***Об одном методе решения одной основной задачи плоской статической теории упругости***

*Ж.А.Токибетов - профессор КазНУ имени аль-Фараби,*

*У.Р.Кушербаева – к.ф.-м.н. КазНУ имени аль-Фараби*

Если предположить, что упругое тело занимает на плоскости конечную область , ограниченную простым замкнутым гладким контуром , находится в равновесии под действием массовых сил при заданных на границе перемещениях , то приходим к задаче об определении перемещения которые должны удовлетворять уравнениям [1]

 (1)

(2)

(постоянные Ламе) с граничными условиями

Сначала будем искать решение однородной системы (1) в случае () круг, когда на его границе () заданы перемещения (2). В конце покажем как свести неоднородную систему к однородной.

Первое однородное уравнение в (1) прибавим ко второе одндродное уравнение, умноженное на и вводя обозначения , а также производные , , однородную систему (1) перепишем в виде одного комплексного уравнения

 (3)

Интегрируя эту систему, получим представление решения через две произвольные аналитические функции в круге :

*.* (4)

В силу условия (2), мы получим линейную краевую задачу для двух аналитических функций .

Теперь чтобы избавиться от функции , мы умножим уравнение (4) на и проинтегрируем [2]:

Отсюда в силу того, что в правой предпоследний интеграл равен нулю, а последний интеграл равен, а на границе получим

Так как

то

 Вычитая последнее равенство из (4), имеем

 . (5)

Переходя в этой формуле к пределу некоторой граничной точке изнутри, получим

+

Из этого равенства переходя к сопряженному, имеем формулу

 (6)

А в силу того, что

видим в левой части (6) стоит граничное значение изнутри интеграла ,

представляющую собою тоже аналитическую функцию в , а в правой части (6) стоит граничное значение аналитической внутри области () функции.

 Cледовательно, продолжая (6) внутрь , получаем

 . (7)

Продифференцировав обе части по переменной z, имеем

и отсюда

.

Таким образом, из функционального уравнения (7) легко находим

(8)

Подставляя (8) в (5), мы получим решение нашей задачи (1)-(2):

 . (9)

Теперь покажем, что неоднородная система (1) при известной функцией

 (10)

приводится к однородной системе обычным способом. Для этого положим

,

где [3]

 ,

тогда система (10) для функции переходит к одндродной системе

Литература

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / М.,1966
2. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных /М.:Наука, 1981.448 стр.
3. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции М.:Физ.мат.гиз,1959.628стр.