КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АЛЬ – ФАРАБИ

Д. И. Алпысбаева

С.А.Турсынбаева

С.С.Ыбырайымова

Современный подход к изучению

математики с применением SAT тестов

*Методические указания*

Алматы

«Қазақ университеті»

2017

УДК

ББК

А

*Рекомендовaно к издaнию Ученым советом*

*факультета довузовского образования*

*и РИСО КaзНУ им. aль-Фaрaби*

*(протокол № от.2017 г.)*

**Рецензенты:**

**АлпысбаеваД.И.**

А Современный подход к изучению математики с применением SAT тестов: учеб­ное по­со­бие **/** Д.И. Алпысбаева, С.С. Ыбырайымова, С.А. Турсынбаева. – Aлмaты: Қaзaқ уни­вер­си­те­ті, 2017. – с.

**ISBN 978-601-04-2897-3**

**УДК**

**ББК**

ISBN978-601-04-2897-3 © Д.И. Алпысбаева, С.С. Ыбырайымова, С.А. Турсынбаева. 2017

© КaзНУ им. aль-Фaрaби, 2017

**ВВЕДЕНИЕ**

Разработка и внедрение новых интегрированных образовательных программ с использованием практики обучения зарубежных стран, в частности США, внедряется в учебный процесс профильной школы КазНУ, который осуществляется изучением нового курса "Современный подход к изучению математики с применением SAT тестов".

Целью курса"Современный подход к изучению математики с применением SAT тестов**"** как учебной дисциплины является развитие и совершенствование логико-математических умений и навыков для оптимального применения знаний при сдаче итоговой государственной аттестации, при поступлении в вузы Республики Казахстан, а также при поступлении в вузы зарубежных стран.

Изучение данного курса позволит учащимся развить навыки критического мышления, знания, умения, навыки по математике, поднять уровень языковой компетенции, а также предметные знания, необходимые абитуриентам при поступлении в вузы.

По результатам изучения курса:

Учащийся должен **знать:**

• роль и значение критического мышления в познании;

• критерии математической грамотности (высказывать хорошо обоснованные математические суждения, уметь применять математические знания в различных сферах общества);

• методы и способы анализа текста и письма

учащийся должен **уметь:**

• применять логические законы и принципы на практике;

• осуществлять умозаключения;

• применять рациональные пути решения задач;

• делать обоснованные выводы;

учащийся должен приобрести **навыки:**

• критического мышления;

• обобщения, анализа, восприятия информации;

• постановки цели и выбора путей ее достижения.

Стандартизированный тест SAT предназначен для оценки знаний выпускников средней школы. Его сдача необходима для абитуриентов на программы бакалавриата высших учебных заведений и колледжей США.

Разработчиком и куратором экзамена SAT является организация ETS (EducationalTestingService). Тем не менее, владельцем теста является частная американская образовательная организация – CollegeBoard (Университетский совет), которая объединяет на правах ассоциативных членов более 6000 учебных заведений (школ, колледжей, институтов, университетов). Запуск теста произошел в 1926 году, однако, с тех пор экзамен претерпел некоторые изменения: в типах теста и системе оценки. Также дважды менялась расшифровка аббревиатуры SAT: с ScholasticAptitudeTest ("Школьный тест способностей") на ScholasticAssessmentTest ("Школьно-испытательный тест"). На данный момент SAT – самостоятельное название теста, которое никак не расшифровывается.

Структура экзамена SAT доступна для понимания и логична. Целью экзамена не является оценка абстрактного или логического мышления. Задания данного теста призваны оценить уровень базовых знаний школьников.

**Экзамен SAT состоит из пяти секций:**

1. Reading Test (секциячтения)
2. Writing and Language Test (секцияписьменногоязыка)
3. MathTest - NoCalculator (математическая секция "без калькулятора")
4. MathTest - Calculator (математическая секция "с калькулятором")
5. Essay (секция написания эссе)

**Reading Test**

Секция чтения содержит четыре текста и вопросы к ним. Каждый текст имеет объем 500-750 слов. Тематика текстов - американская и мировая литература, история, социальные науки, естественные науки. Два текста будут снабжены графической информацией. Раздел состоит из 52 вопросов, экзамен длится длится 65 минут.

**Writing and Language Test**

Секция содержит четыре пассажа по 400-450 слов (общий объем - 1700 слов). Тематика текстов - профессии, история, социальные науки, гуманитарные дисциплины, естественные науки. Всего 44 вопроса, отводится 35 минут.

**MathTest - No Calculator**

Секция содержит вопросы из алгебры, основ анализа, геометрии и других разделов в рамках школьной программы математики. На этом разделе абитуриент должен решить 20 заданий за 25 минут.

**MathTest - Calculator**

Секция содержит различные задания в рамках школьной программы по математике (текстовые задания, уравнения, преобразования алгебраических выражений, геометрические задания и пр.). При выполнении заданий можно пользоваться калькулятором. Здесь за 50 минут тестируемый должен ответить на 38 вопросов.

**Essay**

Это задание по созданию эссе на предложенную тему и выполнение заданий.Экзаменуемый должен проанализировать письменный источник объемом 650-700 слов и написать эссе.  В качестве источника могут выступать исторические документы (например, Декларация о независимости США), мемуары, переписка, отрывки из литературных произведений, публицистика). Эссе пишется не на академические темы, поэтому от кандидатов не требуется дополнительных знаний. Задача школьников – продемонстрировать умение последовательно выражать свои мысли и подкреплять их релевантными аргументами. При написании эссе необходимо продемонстрировать хорошее владение письменным английским языком (грамматика, композиция), а также развитые навыки критического анализа источника. На написание эссе дается 50 минут.

**Данное методическое пособие посвящено разделуSAT Math (математики).**

Сюда входят задачи по алгебре и геометрии, в том числе задания, требующие теоретические знания о функциях множества и модуле числа, а также знания уравнений, содержащих радикалы, степени и функции.

Данная секция представлена тремя типами вопросов.

Первый тип вопросов – Standard Multiple – choicequestions. Он содержит стандартные для любого теста задания. Учащемуся необходимо решить задачу, а затем выбрать из предложенных вариантов правильный ответ.

Второй тип вопросов– Quantitative Comparison. В этих заданиях приводят две величины. Учащийся должен разобраться, как они соотносятся между собой (величины равные; одна больше другой; недостаток информации не позволяет прийти к какому-либо выводу).

Третий тип вопросов – Student-produced response. В заданиях этого варианта ответы не предлагаются, учащийся должен предложить свой вариант ответа.

**Программа подготовки к SAT тесту**

**1. Теория чисел.** Целые (натуральные) числа. Арифметические операции. Порядок действий. Скобки. Законы сложения и умножения. Признаки делимости. Простые и составные числа. Разложение на простые множители. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Проценты. Отношение и пропорция. Пропорциональность.

**2. Алгебра.** Рациональные числа. Действия с отрицательными и положительными числами. Одночлены и многочлены. Формулы сокращенного умножения. Деление многочленов. Делимость двучленов. Разложение многочленов на множители. Алгебраические дроби. Степени и корни. Арифметический корень. Иррациональные числа. Формула сложного радикала. Мнимые и комплексные числа. Разложение на множители квадратного трехчлена.

**3. Уравнения и неравенства**. Основные методы решения уравнений. Линейные уравнения с одним неизвестным. Системы линейных уравнений с двумя неизвестными. Системы линейных уравнений с тремя неизвестными. Квадратное уравнение. Доказательство и решение неравенств.

**4. Текстовые задачи.**

**5. Последовательности.** Арифметическая и геометрическая прогрессия.

**6. Вероятность и статистика.** События. Определение и основные свойства вероятности. Элементы комбинаторики. Случайные величины. Характеристики случайных величин. Математическая статистика. Средняя величина. Мода. Медиана. Средне квадратическое отклонение. Дисперсия.

**7.Тригонометрия.** Радианное и градусное измерение углов. Тригонометрические функции любого угла. Формулы приведения. Формулы сложения и вычитания. Формулы двойных, тройных и половинных углов. Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства.

**8. Геометрия.** Теоремы, аксиомы, определения. Углы. Многоугольник. Треугольник. Четыреугольник. Трапеция. Ромб. Квадрат. Площади плоских фигур. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Многогранник. Призма. Параллелепипед. Пирамида. Цилиндр. Шар (сфера). Конус. Подобие тел. Обьемы геометрических тел.

**9. Функции и графики.** Постоянные и переменные. Функциональная зависимость. Виды функции. Координаты. Графическое представление функций. Основные понятия и свойства функций. Обратная функция. Сложная функция. Графическое решение уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные функции.

**10. Математический анализ.** Пределы числовых последовательностей.Пределы функций. Производная. Геометрический и механический смысл производной. Первообразная. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

**Section 1.Heart of Algebra**

The Heart of Algebra problems make up 18 of 58 questions, or roughly 32.8% of the entire math section.  The main topics include:

* Arithmetic Operations on Numbers
* Linear equations and in equalities
* Interpreting linear functions
* Systems of linear equations and inequalities​​

**Arithmetic Operations on Numbers**

Arithmetic operations are an integral part of our everyday life. We need to know Addition, Subtraction, Multiplication and Division well.  We use these operations during money transactions while shopping, while dividing chocolates and cakes among friends or while organising a school trip,when drawing up estimates of construction costs or when rendering services and many more occasions.

**Раздел 1.Основы алгебры**

Задачи с основами алгебры составляют 18 из 58 вопросов, или приблизительно 32,8% всей математической секции SAT. Основные темы:

* Арифметические операции над числами
* Линейные уравнения и неравенства
* Интерпретация линейных функций
* Системы линейных уравнений и неравенств

**Арифметические операции над числами**

Вся наша жизнь связана с математикой, какую бы человек ни выбрал профессию. Электрик должен рассчитать нагрузку на электрическую цепь, банкир заранее подсчитывает суммы текущих платежей по полученным кредитам и делает расчеты по прогнозу финансового риска при инвестировании или при кредитовании; экономист подсчитывает себестоимость произведенной продукции, складывая все затраты на ее производство, затем устанавливает продажную цену и определяет прибыль от реализации продукции; кассир рассчитывает стоимость покупок и дает сдачу; проектировщик составляет сметно-проектную документацию нового объекта; бухгалтер в конце месяца начисляет зарплаты сотрудникам; таксист просчитывает километраж маршрутов, чтобы назначить цену за проезд; сотрудник туристической компании просчитывает стоимость проживания, питания и проезда; заведующий складом ведет подсчет всех основных средств в помещении; программист определяет объем информации, время архивирования, скорость выполнения операции и т.д. Во всех перечисленных видах деятельности используются основные нами известные алгебраические действия: сложения, вычитания, умножения и деления. Арифметические операции являются неотъемлемой частью нашей повседневной жизни. Чтобы составить рациональный семейный бюджет, рациональный режим питания и режим дня, а также план эффективной деятельности ежедневно нужно уметь складывать, вычитать, умножать и делить большие числа.

All of our life is connected with mathematics, no matter what person has chosen a profession. The electrician must calculate the load on the electrical circuit, the banker in advance calculates the amount of current payments on received loans and makes calculations for the forecast of financial risk when investing or when lending; the economist calculates the cost price of the produced products, adding up all the costs of its production, then sets the sales price and determines the profit from the sale of the product; the cashier calculates the cost of purchases and gives change; the designer makes the estimate and design documentation of the new facility; the accountant at the end of the month charges salaries to employees; The taxi driver calculates the kilometers of routes to set the price for the fare; employee of the travel company calculates the cost of accommodation, meals and travel; the warehouse manager keeps a count of all fixed assets in the room; The programmer determines the amount of information, the archiving time, the speed of the operation, and so on. In all these types of activities, we use the basic known algebraic actions: addition, subtraction, multiplication and division. Arithmetic operations are an integral part of our daily life. To make a rational family budget, a rational diet and daily routine, as well as an effective activity plan, one must be able to add, subtract, multiply and divide large numbers daily.

**1.Сложение больших положительных целых чисел**

Легкий способ последовательного поразрядного сложения заключается в том, что к высшему разряду первого слагаемого прибавляется высший разряд второго слагаемого, затем к следующему разряду первого слагаемого прибавляется следующий разряд второго слагаемого и т.д.

Рассмотрим этот вариант решения на следующем примере : 4137+5286 = ?

* 4 000 + 5 000 = 9 000;  
  100 + 200 = 300;  
  30 + 80 = 110;  
  7 + 6= 13;  
  9423.

**1.Аddition of Large Positive Integers**

Another way of successive bitwise addition is to add the highest digit of the second summand to the highest category of the first term, than the next digit of the second addend is added to the next digit of the first addend, and so on.  
Consider this solution on the example above, we get:

* 4 000 + 5 000 = 9 000;  
  100 + 200 = 300;  
  30 + 80 = 110;  
  7 + 6= 13;  
  9423.

**2. Вычитание больших положительных целых чисел**

Вычтите каждое нижнее число из числа непосредственно над ним, начиная справа. Всегда начинайте направо. Наример : выполните следующее действие : 7385 – 493. При вычитании двух чисел первое число нужно записать над вторым числом так, что 5 находится непосредственно над 3, 8 над 9, 3 - над 4, а 7 - над пустым пространством:

7385

-493

6892

**2. Subtract in go Large Positive Integers**

Subtract each bottom number from the number directly above it, let’s start from the right. Always start from the right.

For example: perform the following action: 7385 – 493

Write the subtraction’s problem 5814 - 672 with the first number above the other. Write them so: the 3 is directly above the 2, the 1 is above the 0, the 7 is above the 5, and the 4 is above a blank space.

***3.*Способ поразрядного суммирования отдельными столбцами*.*** Данный способ состоит в сложении разрядов исходных чисел с повторным поразрядным суммированием полученных частных сумм.

*Пример*. Найдем сумму чисел 167, 532, 629, 274, 22, 18 и 14, используя способ поразрядного сложения.

*Решение*.

|  |  |
| --- | --- |
| + | 167  532  629  274 |
| + | 22  18  14 |
|  | 1656. |

The method of bitwise summation of individual columns. This method consists

adding bits of the original numbers with repeated bitwise summation of the obtained partial sums.  
Example. Find the sum of the numbers 167, 532, 629, 274, 22, 18 and 14 with using the bitwise addition method.

**Способ последовательного поразрядного умножения.** Этот способ применяется при умножении числа на любое однозначное число. Если нужно умножить двузначное (трех-, четырехзначное и т.д.) число на однозначное, то вначале один из сомножителей умножают на десятки другого сомножителя, потом на его единицы и полученные произведения суммируют.

* *Пример*. Найдем произведение чисел 93 и 8.
* *Решение*. 93 x 8 = (90 x 8) + (3 x 8) = 720 + 24 = 744.
* ***Способ круглого числа.*** Применяют этот способ только когда один из сомножителей близок к круглому числу. Множимое умножают на круглое число, а затем на арифметическое дополнение и в конце из первого произведения вычитают второе.
* *Пример*. Найдем произведение чисел 367 и 49.
* *Решение*. 367 x 49 = (367 x 50) — (367 x 1) = 18350 — 367 = 17983.

**The method of consecutive bitwise multiplication**. This method is used when multiplying number by any single-valued number. If it is necessary to multiply a two-digit (three-, four-digit, etc.) number by a single digit, then first one of the factors is multiplied by tens of another factor, then by its units and the resulting products are summed.  
Example. Let us find the product of numbers 93 and 8.  
Decision: 93 x 8 = (90 x 8) + (3 x 8) = 720 + 24 = 744

**Round number method**. Apply this method only when one of the factors is close to a round number. Multiply multiplied by a round number, and then by an arithmetic addition and at the end of the first product, the second is subtracted.  
Example. Let us find the product of numbers 174 and 69.  
Decision: 367 x 49 = (367 x 50) — (367 x 1) = 18350 — 367 = 17983.

***Способ разложения одного из сомножителей.*** В этом способе сначала раскладывают на части (слагаемые) один из сомножителей, затем поочередно умножают второй сомножитель на каждую часть первого сомножителя и полученные произведения суммируют.

* *Пример*. Найдем произведение чисел 16 и 725.
* *Решение*. Разложим число порций на слагаемые:16 = 10 + 6.Умножим каждое из полученных слагаемых на 725: 10 x 725 = 7 250 ; 6 x 725 = 4350 Суммируем полученные произведения: 7 250 + 4350 = 11600

**The method of decomposition of one of the factors**. In this method, one of the factors is first decomposed into parts (summands), then the second factor is multiplied by each part of the first factor and the resulting products are summed.  
Example. Let us find the product of numbers 16 and 725.  
Decision. We decompose the number of portions into terms: 16 = 10 + 6. We multiply each of the resulting terms by 725: 10 x 725 = 7250 ; 6 x 725 = 4350 Summarize the resulting works: 7 250 + 4350= 11600

**Examples of practical application of algebraic actions**

**Example 1.**As a result of the natural disaster, one of the object of the enterprise was destroyed. The cost, taking into account wear and tear, of the premises of the are 10 million c. u.; The cost of the equipment there was 80 million c. units. At the site were also tangible assets belonging to the enterprise (raw materials, materials, finished products), costing 50 million c.units. The cost of clearing the site is estimated at 30 million c.units. Part of the damaged property can be sold for 15 million units. The cost of the restoration of the facility should be 60 million units. In connection with the failure of the facility, the enterprise will receive less profit in the amount of 5 million c. units. It is necessary to calculate the direct, indirect and total loss of the enterprise from a natural disaster.

A) 180 ; 50; 210 B) 185; 65; 250 C) 130; 40; 240

D) 160; 45; 215 E) 190; 45; 230

**Примеры практического применения алгебраических действий**

**Пример 1.** В результате стихийного бедствия разрушен один из объектов предприятия. Стоимость, с учетом износа, помещений объекта – 10 млн у.е.; стоимость находившегося там оборудования – 80 млн у.е. На объекте находились также материальные ценности, принадлежащие предприятию (сырье, материалы, готовая продукция), стоимостью 50 млн у.е. Затраты на расчистку территории объекта оцениваются в 30 млн у.е. Часть поврежденного имущества может быть реализована за 15 млн у.е. Затраты на восстановление объекта должны составить 60 млн у.е. В связи с выходом из строя объекта предприятие недополучит прибыли в сумме 5 млн у.е. Необходимо рассчитать прямой, косвенный и общий убыток предприятия от стихийного бедствия.

***Решение.*** *Прямой убыток предприятия от стихийного бедствия складывается из стоимости разрушенного помещения, находившегося в нем оборудования, других материальных ценностей, затрат на расчистку территории за вычетом средств, которые могут быть получены в результате реализации части поврежденного имущества:*

*10 + 80 + 50 + 30 + 15 = 185 млн у.е.*

*Косвенный убыток складывается из затрат на восстановление объекта и суммы недополученной прибыли:*

*60 + 5 = 65 млн у.е.*

*Общий убыток предприятия составляет:*

*185 + 65 = 250 млну.д.е*

*Ответ:В) 185 млн у. е; 65 млн у.е; 250 млн у.е*

**Example 2.** The enterprise concluded a contract with the insurance company on property insurance (except vehicles) for the amount of 20 million USD. In addition, an agreement was concluded with the security company on the establishment and maintenance of alarms in the premises and on the territory of the company for the amount of insurance of 150 million units. There was a theft of property in the amount of 3000 million units. (According to the assessment of the insurance company), including vehicles located on the territory of the enterprise, to the amount of 50 million units. It is necessary to calculate the amount of insurance compensation, which the company must pay insurance.

A) 180 млн у.е B) 280 млн у.е C) 190 млн у.е

D) 200 млн у.е E) 150 млн у.е

**Пример2.**Предприятие заключило договор со страховой фирмой о страховании имущества (кроме транспортных средств) на сумму 20 млн у.е. Кроме того, заключен договор с охранным предприятием об установлении и обслуживании средств сигнализации в помещениях и на территории предприятия на сумму страховки 150 млн у.е. Произошло хищение имущества на сумму 3000 млн у.е. (по оценке страховой компании), в том числе транспортных средств, находившихся на территории предприятия, на сумму 50 млн у.е. Необходимо рассчитать сумму страхового возмещения, которую должна выплатить страховая компания.

***Решение.*** *Страховое возмещение рассчитывается как разность между суммой ущерба, оцененного страховой компанией, и суммой, которую должно выплатить охранное предприятие, за вычетом стоимости похищенных транспортных средств (она входит в сумму, выплаченную охранным предприятием): 300 – (150 – 50) = 200 млн у.е.*

*Ответ: D) 200 млн у.е*

**Example 3.**A printing company uses a color laser printer that can print 18 pages per minute (ppm) when printing on thick cardstock paper. One of the companys best sellers on the Internet is business cards, which are sold in boxes of 225 cards. The cards are printed 10 per page, then cut and boxed. If a real estate company has 12 full-time agents and orders two boxes of cards per agent, how many minutes should  it take to print the cards, assuming the printer runs continuously?

A) 30 мин B) 20 мин C) 45 мин D) 50 мин E) 35 мин

**Пример3.**Печатная компания использует цветной лазерный принтер, который печатает на толстой картонной бумаге 18 страниц в минуту. Одна из лучших торговых компаний в Интернете продает эти визитки в коробках по 225 карточек. На одной странице печатаются 10 карточек, которые разрезаются и упаковываются. Компания недвижимости заказывает для своих 12 агентов по 2 коробки визиток на каждого. Сколько времени потребуется напечатать все эти визитки, если принтер будет работать без перерыва?

*Решение. Находим общее количество визиток, которое заказала компания недвижимости: (визиток).*

*Находим число страниц, которые надо напечатать: 5400:10=540 (стр.).*

*Теперь находим время, за которое принтер напечатает 540 страниц: 540:18=30 (мин.) Ответ:А) 30 минут.*

**Example4.** If , what is the value of?

A) B) C) D)

E) The value cannot be determined from the information given

**Пример4.** Найдите значение выраженияпри .

*Решение. Из уравнения найдем у = 3х – 12 и подставим в выражение:*

*Ответ:*

**Section 2.Complex Numbers**

Complex numbers are numbers that include a real number component and an imaginary number component.  They take the form «a + bi», where "a" is the real number component and "bi" is the imaginary number component.  The "i" is the imaginary unit, which is defined as:

You should also know what i squared is equal to.  If you were to square both sides of the equation above, you would get:= -1

For the SAT you should know how to add, subtract, multiply, and divide complex numbers. ​To add or subtract complex numbers, the main idea is to simply combine like terms.

|  |  |
| --- | --- |
| **Adding Complex Numbers** ​Example:  (3+6)+(7-8) Rearrange with like terms next to each other (if this step is helpful for you).  3+7+6-8 Combine like terms.  10–2 | **​**  **Subtracting Complex Numbers**  ​Example:  (9+2)-(-4+5)  Distribute the negative sign.  9+2+4-5  Rearrange with like terms next to each other (if this step is helpful for you).  9+4+2-5  Combine like terms:9+4+2-5=13-3 |

**Multiplying Complex Numbers**   
  
​Example:

(5-6)\*(2+3)

Foil:

(5-6)\*(2+3)= 10+15 -12 -18

Turn into -1.

(5-6)\*(2+3)= 10+15 -12 -18=10-18\*(-1) +15 -12

Combine like terms:

(5-6)\*(2+3)= 10+15 -12 -18=10-18\*(-1) +15 -12=28+3

**Dividing Complex Numbers**  
  
Example:

Multiply the numerator and denominator by the conjugate of the denominator.  The conjugate of the denominator is the expression in the denominator with the sign reversed.  The conjugate of 6-2i is 6+2i.

\*

Multiply across in the numerators and denominators by FOILing each.

\* =

Notice that the middle terms in the denominators cancel out: 12 12= 0.  The purpose of multiplying by the conjugate in the numerator and denominator in the previous step was so that these terms would cancel out and it would eliminate all the imaginary number components in the denominator :

Turn into -1.

Combine like terms:= = +

Split into two fractions:= = +

Simplify each fraction to make the form a + bi : = +

When multiplying or dividing with complex numbers, you will often get values that contain i2 in the process.  If that's the case, you need to turn i2 into -1.

|  |
| --- |
|  |

As is well known, except for a Cartesian coordinate system, the position of a point on the plane can be specified by polar coordinates (ρ, φ)

Let ρ and φare the polar coordinates of the point M, corresponding to the complex number z=(x, y).

**Definition.** Polar radius of point M, that is the number ρ iscalled the module of a complex number z=(x,y) and denoted by |z| :

ρ=│z│=

**Definition.**The polar angle of the point M, that is the angle φis called the argument of a complex number z=(x, y) and denoted by Arg z,φ =Arg z

As is well known, the polar angle is not defined uniquely, and up to a term of the form: 2πk , kЄȤ

The value of φ, satisfying the following condition 0≤φ≤ 2π (or - π≤φ≤π )

is called the principal value of the argument and denoted by arg z.

 Example 1. Given: x=-2 and y=2\* Find the module and the argument of a complex number? The solution of the problem: ρ=│z│== =4arg z= π+arctan = π- arctan =

A complex number (0, 1) is called the **imaginary unit** and denoted by the symbol

Thus, = -1  
Notation of a complex number in the form ***z=а+вi*** is called the ***algebraic form*** of complex number.

