихрей, причем движения крупных вихрей может быть рассчитано отдельно, что связано с достаточной изотропностью и универсальностью мелких масштабов турбулентного движения. Второе предположение – в возможности аппроксимации нелинейных взаимодействий между крупными и мелкими вихрями только по крупным вихрям с использованием подсеточных моделей. Таким образом, крупномасштабные структуры решаются явно, а мелкомасштабные – моделируются на основе разных моделей и типов функций фильтров [1].

Основные уравнения

Численное моделирование задачи осуществляется на основе решения нестационарных отфильтрованных уравнений Навье-Стокса совместно с уравнением неразрывности в декартовой системе координат (x_1, x_2, x_3) :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j. \quad (3)$$

где u_1, u_2, u_3 – компоненты скорости, p – давление, t – время, i, j соответствуют 1,2,3, $\tau_{i,j}$ – подсеточный тензор, отвечающий за мелкомасштабные структуры, который нужно моделировать.

Идея метода крупных вихрей – это точно представить движения подсеточных масштабов турбулентности. Данный эффект влияния подсеточных масштабов турбулентности выражается через подсеточный член.

Для моделирования подсеточного тензора использовалась модель Смагоринского, которая представляется в виде:

$$\tau_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tau_{kk} = -2\nu_T \bar{S}_{ij}, \quad (4)$$

где $\nu_T = C_S \Delta^2 (2\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{1/2}$ – турбулентная вязкость, C_S – это коэффициент, зависящий от характера течения, $\Delta = (\Delta_i \Delta_j \Delta_k)^{1/3}$ – ширина сеточного фильтра, $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ – величина тензора скоростей деформации [2].

Алгоритм решения и распараллеливание алгоритма

Для решения задачи турбулентного течения используется схема расщепления по физическим параметрам и распараллеливания с декомпозицией алгоритма, приведенного на рисунке 1.

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -(\mathbf{u}^n \nabla) \mathbf{u}^* + \nu \Delta \mathbf{u}^* - \nabla \tau$$

$$\Delta p^{n+1} = \frac{\nabla \mathbf{u}^*}{\Delta t}$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\nabla p^{n+1}$$

Предлагается следующая физическая интерпретация приведенной схемы расщепления. Выберем один процессор root, на котором будет происходить сбор данных.

На первом этапе предполагается, что перенос количества движения осуществляется только за счет конвекции и диффузии. Промежуточное поле скорости находится методом дробных шагов, при использовании метода прогонки. При этом промежуточные значения скоростей считаются на трех процессорах параллельно. Разностное решение

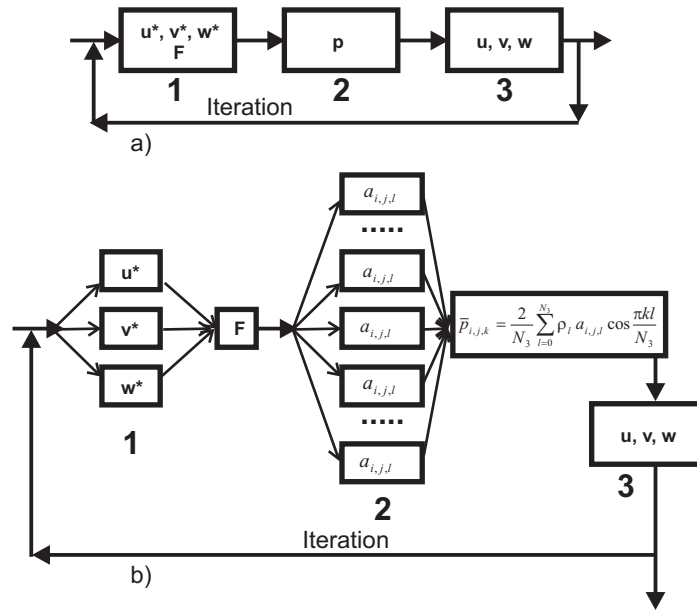


Рис. 1. а) последовательный алгоритм, б) параллельный алгоритм

для компонент скорости на промежуточных шагах эффективно вычисляется с помощью трехточечной прогонки. Другие компоненты скорости находятся по этой же схеме.

После счета информация с этих трех процессоров собирается на главном процессоре *root*. На втором этапе, по найденному промежуточному полю скорости, находится поле давления. Уравнение Пуассона для поля давления решается методом Фурье в сочетании с методом матричной прогонки, которая применяется для определения коэффициентов Фурье. На третьем этапе предполагается, что перенос осуществляется только за счет градиента давления [3].

