МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА им. М.УЛУГБЕКА
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции
с участием ученых из стран СНГ

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

21-23 ноября 2013 года
ТАШКЕНТ

Введем обозначение

$$e_n(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k t^{kn}}{(kn)!}. \qquad (5)$$

Предположение 1. e^{Pt} – кососиркулянтная матрица, у которой первая строка $(e_n(t), e_n^{(n-1)}(t), e_n^{(n-2)}(t), \ldots, e_n^{(2)}(t), e_n^{(1)}(t))$, где $e_n(t)$ определяется по формулу (5).

Доказательство, очевидно следует из (3).

Пусть теперь $2 \le h \le n-1$. Для целого положительного числа m обозначим $[m]$ остаток от деления m на n, так что $0 \le [m] \le n-1$.

Рассмотрим случай, когда n и h взаимно простые. В этом случае числа $[h] = h$, $[2h]$, ..., $[(n-1)h]$ все отличны от нуля и попарно различны. Тем самым определяется подстановка

$$g = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \ldots & n-1 \\ 0 & h & [2h] & \ldots & [(n-1)h] \end{pmatrix}.$$

Обратную подстановку обозначим g^{-1}, так что равенство $g(r) = [rh] = j$ равносильно соотношению $g^{-1}(j) = r$. Кроме того, по подстановке

$$s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \ldots & n-1 \\ 0 & \sigma_1 & \sigma_2 & \ldots & \sigma_{n-1} \end{pmatrix}$$

определим новую подстановку

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \ldots & n-1 \\ 0 & n-\sigma_1 & n-\sigma_2 & \ldots & n-\sigma_{n-1} \end{pmatrix}.$$

Заметим, что введенные операции над подстановками перестановочны: $(\hat{g})^{-1} = \overline{(g^{-1})}$

Предложение 2. Если $(n, h) = 1$, то

$$e^{tP^h} = \mathrm{circ}(e_n(t),\ e_n^{\hat{g}^{-1}(n-1)}(t),\ e_n^{\hat{g}^{-1}(n-2)}(t),\ \ldots e_n^{\hat{g}^{-1}(1)}(t)).$$

Литература

1. **Пустыльников Л.Д., Локоть Т.В.** *Быстрые вычисления, связанные с теплицевыми и ганкелевыми матрицами и тензорами* // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2011. N59. 23 с.

УДК 517.977.1/5

К проблеме оптимальности одного класса динамических систем

Дженалиев М.Т.[1], Калимолдаев М.Н.[2], Абдилдаева А.А.[3], Копбосын Л.С[4]
[1]*muvasharkhan@gmail.com,* [2]*mnk@ipic.kz,* [3]*abass_81@mail.ru,* [4]*leila_s@list.ru*

В данной работе решена задача синтеза управления электроэнергетической системы. При этом использованы конструкции метода функций Беллмана-Кротова в форме необходимых и достаточных условий оптимальности [1]-[2]

1. Постановка задачи. Требуется минимизировать функционал

$$J(u) = 0.5 \sum_{i=1}^{l} \int_0^T \left(k_i y_i^2 + r_i u_i^2\right) \exp\{\gamma_i t\} dt + \Lambda\left(x(T), y(T)\right), \tag{1}$$

при условиях:

$$\frac{dx_i}{dt} = y_i, \ \frac{dy_i}{dt} = -\lambda_i y_i - f_i(x) + b_i u_i,$$

$$x_i(t_0) = x_{i0}, \ \ y_i(t_0) = y_{i0}, i = \overline{1, l}, \ t \in (t_0, T) \tag{2}$$

$$x(t), \ \ y(t) : (t_0, T) > R^l,$$

где $u_i \in R^l$ – скалярное управление. $f_i(x)$ – непрерывно дифференцируемая вектор-функция, удовлетворяющая условию интегрируемости:

$$\frac{\partial f_i(x)}{\partial x_k} = \frac{\partial f_k(x)}{\partial x_i}, \ \forall i \neq k; \tag{3}$$