**Раздел 2. Комплексные числа**

 Как известно, кроме декартовой системы координат, положение точки на плоскости может быть задано полярными координатами: (ρ, φ)

Пусть ρ and φ - полярные координаты точки M, соответствующие комплексному числу z = (x, y).

Определение. Полярный радиус точки M называется *модулем комплексного числа* z = (x, y) и обозначаемое | z | : ρ=│z│=

Определение. Полярный угол точки M, то есть угол, называется *аргументом комплексного числа z = (x, y)* и обозначается Arg z : φ=argz

Как известно, полярный угол не определяется однозначно и не зависит от члена формы 2πk , kЄȤ

Значение, удовлетворяющее следующему условию: 0≤ φ ≤ 2π (or - π≤ φ ≤ π )

называется главным значением аргумента и обозначается символом:argz.

Комплексное число (0, 1) называется мнимой единицей и обозначается символом   
Таким образом,обозначение комплексного числа в виде z = a+ bi называется алгебраической формой комплексного числа.Комплексные числа - это числа, которые включают в себя реальный и мнимый числовой компонент. Они принимают форму «a + bi», где «a» - это действительный компонент числа, а «bi» - это мнимая численная составляющая. «i» - это мнимая единица, которая определяется как:= (1)   
Вы также должны знать, что квадрат мнимой единицы равен -1. Если вы должны были скомпоновать обе части уравнения , вы бы получили: = -1   
Для выполнения заданий SAT вы должны знать, как добавлять, вычитать, умножать и делить комплексные числа.  
  
Чтобы добавить или вычесть сложные числа, основная идея состоит в том, чтобы просто объединить подобные части двух заданных комплексных чисел

**Сумма двух комплексных чисел**  
Пример 1: (3+6)+(7-8)   
Переупорядочивайте аналогичные части заданных чисел рядом друг с другом : 3+7+6-8   
Объединяйте подобные термины: 10–2

**Разность двух комплексных чисел**Пример 2: (9+2)-(-4+5).   
Распределите отрицательный знак, затем переупорядочивайте аналогичные части рядом друг с другом: 9+2+4-5 = 9+4+2-5=13-3

При умножении или делении на сложные числа, вы часто получаете значения, которые содержат в процессе. Если это так, вам нужно превратить в -1.

**Произведение двух комплексных чисел**

Пример3: (5-6)\*(2+3)

Сначала раскрываем скобки, затем сгруппируем подобные части друг с другом и учтем, что квадрат мнимой единицы равен -1 (= -1 ) :  
(5-6)\*(2+3)= 10+15 -12 -18=10-18\*(-1) +15 -12=28+3

**Деление двух комплексных чисел**

Пример 4:  
   
Решение: а) Сначала умножим числитель и знаменатель на сопряженное к знаменателю выражение. Сопряжением знаменателя является выражение в знаменателе с измененным знаком.   
\* =   
   
Обратите внимание, что средние члены в знаменателях сокращают: 12i - 12i = 0. Целью умножения на сопряжение в числителе и знаменателе на предыдущем шаге было так, чтобы эти члены сокращались и устраняли все мнимые числовые компоненты в знаменателе.

2) Учитывая то, что  = -1 объединим аналогичные части мнимых чисел и приведем к виду

a + bi.:

\* = = = +

**Example 2.** For , what is the sum

**Пример 2.**Вычислите сумму , если

*Решение.*

​

**Section 3.Solving Systems of Equations**

**Solving Example 1:**

**( 5x - 16)/ 3 = 8 .**Multiply by 3.  There is nothing that can be **A**dded оr **S**ubtracted, but there is something that can be **D**ivided or **M**ultiplied, so do that first in this case.  
**5x - 16 = 24 .** Add 16.  According to the SADMEP order, there is something that can be **S**ubtracted or **A**dded to both sides next.  
**5x = 40 .** Divide by 5.  According to SADMEP, there is nothing that can be **S**ubtracted or **A**dded to both sides, so the next step would be to **D**ivide or **M**ultiply. **x = 8**

**Example2.**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |

In the equations above, b and c represent the price per pound, in dollars, of beef and chicken, respectively, x weeks after July 1 during last summer. What was the price per pound of beef when it was equal to the price per pound of chicken?

1. $2.60
2. $2.85
3. $2.95
4. $3.35

**Пример2.**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |

В приведенных выше уравнениях и представляют цену за фунт в долларах, говядины и курицы соответственно, х – число недель с 1 июля прошлого года. Какова была цена за фунт говядины, когда она была равна по цене за фунт курицы?

*Решение. Чтобы определить цену за фунт говядины, когда она была равна цене за фунт курицы, надо определить значение х – количества недель после 1 июля прошлого года. Значит, по условию .Находим, на какой неделе выполняется это условие:*

*Цена говядины на четвертой неделе будет равна:*

*Ответ: d)*

As mentioned above, the solution to a system of equations is the point or points where two lines intersect.  If you're given two lines in either the slope-intercept form (y = mx + b) or standard form (Ax + By = C), you can solve for the places the lines intersect by either the **Combination Method** (sometimes called the **Elimination Method**) or the **Substitution Method**.  
  
 **Combination Method**  
  
General process: Make the coefficients of one of the variables opposites, add the equations to cancel out the variable, and solve for the other variable.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Example 1:   |  |  | | --- | --- | |  | 10x+5y=40 | | -6x + 2y =-4 | |
|  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | |  | 3•(10x+5y)=40 5•(-6x + 2y) =-4 | |  | 30x+15y=120 -30x + 10y = -20 | |  |
|  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 25y=100 |  | |
| y = 4 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 10x+5(4)=40 |  |

​10x = 20x = 2

|  |
| --- |
| Steps: |
| Multiply either or both equations by a number that makes the coefficients of one of the variables opposite values.  In this case, the top equation can be multiplied by 3 and the bottom equation can be multiplied by 5.  This will make it so that there is 30x in the top equation and -30x in the bottom equation.  Distribute.  Add the left sides together and set them equal to the right sides added together.  Notice that 30x and -30x will cancel each other out. | |

Solve for y by dividing both sides by 25.

Substitute the value of y into one of the original equations.

Solve for x.

Since x = 2 and y = 4, the solution to the system of equations is the point (2, 4).

**USEFUL TIP:** Almost all systems of equations problems can be solved fairly efficiently with the combination method on the SAT.    
  
USEFUL TIP**:** Using the combination method, if you need to solve for just one variable, multiply the equations by constants that cancel out the other variable.

**Раздел 3.Решение систем уравнений**

Как упоминалось выше, решение системы уравнений является точкой или точками, пересекающими две линии. Если вам даны две линии,уравнения которых заисаны с угловым коэффициентом (y = mx + b), либо в стандартной форме (Ax + By = C), вы можете решить эту систему либо комбинационным методом (иногда называемым метод исключения) или метод замещения.

Комбинированный метод  
  
Общий процесс: сделайте коэффициенты одной из переменных одинаковыми модулями, но с противоположными знаками, добавьте уравнения для отмены переменной и решите для другой переменной.

Пример 1:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 10x+5y=40 |
| -6x + 2y =-4 |

Умножить одно или оба уравнения на число, которое делает коэффициенты одной из переменных противоположными значениями. В этом случае верхнее уравнение можно умножить на 3, а нижнее уравнение можно умножить на 5. Это сделает его таким, чтобы в верхнем уравнении было 30x и -30x в нижнем уравнении.

|  |  |
| --- | --- |
|  | 3•(10x+5y)=40 5•(-6x + 2y) =-4 |

Распределить.

|  |  |
| --- | --- |
|  | 30x+15y=120 -30x + 10y = -20 |

.Добавьте левые стороны вместе и установите их равными правым сторонам, добавленным вместе.

25y=100 Решите для y, разделив обе стороны на 25.у=4 . Подставить значение y в одно из исходных уравнений.10x+5(4)=40. Решите для x.  
10x=20x = 2

**Метод замещения**  
Общий процесс: Из одного уравнения выражаем одну переменную через другую и подставляем во второе уравнение :

Пример1:

|  |  |
| --- | --- |
|  | 3x+y=-10 -4y = -8x - 20 |

Переменную у выражаем через х вычитая 3x с обеих сторон.  
 у = -3x - 10 . В нижнем уравнении замените -3x - 10 для y.

-4 (-3x - 10) = -8x – 20. Решив линейное уравнение найдите x, так как это единственная переменная в уравнении :

:  
12x + 40 = -8x – 20 20x + 40 = -20 20x = -60  
x = -3.Замените -3 для x в другом уравнении (3x + y = -10), чтобы решить для

у: :  
3(-3)+y=-10-9+y=-10 у=-1  
Поскольку x = -3 и y = -1, решение системы уравнений есть (-3, -1).

**Example 2.** The seller of immovable received for two apartments 264 thousand conventional units. At the same time at the first apartment, he earned 20% of profit, and at the second one suffered the same loss. The total profit was 10%. What price did the merchant pay for the apartment?

A) 30тыс.у.е B) 40тыс.у.е C) 35тыс.у.е D) 45 тыс.у.е E) 60тыс.у.е

**Пример 2.** Торговец недвижимостью получил за две квартиры 264 тыс.д.ед. При этом на первой квартире он заработал 20% прибыли, а на второй понес такой же убыток. Общая прибыль при этом составила 10%. Какую цену торговец заплатил за квартиру?

***Решение.*** *Обозначим стоимость первой квартиры при ее покупке через x, а второй - через y. Тогда условие задачи можно записать так:*

|  |  |
| --- | --- |
|  | *1,2x + 0,8y = 264 тыс .у.е. (1)*  *(x + y)1.1 = 264 тыс. у.е. (2)* |

*Из (1) следует, что y = .*

*Подставляя значение y в (2), получим:*

*x + () 1,1 = 264, откуда x= 180 тыс. у.е.*

*y = = 60 тыс. у.е. Ответ : 60 тыс. у.е.*

**Example 3.** A food truck sells salads tor $6.50 each and drinks tor $2.00 each. The food truck’s revenue from selling a total of 209 salads and drinks in one day was $836.50. How many salads were sold that day?

1. 77
2. 93
3. 99
4. 105

**Пример 3.** Грузовик от продовольственной компании продает салат по 6.50 долларов и напиток по 2.00 доллара. В общей сложности грузовик продал за день всего 209 салатов и напитков и выручил 836.50 долларов. Сколько салатов было продано в этот день?

*Если x – количество проданных салатов, а y – количество проданных напитков, то: х + у = 209; у = 209 – х;*

*6.50х+2.00(209-х) = 836.50*

*6.50х + 418 - 2х = 836.50*

*4.5х =418.5*

*х=93 Ответ: 93 салата.*

**Advanced Mathematics**

The Advanced Mathematics problems make up 16 of 58 questions, or roughly 27.6% of the entire math section.  The main topics include:​​

* Polynomial factors, graphs, and operations
* Quadratic, exponential, radical, and rational equations and expressions
* Radical and rational exponents
* Structure in expressions and isolating quantities
* Function notation

Проблемы расширенной математики составляют 16 из 58 вопросов, или примерно 27,6% всей математической частиSAT. Основные темы:  
• Полиномиальные функции, графики и операции  
• Квадратичные, экспоненциальные, радикальные и рациональные

уравнения и выражения  
• Радикальные и рациональные показатели  
• Структура выражений и выделение величин

**Section 4.Polynomials**

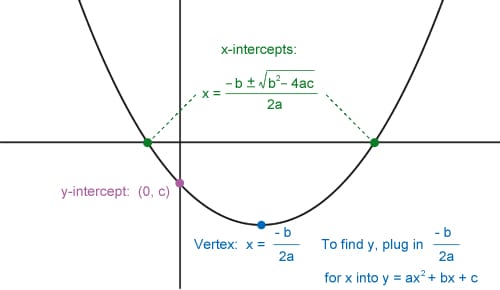
A polynomial is an expression with one or more terms consisting of variables that have non-negative integer exponents.  They can also have coefficients for each term with a variable.  Here are some examples of polynomials.

3х2+ 5х-8 -2х3+10х2 -3х+6х-10

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Each of the polynomials above have x as the variable, but polynomials could have different variables than x as well.    
  
Also, polynomials are typically written with their exponents in descending order.  As you can see with the polynomials above, the first term has the greatest power, with each following terms having a lesser power than the one before it.  They don't need to be written in this order, but keeping the way you write polynomials consistent can help in determining key features that they have.

|  |  |
| --- | --- |
| **Standard Form у=а\*х2 +в\*х+с**   * This form hows the y-intercept as a constant (number) in the equation. * The y-intercept is the value . * To solve for the x-intercepts, either use the quadratic formula or factor the equation (if possible) and use the factored form method to find the x-intercepts. * The vertex occurs where x = -b/(2a). * To find the y-value of the vertex, plug in -b/(2a) for x into the equation and solve for y.   USEFUL TIP: Quadratics in standard form may factor and can be rewritten in factored form.  If they do, converting the equation to a factored form is often a faster way to solve for the x-intercepts. |  |
|  |  |



Useful Tip: When taking the square root of a variable in an expression being squared, make sure to include a plus or minus sign on the opposite side of the equation.  Example: х2 =9

Notice that x could be equal to either positive or negative 3 since either value being squared would result in 9.  
​Take the square root of both sides to turn the left side into x.  Include the plus or minus sign on the other side during this step.

=

Simplify the square root of 9 : х=

This also applies to any expression being squared that involves a variable.  Here is another example: (х+2)2 = 36

Take the square root on both sides and include the plus or minus sign on the right.

=

The square root symbol and the power of 2 cancel each other out on the left.  Simplify the expression on the right : х+2 =

​Subtract 2 on both sides:х= -2

Split the answers : х= -8 их= 4

**Раздел 4. Многочлены**

Многочлен (полином) представляет собой выражение с одним или несколькими членами, состоящими из переменных, которые имеют неотрицательные целые показатели. Они также могут иметь коэффициенты для каждого члена с переменной. Вот несколько примеров полиномов :

3х2+5х-8 х3+10х2-3х+6 х-10

Полиномиальные функции и нули

**Нулями полинома**(многочлена) являются значения для x, которые делают полином равным 0. Чтобы найти нули многочлена, лучше разложить многочлен на простые множители. Например: х2-2\*х-15  
   
Это квадратичное выражение будет зависеть от двух биномов. Так как первое слагаемое x2, мы можем предположить, что в обоих биномах будет x. На этом этапе мы предполагаем, что разложение квадратного трехчлена будет выглядеть примерно как (x +а) (х +в), и нам нужно найти числа (называемые константами), которые идут в каждой круглой скобке :

Мы знаем, что x умножается на каждую константу, а исходный многочлен имеет в сумме 2x. Это говорит нам о том, что произведение двух констант равно -15, а сумма равна 2. Единственная возможная пара : -3 и 5. Поэтому данное квадратное выражение разложим в виде произведения следующих простых множителей :

х2-2\*х-15=(x-3)(x+5).  
  
Наконец, чтобы найти нули многочлена, мы можем использовать разложение на простые множители и задать каждый коэффициент, равный 0, чтобы решить, какие значения x делают полином равным 0. Так как подставляя вместо х нули выражений ( корни многочлена ) , мы получим

(x - 3) (x + 5) = о  
  
Если либо (x - 3), либо (x + 5) равно 0, весь многочлен будет равен 0, поскольку множители умножаются друг на друга. Найти нули для этого квадратного выражения:  
• x - 3 = 0, поэтому x = 3  
• x + 5 = 0, поэтому x = -5  
Два нуля для x2 + 2x -15 равны x = 3 или x = -5.

Полезный совет. Если взять квадратный корень переменной в квадрате выражения, обязательно включите знак «плюс» или «минус» на противоположной стороне уравнения. Пример 1:х2=9  
Обратите внимание, что x может быть равным либо положительному, либо отрицательному 3, так как любое значение, равное квадрату, приведет к 9.  
Возьмите квадратный корень с обеих сторон, чтобы найти x. Включите знак «плюс» или «минус» на другой стороне во время этого шага: =

Упростите квадратный корень из 9 : х=

Это также относится к любому квадрату выражения, которое включает переменную. Вот еще один пример 2: (х+2)2= 36

Возьмите квадратный корень с обеих сторон и включите знак «плюс» или «минус» справа: =

Знак квадратного корня и мощность 2 отменяют друг друга слева. Упростите выражение справа: х+2 =   
Вычтите 2 с обеих сторон : х= -2 . Итак, правильные ответы : х=-8 их=4

**Example 1.** Kathy is repair technician for a phone company. Each week, she receives a batch of phones that need repairs. The number of phones that she has left to fix at the end of each day can be estimated with the equation, where P is the number of phones left and d is the number of days she has worked that week. What is the meaning of the value 108 in this equation?

1. Kathy will complete the repairs with in 108 days.
2. Kathy starts each week with 108 phones to fix.
3. Kathy repairs phones at a rate of 108 per hour.
4. Kathy repairs phones at a rate of 108 per day.

**Пример1.** Кэти работает в телефонной компании техником по ремонту телефонов. Каждую неделю она получает партию телефонов, которые нуждаются в ремонте. Количество телефонов, которые у нее остаются в конце каждого дня неисправными, можно представить формулой , где Р – это число телефонов, оставшихся неисправными, – количество дней, которое она работала на этой неделе. Что означает число 108 в этом уравнении?

1. Кэти завершит ремонт через 108 дней.
2. В начале недели Кэти получает на ремонт 108 телефонов.
3. Кэти ремонтирует все телефоны в течение 108 часов.
4. Кэти ремонтирует 108 телефонов в сутки.

*Решение. По условию задачи – количество дней, которое она отработала на неделе, значит, на начало недели то . Получается 108 – количество телефонов, которое она получает в начале недели на ремонт.*

*Ответ: В.*

**Example 2.** h= - 4,9t2+25t

The equation above expresses the approximate height h, in meters, of a ball t seconds after it is launched vertically upward from the ground with an initial velocity of 25 meters per second. After approximately how many seconds will the ball hit the ground?

1. 3,5
2. 4,0
3. 4,5
4. 5,0

**Пример 2.** h= -4,9t2+25

Вышеприведенное уравнение выражает приблизительную высоту h в метрах, где находится шар через t секунд после запуска вертикально вверх с земли с начальной скоростью 25 метров в секунду. Примерно через сколько секунд шар упадет на землю?

*Решение. Когда шар упал на землю, h=0, то есть -4,9t2+25t=0. Решаем квадратное уравнение 4,9t2-25t = 0*

*t(4,9t -25)=0, t1=0; 4,9t2 -25=0, t2 = 25:4,9 = 5,1. t1 – момент запуска шара с земли. То есть, примерно через 5 секунд шар упал на землю.*

*Ответ: d)*

**Example 3.**  As a result of wear and tear, the price of the goods fell by the same number of rubles, by as much as percent. How much in itially did the product cost?

**Пример 3.** В результате износа стоимость основного средства снизилась на столько же у.е., на сколько и процентов. Найдите первоначальную стоимость ОС?

*Решение: Обозначая стоимость ОС до и после снижения через x1 и x2, получим следующее очевидное соотношение:*

*x1- x2= ,из которого видно, что x1=100 у.е.*

*Ответ: 100 у.е.*

**Example 4.** The bag of sugar is a lint and has increased its weight by 30%. Then it was stitched up until the weight of the soaked goods decreased by 30%. Has the weight returned to the original?

**Пример 4.** Мешок сахара подмок и увеличил свой вес на 30%. Затем его

сушили до тех пор, пока вес подмоченного товара не уменьшился на 30%. Вернулся ли вес товара к первоначальному?

*Решение: Принимая первоначальный вес сахара за x, а вес сахара после просушки за x1, можно записать условие задачи следующим образом:*

*x1= x+.*

*Следовательно, вес высушенного сахара стал на 9% меньше первоначального.*

**Example 5.** During its existence the company has opened 9 branches - annually one by one. Currently, the first branch is older than the last five times. How old is today the first and last branch?

**Пример 5.**За время всей своей деятельности фирма открыла 9 филиалов – ежегодно по одному. В настоящее время первый филиал старше последнего в 5 раз. Сколько лет сегодня первому и последнему филиалу?

*Решение: Обозначая через и yсрок деятельности первого и последнего филиала соответственно, запишем условие задачи следующим образом: - y=9-1*

*= 5.*

*Решая систему из двух уравнений с двумя неизвестными, получим:*

*=5y; 5y-y=8, откуда=2, y=10.*

*Ответ: =2, y=10.*

**Example6.** The sheep skin coat was purchased for 18 thousand units. In order to stimulate the purchase, the seller gave the buyer 6 more sheepskin coats for free. The buyer was informed that, taking into account the stimulation of purchase, now each sheepskin costs 150 US units. Cheaper than the original sales price. How many sheepskin coats were originally paid for and at what selling price?

**Пример 6.** Партия дубленок была куплена за 18 тыс. у.е. В качестве стимулирования покупки фирма-продавец бесплатно передала покупателю еще 6 дубленок. Покупателю сообщили, что с учетом стимулирования покупки теперь каждая дубленка стоит на 150 у.е. дешевле первоначальной продажной цены. Сколько дубленок было первоначально оплачено и по какой продажной цене?

*Решение: Обозначив через количество первоначально оплаченных дубленок, а через y – цену дубленки без учета стимулирования, можно записать условие задачи следующим образом:*

*y=18, (( y-0,15)=18.*

*Решая систему из двух уравнений с двумя неизвестными, подставим значение y из (1) в (2): 2+6-720=0.*

*Решая квадратное уравнение по стандартной формуле, получим:*

*1,2= − ±−3 ± 27,*

*1 = 24 (2 не подходит, так как отрицательно).*

*Ответ : 24*

**Example 7.** The trading company sends 180 refrigerators (equally to each point) to its outlets on a daily basis. Due to the fact that 4 points were closed, the number of refrigerators allocated to each point increased by 12 units.

1) How many outlets have been working in the company?

2) How many refrigerators did each point get?

**Пример 7.** Торговая фирма ежедневно отправляет на свои торговые точки 180 холодильников (поровну на каждую точку). В связи с тем, что 4 точки были закрыты, количество холодильников, выделенных на каждую точку, увеличилось на 12 единиц.

1. Сколько торговых точек стало работать в фирме?
2. Сколько холодильников стала получать каждая точка?

***Решение.*** *Обозначая через x первоначальное количество торговых точек, можно записать условие задачи следующим образом:*

*( + 12)(x-4) =180.*

*После преобразований получим: -4x-60=0.Решая квадратное уравнение по стандартной формуле, получим:*

*= ± =2±8,*

*= 10 ( не подходит, так как отрицательно).*

*Следовательно:*

1. *новое количество торговых точек равно 10-4=6;*
2. *количество холодильников, которые при этом стали выделять каждой точке*, равно .

*Ответ : 30*

**Example 8.** The mechanic was assigned to make several sets of parts for 8-cylinder automobile engines. The locksmith estimated that if he manages to raise the labor productivity by 0.1 parts per hour, he will be able to complete the task 12 hours before the norm, and if for another 0.5 parts per hour, then for an entire 36 hours before the norm. What task did the car mechanic get (number of parts per cylinder)?

**Пример 8.** Автослесарь получил задание на изготовление нескольких комплектов деталей для 8-цилиндровых автомобильных двигателей. Слесарь подсчитал, что если ему удастся поднять производительность труда на 0,1 детали в час, то он сможет выполнить задание на 12 часов раньше нормы, а если еще на 0,5 детали в час, то на целых 36 часов раньше нормы. Какое задание получил автослесарь (количество деталей на каждый цилиндр)?

***Решение.*** *Обозначая через x нормативное время выполнения задания, а через y–нормативное количество изготавливаемых за это время деталей, можно представит условие задачи следующим образом:*

*Совместное решение системы уравнений с двумя неизвестными приводит к следующему результату:*

*x=60 часов,y=0,4 детали в час.*

*Следовательно, авто слесарь получил задание изготовить 0.460=24 детали (по 3 детали на каждый цилиндр).*

*Ответ :60 ч; 0.4 дет/ч*

**Example9.** If for all values of x, and , what are the two possible values for c?

1. 3 and 5
2. 6 and 35
3. 10 and 21
4. 31 and 41

**Пример 9.** Определите два возможных значения с в выражении

при любых значений х и .

*Решение.*

*;*

*Из условия и подставим в выражение ,*

*,*

*Получаем квадратное уравнение*

*Решаем квадратное уравнение: , .*

*Значения подставляем в выражение :*

*;*

*;*

*. Ответ: 31 и 41.*

**Example 10.**(х2у – 3у2 +5ху2) – (–х2у +3ху2– 3у2)

Which of the following is equivalent to the expression above?

