УДК 519.956

АРАЛАС ТУЫНДЫЛЫ СЫЗЫҚТЫҚ ГИПЕРБОЛАЛЫҚ ТЕҢДЕУГЕ ҚОЙЫЛҒАН ШЕТТІК ЕСЕП

Кабдрахова С. С.
ф.-м.ғ.к., Алматы, Қазахстан.
E-mail: S_Kabdrachova@mail.ru

Аралас туындылы сызықтық гиперболалық теңдеуге қойылған шеттік есептің корректілі шешілімділігіне көрнекті мысал келтірілген.

$\overline{\Omega} = [0,\omega]\times[0,T]$ облысында аралас туындылы сызықтық гиперболалаық теңдеуге қойылған шеттік есеп қарастырылады

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t} = A(x,t)\frac{\partial u}{\partial x} + B(x,t)\frac{\partial u}{\partial t} + C(x,t)u + f(x,t),\ (x,t)\in\overline{\Omega} \tag{1}$$

$$u(x,0) = u(x,T),\quad x\in[0,\omega],\quad u(0,t) = \psi(t),\quad t\in[0,T], \tag{2}$$

мұнда $A(x,t)$, $B(x,t)$, $C(x,t)$, $f(x,t)$ – $\overline{\Omega}$-да үзіліссіз функциялар, ал $\psi(t)$ – $[0,T]$ кесіндісінде үзіліссіз дифференциалданатын функция және $\psi(0) = \psi(T)$ шартын қанағаттандырады.

(1)-теңдеуді, (2) шартты қанағаттандыратын $\overline{\Omega}$ облысында үзіліссіз, x,t айнымалылары бойынша дербес және аралас туындылары бар әрі үзіліссіз болатын $u(x,t)$ функциясы (1)-(2) есебінің шешімі деп аталады.

$v(x,t) = \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}$, $w(x,t) = \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}$ белгілеулерін енгізіп, (1),(2) есебінен келесі эквивалентті есепке көшеміз:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = A(x,t)v + B(x,t)w + C(x,t)u + f(x,t),\ (x,t)\in\overline{\Omega}$$

$$v(x,0) = v(x,T),\quad x\in[0,\omega],$$

$$u(x,t) = \psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)sd\xi,\ w(x,t) = \dot{\psi}(t) + \int_0^x v_t(\xi,t)sd\xi,$$

(1)-(2) есебінің корректілі шешілімділігінің анықтамасы, қажетті және жеткілікті шарттары [1] жұмысында келтірілген. Жұмыстың нәтижелерін пайдаланып келесі есептің корректілі шешілімділігін көрсетейік.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t} = \sin(x-t)\frac{\partial u}{\partial x} + \sin(x-t),\ (x,t)\in\overline{\Omega} = [0,1]\times[0,\pi], \tag{3}$$

$$u(0,t) = \sin t,\quad t\in[0,\pi], \tag{4}$$

$$u(x,0) = u(x,\pi),\quad x\in[0,1]. \tag{5}$$

Жоғарыда келтірілгендей белгілеулер енгізіп (3)–(5) есебінен келесі эквивалентті есепке көшеміз:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \sin(x-t)v + \sin(x-t),\ (x,t)\in\overline{\Omega} = [0,1]\times[0,\pi], \tag{6}$$

$$v(0,t) = \sin t,\quad t\in[0,\pi], \tag{7}$$

$$v(x,0) = v(x,\pi),\quad x\in[0,1]. \tag{8}$$

(6)-(8) есебін шығару арқылы (3)-(5) есебінің шешімін таба аламыз. $\left|\int_0^{\pi} \sin(\tau - x)d\tau\right| = 2\cos x \neq 0,\ x \in [0,1]$ өрнегінен (3)-(5) есебінің корректілі шешілімділігі шартынның орындалатын көреміз.

Әдебиеттер

1. **Кабдрахова С.С.** // Математический журнал. 2010.том № 4 (38). С. 68-72