моменты времени t_0,T будем считать заданными; r_i, $\gamma_i \lambda_i$, k_i - положительные постоянные: терминальные значения $x(T), y(T)$ заранее неизвестны. Заметим, что если бы имели место неравенства $\gamma_i < 0$, $i = 1, 2, \ldots l$, то эти коэффициенты отражали бы факт дисконтирования (играющий важную роль в экономических задачах). В нашем случае, эти коэффициенты являются положительными, что, естественно, налагает в задаче управления (1)-(3) дополнительные требования на функции состояния $x_i(t_0), y_i(t_0) i = 1, 2, \ldots, l$, и управления $u_i(t) i = 1, 2, \ldots, l$, чтобы они с учетом весовых коэффициентов $k_i(t)$, $r_i i = 1, 2, \ldots, l$, , убывали быстрее экспонент $\exp\{\gamma_i t\}$ $i = 1, 2 \ldots, l$, и обеспечивали определенность интеграла в (1). Это становится принципиально важным, очевидно, когда время T достаточно велико.

Как известно, во многих, в том числе сложных, технических устройствах "опасность"отклонения управляемой системы от нормального естественного режима работы со временем не уменьшается, а может только возрастать. Предложенный функционал качества (1) позволяет, во-первых, с указанной "опасностью"своевременно и эффективно бороться. Во-вторых, после возврата системы в нормальный режим работы обеспечивает, чтобы управляющие воздействия как можно быстрее исчезли. Проблема синтеза для задачи Коши (1)-(3) крайне важна в задачах оптимизации работы электроэнергетических систем.

2. Задача оптимального управления фазовой системой. Рассмотрим следующую задачу минимизации функционала:

$$J(v) = J(v_1 \ldots, v_l = 0.5 \sum_{i=1}^{l} \int_0^T \left(w_{si} S_i^2 + w_{vi} v_i^2\right) \exp\{\gamma_i t\} \ dt + \Lambda\left(\delta(T), S(T)\right), \tag{4}$$

при условиях

$$\frac{d\delta_i}{dt} = S_i, \quad H_i \frac{dS_i}{dt} = -D_i S_i - f_i(\delta_i) - N_i(\delta_i) + v_i, \tag{5}$$

$$\delta = (\delta_1, \ldots, \delta_l), \qquad S = (S_1, ..., S_l),$$

где w_{si}, $w_{\vartheta i}$– -положительные постоянные весовые коэффициенты, $F_i(\delta_i)$ –are 2π- периодические непрерывно дифференцируемые функции, $N_i(\delta)$ – 2π- периодические непрерывно дифференцируемые функции относительно $\delta_1, \ldots, \delta_l$ для слагаемых $N_i(\delta)$- выполняются условия интегрируемости (3), T-длительность переходного процесса, считается заданной. Система уравнений (5) дополняются начальными условиями

$$\delta_i(0) = \delta_{i0}, \quad S_i(0) = S_{i0}, \quad i = 1, \ldots, l. \tag{6}$$

Терминальные значения $\delta(T)$, $S(T)$ являются заранее неизвестными, так что они также подлежать определению.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Для того чтобы управления

$$v_i^0(S_i, t) = -[w_{vi}]^{-1} exp\{-\gamma_i t\} S_i, \quad i = 1, \ldots, l,$$

и соответствующее им решение $\{\delta^0(\mathrm{t}), \mathrm{S}^0(\mathrm{t})\}$ системы (5)-(6) было оптимальным, необходимо и достаточно, чтобы

$$\Lambda(\delta(T), S(T)) = K(\delta(T), S(T)),$$

$$w_{Si}(t) = 2D_i exp\{-\gamma_i t\} + [w_{vi}]^{-1} \; exp\{-2\gamma_i t\} > 0, \quad i = 1, \ldots, l,$$

где

$$K(\delta, S) = 0.5 \sum_{i=1}^{l} \left[H_i S_i^2 + \int_0^{\delta_i} f_i(\delta_i) d\delta_i \right] + \sum_{i=1, \delta_j=0, \; j>i}^{l} \int_0^{\delta_i} N_i(\delta_1, \ldots, \delta_{i-l}, \; \delta_{i+1}, \ldots, \delta_l) d\xi_i,$$

функция Беллмана-Кротова, причем

$$J(v^0) = min_v J(v) = K(\delta^0, S^0).$$

Доказательство теоремы 1 получаем, применяя процедуру построения функции Беллмана-Кротова.

Литература

1. **Krotov V.F.** *Global methods in optimal control theory.* // M.Dekker, 1996. - 399 p.

2. **Гурман В.И.** *Принцип расширения в задачах управления.* // М., Физматлит. 1997. -288 с.