1. 4x2y2
2. 8xy2 – 6y2
3. 2x2 y + 2xy2
4. 2x2 y+8xy2 – 6y2

**Пример 10.** Какой из перечисленных вариантов является эквивалентом данного выражения: (х2у – 3у2 +5ху2) – (–х2у +3ху2– 3у2)

*Решение. Раскроем скобки: х2у – 3у2 +5ху2 +х2у - 3ху2+ 3у2 = 2 х2у+2ху2*

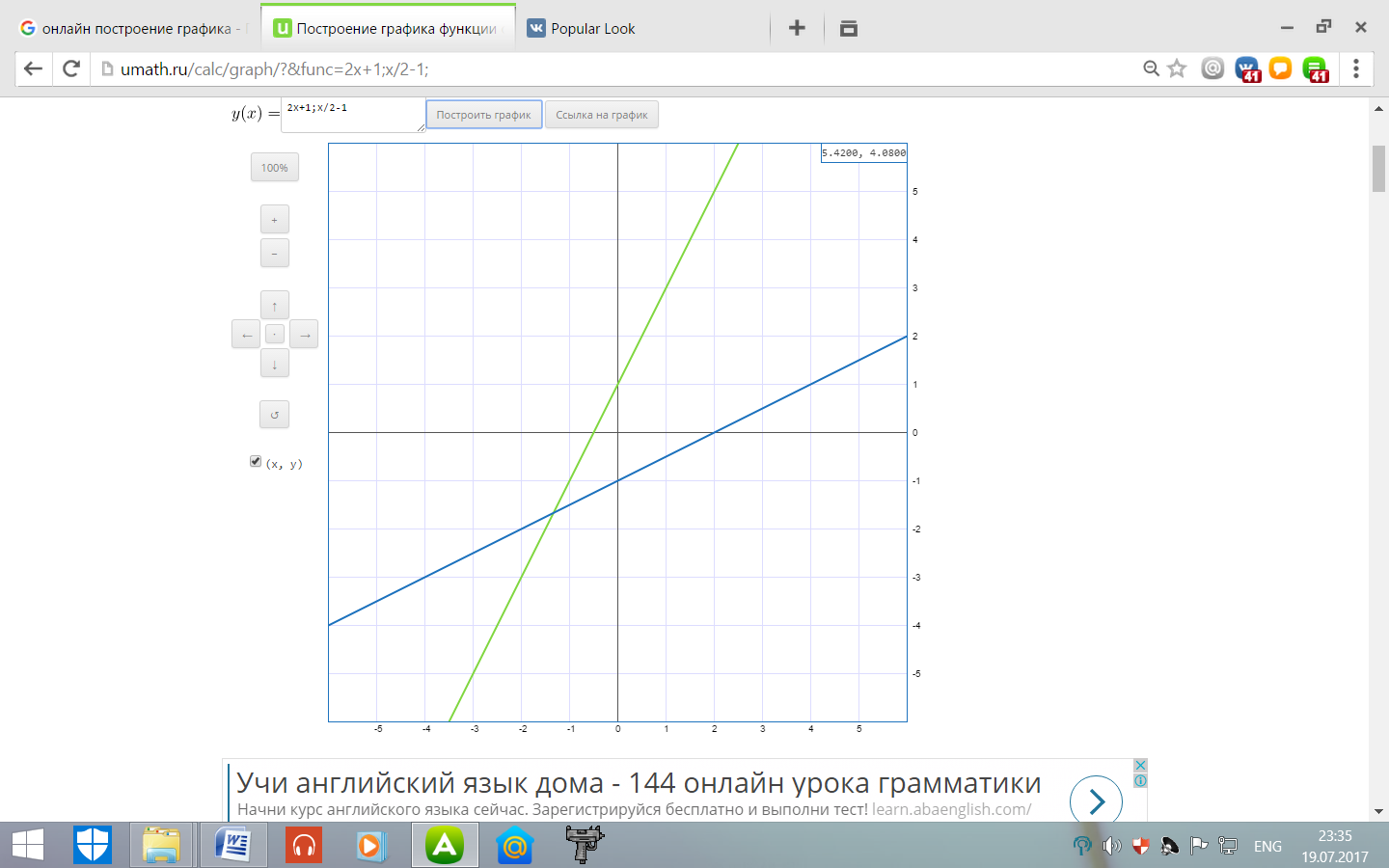
*ответ: c).*

**Example 11.** If the system of inequalities y≥2x+1 and y> x– 1 is graphed in the xy-plane above, which quadrant contains no solutions to the system?

1. Quadrant II
2. Quadrant III
3. Quadrant IV
4. There are solutions in all four quadrants

**Пример 11.**В каком квадранте система неравенств y≥2x+1 и y>x– 1 не содержит решения?

1. Квадрант I
2. Квадрант II
3. КвадрантIV
4. Нет решений во всех четырех квадрантах

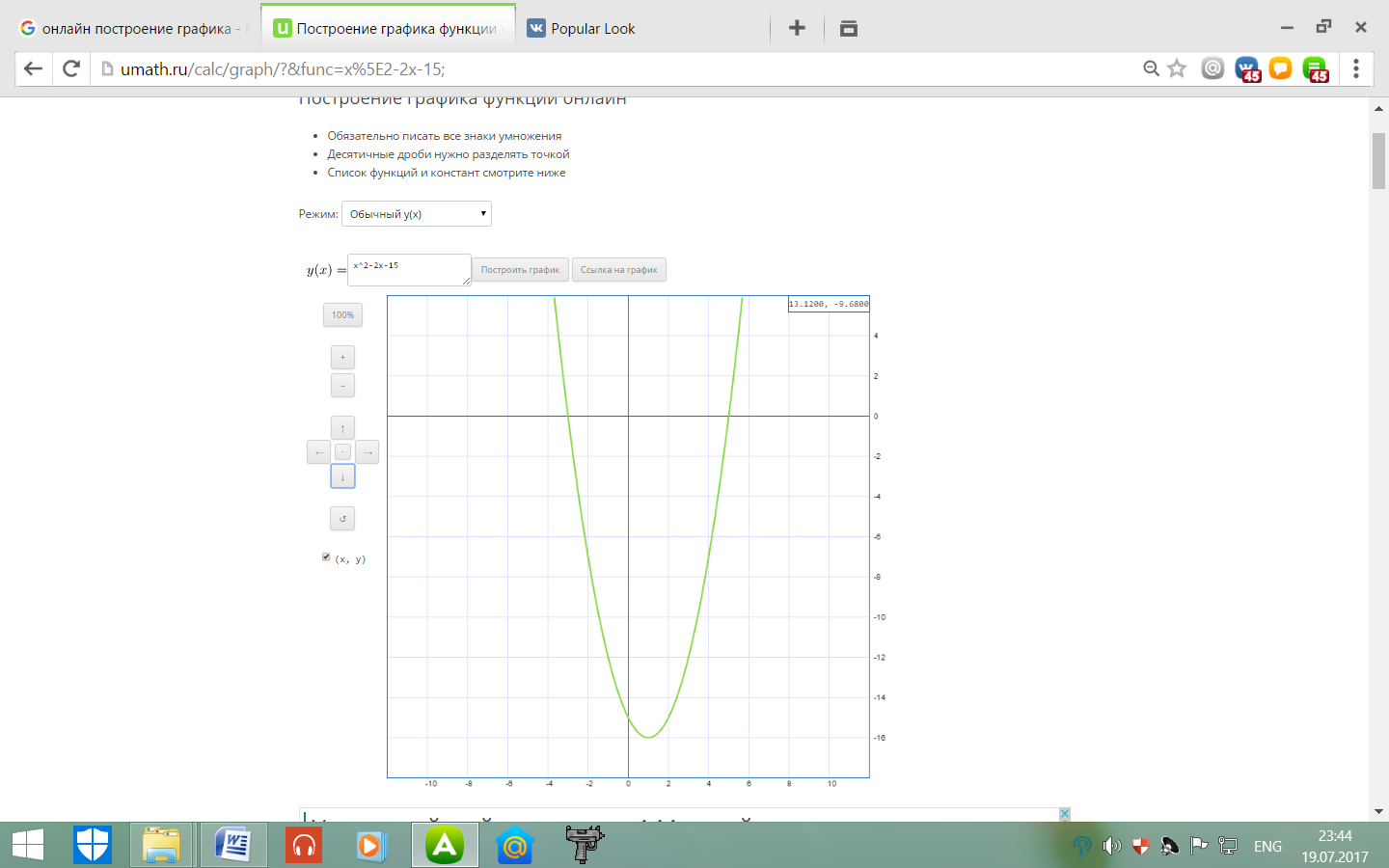


**X**

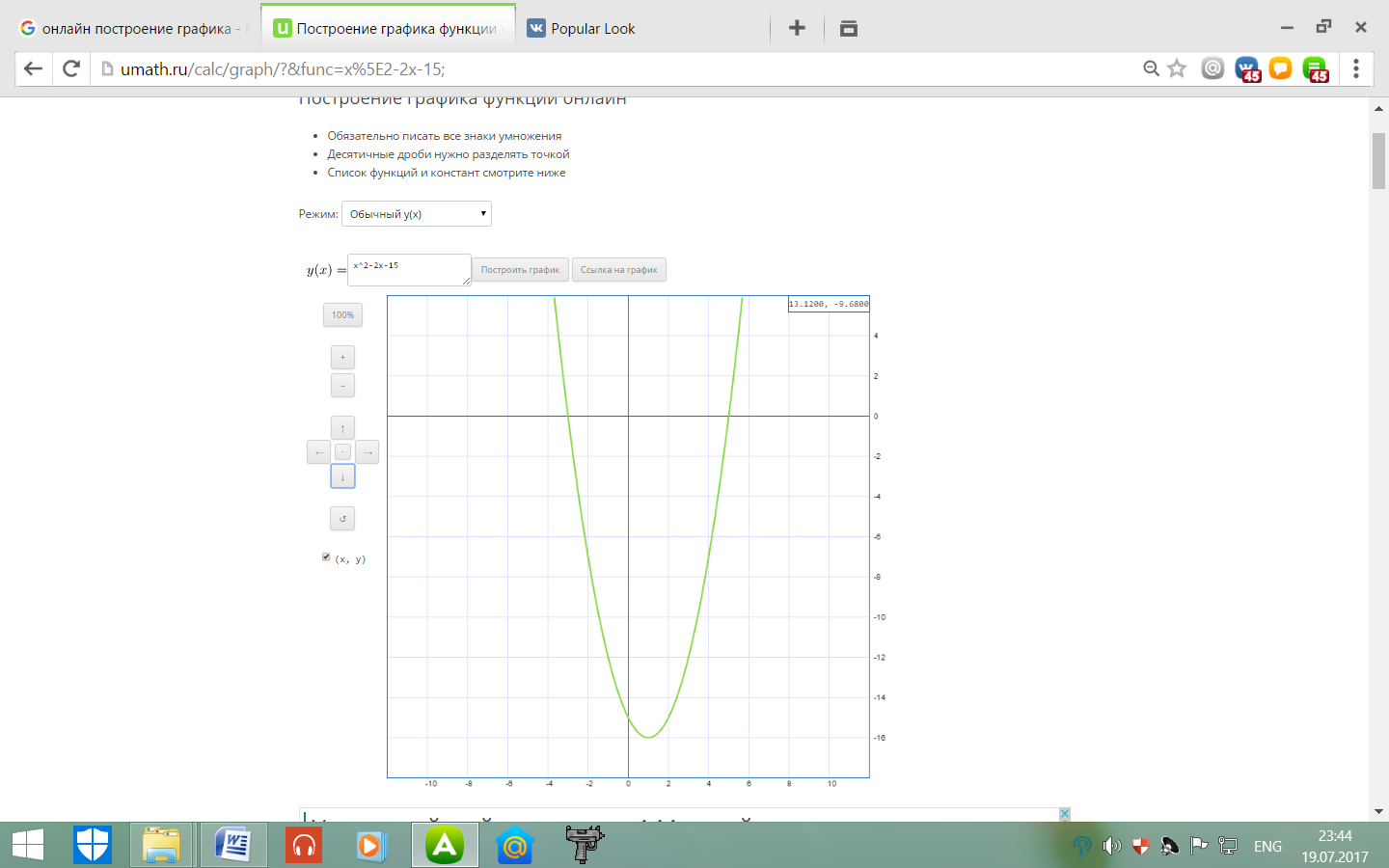
**y**

*Решение. Из графика видно, что система неравенств не содержит решения только в IV квадранте. Ответ:с)*

**Example 12.**



y=x2-2x-15

**x**

**y**

Which of the following is an equivalent form of the equation of the graph shown in the xy-plane above, from which the coordinates of vertex A can be identified as constants in the equation?

1. y= (x+3)(x-5)
2. y= (x-3)(x+5)
3. y= x(x-2) -15
4. y= (x-1)2 -16

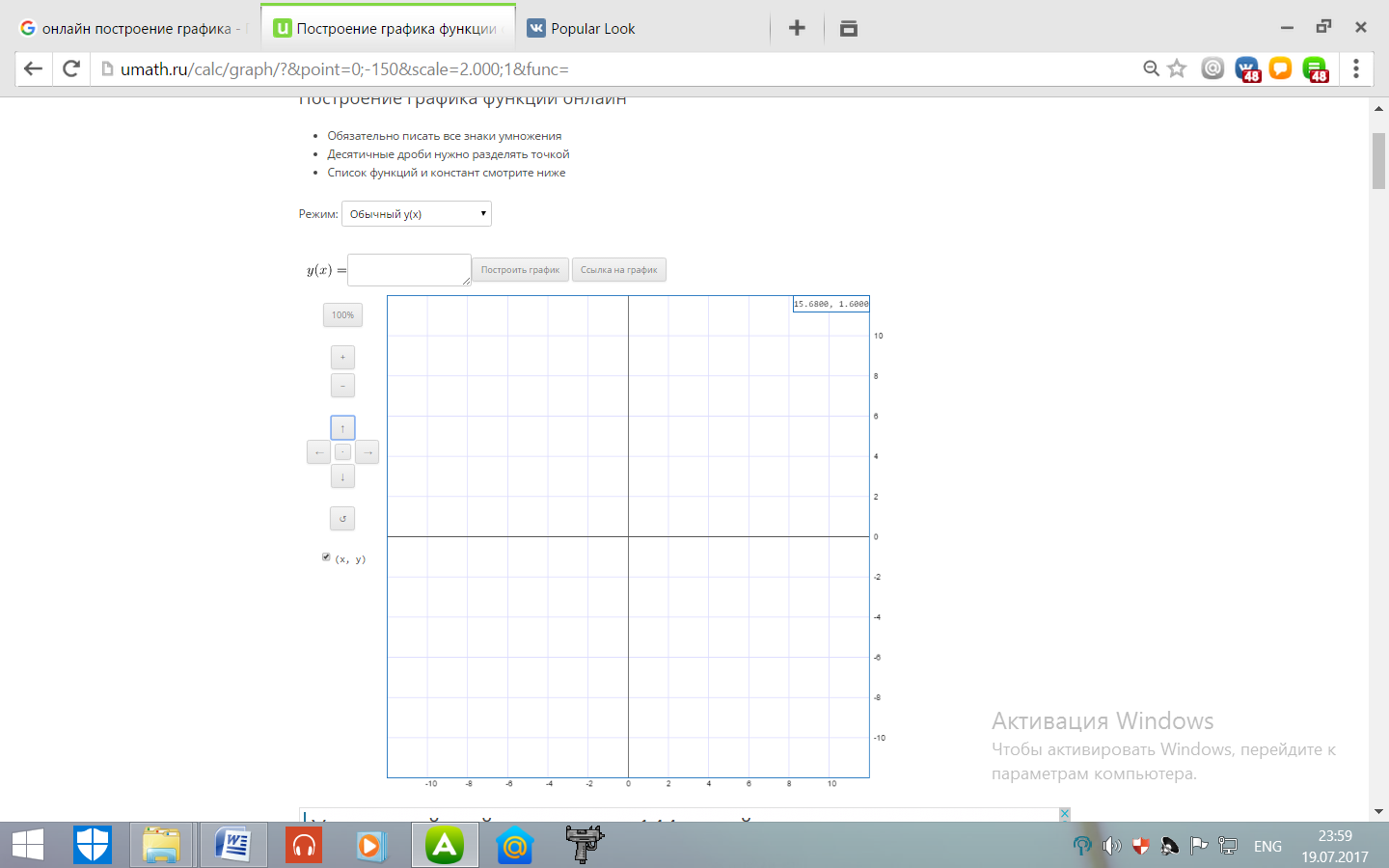
**Пример 12.**Какое уравнение является эквивалентной формой уравнения диаграммы, показанной на xy-плоскости, в котором координаты вершины А могут быть определены как константы в уравнении?

1. y= (x+3)(x-5)
2. y= (x-3)(x+5)
3. y= x(x-2) -15
4. y= (x-1)2 -16

*Решение. Уравнения в ответах a) c) и d) идентичны графику уравнения y=x2 -2x-15, но только по уравнению ответа d) можно определить координаты вершины А(1;-16), которые являются константами в уравнении.*

*Ответ: d)*

**Example 13.**



**y**

**x**

The complete graph of the function f is shown in the xy-plane above. For what value of x is the value of f(x) at its minimum?

1. -5
2. -3
3. -2
4. 3

**Пример 13.**На плоскости xy представлен полный график функции f(x). Определите значение x при котором значение функции f(x) достигнет минимума.

1. -5
2. -3
3. -2
4. 3

*На графике видно, что функция принимает минимальное значение f(x) =-2 при x = -3. Ответ: b)*

**Анализ данных** Содержит 17 из 58 вопросов SATMATH = 29,3% (только в разделе калькулятора)  
o Соотношения, ставки и пропорции  
о Процентах  
o Линейный и экспоненциальный рост  
o Чтение табличных данных и графиков  
o Сбор данных, вывод

**Section 5.Percentages**

A percentage is a ratio that means "per 100" or "out of 100."  For example, 32 percent (32%) means 32 out of 100.   
  
It's often useful to use the decimal version of a percentage when calculating.  To turn a percentage into a decimal, divide the percentage number by 100.  For example, 57% = 57/100 = 0.57.  
  
​To convert between percentages and fractions, use the formula:

=

​Here are some example problems involving percentages, some which use a variation of the formula above.

**Раздел 5.Задачи на проценты**

Процент - это отношение, которое означает «на 100» или «из 100». Например, 32% (32%) означает 32 из 100.  
  
При вычислении часто бывает полезно использовать десятичную версию процента. Чтобы превратить процент в десятичное число, разделите процентное число на 100. Например, 57% = 57/100 = 0,57.  
  
 Заменяя проценты соответствующим количеством сотых долей числа, легко свести данную задачу на проценты к задаче на части. В некоторых задачах полезно знать такие факторы, например: чтобы увеличить величину на 50%, достаточно прибавить ее половину; чтобы найти 20% величины, надо найти ее пятую часть; что 40% некоторой величины в 4 раза больше, чем ее 10% и т.д.

Проценты употребляются для сравнения однородных положительных количеств. Один процент это одна сотая часть числа: 1% = 1/100, соответственно р% = р/100.

Один процент от количества А – это одна сотая часть количества А: 1% от А равен 1/100 А, р% от А равен А\*р/100. Процентом р задается коэффициент к = р/100.

Вычисление процентов по количеству : (А/В)\*100%.

Каково количество, р% от которого есть А: (100/р)\*А

Каково количество, большее чем А на р%: (1+р/100)\*А

Каково количество, меньшее чем А на р%: (1-р/100)\*А

Для преобразования между процентами и дробью, используйте формулу:

=   
   
Далее предлагаем несколько примеров , которые решаются с помощью следующих формул :

Доля = (1) Процент = \*100% (2)

\*100 % = процентное изменение (3)

первоначальная сумма\*(1+ )= новая сумма (4)

**Example 1.**What is 42% of $280?

Пример 1.Что составляет 42% от 280 долларов?

Решение : \* 280$ = 117.60 $

**Example 2.** What percent of 60 is 24?

Пример 2.Какой процент числа 60 составляет 24?

Решение : Процент = \*100%= \*100%= 40%

**Example 3.** If a computer's old version cost $800 when it came out, but the new version costs $920, what percent increase is the new version's price compared to the old version?

Пример 3.Каков процентный рост, если старая версия компьютера стоит 800 долларов, но новая версия стоит 920 долларов США? (Процентный рост - это цена новой версии по сравнению со старой версией)

\*100 % = процентное изменение.

Итак, процентное изменение = \*100 %= 15% ( это означает, что цена увеличилась на 15%).

**Example 4.** If a jacket is on sale for 20% off and originally cost $85, what is the new price?

**Пример 4**.Какова новая цена куртки, если на распродаже продается на 20% ниже первоначальной цены? Первоначальная цена = 85$.

Решение : Используем формулу (4) :

первоначальная сумма\*(1+ )= новая сумма

Новая цена = 85$\*(1+ ) = 68%

(Примечание: процентное изменение составляет -20%, так как оно на 20% меньше первоначальной цены).

**Example 5.** You received a loan of 300 thousand tenge in the bank. At a rate of 10% per annum. What will be your income?

**Пример 5.** Вы получили в банке кредит 300 тыс. тг. при норме процента 10% годовых. Какова сумма процента по полученным займам?

Решение: Величина процента = Д = = = 3 = 30000 тг.

Ответ: 30000 тг.

**Example 6.** Three employees made rationalization proposals for saving resources:

The first saves 35% of resources;

The second saves 50% of the resources;

The third saves 15% of the resources.

How many resources are saved by all three offers?

**Пример 6.** Три работника внесли оптимальные предложения по экономии ресурсов:

По первому предложению экономия составит 35 % ресурсов;

По второму предложению экономия составит 50 % ресурсов;

По третьему предложению экономия составит 15 % ресурсов.

Сколько процентов составит экономия ресурсов с учетом всех трех предложений?

**Решение:** Предположим, рассматривается экономия энергетических ресурсов, эквивалентных 100т топлива. Тогда в результате реализации первого предложения можно будет обойтись 65 т топлива (100 – 35), после реализации второго предложения – 32,5 т (65 -50% от 65), после реализации третьего – 27,7 т (32,5 – 15% от 32). Таким образом, общая экономия составит: 100 – 27,7 = 72,3 %.

Ответ: 72,3 %.

**Example 7.** Marriage at the enterprise is 5%. After a number of technical, economic and organizational measures taken, the marriage fell to 1%. How many percent decreased the marriage?

**Пример 7.**Брак на предприятии составляет 5%. После ряда принятых технико-экономических и организационных мер брак снизился до 1%. На сколько процентов снизился брак?

Решение. Раньше 5 деталей из 100 были с браком, теперь 1 деталь из 100. Следовательно, брак сократился на: .

Ответ: 80%.

**Example 8.** The entrepreneur used a bank loan, based on 20% per annum. The amount of loan interest at the same time was 10% per annum. At what expected level of inflation next year, this percentage for the loan will continue?

**Пример 8.** Предприниматель пользовался банковским кредитом, исходя из

20 % годовых. Величина ссудного процента при этом составляла 10 % годовых. При каком ожидаемом уровне инфляции в следующем году этот процент за кредит сохранится?

Решение. При уровне инфляции, равном 20 -10 = 10% в год.

Ответ: 10%

**Example 9.**Sam bought a book in the store. For the first day he read 25% of the entire book, for the second day 72% of the number of pages that remained, and for the third - the remaining 84 pages. How many pages in the book?

**Пример 9. Сэм купил в магазине книгу. За первый день он прочитал 25% всей книги, за второй день 72% от количества страниц что осталась, а за третий - остальные 84 страницы. Сколько страниц в книге?**

*Решение:72 % процента от остатка книги составляет* \* 100%=54%

*На третий день оставалось прочитать100-25-54=21%  или 84 страницы.  
Составляем соотношение :  
 21% – 84 стр  
 100 % – х стр*

*Отсюда найдем х=*  \*100% = *400 страниц.*

*Ответ: 400 страниц.*

**Example 10.** What is more: 5% of 70 dollars or 70% of 5 dollars?

**Пример 10.** Что больше: 5 % от 70 долларов или 70 % от 5 долларов?

*Решение. Одинаково и равно 3,5 доллара.*

*Ответ: 3,5 доллара.*

**Example 11.** Plowed 74% of the field, then left to plow a total of 26 hectares. Find the total area of ​ ​the field.

**Пример 11.** Вспахали 74% поля, после чего осталось вспахать всего 26 га. Найти общую площадь поля.

*Решение. Обозначим площадь всего поля через х га.  
Согласно условию составим соотношение:* *х га — 100%  
 13 га — 26(100—74)%.*

*Найдем неизвестное число:*

*х = = 100 га*

*Ответ: 100 га.*

**Example 12.** At the meeting of the joint-stock company the share of absent shareh olders was 20% of the number of those who were present. What percent age of the total number were present share holders?

**Пример 12.**На собрании акционерного общества доля отсутствующих акционеров составляла 20% от числа присутствующих. Какой процент от общего числа составляли присутствующие акционеры?

***Решение.*** В начале определим, какой процент от общего числа составляют отсутствующие акционеры:  ×100=16,7%. Тогда процент, который составляли присутствующие акционеры, будет равен: 100%-16,7%=83,3%.

Ответ: 83,3%.

**Example13.** Katarina is a botanist studying the production of pears by two types of pear trees. She noticed that Type A trees produced 20 percent more pears than Type B trees did. Based on Katarina`s observation, if the Type A trees produced 144 pears how many pears did the Type B trees produced.

1. 115
2. 120
3. 124
4. 173

**Пример 14.**Ботаник Катарина изучает выращивание двух типов грушевых деревьев. На основе своих наблюдений она выявила, что всего выращено 144 грушевых деревьев типа А, что на 20% больше, чем грушевых деревьев типа В. Сколько всего выращено деревьев типа В?