Вычислительный эксперимент и анализ результатов

Ускорение (*speedup*) получаемое при использовании параллельного алгоритма для p процессоров, по сравнению с последовательным вариантом выполнения вычислений, определяется величиной:

$$S_p(N) = T_1(N)/T_p(N)$$

где величина $N = N_3$ используется для параметризации вычислительной сложности решаемой задачи.

Эффективность (*efficiency*) использования параллельным алгоритмом процессоров при решении задачи определяется соотношением:

$$E_p(N) = T_1(N)/(pT_p(N)) = S_p(N)/p$$

Стоимость (*cost*) вычислений: $C_p = pT_p$ (показатель эффективности параллельного алгоритма)

Для оценки ускорений, стоимость вычислений и эффективности были рассмотрены несколько параллельных вариантов позволяющих, осуществлять моделирование в трехмерной области размерами: 1) $N_1 \times N_2 \times N_3 = 125000$, $N=50$; 2) $N_1 \times N_2 \times N_3 = 1000000$, $N=100$; 3) $N_1 \times N_2 \times N_3 = 8000000$, $N=200$.

расчетных точек на кластере URSA, технические характеристики оборудования приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Характеристики используемого оборудования В таблице 2 приведены

	URSA
Number of nodes	14 nodes
A node	Intel(R) Xeon(R) CPU E5335 2.00GHz
Memory	8 GB Memory
Network	Gigabit Broadcom NetXtreme II
MPI	MPICH2
System	Scientific Linux 4.6, Oscar 5.0

реальные значения ускорений, стоимость вычислений, эффективности и время вычислений, полученные в ходе вычислительного эксперимента в различных случаях. Как следует из рассмотрения таблицы 2, ускорение зависит линейно от количества используемых процессоров, т.е. программа является масштабируемой.

Таблица 2 – Вычислительный эксперимент распараллеливания уравнения Навье – Стокса и уравнения Пуассона. $T_p(N)$ – время вычислений, $C_p(N)$ – стоимость вычислений, $E_p(N)$ – эффективность и $S_p(N)$ – ускорение в зависимости от N_p – количества используемых процессоров в различных случаях Также приведем результаты распарал-

1) $N = 50$				
N_p	$T_p(N)$	$S_p(N)$	$E_p(N)$	$C_p(N)$
1	2,27	1	1	2,27
10	0,346	6,560	0,656	3,46
50	0,13	17,461	0,349	6,5
2) $N = 100$				
N_p	$T_p(N)$	$S_p(N)$	$E_p(N)$	$C_p(N)$
1	70	1	1	70
10	10,79	6,487	0,648	107,9
20	5,88	11,904	0,595	117,6
50	3,93	17,811	0,356	196,5
100	2,35	29,787	0,297	235
3) $N = 200$				
N_p	$T_p(N)$	$S_p(N)$	$E_p(N)$	$C_p(N)$
1	2603,516	1	1	2603,516
10	418,712	6,217	0,621	4187,129
20	232,156	11,214	0,560	4643,132
50	95,668	27,213	0,544	4783,44
100	48,31	53,891	0,538	4831

леливания метода Фурье для решения уравнения Пуассона для расчета поля давления таблица 3. Поставленная задача была решена с распределением расчетной прямоугольной сетки на вычислительные подобласти для каждого процессора. Обмен необходимых расчетных величин между процессорами реализован с помощью библиотеки MPI [4].

Заключение

В работе на примере задачи численного моделирования на вычислительном кластере сложных трехмерных турбулентных течений, приведены технологические аспекты разработки масштабируемых параллельных вычислений с использованием библиотеки MPI. Получены расчетные значения ускорений, эффективности и времени вычислений позволяющие оценить масштабируемость алгоритма и его программной реализации. Эти результаты показывают, что алгоритм обладает значительным объемом потенциального параллелизма и хорошей, с точки зрения распараллеливания структурой.

Список литературы

- [1] FERZIGER J.H. Large eddy simulation of turbulent flows // AIAA J. 1977. Vol. 15, № 9. P. 1261-1267.
- [2] SAGAUT P. Large eddy simulation for incompressible flows. Heidelberg: Springer-Verl., 2002. – 423 p.
- [3] DANAEV N.T., ZHAKEBAEV D.B., ABDIBEKOV A.U. Algorithm for solving non-stationary three-dimensional Navier-Stokes equations with large Reynolds numbers on multiprocessor systems // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. Vol. 115, 2011. pp. 327–338.
- [4] АНТОНОВ А.С. Параллельное программирование с использованием технологий MPI. МГУ, 2004. – 71 с.