Решение. По условию задачи груши типа В – х шт. – 100 %, а груши типа А – 144 шт. – 120%. Составим пропорцию:

144 – 120 %

х – 100 %

х = (шт.). ответ: 120

**Example14.** Alma bought a laptop computer at a store that gave a 20 percent discount off its original price. The total amount she paid to the cashier was p dollars including an 8 percent sales tax on the discounted price. Which of the following represents the original price of the computer in terms of p?

1. 0.88 p
2. (0.8)(1.08)p

**Пример 14.**Алма купила ноутбук в магазине, который предоставил ей скидку 20% от его первоначальной цены. Общую сумму она оплатила в кассу р долларов, включая 8% комиссии с акции.Она оплатила в кассу р долларов, включая Какая из нижеприведенных формул представляет первоначальную цену компьютера без скидки и комиссии?

*Решение. Если х – первоначальная цена ноутбука, то 0.8х – цена ноутбука с 20 %-ной скидкой. А цена ноутбука со скидкой и комиссией: Р=0.8\*1.08 ; Правильный ответ: D.*

**Example 15.** The insurance company insures the purchase and sale of goods worth 200 million conventional units. In this case, the seller and the buyer are insured for 50 million conventional units each. The insurance rate is 5% of the insurance amount for each participant. What insurance premium (insurance premium) will the insurance company receive?

**Пример 15.**Страховая компания страхует сделку купли-продажи товара стоимостью 200 млн у.е. При этом продавец и покупатель страхуются на 50 млн у.е. каждый. Страховой тариф составляет 5% от суммы страховки на каждого участника. Какую страховую премию (страховой взнос) получит страховая компания?

*Решение. Страховая компания получит страховую премию, равную*

*+ = 5 млн у.е*

*Ответ : 5 млн у.е.*

**Example16.** Laboratory analysis found that the moisture (percentage of water) of granulated sugar is 15%. A ton of granulated sugar was dried, and its weight decreased by 80 kg. What is the moisture content of the dried part of the product now?

**Пример 16.** Лабораторный анализ установил, что влажность (процентное содержание воды) сахарного песка равна 15%. Тонну сахарного песка подвергли сушке, и вес его уменьшился на 80 кг. Какова теперь влажность высушенной части товара?

*Решение. В тонне сахара при влажности 15% содержится 150 кг воды и 850 кг сухого вещества. После просушки количество воды уменьшилось на 80 кг и стало равно 70 кг. Следовательно, теперь влажность сахара равна:*

*100 = 7,6%.*

*Ответ:7,6 %.*

**Example 17.**In a capacity of 200 liters, milk was transported. The store was cast 60 liters. How many percent of the volume left?

**Пример 17. В емкости объемом 200 литров перевозили молоко. В магазине отлили 60 литров. Сколько процентов осталось от первоначального объема?**

*Решение. Задача состоит в нахождении количества в процентах молока от общего объема емкости.  
 200-60=140 л*

\*100%= 70%

*Осталось 70% объема емкости.*

*Ответ:70 %.*

**Section 6. Еxponential Equations**

Exponential equations represent situations where each successive output is a certain percent larger or smaller than the previous output.  For example, exponential equations could represent the amount of money in a bank account that grows by 5% more than each previous year due to interest.  Simple exponential equations such as this example could be expressed in the following form:

А(t)=A0\*(1+ r)t

In the form above,

* A(t) is the total amount (or output)
* Ao is the initial amount (or amount at time = 0)
* r is the rate of change

If the rate of change is expressed as a percentage, make sure to convert this to the decimal version of the percentage

The equation has exponential growth when r > 0 and has exponential decay when r < 0

* t is the time passed (or input variable)

**Раздел 6.Экспоненциальные уравнения**

Экспоненциальные (показательные) уравнения представляют собой случаи, когда каждый последующий результат является определенным процентом, большим или меньшим, чем предыдущий. Например, показательные уравнения могут представлять сумму денег на банковском счете, которая растет на 5% в сравнении с каждым предыдущим годом. Простые экспоненциальные уравнения могут быть выражены в следующем виде:  
 А(t)=A0\*(1+ r)t

где A (t) - общая сумма (или результат)  
• Ao - начальная сумма (или сумма в момент t = 0)  
• r - скорость изменения  
Если скорость изменения выражается в процентах, обязательно преобразуйте ее в десятичную дробь  
 Уравнение имеет экспоненциальный рост при r > 0 и имеет экспоненциальный спад приr<0  
• t –это время (или входная переменная)

**Example 1.** Arman put 100 thousand rubles. For a term deposit with a fixed interest rate of 10% per annum (taking into account the payment of interest on interest). How much money will you receive in two years?

**Пример 1.** Арман положил на депозитный счет 100 тыс.тг при срочной процентной ставке 10% годовых (с учетом выплаты процентов на проценты). Сколько денег вы получите через два года?

**Решение:** По формуле сложных процентов FV=PV(1 + r)n через два года накопленная сумма на счете будет составлять:

FV =100000 , где

Lg FV = lg 100000 + 2lg 1,1= 5+2×0,0414=5,0828.

Антилогарифм=121000 тг. или приблизительно: FV=100000× ≈122140 тг. Ответ: 122140 тг

**Example 2.**Michael put $ 30,000 into the deposit at 10% per annum. How much money will he have in 3 years, if at the end of each year the interest was added to the deposit.

**Пример 2.** Майкл вложил 30 000 долларов на депозит под 10% годовых на 3 года. Какая сумма накопится на депозитном счете у Майкла по истечении срока договора?

Решение. Дано: PV=30 000, r = 10, n=3

Найти: FV-?

Чтобы вычислить накопленную сумму на депозитном счете в течении трех лет воспользуемся формулой сложных процентов :

FV = PV (1 + r)n

FV = 30 000 (1 + 0.1)3= 30 000  1,13= 39 930

*Ответ: 39 930 долларов*

**Example 3.**

The formula above gives the monthly payment m needed to pay off a loan of P dollars at r percent annual interest over N months. Which of the following gives P in terms of m, r, and N?

**Пример 3.** Следующая формула показывает ежемесячный платеж m, необходимый для погашения кредита Р(долларов),полученного под r процентов годовых на N месяцев:

Выберите правильный вариант определения P с учетом m, r и N?

Решение. Для нахождения P в первоначальной формуле надо обе части уравнения разделить на выражение , а затем умножить на выражение :

Ответ: b)

**Example 4.** Demand for goods is several thousand pieces per month and monthly increases by 6%. How long will it take for demand to nearly double, believing that the current trend will continue?

**Пример 4.** Спрос на товар составляет несколько тысяч штук в месяц и ежемесячно растет на 6%. Сколько потребуется времени, чтобы спрос примерно удвоился, полагая, что существующая тенденция будет продолжаться?

Решение. Интерполируя формулу сложных процентов (FV=PV(1 + r)n), получим: (1+0,06)x=2. Откуда x=12 месяцев.

Ответ:12 месяцев

**Section 7.Logical problems**

We assign to logical problems those problems, in the solution of which the main thing determining is finding a connection between the facts, comparing them, constructing a chain of reasoning to achieve the goal. Not setting the goal to define the concept of "logical problem" Professor E. S. Kanin refers to them such problems that at first glance are not mathematical, but at the same time require for their decision the formulation of judgments (statements), constructing inferences and their chains. Since in the solution of logical problems reasoning is built, then it is necessary to apply general methods of solving mathematical problems, such as the deduction method, exhaustive sampling method, the method of reduction to contradiction, and so on.

Sometimes it is necessary to hear that any mathematical problem,  
purely computational, are a logical tasks, since it requires data analysis,  
constructing a chain of reasoning, inference, and evaluating its correctness. But among  
logical problems have many such problems, that, at first glance, do not carry purely mathematical content. Therefore, we assign to logical problems such problems solving which the laws of logic, for example, the law of double negation, the law of contradiction (can not be immediately A and not A), the law of the excluded third (or A or not A, there can not be a third one).

This part introduces students to the simplest logical tasks that can be solved with the help of a negation operation, phasing out all unnecessary, "unnecessary" cases. The solution uses tables, schemes, drawings, facilitating understanding of the problem.   
The logical consequence. Reasonings and conclusions.  
When studying this section, students not only learn how to build chains of  
conclusions, to restore the missing links in reasoning, but also solve  
tasks in which some of the conditions are false. In the learning process, they begin  
 independently to find false statements, to note contradictions in the course of  
reasoning and conclusions, while excluding incorrect answers.

**Раздел 7.Логические задачи**

К логическим задачам отнесём такие, при решении которых главное, определяющее - это отыскание связи между фактами, сопоставление их, построение цепочки рассуждений для достижения цели. Профессор Е. С. Канин, не ставя цель определить понятие «логическая задача», относит к ним такие задачи, которые на первый взгляд не являются математическими, но в то же время требуют для своего решения формулирования суждений (высказываний), построения умозаключений и их цепочек. Поскольку при решении логических задач строятся умозаключения, то при этом приходится применять и общие методы решения математических задач, такие как метод выведения, метод исчерпывающих проб, метод сведения к противоречию и др.

Иногда приходится слышать, что любая математическая задача, не являющаяся чисто вычислительной, есть логическая задача, так как требует анализа данных, построения цепочки рассуждений, вывода, оценки его правильности. Но среди логических задач встречается множество таких, которые, на первый взгляд, не несут чисто математического содержания. Поэтому к логическим задачам отнесём такие, при решении которых используются законы логики, например, закон двойного отрицания,закон противоречия (не может быть сразу А и не А), закон исключённого третьего

(или А или не А, третьего быть не может).

В этой части происходит знакомство учащихся с простейшими логическими задачами, которые можно решить с помощью операции отрицания, поэтапно исключая все лишние, «ненужные» случаи. При решении используются таблицы,схемы, рисунки, облегчающие понимание задачи.

Логическое следствие. Рассуждения и умозаключения.

При изучении данного раздела школьники не только учатся строить цепочки

умозаключений, восстанавливать пропущенные звенья в рассуждениях, но и решают задачи, в которых часть условий ложна. В процессе обучения они начинают самостоятельно находить ложные утверждения, отмечать противоречия в ходе рассуждений и в заключений, исключая при этом неверные ответы.

Некоторые логические задачи решаются без применения каких либо специальных методов. При их решении достаточно проявить сообразительность, установить верный порядок рассуждений, сделать правильные выводы из условий задачи.

Логические задачи можно решать разными способами, каждая из них имеет свою область применения. На этой странице вы узнаете кое-что об этих приемах.

Основные приемы и методы решения логических задач :

Метод рассуждений;

Метод таблиц;

Метод графов

Метод рассуждений

Способ рассуждений - самый примитивный способ. Этим способом решаются самые простые логические задачи. Его идея состоит в том, что мы проводим рассуждения, используя последовательно все условия задачи, и приходим к выводу, который и будет являться ответом задачи. Познакомиться с этим методом можно на следующем примере.

Logical problems can be solved in different ways, each of them has its own scope. On this page you will learn something about these techniques.

Basic techniques and methods for solving logical problems:  
              Method of reasoning;  
              Method of tables;  
              Graph method

Method of reasoning  
  
The way of reasoning is the most primitive way. This method solves the simplest logical tasks. His idea is that we conduct reasoning using consistently all the conditions of the problem, and we come to a conclusion, which will be the answer of the problem.

To get acquainted with this method, you can use the following example.

**Example 1.** You are invited to conclude the following contract. Within one month (30 days) you will be paid 1thousand $ daily. During this time, you will pay 1 cent on the first day, and in each next day to double what was paid to the previous one (ie on the second day - 2 cent, in the third - 4 cent, etc.). Would you agе ree to such conditions?

**Пример1.**Вам предлагается заключить следующий договор. В течение одного месяца (30 дней) вам будет ежедневно выплачиваться по 1тыс.долларов. На протяжении этого времени вы будете платить кредитору в первый день 1 цент, а каждый следующий день удваивать то, что платили в предыдущий (т.е. во второй день – 2 цента, в третий – 4 цента и т.д.). Согласитесь ли вы на такие условия?

Решение. За 30 дней мне заплатят 30 тыс.долларов. = 30 тыс.долларов.

Я же заплачу: За 1-й день – 1 цент, за 2-ой день – 2 цент, за 3-й день – 4 цента,… за 11 день – 10 долларов 24 цента, … за 21 день – 10485 долларов 76 центов, за 30-й день – 5368709 долларов 12 центов. За 30 дней общая сумма, которую мне придется выплатить, составит 10 737 418 долларов 23 цента, т.е. примерно в три раза больше того, что я получу.

Следовательно, не соглашусь на такие условия.

**Example 2.** The lessee pays the owner of the land 72 thousand conventional units in a year. He divides the rented land into plots that sublet to 8 thousand units per sublease for each year. At the same time, the tenant's annual income cost as much as the rent of a square equal to four plots.

1) How many plots does the sub-tenant lease?

2) What is the profit of the lessee?

**Пример 2.** Арендатор платит собственнику земли 72 тыс. у.е. в год. Арендуемую землю он делит на участки, которые сдает в субаренду по 8 тыс. у.е. за каждый в год. При этом годовой заработок арендатора составляет столько, во сколько ему обошлась аренда площади, равной четырем участкам.

1. Сколько участков сдает арендатор в субаренду?
2. Чему равна прибыль арендатора?

*Решение.Обозначим через x количество участков для субаренды. Тогда выручка за субаренду составит 8x, годовой заработок будет равен 4 и условие задачи запишется так:*

*8x -72 = 4.*

*После преобразований:*

*8x -72- =0, - 9x – 36 = 0.*

*Решая квадратное уравнение по стандартной формуле, получим:*

*x1,2 = = ± = ± ;*

*x 1 = 12 (x 2 не подходит, так как отрицательно).*

*Следовательно: 1) количество участков равно 12;*

*2) прибыль арендатора равна 12 8 – 72 = 24 тыс. у.е.*

О*твет:24 тыс.у.е*

**Example 3.** You were offered a deal: you put money in the bank. Where they double every month (by the end of the first month, they are twice as large, by the end of the second four times, etc.); For this you pay the bank monthly 2400 tg, which the bank withdraws from your money after each of their doubling. Isthisdealprofitableforyou?

**Пример 3**. Вам предложили сделку: вы кладете деньги на текущий счет в банке, где они каждый месяц удваиваются (к концу первого месяца их становится в два раза больше, к концу второго месяца в четыре раза и т.д.); за хранение вы платите банку ежемесячно 2400 тг., которые банк изымает из вашего текущего счета после каждого их удвоения. Выгодна ли для вас эта сделка?

***Решение.*** *Все зависит от того, сколько денег было вложено вначале. Если в начале сделки вы располагали всего 2100 тг, то к концу первого месяца их станет*

*2100 2 −2400 = 1800 тг.,*

*к концу второго месяца:*

*18002 −2400 = 1200 тг.,*

*К концу третьего месяца:*

*12002 – 2400 = 0 тг.*

*И на этом сделка закончится с вашим убытком в 2100 тг.*

*Нетрудно сообразить, что для успеха сделки ваш первоначальный вклад должен быть больше, чем та сумма, которую вы должны ежемесячно выплачивать банку. Математически это условие запишется так. Обозначим необходимую для второй сделки сумму первоначального вклада через . Тогда 2 - 2400>, откуда видно, что>2400 тг.*

**Example 4.** Two partners in the partnership, Semenov and Fedorov, agreed to have a common bank account, from which they will withdraw a fixed amount each month. It is calculated that if the account is used only by Semenov, then he will exhaust it in a year, and if Semenov and Fedorov together - that for 8 months. How much time would have spent money onе Fedorov?

**Пример 4.**Двое партнеров по товариществу, Семенов и Федоров, оговорились иметь общий счет в банке, с которого будут снимать в течение каждого месяца определенную фиксированную сумму каждый. Рассчитано, что, если счетом станет пользоваться только Семенов, то он исчерпает его за год. А если и Семенов и Федоров – то за 8 месяцев. За сколько времени израсходовал бы деньги один Федоров?

*Решение. Если бы у партнеров было 8 общих счетов, Семенов израсходовал бы их за 12мес.×8 = 96 мес. А Семенов и Федоров за 96 месяцев израсходовали бы =12 счетов. Теперь понятно, что за эти же 96 месяцев израсходовал бы 12 счетов – 8 счетов = 4 счета. Отсюда понятно, что один счет Федоров пособен израсходовать за = 24 месяца.*

*Ответ: 24 месяца.*

**Example 5.** Accordingly to the contract, one $ is paid to the employee on the first day of work, in the second – two $, in the third – three $ , etc. How much money will he earn in a hundred days? (Try to solve this task verbally and quickly.)

**Пример 5.** По договору работнику в первый день работы выплачивается один рубль, во второй – два, в третий – три и т.д. Сколько денег он заработает за сто дней?

*Решение.Для быстрого решения задачи нужно сообразить, что сумма последовательных чисел от 1 до 100 складывается из следующей суммы пар чисел: 1-го с последним, 2-го с предпоследним и т.д. Каждая такая пара равна сумме 101, а всего таких пар 50. Итак, нужно просто умножить 101 на 50, что легко сделать устно: 1015 = 5050 $*

*Ответ:5050 $*

**Example 6.** At a business meeting, all participants concluded 105 paired contracts - each concluded by the one contract. How many participants were there? (Try to solve this problem by sight).

**Пример 6.** На деловой встрече все участники заключили между собой 105 парных договоров – каждый по одному договору. Сколько было участников совещания?

*Решение. Обозначим количество участников деловой встречи через x. Тогда количество договоров, заключенных каждым из участников, будет x-1 (исключается договор с самим собой). А всего договоров на встрече было заключено x(x-1). Но эти договора должны быть парными (на двух участников – один договор). Поэтому договоров будет в два раза меньше: . Следовательно, =105, откуда x=15.*

**Example 7.** On Saturday afternoon, Armand sent m text messages each hour for 5 hours, and Tyrone sent p text messages each hour for 4 hours. Which of the following represents the total number of messages sent by Armand and Tyrone on Saturday afternoon?

1. 9m\*p
2. 20m\*p
3. 5m + 4p
4. 4m+5p

**Пример 7.** В субботу Арманд посылал m текстовых сообщений каждый час в течение 5 часов, а Тайрон - p текстовых сообщений каждый час в течение 4 часов. Какой из нижеприведенных ответов соответствует общему количеству сообщений, отправленных Армандом и Тайроном в субботу?

*Решение. Арманд выслал 5m сообщений, а Тайрон 4 р сообщений. Вместе они выслали сообщений: 5m +4р. Ответ: c).*

**Example 8.** How much will lose 100 kg of apricots in drying, if the water in apricots is 90%, and in dried apricots (dry apricots) - three times less? (Try first to solve this problem by eye).

**Пример 8.** Сколько потеряют в весе 100 кг абрикосов при сушке, если воды в абрикосах 90%, а в кураге (сухие абрикосы) – в три раза меньше?

*Решение: Вначале сообразим, что в 100 кг абрикосов сухое вещество составляет 10%, то есть весит 10 кг. Далее, обозначая вес кураги через , можно записать условие задачи следующим образом: 0,3=,*

*откуда =14,3 кг, а искомая потеря в весе составила 100-14,3=85,7 кг*

*Ответ: 85,7 кг*

**Example 9.** When hiring a manager to work in a contract, it was stated that for the year he would be paid a salary of 500 thousand units. And a premium in the form of a TV or other thing of similar value, which is issued in advance at the beginning of the year. The manager broke the contract, after working for 7 months. Upon dismissal, he received 240 thousand units. How many conventional units was evaluated the premium awarded to him at the beginning of the year?

**Пример 9.** При найме менеджера на работу в контракте было указано, что за год ему будет выплачиваться зарплата в размере 500 тыс. у.е. и премия вденежном выражении, которая выдается авансом в начале года. Размер премии эквивалентен стоимости телевизора или другого предмета первой необходимости. Менеджер разорвал контракт, проработав 7 месяцев. При увольнении он получил 240 тыс. у.е. Во сколько у.е была оценена выданная ему в начале года премия?

***Решение:*** *Средняя месячная оплата труда менеджера составляет:*

*=52 тыс.ед. в месяц.*

*За 7 месяцев зарплата в деньгах составит:52 тыс. у.е. ×7 = 364 тыс.у.е.*

*Но за это время менеджер уже получил 240 тыс. у.е. Следовательно, премия оценена в 364 – 240 = 124 тыс. у.е.*

*Ответ: 124 тыс. у.е.*

**Example 10.** Firm A is twice old than firm B. It is known that when firm B lasted for 8 years, firm A celebrated its 31st anniversary. Howoldarethefirms?

**Пример 10.** Период деятельности фирмы А в двараза больше, чем у фирмы Б. Известно, что когда фирма Б просуществовала 8 лет, фирма А отметила свое 31-летие. Сколько лет фирмам?

***Решение.***  *Срок деятельности фирмы Б равен 31 – 8 = 23 года.*

*Срок деятельности А равен 23×2=46 лет.*

*Ответ: 23 и 46.*

**Example 11.** For the construction of a typical building, construction company No. 1 spends 3 years, enterprise No. 2 -2 years, enterprise No. 3 - 4 years, and the enterprise No. 4-1 year. How long will the houses be built by the four construction companies jointly?

**Пример 11.** На строительство типового здания строительное предприятие №1 тратит 3 года, предприятие №2 – 2 года, предприятие №3 – 4 года, а предприятие №4 – 1 год. За сколько времени построят дом четыре строительных предприятия совместно?

***Решение:*** *Находим, какие доли дома (производительность труда каждой организации) строительные организации строят за один год, и суммируем эти доли: дома. Исходя из того, что эта суммарная доля строится за 365 дней, рассчитываем (из пропорции), за сколько дней строится единица дома:*

*= 175дня. Ответ: 175дня*

*.*

**Example 12.**The manager spent half of the working time in his office, then he circumambulated the enterprise until half of the time that he worked in the office was left. What part of his working time did the manager spend to circumvent the enterprise?

**Пример 12.** Половину рабочего времени менеджер провел в рабочем кабинете, затем он совершал обход предприятия до тех пор, пока не осталось половину того времени, что он работал в кабинете. Какую часть своего рабочего времени менеджер потратил на обход предприятия?

***Решение.*** *Когда менеджер начал обход, у него оставалась половина рабочего времени. Эта половина состоит из трех частей: две – на обход и одна - в кабинете. Следовательно, на обход менеджер затратил от половины, т.е. рабочего времени.*

*Ответ:*

**Example 13.** A distributor of bottled milk receives goods from two suppliers. Each put the same amount of goods, but of different quality. Therefore, the prices are different: expensive milk is sold for 1 U.S. For 1 liter, and cheap - for 2 liters. The seller decided to mix both products and sell the mixture for 2 U.S. For 3 liters. After all the goods were sold, the merchant missed 50 Units, which he would receive if he sold milk without mixing. How much did the seller lose and purchased on each kind of milk, selling the mixture?

**Пример13.** Торговец разливным молоком получает продукцию от двух поставщиков. Каждый поставил одинаковое количество молочной продукции, но разного качества. Поэтому и цены разные: дорогое молоко продается по 1 у.е. за 1 литр, а дешевое – за 2 литра.

Продавец решил смешать оба продукта и продавать смесь по 2 у.е. за 3 литра. После того как весь товар был продан, торговец недосчитался 50 у.е., которые он получил бы, если бы продавал молоко, не смешивая. Сколько продавец потерял и приобрел на каждом виде молока, продавая смесь?

***Решение.***

1. *Литр дорогого молока продавался за 1 у.е., а литр дешевого – за у.е. Литр смеси стоил = у.е. А фактически продавался за у.е.*
2. *Таким образом, торговец на каждом литре терял* : - =
3. *Поскольку всего он потерял 50 у.е., значит, было продано 50:*

\**600 литров смеси, в которой каждого вида молока было 600:2= 300 л.*

1. *За 300 л дорогого молока можно было получить:300×1 = 300 у.е.,*

*а за 300 л дешевого - 300× = 150 у.е.*

*Фактически за 300 л смеси было получено 300 × = 200 у.е*

1. *Следовательно, на дорогом молоке потеряно 300 -200 =100 у.е.,*

*а на дешевом приобретено 200 – 150 =50 у.е.*

*Ответ:на дорогом молоке потеряно 300 -200 =100 у.е.,*

*а на дешевом приобретено 200 – 150 =50 у.е.*

**Example 14.** The truck with the container containing the goods, passed weighing, which showed mass. Equal to 8 tons. It is known that the car weighs 2 tons more than the container with the goods, and the goods account for 50% of the weight of the container. Howmuchdoestheproductweigh?

**Пример 14.**Грузовой автомобиль с контейнером, содержащим товар, прошел взвешивание, которое показало массу равную 8 т. Известно, что автомобиль весит на 2 т больше, чем контейнер с товаром, а товар составляет 50% веса контейнера. Сколько весит товар?

***Решение.*** *Обозначая вес контейнера с товаром через x, а вес контейнера через y, можно записать условие задачи так: x+(x+2) =8, откуда x=3т;*

*3=y+0,5 y, откуда y=2т.*

*Следовательно, вес товара равен 3-2=1т. Ответ: 1т.*

**Example 15.**The solution contains 5% salt. How much water should I add to 40 kg of solution, so that the salt concentration is 2%?

**Пример 15.Раствор содержит 5% соли. Сколько воды нужно добавить к 40 кг раствора, чтобы концентрация соли составляла 2% ?**

*Решение. Находим вес соли в 40 кг раствора 405/100=2 (кг).  
Находим вес раствора, которая содержала 2% соли (2 кг)   
2% – 2 кг   
100 % –Х кг  
или  х=1002/2=100 кг.  
Сейчас у нас есть 40 кг раствора, поэтому нужно добавить100-40=60 кг воды.*

*Ответ: 60 кг.*

**Example 16.** How can 4 cars be divided between the owners' crowns so that neither of them gets more than the others?

**Пример 16.** Как 4 автомобиля разделить между тремя совладельцами так, чтобы ни один из них не получил больше, чем остальные?

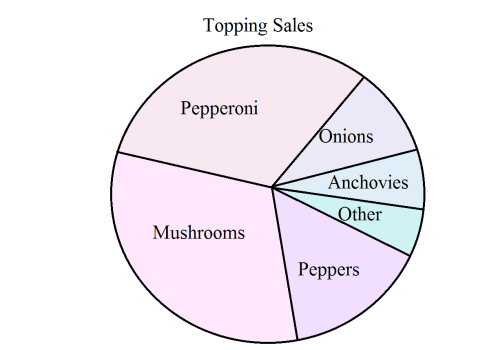
***Решение:*** *Первому – два автомобиля, второму и третьему - по одному (первый получает не больше, чем второй и третий вместе).*

**Example 17.** Unit of goods weighs 150 g. How many will weigh a million units of such goods?

**Пример 17.**  Единица товара весит 150 г. Сколько будет весить миллион единиц таких товаров? *Ответ: 150т.*

**Example18.** According to the circle graph, how many of the pizza toppings individually represent more than 25 percent of total sales?

1. one
2. two
3. three
4. four



**Пример 18.**По данной окружности (круговой диаграмме) определите, сколько видов пиццы составляет более 25 процентов от общего объема продаж.

А) один

В) два

С) три

Д) четыре

*Решение. На круговой диаграмме видно, что 2 вида пиццы, Pepperoni и Mushrooms, каждая занимают более четверти всей диаграммы.*

**Example19.**The seller of immovablereceived for two apartments 264 thousand conventional units. At the same time at the first apartment, he earned 20% of profit, and at the second one suffered the same loss. The total profit was 10%.What price did the merchant pay for the apartment?

**Пример 19.**Торговец недвижимостью получил за две квартиры 264 тыс. у.е. При этом на первой квартире он заработал 20% прибыли, а на второй понес такой же убыток. Общая прибыль при этом составила 10%. Какую цену торговец заплатил за квартиру?

***Решение.*** *Обозначим стоимость первой квартиры при ее покупке через x, а второй - через y. Тогда условие задачи можно записать так:*

*1,2x + 0,8y = 264 тыс. у.е. (1)*

*(x + y)1.1 = 264 тыс. у.е. (2)*

*Из (1) следует, что y = .*

*Подставляя значение y в (2), получим:*

*x + () 1,1 = 264, откуда x= 180 тыс. у.е.*

*y = = 60 тыс. у.е*

*.*

**Section 8. The method of diagrams (Venn diagram)**      Calculation of tasks usually begins with the phrase "How much ..." or "In how many directions ...". It is the best to consider the methods of counting by example.

The Euler-Venn diagram is a geometric diagram that helps to find or make more logical connections between phenomena and concepts. And it also helps to depict the relationship between any set and it’s part, or you can depict the relationship between subsets, for visual representation.

The Euler-Venn diagram has an applied purpose, that is, with their help in practice, problems are solved for the union or intersection of sets in mathematics, logic, management, etc.

**Раздел 8.Метод диаграмм (Диаграмма Венна)**

Расчёт задач обычно начинается с фразы «Сколько ...» или «В скольки направлениях ...». Лучше всего рассмотреть методы подсчета на примере.

Диаграмма Эйлера-Венна – это геометрическая схема, которая помогает находить или делать более наглядными логические связи между явлениями и понятиями. А так же помогает изобразить отношение между каким-либо множеством и его частью или можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.

  Диаграмма Эйлера-Венна имеют прикладное назначение, т.е с их помощью на практике решаются задачи на объединение или пересечение множеств в математике, логике, менеджменте и т.д

**Example 1.** A certain sports club has 50 members. Of these, 35 golf, 30 hunt, and 18 do both. How many club members do neither?

**Пример 1.** В спортивном клубе зарегистрированы 50 членов. Из них 35 занимаются гольфом, 30 охотой, 18 человек занимается и гольфом и охотой. Сколько человек не занимаются ни одним видом спорта?

*Решение. Прибавить 35 к 30, затем вычесть 18 , которые засчитывались дважды. Тогда 47 человек это те, кто играют в гольф, ходят на охоту или занимаются и тем, и другим. Тогда 3=(50-47)не занимаются ничем.*

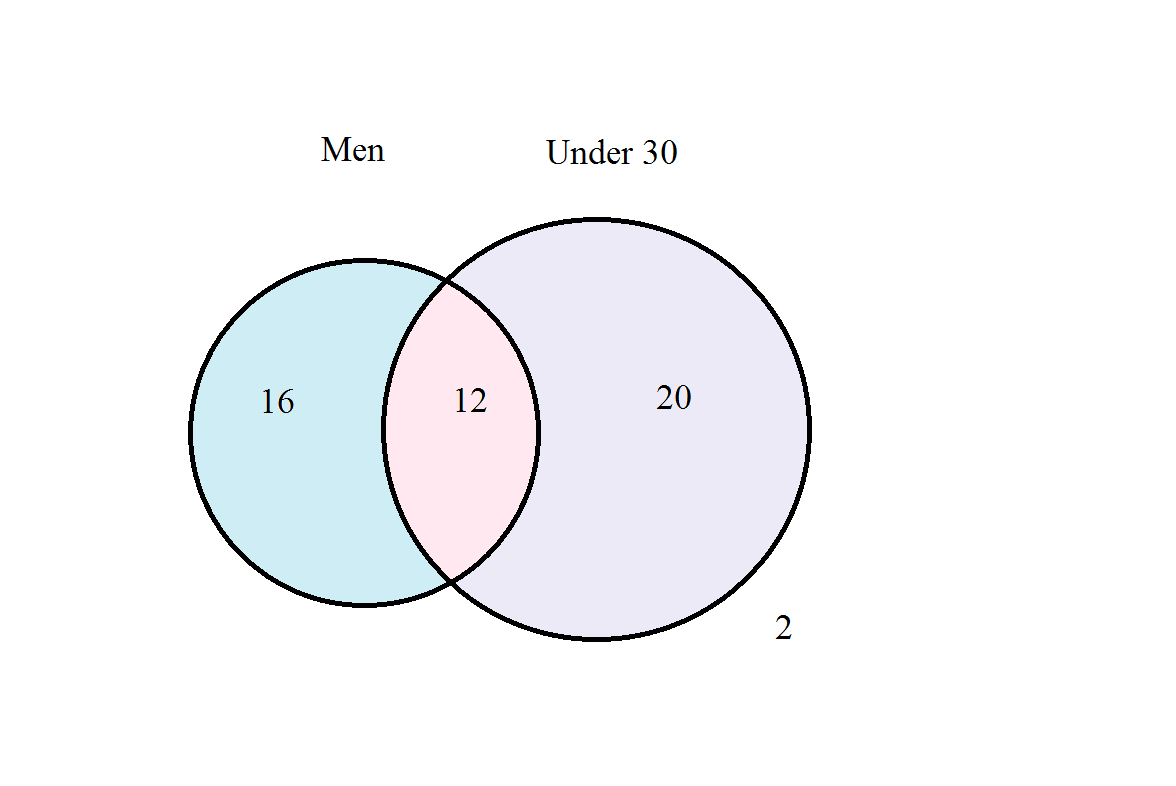
*Ответ: 3 чел.*

**Example 2.** There are 50 people in a room. Twenty- eight are male, and 32 are under the age of 30. Twelve are males under the age of 30. How many women over the age of are in the group?

a) 2 b)3 c) 4 d) 5 e) 6

**Пример 2.**В комнате находятся 50 человек. Двадцать восемь мужчин и 32 человека моложе 30 лет. Двенадцать мужчин в возрасте до 30 лет. Сколько женщин в возрасте старше 30 лет входят в группу?

*Решение. Диаграмма Венна поможет Вам решить эту проблему:*

**

*Эти два круга представляют мужчин и людей, которым не более 30 лет, соответственно. Часть прямоугольника вне обоих кругов представляет людей, не принадлежащих ни к одной из категорий, то есть к женщинам старше 30 лет.*

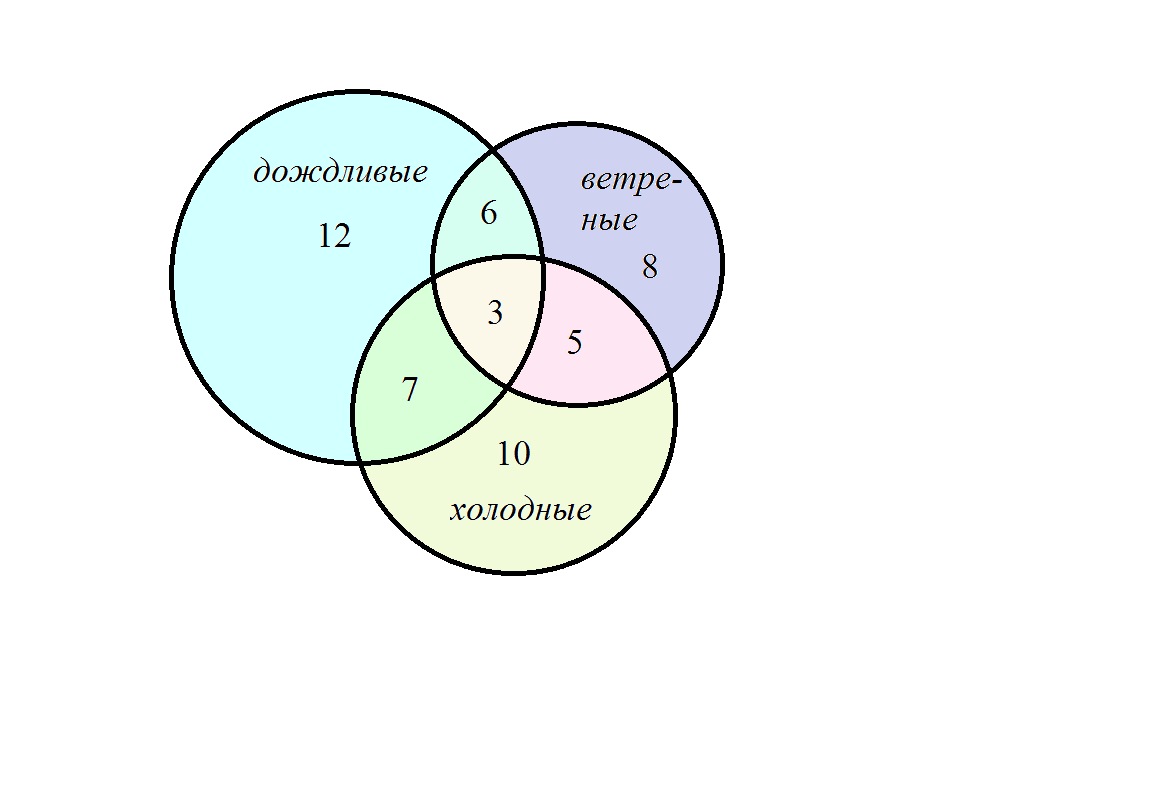
*Сначала запишите 12 мужчин, чей возраст меньше или равен 30 годам, на пересечении кругов. Поскольку в общей сложности 28 мужчин, 16 являются мужчинами и людьми старше 30 лет. Поскольку есть 32 человека в возрасте 30 лет и менее, то есть 20 женщин этого возраста. Сложив 28 мужчин и 20 женщин до 30 лет получим 48 человек. Поскольку в группе 50 человек, 2 должны быть женщинами старше 30 лет.*

*Ответ: 2 чел*

**Example 3.** In September there were 12 rainy days, 8 windy, 10 cold, 6 and rainy, and windy; 7 and rainy and cold; 5 and windy, and cold; Day and rainy, and windy and cold. HowmanydaysinSeptemberwastheweathernice?

**Пример 3.**В сентябре было 12 дождливых дней, 8 ветреных,10 холодных, 6 и дождливых, и ветреных; 7 и дождливых, и холодных; 5 и ветреных, и холодных; 3 дня и дождливых, и ветреных и холодных. Сколько дней в сентябре была хорошая погода?

*Решение. Чтобы ответить на вопрос, построим диаграмму Венна и воспользуемся формулой «включения и исключений»: n(AυB)=n(A)+n(B)-n(AB)*

**

*Введем следующие обозначения:*

*А-множество дождливых дней: n(A)=12*

*В-множество ветреных дней: n(B)=8*

*С-множество холодных дней: n(C)=10*

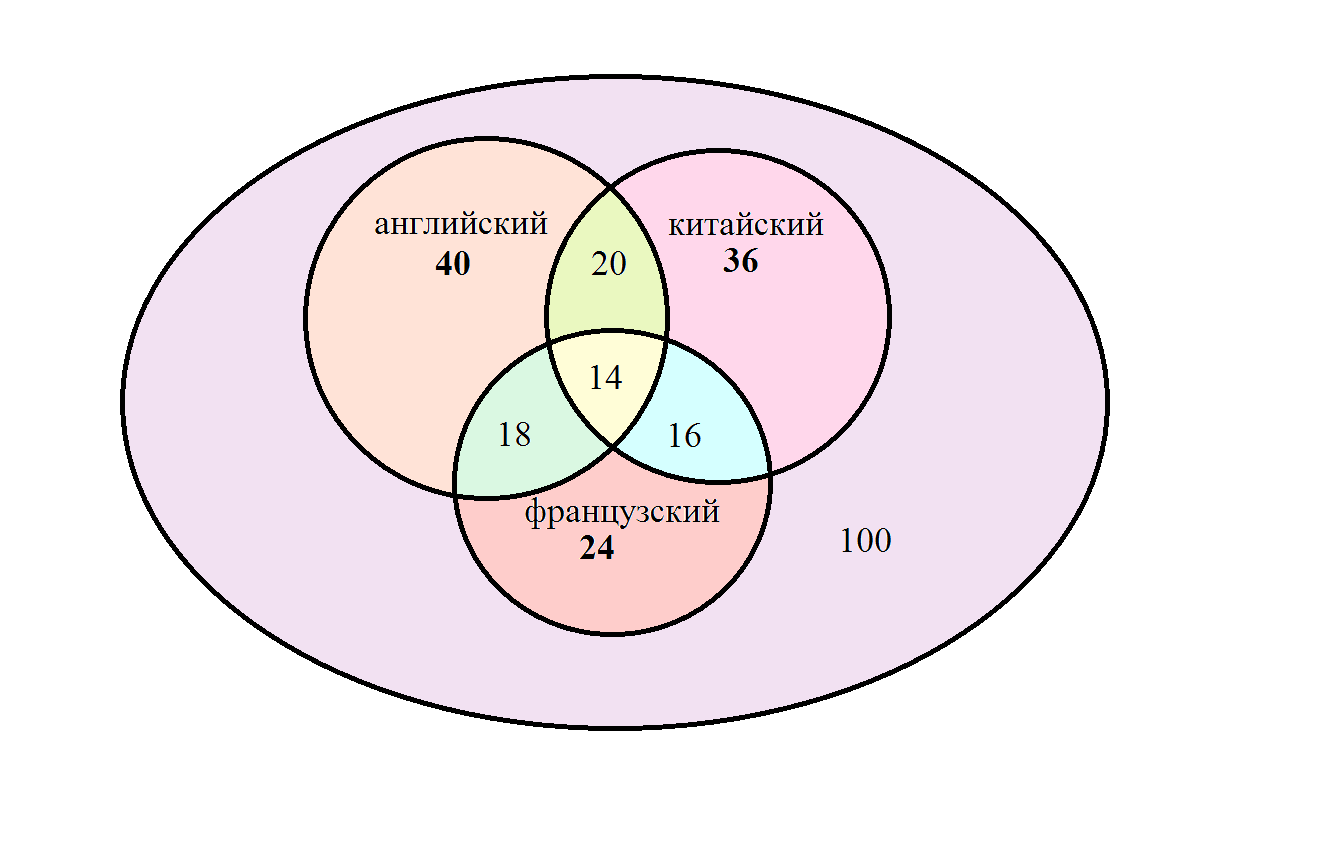
*D-множество хороших дней. Тогда: n(AB)=6, n(AC)=7, n(BC)=5,n(ABC)=3*

*n(AυBυC)=n(A)+n(B)+n(C)-n(AB)-n(AC)-n(BC)+n(ABC)=12+8+10-6-7-5+3=15D=30-15=15Ответ:15 дней*

**Example 4.** 100 students study in one stream of the University of Foreign Languages. 40 of them study English, 36 study Chinese and 20 study French, including 24 students, who besides of English study Chinese, 16 students study both languages: Chinese and French, 18 students have English and French, and 14 study English, Chinese and French. Find the number of students who don’t study this languages.

**Пример 4.**На первом курсе университета иностранных языков учатся 100 студентов. Среди них 40 изучают английский, 36 – китайский и 20 – французский, в том числе 24, помимо английского, изучают китайский, 16 изучают и китайский, и французский, 18 студентов – английский и французский, а 14 изучают и английский, и китайский, и французский. Найдите количество студентов, которые не изучают ни один из вышеперечисленных языков?

*Решение. Для решения таких задач лучше всего составлять логические схемы:*

**

*Введем следующие обозначения :*

*А – количество студентов, изучающих английский язык: n(A)= 40*

*В– количество студентов, изучающих китайский язык: n(B)= 36*

*С– количество студентов, которые изучают французский язык: n(C)= 20*

*D–количествостудентов, которые не изучают ни один из вышеперечисленных языков: n(AB)= 30, n(AC)= 16, n(BC)= 18,n(ABC)= 14.*

*Сначала найдем количество тех студентов, которые изучают английский, китайский и французский языки. Для этого применим правило включения и исключения:n(AυBυC)=n(A)+n(B)+n(C)-n(AB)-n(AC)-n(BC)+n(ABC)=40+36+20-24–16– 18+14= 52*

*Тогда количество студентов, которые не изучают ни один из вышеперечисленных языков D = 100 – 52= 48 человек*

*Ответ: 48 чел*

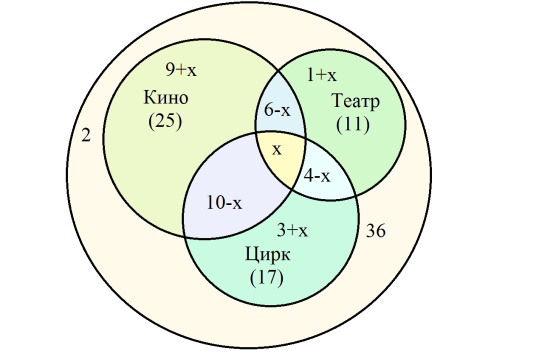
**Example 5.**  After the summer holidays, the teacher asked which of the guys went to the theater, cinema or circus. It turned out that of the 36 pupils of the class, two were not in the movies. Neither in the theater, nor in the circus. In the cinema, visited 25 people, in the theater - 11, in the circus 17 people; And in the cinema, and in the theater - 6; And in the cinema and in the circus - 10; And in the theater and circus - 4.

How many people have been to the cinema, the theater, and the circus?

**Пример 5.** После летних каникул учитель спросил, кто из ребят ходил в театр, кино или цирк. Оказалось, что из 36 учеников класса двое не были ни в кино. ни в театре, ни в цирке. В кино побывало 25 человек, в театре - 11, в цирке 17 человек; и в кино, и в театре - 6; и в кино и в цирке - 10; и в театре и в цирке - 4.Сколько человек побывало и в кино, и в театре, и в цирке?

*Решение. Задачу можно решить с помощью кругов Эйлера-Вена. Пусть х – количество ребят, которые побывали и в кино, и в театре, и в цирке.*

*Тогда можно построить следующую диаграмму и посчитать количество ребят в каждой области:*

****

В кино и театре побывало 6 чел., значит, только в кино и театре (6-х) чел.

Аналогично, только в кино и цирке (10-х) чел.Только в театре и цирке (4-х) чел.В кино побывало 25 чел., значит, из них только в кино были 25 - (10-х) – (6-х) – х = (9+х).Аналогично, только в театре были (1+х) чел.Только в цирке были (3+х) чел.Не были в театре, кино и цирке – 2 чел.Значит, 36-2=34 чел. побывали на мероприятиях.

С другой стороны можем просуммировать количество человек, которые были в театре, кино и цирке:(9+х)+(1+х)+(3+х)+(10-х)+(6-х)+(4-х)+х = 34

33+х = 34.Отсюда следует, что только один человек побывал на всех трех мероприятиях.*Ответ: 1 чел.*

**Example 6.**  There are 30 people in the team. 20 of them use the metro every day, 15 - by bus, 23 - by trolleybus, 10 - by metro, and by trolleybus, 12 - by metro, and by bus, 9 - by trolleybus and bus. How many people use all three modes of transport daily?

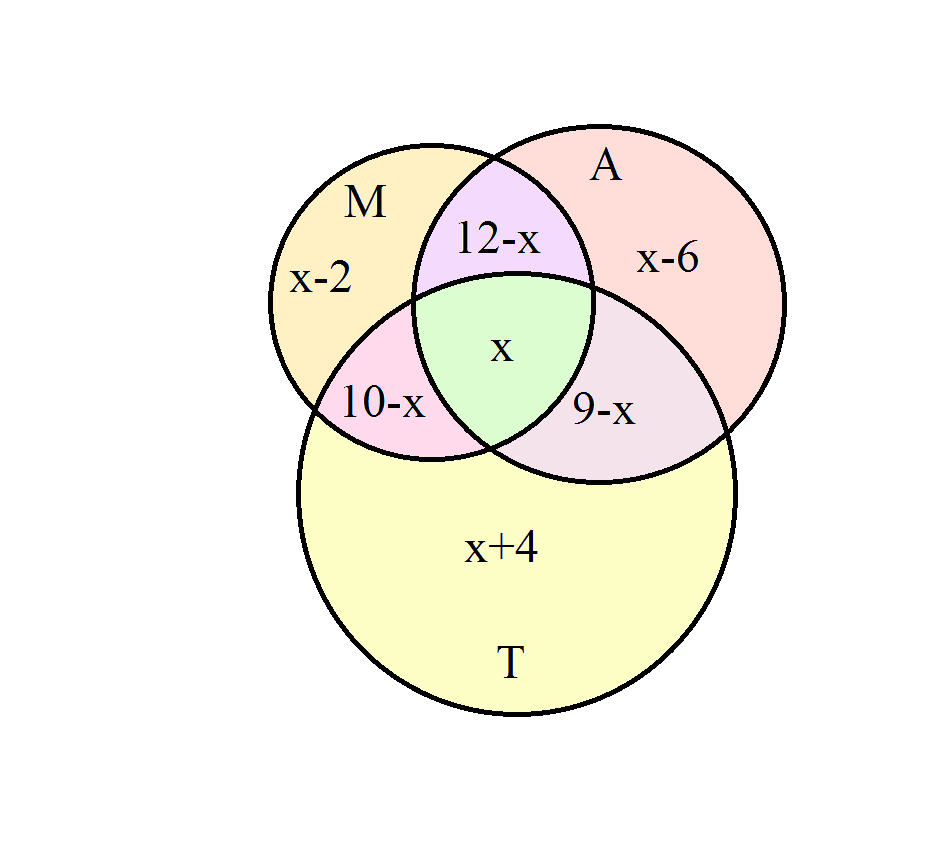
**Пример 6. В коллективе 30 человек. 20 из них каждый день пользуются метро, 15 – автобусом, 23 – троллейбусом, 10 – и метро, и троллейбусом, 12 – и метро, и автобусом, 9 – и троллейбусом, и автобусом. Сколько человек ежедневно пользуется всеми тремя видами транспорта?**

*Решение.* ***1 способ.****Для решения опять воспользуемся кругами Эйлера.*

*Пусть х человек пользуется всеми тремя видами транспорта. Тогда пользуются  
только метро и троллейбусом – (10 – х) человек,   
только автобусом и троллейбусом – (9 – х) человек,   
только метро и автобусом – (12 – х) человек.*

*Найдем, сколько человек пользуется одним только метро:   
20 – (12 – х) – (10 – х) – х = х – 2.*

*Аналогично получаем: х – 6 – только автобусом и х + 4 – только троллейбусом, так как всего 30 человек, составляем уравнение:   
х + (12 – х) + (9 – х) + (10 – х) + (х + 4) + (х – 2) + (х – 6) = 30,   
отсюда****х = 3.***



**2 способ*.****А можно эту задачу решить задачу другим способом: 20 + 15 + 23 – 10 – 12 – 9 + х = 30, 27 + х = 30,****х = 3****. Здесь сложили количество учеников, которые пользуются хотя бы одним видом транспорта и из полученной суммы вычли количество тех, кто пользуется двумя или тремя видами и, поэтому, вошли в сумму 2-3 раза. Таким образом, получили количество всех учеников в классе.*

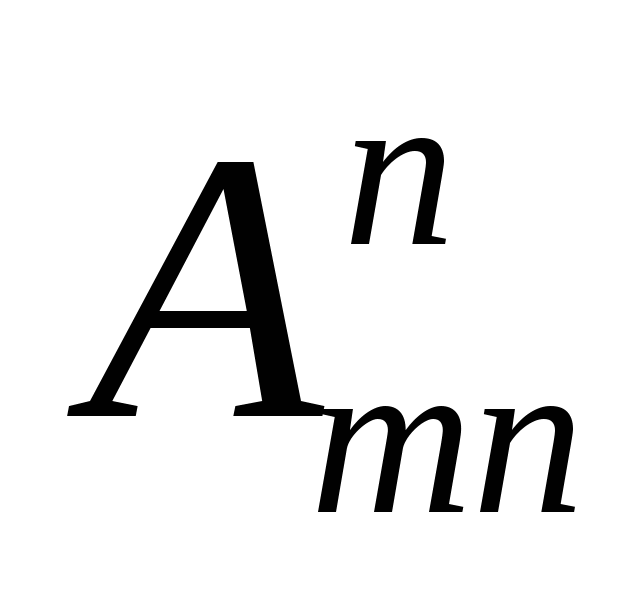
***Ответ. 3 человека ежедневно пользуются всеми тремя видами транспорта.***

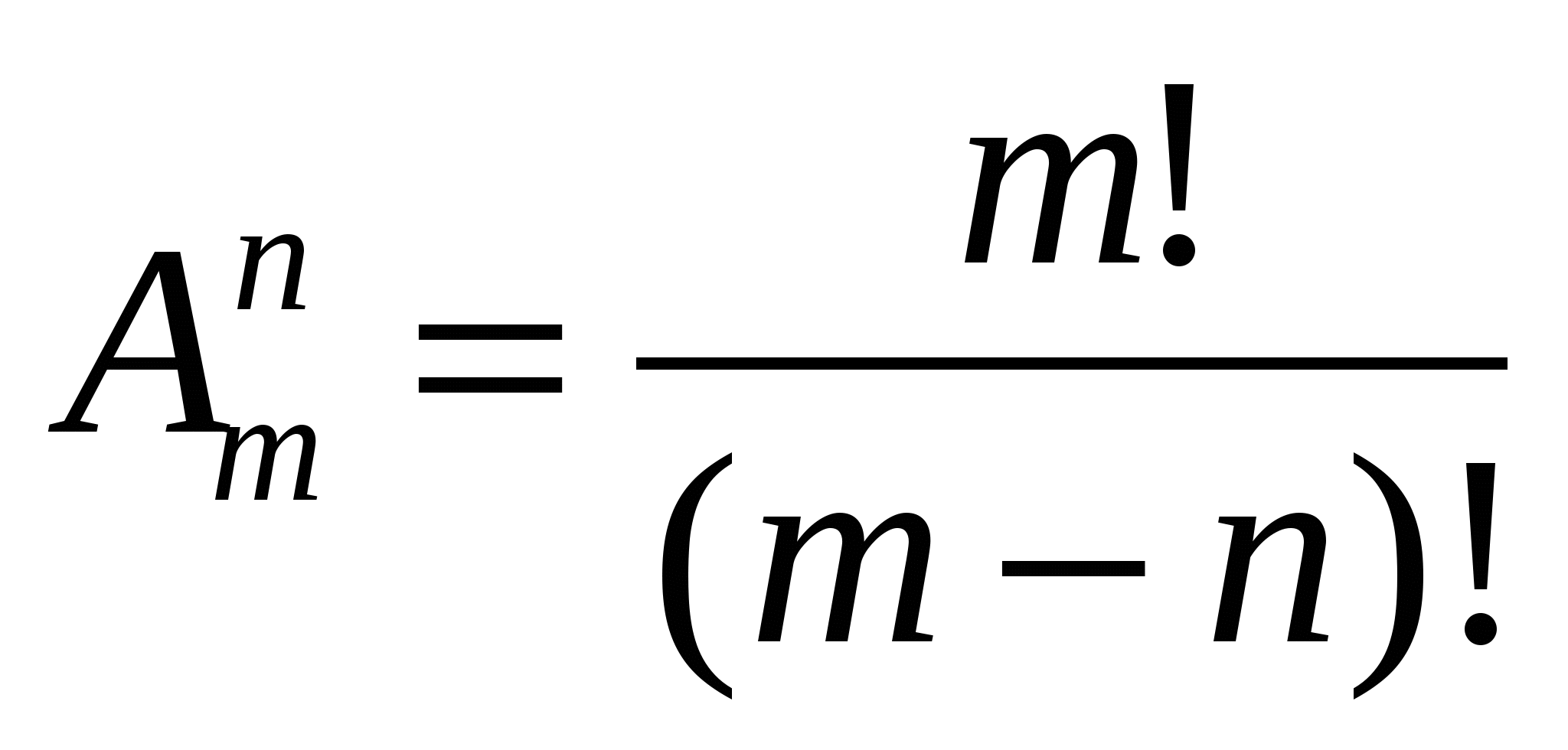
**Section 9.Probability Theory and Mathematical Statistics**

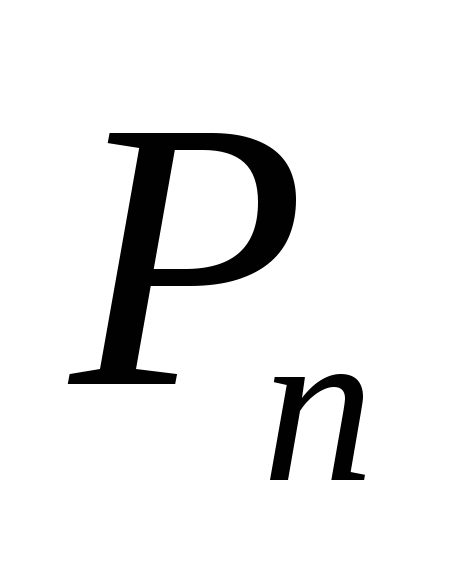
**Theme 1. Elements of combinatorics**

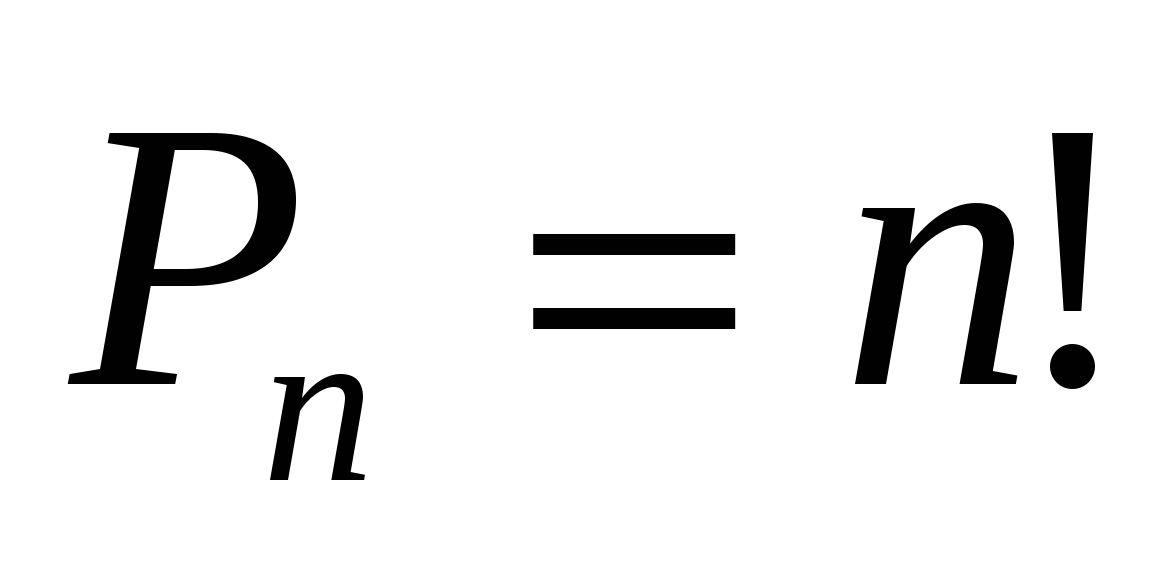
**Factorial, permutations, condinations**

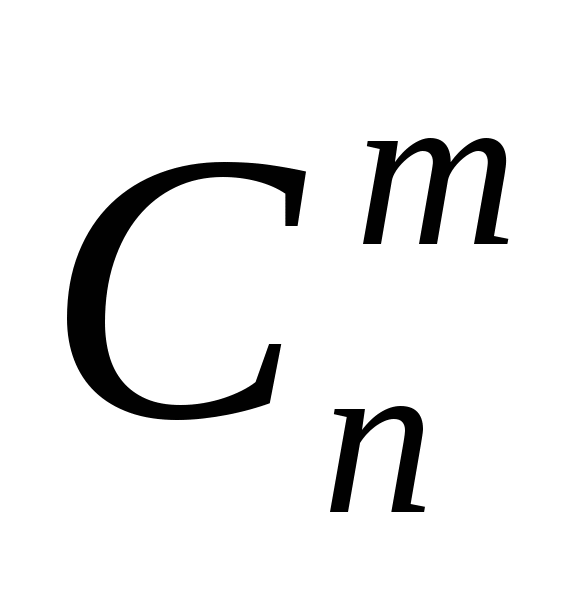
Combinatorics is the area of mathematics that studies questions about the number of different combinations (satisfying certain conditions) that can be made up of these elements.  
Groups composed of any elements are called compounds.  
There are three types of connections: placement, permutations and combinations.

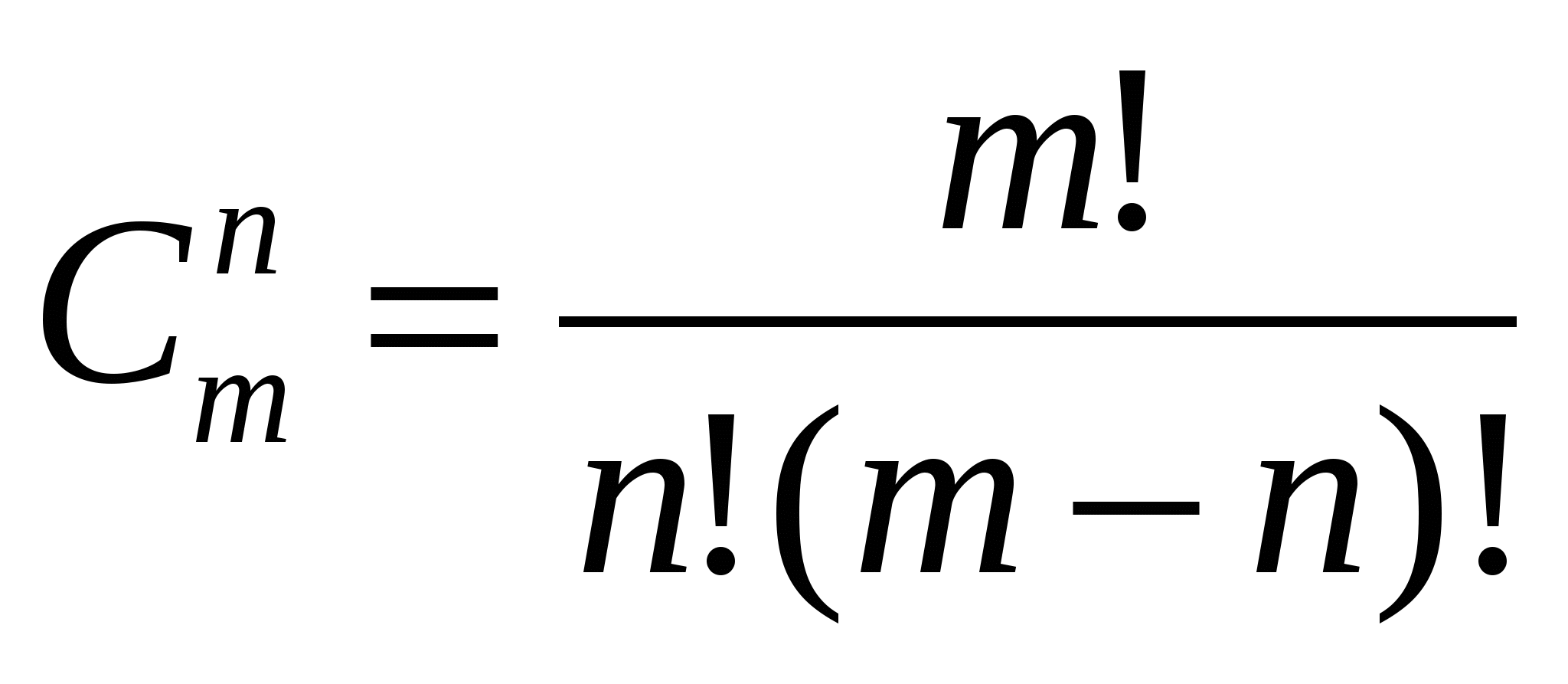
1) Placement.  
Definition. Placements from m elements with n elements (n ≤ m) are called such connections, each of which contains n elements taken from m data of different elements and which differ from each other either by the elements themselves or by the order of their arrangement.  
The number of locations from m elements to n is (from the French "arrangement" - "placement")  and is calculated by the formula:



2) Permutations.  
Definition. A permutation of n elements is the placement of n elements by n.  
The number of permutations from n elements is denoted and calculated by the formula:

  
   
A task. How many ways can you put three different color design details in a column?  
Answer: 6.

3) Combinations.  
Definition.  
The combinations of m elements with n elements (n ≤ m) are such connections, each of which contains n elements taken from m given elements, and which differ from each other by at least one element.  
The number of combinations of n elements in m is  (from the French "combination" - "combination") and is calculated by the formula:



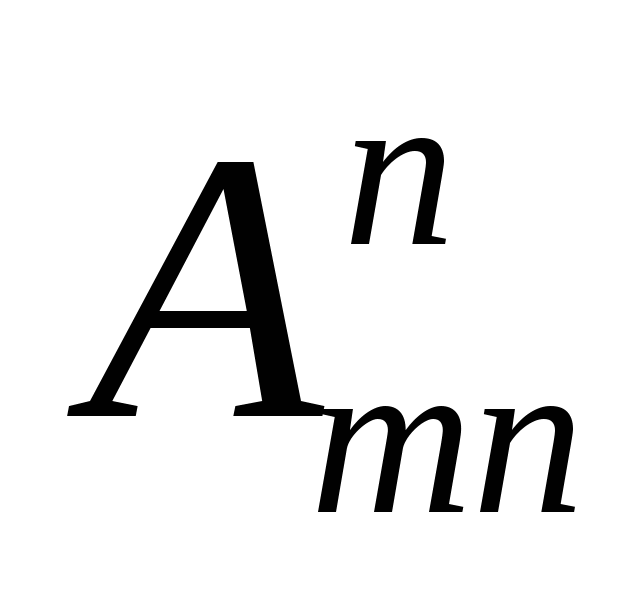
**Комбинаторикой**называют область математики, которая изучает вопросы о числе различных комбинаций (удовлетворяющих тем или иным условиям), которые можно составить из данных элементов.

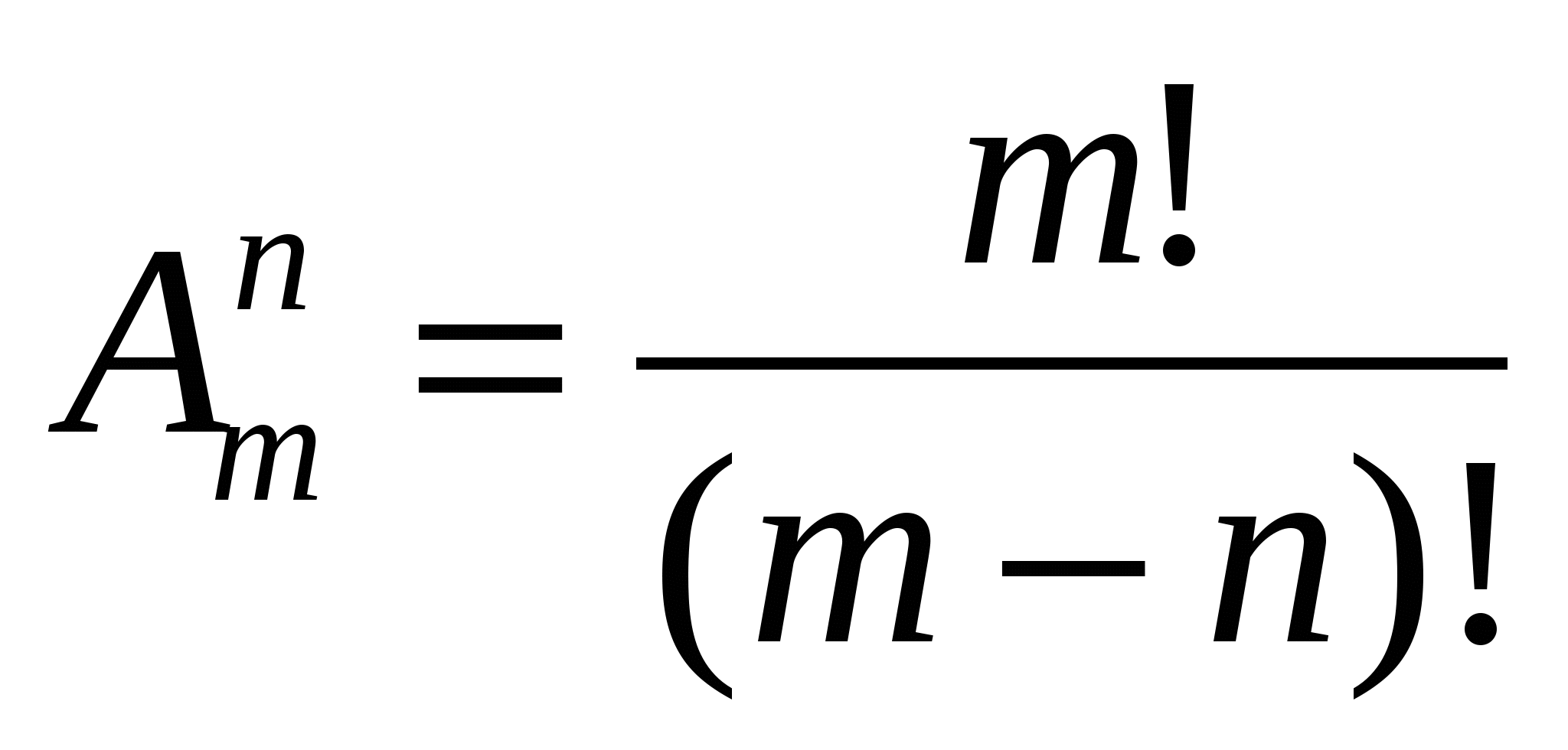
Группы, составленные из каких-либо элементов, называются **соединениями**.

Различают три вида соединений: **размещения**, **перестановки** и **сочетания**.

**1) Размещения.**

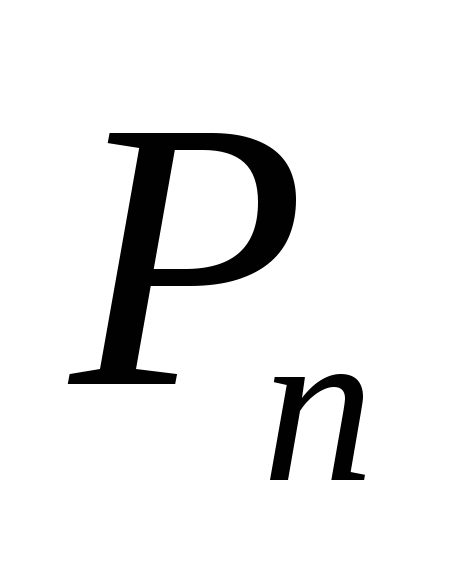
**Определение.** Размещениями из m элементов по n элементов ( n ≤ m ) называются такие соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из m данных разных элементов, и которые отличаются друг от друга либо самими элементами,**либо порядком их расположения.**

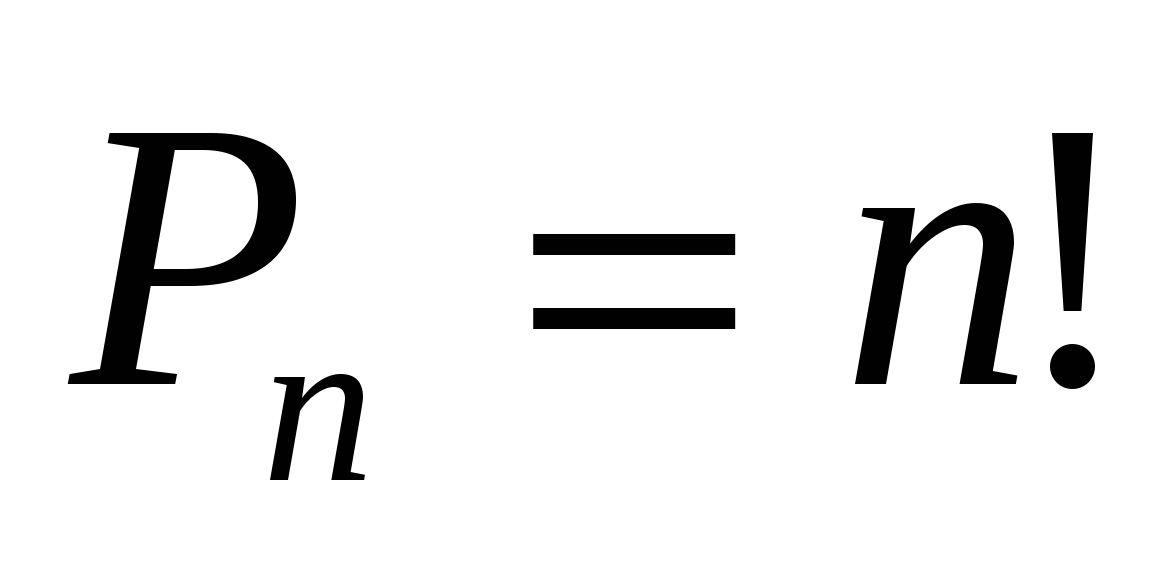
Число размещений из m элементов по n обозначают  (от французского «arrangement» - «размещение») и вычисляют по формуле:



**2) Перестановки.**

**Определение.** **Перестановкой из n элементов**называют размещение из n элементов по n.

Число перестановок из n элементов обозначается  и вычисляется по формуле:



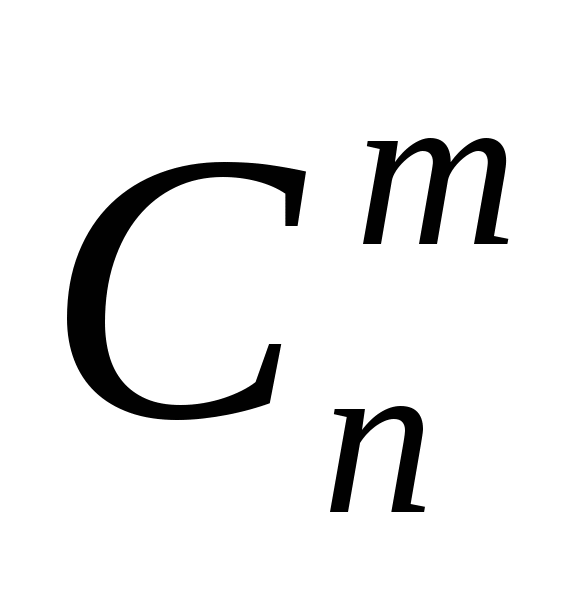
Задача. Сколькими способами можно расположить в столбик три детали конструктора, различающиеся по цвету?

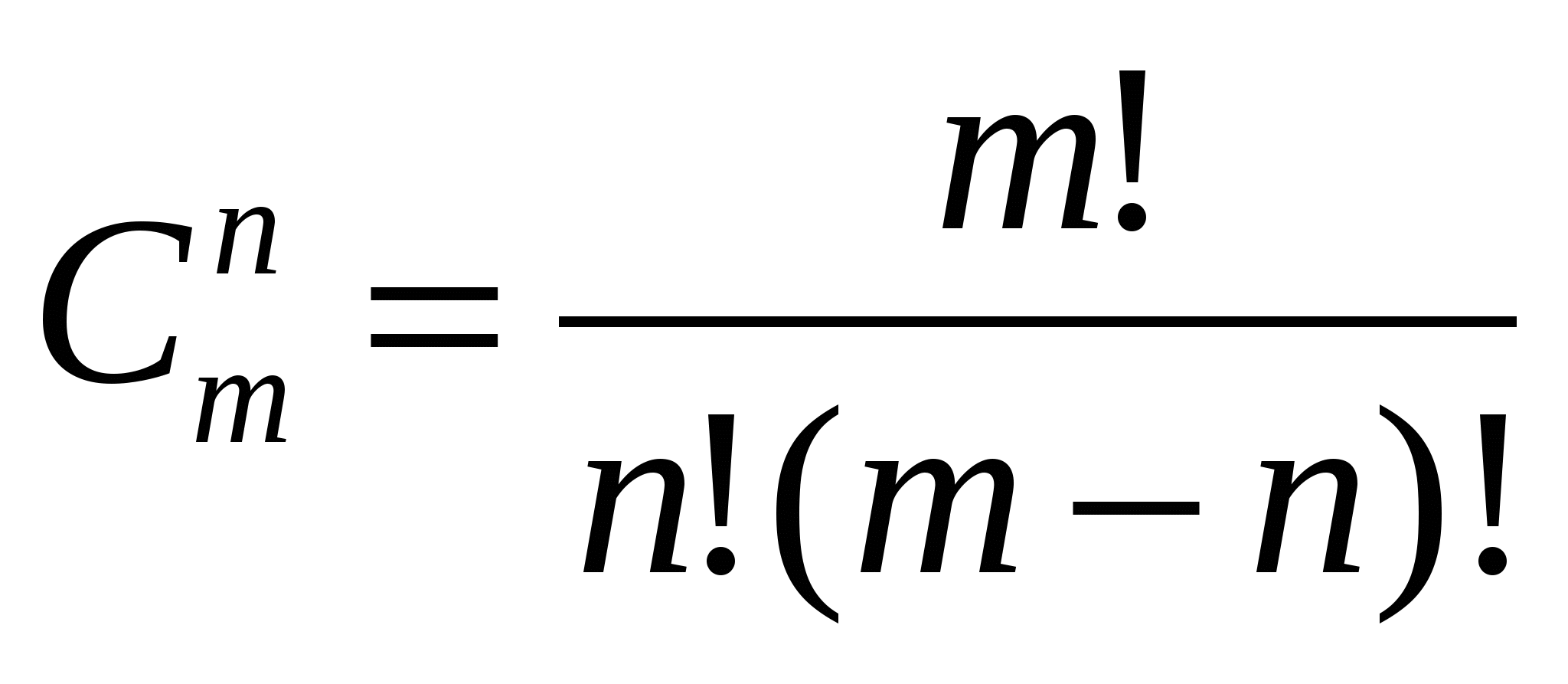
Ответ:6.

**3) Сочетания.**

**Определение.**

Сочетаниями из m элементов по n элементов ( n ≤ m ) называются такие соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из m данных элементов, и отличающиеся друг от друга по крайней мере одним элементом.

Число сочетаний из n элементов по m обозначают  (от французского «combination» - «сочетание») и вычисляют по формуле:



Ordering *n*Objects ( Factorial)

Six very good friends decide they will have hunch together every day. In how many different ways can they line up in the hunch line?

In this example of the multiplication rule asked for the number of ways 6 friends could stand in line. By using the multiplication principle, we found that there were 6\*5\*4\*3\*2 ways. A special notation for this product is 6! ­(6 factorial) In general the number of ways objects can be ordered is n!

**Раздел 9. Теория вероятностей и математическая статистика  
Тема 1. Элементы комбинаторики**

**Факториал , перестановки, комбинации**

Перевод и решение

Шесть хороших друзей решили пообедатьвместе. Сколькими способами

они могут выстроится в очереди?

Вэтом примере правила умножения требовалось определить число способов, которыми могли бы стоять в очереди 6 друзей. Используя принцип умножения мы обнаружили, что существует 6\*5\*4\*3\*2 способов. В общем случае число способов,которыми могут быть упорядочены объекты равно n !

Ordering *r* of *n*Objects ( Permutations)

The math team at East High has 20 members. They want to choose a president, vice president and treasurer. In how many ways can this be done?

Any one of the 20 members could be president. For each choice, there are 19

who could be vice president. Therefore, there are 20 • 19 • 18 = 6840 ways of choosing these three club officers.

The second example of the multiplication rule asked for the number of ways you could choose a first (president), second ( vice president),and third person

(secretary) out of 20 people ( r = 3, n = 20). The answer 20\*19\*18, or. In general,there arepermutations of r objects of n.This appears as in the calculator menu.

Перевод и решение

Задачи с помощью калькулятора

Заказ по r объектов из n (Перестановка)

Математическая команда имеет 20 членов. Они хотят выбрать президента, вице-президента и секретаря. Сколькими способами можно это сделать ?

Любой из 20 членов может быть президентом. Тогда любой из оставшихся 19 человек может стать вице-президентом.Тогда существует 380 (20 • 19) способов выбора президента и вице-президента, и существует 18 cпособов выбора секретаря. Поэтомуесть20 • 19 • 18 = 6840 способов выбора этих трех должностейвкоманде.

Во втором примере правила умножения нужно было определить количество способов, которыми вы могли выбрать первого (президента), второго (вице-президента) и третьего лица  (секретаря) из 20 человек (r = 3, n = 20). Ответ 20\*19\*18, или. В целом есть перестановкиr объектов изn. Этоотображаетсякаквменюкалькулятора.

Choosing *r* of *n* Objects (Combinations)

3.The student council at West High has 20 members They want to select a committee of 3 to work with the school administration on policy matters affecting students directly How many committees of 3 students are possible ?

In the third example of the multiplication rule,we were interested in choosing a committee of 3 where there was no distinction among members. Our approach was first to compute the number of ways of choosing officers and then dividing out the number of ways the three officers could hold the different offices. This led to the computation.In general, the number of ways of choosing *r* and *n* objects is.This quantity appears on the calculator menu as *n.* However, there is a special notation for combinations: a the number of ways *r* objects can be chosen from *n* .

Calculator commands for all three of these functions are in the MATH/PRB menu.

Перевод и решение

Совет студентов в West High имеет 20 членов. Они хотят выбрать комитет из 3 человек для работы со школьной администрацией по вопросам политики, напрямую затрагивающим учащихся. Сколько комитетов из трех студентов возможно?

Выбор по r объектов из n (комбинации)

В этом примере правила умножения мы интересовались выбором комитета из 3 человек, где не было никакого различия среди участников. Сначала нужно вычислить количество способов выбора чиновников и затем отделить количество способов, которыми эти три чиновника могли занимать различные посты. Это привело к вычислению . В общем, количество способов выбора r из n объектов равно .Это количество появляется в меню калькулятора как*n* Однако есть специальное примечание для комбинаций: n)= количество способов выбора rобъектов из n.

Команды калькулятора для всех трех из этих функций находятся в меню MATH/PRB.

**Example 1.** Six very good friends decide they will have hunch together every day. In how many different ways can they line up in the hunch line?

**Пример 1.** Шестеро хороших друзей решили пообедать вместе. Сколькими способами они могут выстроится в очереди?

*Решение. В этом примере по правилу умножения требовалось определить число способов, которыми могли бы стоять в очереди 6 друзей. Используя принцип умножения, мы обнаружим, что существует способов. В общем случае число способов, которыми могут быть упорядочены объекты равно n! Ответ: 720 способов*

**Example 2.**The math team at East High has 20 members. They want to choose a president, vice president and treasurer. In how many way scan this bed one?

**Пример 2.** Математическая команда имеет 20 членов. Они хотят выбрать президента, вице-президента и секретаря. Сколькими способами можно это сделать?

*Решение. Любой из 20 членов команды может быть президентом. Тогда любой из оставшихся 19 человек может стать вице-президентом. Тогда существует 380(2019) способов выбора президента и вице-президента, и существует 18 способов выбора секретаря. Поэтому есть2019 18 = 6840 способов выбора кандидатов на эти три должности в команде.*

*В этом примере по правилу умножения нужно было определить количество способов, которыми вы могли выбрать первое (президента), второе (вице-президента) и третье лицо (секретаря) из 20 человек (r = 3, n= 20). Ответ или. В целом есть перестановки r объектов из n. Это отображается как в меню калькулятора.*

*Ответ: 6840 способов*

**Example 3.**The student council at West High has 20 members. They want to select a committee of 3 to work with the school administration on policy matters affecting students directly. How many committees of 3 students are possible?

**Пример 3.** В студенческом совете университета West High 20 членов. Они хотят выбрать комитет из 3 человек для совместной работы со школьной администрацией по вопросам, затрагивающим студентов. Сколько комитетов из трех студентов возможно создать?

*Решение. В этом примере по правилу умножения мы интересовались выбором комитета из 3 человек, где не было бы никакого различия среди участников. Сначала нужно вычислить количество способов выбора участников и затем отделить количество способов, которыми эти три участника могли бы занимать различные посты. Это привело к вычислению . В общем, количество способов выбора r из n объектов равно . Это количество появляется в меню калькулятора как n Однако есть специальное примечание для комбинаций: n)= количество способов выбора r объектов из n.*

**Theme 2. Probability Theory**

Probability is based on observations of certain events. Probability of an event is the ratio of the number of observations of the event to the total numbers of the observations. An experiment is a situation involving chance or probability that leads to results called outcomes. An outcome is the result of a single trial of an experiment. The probability of an event is the measure of the chance that the event will occur as a result of an experiment.  
Probability of an event A is symbolized by P(A). Probability of an event A is lies between  0 ≤ P(A) ≤ 1.

Probability is the measure of how likely an event is. And an event is one or more outcomes of an experiment. Probability formula is the ratio of number of favorable outcomes to the total number of possible outcomes.

Probability Formula

Probability of an Event =

Measures the likelihood of an event in the following way:  
  
   - If P(A) > P(B) then event A is more likely to occur than event B.  
   - If P(A) = P(B) then events A and B are equally likely to occur.

**How to Solve Probability Problems**

A probability is determined from an experiment, which is any activity that has an observable outcome like tossing a coin and observing whether it lands heads up or tails up. The possible outcomes of an experiment are called sample space of the experiment.  **Steps to find the probability:**  
**Step 1:** List the outcomes of the experiment.  
**Step 2:** Count the number of possible outcomes of the experiment.  
**Step 3:** Count the number of favorable outcomes.  
**Step 4:** Use the probability formula.

**Тема 2.Формула вероятности**

Вероятность основана на наблюдениях за определенными событиями. Вероятность события - это отношение количества наблюдений события к общему числу наблюдений. Эксперимент представляет собой ситуацию с вероятностью или вероятностью, которая приводит к результатам, называемым результатами. Результат - результат одного испытания эксперимента. Вероятность события - это мера вероятности того, что событие произойдет в результате эксперимента.  
  
Вероятность события A обозначается P (A). Вероятность события A лежит между 0 ≤ P (A) ≤ 1.

Вероятность - это показатель того, насколько вероятно событие. И событие - это один или несколько результатов эксперимента. Формула вероятности - это отношение количества благоприятных результатов к общему числу возможных результатов.

Формула вероятности  
  
Вероятность события = количество благоприятных результатов Общее количество возможных результатов

Измеряет вероятность события следующим образом:  
  
   - Если P (A)> P (B), то событие A, скорее всего, произойдет, чем событие B.  
    - Если P (A) = P (B), то события A и B также будут им

Как решить проблемы вероятности  
Вероятность определяется из эксперимента, который представляет собой любую активность, которая имеет наблюдаемый результат, подобный бросанию монеты, и наблюдение за тем, попадает ли он на вершину головы или хвосты. Возможные исходы эксперимента называются выборочным пространством эксперимента.  
  
Шаги для поиска вероятности:  
Шаг 1. Перечислите результаты эксперимента.  
Шаг 2. Подсчитайте количество возможных результатов эксперимента.  
Шаг 3: Подсчитайте количество благоприятных результатов.  
Шаг 4: Используйте формулу вероятности.

Вероятность происходящего события – это отношение количества событий, благоприятствующих данному событию к общему числу событий.

**Example 1**.What is the probability of getting a head when a coin is flipped?

A coin can fall in one of two ways, heads or tails. The two are equally likely.

p(А) = =

**Пример 1.** Брошена монета. Какова вероятность получения решки?

*Решение. Монета может упасть одним из двух способов: «орёл» или «решка». Эти два события одинаково вероятны. Поэтому:*

*p(А) = =*

*Ответ:*

**Example 2.**The dice has been thrown.What is the probability of getting a 3 when one dice is thrown?

**Пример 2.** Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет 3 очка?

*Решение. На гранях игральной кости отмечены следующие количества очков: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Из шести событий благоприятным является одно событие. Поэтому:*

*p(А) = =*

*Ответ:*

**Example 3**.What is the probability of getting a sum of 7 when two dice are thrown?

**Пример 3.** Брошеныдвеигральныекости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7?

*Решение. Так как не очевидно, сколько бросков произведет сумму 7 или сколькими различными путями эти игральные кости приземлятся, будет полезно рассмотреть всевозможные исходы.*

*Набор всех результатов эксперимента называют выборочным пространством эксперимента. Чтобы отслеживать элементы выборочного пространства в этом эксперименте, пусть первая игральная кость будет зеленой, а вторая красной. Все возможные исходы при выбрасывании двух костей: в выборочном пространстве должно быть 6\*6 или 36 элементов. Элементы выборочного пространства следующие:*

*Так как зеленая кость может упасть одним из шести способов, и красная кость так же может упасть одним из шести способов, в пространстве выборки должно быть 6 \* 6 или 36 элементов.*

*Элементы выборочного пространства А – это те, сумма которых равняется 7. Тогда:*

*Ответ:*

**Example 4**.The dice is tossed. What is probability that an even number of points come sup?

**Пример 4.** Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет чётное число очков?

*Решение. 1, 3, 5 — нечетные числа; 2, 4, 6 — четные. Число возможных исходов при бросании игральной кости 6. Число благоприятных исходов 3 (выпадение двойки, четвёрки или шестёрки). Таким образом, вероятность выпадения четного числа очков равна три к шести или 0,5.*

*Ответ: 0.5*

**Example 5**. If two fair coins are flipped, what is the probability of getting two heads?

**Пример 5.**Брошены две монеты. Какова вероятность того, что на этих двух монетах выпадет герб?

*Решение. Так как одна сторона монеты не имеет никакого влияния на другую, это – независимые события. Тогда:*

*Ответ:*

**Example 6**. When two dice are thrown, what is the probability of getting two 5s?

**Пример 6.** Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что в обоих случаях выпадет 5 очков?

*Решение. Это независимые события, так как результат одной кости не влияет на результат другой.*

*Ответ:*

**Example 7**. Two dice are thrown. Events A is “the sum of 7 ”. Events B is “at least one die is a 6”. AreAandBindependent?

**Пример 7.** Брошены две игральные кости. Событие А = «сумма выпавших очков равна 7». Событие B = «по крайней мере в одной кости выпало 6 очков». А и B – независимые события?

*Решение. и*

*.*

*Следовательно, Р (А) = и Р (В) = A∩B = {(1,6), (6,1)}. Следовательно,*

*P (A∩B) = =*

*Р(А) Р(В) =≠ .Таким образом, Р(А ∩ В) ≠ Р (А)Р (В), и поэтому события А и В являются зависимыми.*

*Ответ:события А и В являются зависимыми.*

**Example 8**. If the probability that John will buy a certain product is , that Bill will buy that product is, and that Sue will buy that product is , what is the probability that at least one of them will buy the product?

**Пример 8.** Если вероятность того, что Джон купит определенный продукт – , что Билл будет покупать этот продукт –, и что Сью купит этот продукт –. Какова вероятность того, что, по крайней мере, один из них будет покупать продукт?

*Решение. Так как покупка любого человека не влияет на покупку кого-либо еще, эти события независимы. Лучший способ подойти к этой проблеме заключается в рассмотрении вероятности того, что ни один из них не покупает продукт.*

*Пусть А = событие «Джон не купит продукт»  
Пусть B = событие «Билл не купит продукт»  
Пусть C = событие «Сью не купит продукт»*

*; ; .*

*Вероятность того, что ни один из них не покупает продукт: Р(А∩B∩C) = Таким образом, вероятность того, что по крайней мере один из них покупает продукт является*

*Ответ:*

**Example 9**.What is the probability of drawing a spade or a king from a deck of 52 cards?

**Пример 9.**Какова вероятность вытянуть из колоды бубны или короля, если в колоде всего 52 карты?  
*Решение. Пусть А = событие «вынуть бубни»  
Пусть B = событие «вынуть короля»  
Поскольку существует 13 бубен и 4 короля в колоде карт:*

*;*

*Эти события не являются взаимоисключающими.*

*Ответ:*

**Example 10**. In a throw of two dice, what is the probability of getting a sum of 7 or 11?

**Пример 10.**Игральная кость брошена дважды .Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7 или 11?

*Решение. Пусть А = событие « сумма выпавших очков равна 7»  
Пусть B = событие « сумма выпавших очков равна 11»  
P (A∩B) = 0, и поэтому эти события являются взаимоисключающими.  
Р (A∪B) = Р (А) + Р (В) где*

*P (A) = и P (B) = где В=*

*Тогда: P (A) = Ответ:*

**Example 11.** With the throw of two dice, what is the probability that the sum will be a prime number?

1. b) c) d) e)

Пример 11. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, выпавшая сумма будет простым числом?

*Решение. Введем событие А, говорящее о том, что существует один способ выбрать 2; есть 2 способа чтобы выбрать 3=; 4 способа выбрать 5=; 6 способов выбрать 7= и*

*2 способа, чтобы выбрать11=.Из 36 элементов требуется выбрать 15. Тогда: P (A)= . Ответ:*

**Example 12.**Ifacoinisflippedandonedieis thrown, what is the probability of getting a head or a 4?

a b) ) d) e)

**Пример 12.**Брошены монета и кубик. Какова вероятность того, что выпадут решка или 4?

*Решение. Р(А)= (вероятность получения ни решки, ни 4) =.*

*Таким образом, вероятность выпадения решки или 4 баллов составляет: Р(А) = Ответ:*

**Example 13.**Three card are drawn from an ordinary deck of 52 cards. Each card is replaced in the deck before the next card is drawn. What is the probability that at least one of the cards will be a spade?

a)b) c) d) e)

**Пример 13.**Три карты взяты из обычной колоды, в которой52 карты. Каждая карта перемещается в колоде до следующей бубновой карты. Какова вероятность того, что по крайней мере одна из карт будет бубновой масти?

*Решение. Так как карты были перемещены, события независимы. Вероятность того, что ни одна из карт не была бубновой = =.*

*Вероятность того, что 1 была бубновой = Ответ:*

**Example 14.**Acoin is tossed three times. Let A = {three heads occur} and B = {at least one head occurs}. What is P(A)?

b) c) d) e)

**Пример 14.**Монета подбрасывается три раза. Пусть событие А = {выпало три решки} и событие В = {выпала по крайней мере одна решка}. Каково значение P(A∪B)?

*Решение. Возникает такая единственная ситуация, что ни одно из этих множеств не выполняется, когда появляются три события:*

*. Ответ:.*

**Example 15.**А class has 12 boys and 4 girls. If three students are selected at random from the class, what is the probability that all will be boys?

**Пример 15.**В классе 12 мальчиков и 4 девочки. Если трое учеников выбираются случайным образом из класса, какова вероятность того, что все выбранные будут мальчиками?

a b) c) d) e)

*Решение. Всего 16 учеников. Вероятность, что первый выбранный человек является мальчиком .Теперь остались 15 учеников, из которых 11 являются мальчиками, поэтому вероятность того, что второй выбранный ученик также мальчик равна . Из этого же рассуждения вероятность того, что третьим тоже окажется мальчик . Так получили вероятность того, что первый, второй и третий выбранные ученики – мальчики:*

*Р(А В С) = = .Ответ:.*

**Example 16.** A red box contains eight items, of which three are defective, and a blue box contains five items, of which two are defective. An item is drawn at random from each box. What is the probability that both items will be nondefective?

a b) c) d) e)

**Пример 16.**Красная коробка содержит восемь предметов, из которых три являются дефектными, а синяя коробка содержит пять предметов, из которых два являются дефектными. Каждый предмет вытаскивается случайным образом из коробки. Какова вероятность того, что оба выбранных элемента будут без дефекта?

*Решение. Так как оба элемента являются независимыми событиями, то вероятность того, что оба выбранных элемента будут без дефекта Р(А)=. Ответ: .*

**Example 17.** A hotel has five single rooms available, for which six men and three women apply.What is the probability that the rooms will be rented to three men and two women?

a b) c) d) e)

**Пример 17.**В отеле 5 одноместных номеров, в которые хотят заселиться шесть мужчин и три женщины. Какова вероятность того, что номера будут арендованы тремя мужчинами и двумя женщинами?

*Решение. является число способов выбора 3 мужчин. – число способов выбрать 2 женщин. – общее число способов, которыми люди могут быть выбраны для заполнения 5 номеров.  
Р (3 мужчины, 2 женщины) =*.*Ответ: .*

**Example 18.**Dialing the phone number, the subscriber for got the last digit. What probability that he is correct to phone the last number at random?

**Пример 18.**Набирая номер телефона, абонент забыл последнюю цифру. Какова вероятность того, что он правильно дозвонится, набрав последнюю цифру наугад?

*Решение. Абоненту нужно выбрать одну из десяти цифр, то есть число возможных исходов 10. Число благоприятных исходов 1 (верной может быть только одна цифра). Вероятность того, что он правильно дозвонится равна 1 к 10 или 0,1.*

*Ответ: 0,1*

**Example 19.** Of all the articles in a box, 80% are sat ic factory, while 20% are not. The probability of obtaining exactly five good items out of eight randomly selected articles is

a) 0.003 b) 0.013 c) 0.132 d) 0.147 e) 0.800

**Пример 19.** Из всех предметов в коробке 80% предметов являются стандартными, в то время как 20% таковым и не являются. Какова вероятность получения ровно пяти стандартных предметов из восьми случайно выбранных предметов?

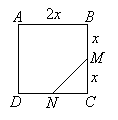
*Решение. Поскольку в задаче не говорится, сколько предметов в коробке, мы должны предположить, что их неограниченное число. Вероятность выбора 5 стандартных предметов (и, следовательно, 3 нестандартных из них) является и есть () способов выбора. Таким образом, по формуле Бернулли, искомая вероятность равна ():*

*Р8(5)=**р5**q8-5=\*(0.8)5\*(1-0.8)3=\*=0.147. Ответ: 0.147*

**Example 20.** *ABCD*is a square. *M* is the midpoint of *BC* and *N*is the midpoint of *CD*. A point is selected at random in the square. Calculate the probability that it lies in the triangle *MCN*.

**Пример 20.** ABCD - квадрат. M - середина BC, а N - середина CD. Точка выбирается случайным образом в квадрате. Вычислите вероятность того, что он лежит в треугольнике MCN.

*Решение. Пусть 2x - длина квадрата.*

**

*Площадь квадрата = 2x × 2x = 4x2*

*Площадь треугольника MCN =  х2*

*P (точка в треугольнике) = х2 Ответ:*

**Example 21.** At double tossing of a dice there were 6 points in amount. Find the probability that less than three points for the first time comes up.

**Пример 21.** При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше трёх очков.

*Решение. Сумму в шесть очков можно получить следующими способами (переберём варианты): 1+5,  2+4,  3+3,  4+2,   5+1  – всего их пять, это и есть число возможных исходов. Из представленных вариантов также видно, что менее трёх очков при первом броске  может выпасть только в двух случаях. Искомая вероятность равна 2 к 5 или 0,4. Ответ: 0,4.*

**Example 22**.Thecoinistossedthreetimes. Find the probability that the first two tosses will be finished at the same time.

**Пример 22.**Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска окончатся одинаково.

*Решение. Найдём число возможных  исходов, переберём все варианты бросков. В подобных задачах составляйте таблицу, так считать намного удобней.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *1- бросок* | *2- бросок* | *3-бросок* |
| *1* | *орёл* | *орёл* | *орёл* |
| *2* | *орёл* | *орёл* | *решка* |
| *3* | *орёл* | *решка* | *решка* |
| *4* | *орёл* | *решка* | *орёл* |
| *5* | *решка* | *решка* | *решка* |
| *6* | *решка* | *решка* | *орёл* |
| *7* | *решка* | *орёл* | *орёл* |
| *8* | *решка* | *орёл* | *решка* |

*Всего возможных исходов восемь. Первые два броска одинаково могут окончится  в четырёх случаях это 1,2,5,6 варианты, то есть благоприятных исходов 4. Искомая вероятность равна =0,5. Обратите внимание, что если в условие добавить хотя бы одно лишнее слово, смысл задачи изменится, многие из-за невнимательности решают неверно. Итак: монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что только первые два броска окончатся одинаково. Благоприятных исходов будет 2, это 2-й и 6-й варианты, первый и пятый варианты  исключаются из-за этого «только».*

*Ответ: 0.5*

**Example 23**. A box has exactly 11 marbles in it. Three of the marbles are green, six are yellow, and the rest are red. If one marble is drawn at random from the box, what is the probability that the marble is red?

**Пример23.**В коробке лежат 11 кусков мрамора, три из них зеленого цвета, шесть - желтого цвета, а оставшиеся куски красного цвета. Если наугад вытащить один кусок, то какова будет вероятность, что это будет красный кусок?

*Решение. В результате испытания будет извлечен один из 11 кусков мрамора, следовательно, общее число исходов n = 11.*

*Находим число красных шаров в коробке: 11- (3+6) = 2.*

*Тому, что из урны будет извлечен кусок красного мрамора, благоприятствует m = 2 элемент. По классическому определению:*

*Р (A) = вероятность того, что из коробки будет извлечен кусок красного мрамора.*

*Ответ:*

**Example 24**. A circle of radius 1.5 cm is inscribed in a rectangle 5 × 4 cm2. What is the probability that a point randomly placed in a rectangle is inside a circle?

4

5

1,5

**Пример 24.**В прямоугольник  площадью 5×4 см2 вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?

*Решение. По*[*определению геометрической вероятности*](http://www.matburo.ru/tvbook_sub.php?p=par13)*искомая вероятность равна отношению площади круга (в который точка должна попасть) к площади прямоугольника (в которой точка ставится), т.е.*

P= ==0,353

*Ответ: 0,353*

**Example 25.**There are 10 free cars in the taxi service now: 5 black, 1 yellow and 4 green. One of the cars left the call, which happened to be the closest to the customer. Find the probability that a yellow taxi will come to him.

**Пример 25.**В фирме такси на данный момент свободно 10 машин: 5 чёрных, 1 жёлтая и 4 зелёных. На вызов выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

*Решение. Возможное число исходов 10. Число благоприятных исходов 1 (жёлтая машина одна). Искомая вероятность равна 1 к 10 или 0,1.*

*Ответ : 0.1*

**Section10. Basic Statistics**

You'll want to know the basics of statistics for the SAT, including how to calculate certain statistical values and the meaning of others in the context of a problem.  You should know how to calculate the value for the mean, median, mode, and range of a set of data.  Let's use this set of data to calculate those four values: 5, 8, 8, 8, 10, 13, 13, 16, 18

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Term** | | **Definition** | | **​Calculation / How to Find the Value** |
| Mean ​(Arithmetic Average) | The sum of values divided by the number of values. | |  | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Median | The value in a middle of a set of numbers when they are arranged from least to greatest.  If there is an even number of terms, take the mean of the two middle terms. | There are 9 numbers in this set.  Therefore, the middle value is the fifth number since there are four numbers both below and above the fifth number.  The fifth number in this set is 10. |
| Mode | The number that appears the most frequently in a set. | 8 is the mode in this set since it appears three times, which is more than any other number appears. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Range | The difference between the greatest and least value.  To find the range, calculate the maximum minus the minimum. | 18 is the maximum, and 5 is the minimum.   ​The range is 18 - 5 = 13. |

You should also understand what standard deviation, confidence intervals, and measurement error are to answer certain questions, but you will not need to calculate their values.

**Раздел 10. Основы статистики**

Далее рассмотрим как вычислить определенные статистические значения Вы должны знать, как вычислить значение для среднего, медианного, режима и диапазона набора данных.

Количественные данные – это такие наборы чисел, как высота, веса, результаты тестов, прочность на растяжение и т. д. Напротив, категориальные данные состоят из описательных надписей, таких как цвет волос, город проживания, социально-экономический статус и т.п.

Поскольку SAT тест вряд ли будет включать вопросы о категориальных данных, описанные ниже концепции относятся только к количественным данным.

Меры центра суммируют набор данных, используя единственное «типичное» значение. Три измерения центра могут быть обнаружены на тесте: среднее значение, медиана и мода.

Среднее значение – это сумма всех значений данных, деленная на количество значений. Средние применяются двух видов: простые и взвешенные.

Формула для простого среднего значения х: , где указывает сумму значений данных x и n является количеством значений данных.

Формула взвешенного арифметического среднего: , где - значение для -й единицы совокупности, - частота (вес) -го варианта.

Для определения медианы сначала необходимо упорядочить данные. Если число значений нечетно, медиана является единственным средним значением. Если число значений четное, медиана является средним значением двух средних значений. Не существует формулы для медианы набора данных.

Мода – это значение, которое появляется чаще всего.

Стандартное отклонение представляет собой «среднее» различие между отдельными значениями данных и их средним значением. Формула для стандартного отклонения s набора данных:

Чем больше стандартное отклонение, тем больше расширяется набор данных. Стандартное отклонение – это единица измерения «расстояния» между конкретным значением данных и усреднённым. Таким образом, стандартное отклонение может использоваться для сравнения отдельных значений данных из разных наборов данных. Оценка по z, где - число стандартных отклонений s, когда значение x взято из среднего ¯x. Чем больше значение | z |, тем меньше общее значение x. Другими словами, меньшее количество значений данных имеет значение z.

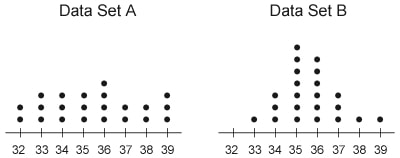
Вы также должны понимать, какие стандартные отклонения, доверительные интервалы и ошибка измерения должны отвечать на некоторые вопросы, но вам не нужно будет вычислять их значения.

Давайте используем этот набор данных для вычисления этих четырех значений: 5, 8, 8, 8, 10, 13, 13, 16, 18  
 Среднее арифметическое значение – это сумма значений, деленная на количество значений.  
 Медиана – это значение в середине набора чисел, когда они расположены от наименьшего до наибольшего. Если существует четное число значений, возьмите среднее из двух средних условий. В этом наборе имеется 9 чисел. Поэтому среднее значение является пятым числом, так как есть четыре числа как ниже, так и выше пятого числа. Пятое число в этом наборе равно 10.  
 Мода – это число, которое чаще всего появляется в наборе. 8 - это мода в этом наборе, поскольку он появляется три раза, что больше, чем любое другое число.

Диапазон Разница между наибольшим и наименьшим значением. Чтобы найти диапазон, рассчитайте максимум минус минимум. 18 - максимум, а 5 - минимум. Диапазон составляет 18 - 5 = 13.

Стандартное отклонение. Мера того, как далеко распределяются точки данных из среднего значения данных. В общем случае будет меньшее стандартное отклонение, если большинство значений ближе к среднему, чем если они находятся дальше от среднего. Например, этот набор данных: 8, 8, 9, 10, 12 имеет меньшее стандартное отклонение, чем этот набор: 8, 12, 15, 23, 28. Это связано с тем, что первый набор чисел, как правило, ближе к средний, чем второй набор чисел.  
   
Набор данных A имеет большее стандартное отклонение, чем набор данных B, поскольку значения распространяются дальше от среднего значения для набора данных A, чем для набора данных B.

**Standard Deviation:** A measure of how far data points are spread from the mean of the data.  In general, there will be a lower standard deviation if most values are closer to the mean than if they are farther from the mean.  For example, this set of data: 8, 8, 9, 10, 12, has a smaller standard deviation than this set: 8, 12, 15, 23, 28.  This is because the first set of numbers are all generally closer to the mean than the second set of numbers.



Data Set A has a larger standard deviation than Data Set B since the values are spread farther from the mean in general for Data Set A than for Data Set B.

​**Confidence Intervals:** Confidence intervals contain two components: an interval between which a data value is expected to be found and the probability that it will be in that interval.  For example, after studying the traffic flow at a certain stop light, it was found that there would be between 410 to 530 cars (the interval) that drive through the light in a day for 95% of days (the probability).  Based on this confidence interval, it would be highly likely that on any given day there would be between 410 to 530 cars that drive through the light and a low probability that there would either be less than 410 cars or more than 530 cars that drive through the light.

Интервалы доверия. Доверительные интервалы содержат два компонента: интервал, между которым ожидается обнаружение значения данных, и вероятность того, что он будет в этом интервале. Например, после изучения потока трафика при определенном стоп-сигнале было обнаружено, что между 410 и 530 автомобилями (интервалом), которые проедут через свет в течение дня в течение 95% дней (вероятность), будет установлено от 410 до 530 автомобилей. Основываясь на этом доверительном интервале, было бы весьма вероятно, что в любой день было бы от 410 до 530 автомобилей, которые проезжают через свет и с низкой вероятностью, что будет либо менее 410 автомобилей, или более 530 автомобилей, которые проезжают через свет.

**Measurement Error:** The difference between a measured value of quantity and its true measurement.  Measurement errors are either:

1. Random errors that occur while taking measurements (such as a person accidentally filling out the wrong age).
2. Problems with the way data is collected that causes inaccurate results (such as trying to find the average age of people in a town but only asking people at a university, which would not be a representative sample of everyone in the town).

Random errors are often difficult to anticipate and avoid, but care should be taken to collect data in a way that can find accurate or representative answers of the matter being studied.

Ошибка измерения: разница между измеренным значением количества и его истинным измерением. Ошибки измерения:  
1. Случайные ошибки, возникающие при измерении (например, случай, когда человек случайно заполняет неправильный возраст).  
2. Проблемы с сбором данных, которые приводят к неточным результатам (например, попытка найти средний возраст людей в городе, но только спрашивать людей в университете, что не будет репрезентативной выборкой каждого в городе).  
Случайные ошибки часто трудно предвидеть и избегать, но следует внимательно следить за сбором данных таким образом, чтобы находить точные или репрезентативные ответы изучаемого вопроса.

**Data Inferences**  
  
Making data inferences means to deduce properties, or make probable guesses, about a population (the entire group) being studied based on the data taken from a sample (a portion of the population).  In order to make accurate data inferences, it's important that the data is taken in a way that would accurately reflect the overall population.   
  
Here are a few general guidelines that should be followed in order to make accurate data inferences.  
  
**Sample Size:** In general, a sample size of 30 is considered large enough to make fairly accurate calculations for any size population.  That said, the larger the sample , the more accurate the statistics are that can be calculated from it.    
  
**Randomization:** To be a representative sample of a population, the participants of a sample should be chosen using randomizing techniques to avoid bias.

Выводы данных  
  
Выполнение вывода данных означает вывести свойства или сделать вероятные догадки об изучаемой популяции (всей группе) на основе данных, взятых из выборки (части населения). Чтобы сделать точные выводы данных, важно, чтобы данные были сделаны таким образом, чтобы точно отражать общую численность населения.  
  
Вот несколько общих рекомендаций, которые следует соблюдать, чтобы сделать точные выводы данных.  
  
Размер выборки. Обычно размер выборки 30 считается достаточно большим, чтобы сделать достаточно точные вычисления для населения любого размера. Тем не менее, чем больше выборка, тем более точны статистические данные, которые можно вычислить из нее.

Меры центра и распространения (размаха) применяются к одной переменной. Регрессия – это метод анализа взаимосвязи между двумя переменными. Этот метод суммирует отношения, такие как математические уравнения, в которых две переменные обозначаются через x (независимая переменная) и y (зависимая переменная).

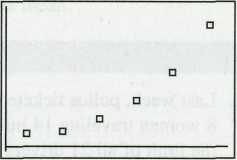
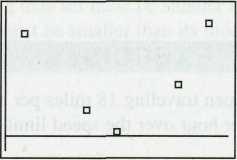
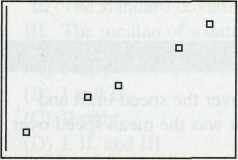
Тест SATможет рассматривать любую из трех моделей, чтобы зафиксировать зависимость между x и y:

Линейная модель

Квадратичная модель

Экспоненциальная модель

На приведенных ниже рисунках показаны диаграммы разброса, имеющие эти формы. Методы регрессии используют парные значения (x, y) для оценки значений параметров a0, a1, a2 в зависимости от выбранной модели. После этого уравнение для этой модели можно использовать для прогнозирования y для заданного значения x.



Linear Scatter plot Quardratic Scatter plot Exponential Scatter plot

Тест уровня 2 не требует от учащихся знания математических методов регрессии. Учащиеся должны знать, как использовать калькулятор для получения оценки параметров для конкретной модели и для использования этого уравнения как инструмента прогнозирования.

**Example 1.**The heights of the starting basketball team for South High School are 69", 72",75", 78", and 78". Find the mean, median, and mode of this data set.

**Пример 1.** Рекордыначинающей баскетбольной команды Южной средней школы: 69", 72", 75", 78", and 78". Найдите их среднее значение и медиану.

*Решение. Среднее значение =. Медиана составляет.Наиболее вероятным значением (модой) является.*

*Ответ: 78*

**Example2.** The mean of 24 test scores is 77.5. When the 25th class member takes the test, the mean goes down by 1.1 points. What was that 25th score?

**Пример 2.**Средний балл 24 тестов – 77,5. После прохождения теста в 25-ый раз среднее значение снижается на 1,1 балла. Какой результат был получен в 25-ый раз?

*Решение. Общее количество баллов 24 тестов 24 77,5 = 1860, а 25 тестов – 25 76,4 = 1910. Таким образом, балл 25-ого теста равен 1910-1860 = 50.*

*Ответ: 50*

**Example 3.** What is the median of the frequency distribution shown in the table?

|  |  |
| --- | --- |
| Data | Value Frequency |
| 24 | 3 |
| 25 | 7 |
| 26 | 5 |
| 27 | 1 |

**Пример 3.**Какова медиана распределения частот, показанных в таблице?

|  |  |
| --- | --- |
| Значение данных | Частота |
| 24 | 3 |
| 25 | 7 |
| 26 | 5 |
| 27 | 1 |

*Решение. Всего есть 16 значений данных, поэтому медиана является средним значением самых больших из них: восьмого и девятого. Оба этих значения равны 25, поэтому медиана также равна 25.*

*Ответ: 25*

**Example 4.**Findtherangeofthedatavalues 85, 96, 72, 89, 66 and 78.

**Пример 4.**Найдите диапазон значений данных 85,96,72,89,66 и 78.  
*Решение. Наибольшее значение равно 96, а наименьшее – 66. Диапазон составляет 96 – 66 = 30.*

*Ответ: 30*

**Example5.**Which data set has the smaller standard deviation: {5,7,9} or {4,7,10}?

**Пример 5.** Какой набор данных имеет меньшее стандартное отклонение: {5,7,9} или {4,7,10}?

*Решение. Оба набора данных имеют среднее значение 7. Однако первый набор меньше, чем второй, поэтому первый имеет меньшее стандартное отклонение. Согласно формуле, стандартное отклонение первого набора данных равно 2, а стандартное отклонение второго набора данных равно 3.*

*Ответ: первый набор*

**Example 6.** A chart showing sports statistics for a particular school is shown below. Which is statistically a better score: 50.30 seconds in the backstroke or 74 inches in the high jump?

Stroke Mean Standard Deviation

Backstroke 50.72 sec. 0.24 sec.

HighJump 72.9 in. 0.54 in.

**Пример 6.**Ниже показана таблица, показывающая результаты спортивных соревнований для учащихся конкретной школы. Что по статистике является лучшим результатом: 50,30 секунды для плавания на спине или 74 дюйма в прыжках в высоту?

Строка Значение Стандартное отклонение

Плавание на спине 50.72 секунды 0,24 секунды

Прыжки в длину 72,9 дюйма 0,54 дюйма

*Решение. Время 50.30 сек. для плавания на спине составляет*

*стандартных отклонений, т.е. лучше (меньше), чем среднее значение в плавании на спине. Высота 74 дюйма в прыжке в высоту равна стандартных отклонений, т.е. лучше (больше), чем среднее значение для прыжков в высоту. Поэтому результаты в прыжках лучше, чем в плавании.*

*Ответ: результаты в прыжках лучше, чем в плавании.*

**Example 7.**Asquarefieldmeasures 10 meters by 10 meters. Ten students each mark off a randomly selected region of the field; each region is square and has side lengths of 1 meter, and no two regions overlap. The students count the earthworms contained in the soil to a depth of 5 centimeters beneath the ground`s surface in each region. The results are shown in the table below.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Region | Number of earth worms | Region | Number of earth worms |
| A | 107 | F | 141 |
| B | 147 | G | 150 |
| C | 146 | H | 154 |
| D | 135 | I | 176 |
| E | 149 | J | 166 |

Which of the following is a reasonable approximation of the number of earthworms to a depth of 5 centimeters beneath the ground`s surface in the entire field?

1. 150
2. 1,500
3. 15,000
4. 150,000
5. 1500,00

**Пример 7.**На квадратном поле размером 10 метров на 10 метров десять студентов выбрали случайным образом участки размером 1м на 1 м, не граничащие друг с другом. Студенты посчитали на своих участках количество дождевых червей в почве на глубину 5 см. Результаты подсчетов приведены в таблице.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Участок | Количество дождевых червей | Участок | Количество дождевых червей |
| A | 107 | F | 141 |
| B | 147 | G | 150 |
| C | 146 | H | 154 |
| D | 135 | I | 176 |
| E | 149 | J | 166 |

Какой из нижеследующих вариантов является наиболее близким по значению количеству дождевых червей на глубину 5 см на всем поле.

*Решение. Вычислим среднее значение количества дождевых червей на 1 м2.*

*Общее количество дождевых червей N=10n =14710 т.е примерно 15000.*

*Ответ: c)*

**Example 8.**The graph shows the cost of installing a vinyl privacy fence. The company charges a flat installation fee plus a cost per linear foot of fencing. Based on the graph, how much does one linear foot of this particular vinyl fence cost?

1. $5
2. $15
3. $75
4. $150

**Пример 8.**График показывает стоимость установки винилового забора. Компания взимает фиксированную плату за установку плюс стоимость за погонный фут ограждения. На основе графика определите, сколько стоит один погонный фут винилового забора.

*Решение. График стоимости установки забора имеет линейный характер. Для определения стоимости погонного фута забора можно взять любой отрезок графика. Например, отрезок от 5 до 10 – равный 5 погонным метрам. Стоимость на этом отрезке изменяется от 225 $ до 300 $. 5 погонных метров будут стоить 75 $. Соответственно 1 погонный метр забора стоит 5 $. Ответ:А).*

**Example 9.**The U.S. Centers for Disease Control recommends that adults engage in 2.5 hours per week of vigorous exercise. A local health society conducts a survey to see if people are meeting this goal. They ask 100 people with gym membership how many minutes of exercise they engage in per week. After analyzing the data, the health society finds that the average respondent exercises 142 minutes per week, but the margin of error was approximately 36 minutes. The society wants to lower this margin of error. Using which of the following samples instead would do so?

 A) 50 people with gym membership

 B) 50 people randomly selected from the entire adult population

 C) 100 people with gym membership, but from a variety of gyms.

 D) 200 people randomly selected from the entire adult population

**Пример 9.**Американский центр контроля заболеваний рекомендует взрослым заниматься энергичными упражнениями 2,5 часа в неделю. Местное общество охраны здоровья провело опрос, чтобы выяснить, сколько времени в неделю уделяют люди для выполнения упражнений. Они опросили 100 человек, посещающих тренажерный зал. Анализ данных показал, что в среднем люди тратят 142 минуты, но погрешность составляет 36 минут. Общество охраны здоровья хочет понизить эту погрешность. Какой из нижеприведенных образцов можно использовать для достижения этой цели?

А) 50 человек, посещающих тренажерный зал

В) 50 человек, случайно выбранных из всего взрослого населения

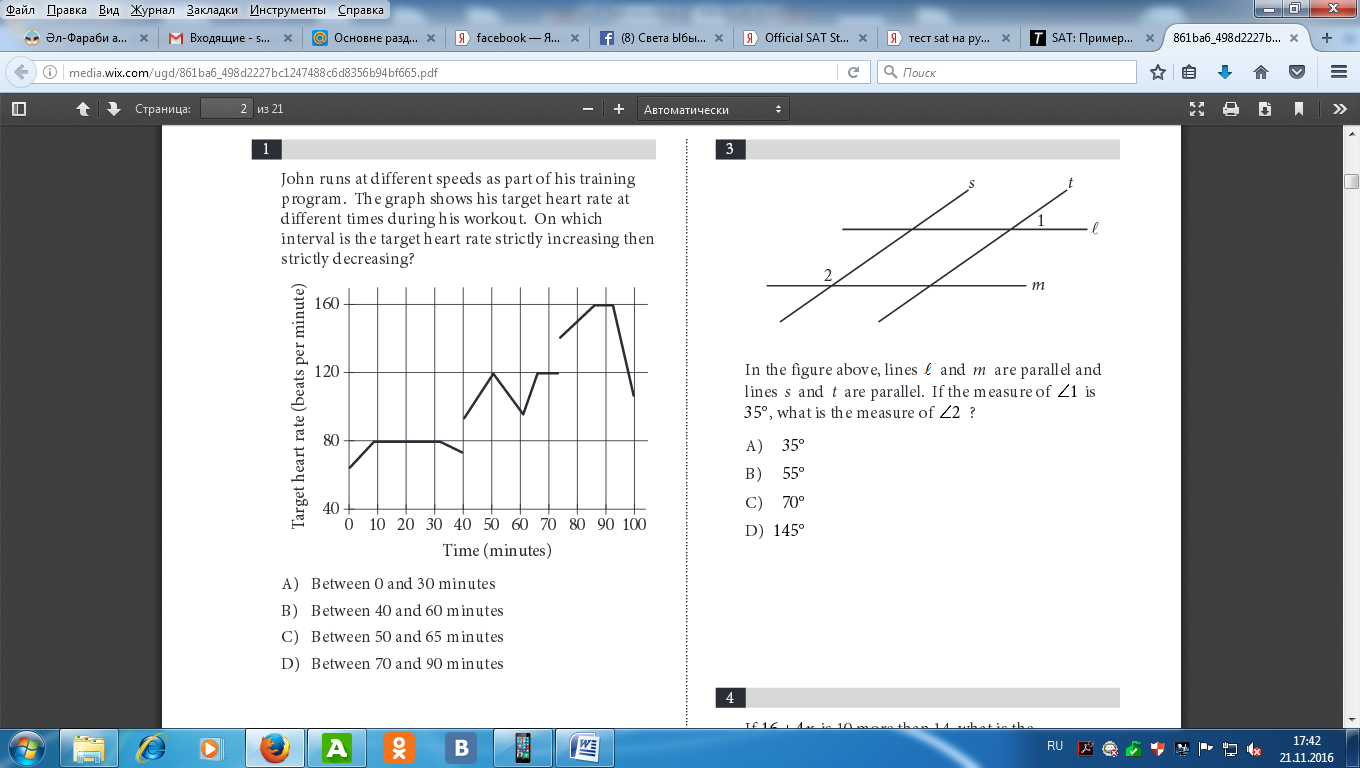
С) 100 человек из различных тренажерных залов

Д) 200 человек, случайно выбранных из всего взрослого населения.

*Решение. Для повышения точности измерений, будь то измерение длины или времени, надо увеличить количество измерений, тогда вычисление среднего значения из полученных значений увеличит точность измерения и расчета погрешности.*

*Ответ: Д.*

**Example 10.**John runs at different speeds as part of his training program. The graph shows his target heart rate at different times during his workout. On which interval is the target heart rate strictly increasing then strictly decreasing?



1. Between 0 and 30 minuets
2. Between 40 and 60 minuets
3. Between 50 and 65 minuets
4. Between 70 and 90 minuets

**Пример 10.**По индивидуальной программе тренировки Джон пробегает определенное расстояние с разной скоростью. График показывает частоту сердечных сокращений в разное время в ходе его тренировки. На каком интервале частота сердечных сокращений то строго возрастает, то строго убывает?

А) между 0 и 30 минутами

В) между 40 и 60 минутами

С) между 50 и 65 минутами

Д) между 70 и 90 минутами

*Решение. Из графика видно, что вышеназванные условия соблюдаются на интервале от 40 до 60 минут.*

*Ответ : между 40 и 60 минутами*

**Example 11.** A group of tenth-grade students responded to a survey that asked which math course they were currently enrolled in. The survey data were broken down as shown in the table above. Which of the following categories accounts for approximately 19 percent of all the survey respondents?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Course | | |  |
| Algebra I | Geometry | Algebra II | Total |
| Gender | Female | 35 | 53 | 62 | 150 |
| Male | 44 | 59 | 57 | 160 |
|  | Total | 79 | 112 | 119 | 310 |

 A) Females taking Geometry

 B) Females taking Algebra II

 C) Males taking Geometry

 D) Males taking Algebra I

**Пример 11.** Учащиеся 10 класса ответили на вопрос, на какой курс математики они записались (или зарегистрировались). Данные опроса были сведены в таблицу. Какая из следующих категорий составляет примерно 19% от всего количества респондентов?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Курс | | |  |
| Алгебра I | Геометрия | Алгебра II | Всего |
| Пол | Женский | 35 | 53 | 62 | 150 |
| Мужской | 44 | 59 | 57 | 160 |
|  | Всего | 79 | 112 | 119 | 310 |

*Решение: Всего респондентов 310 учащихся. 19% от 310 учащихся составит 58.9 учащихся. Из таблицы опроса 19% соответствует ответ С - мужской пол, зарегистрированный на геометрию.*

*Ответ: С.*

**Example 12.** 12 employees were asked to indicate the time (in minutes) spent on the task. The following data were obtained: 23,18,25,20,25,25,32,37,34,26,34,25. How many minutes did the average employees spend on the job? Find the mode and the Range of numbers.

Пример 12.12 работников попросили отметить время (в минутах) затраченное на выполнение задания. Получили следующие данные: 23,18,25,20,25,25,32,37,34,26,34,25. Сколько минут в среднем работники потратили на выполнение задания? Найдите моду и размах ряда.

*Решение: 1) Среднее значение==*

*26,75 мин*

*2) Мода = 25*

*3) Размах ряда: 37-18=19 мин*

*Ответ: хср=26.75 мин Мо=25*

**Section 11. Data analysis**

**Example1.** Lastweek, policeticketed 13 mentraveling 18 miles per hour over the speed limit and 8 woman traveling 14 miles per hour over the speed limit. What was the mean speed over the limit of all 21 drivers?

a) 16 miles per hour b) 16.5 miles per hour c) 17 miles per hour

d) none of these e) cannot be determined

**Пример 1.** Напрошлойнеделеполицияоштрафовала13 мужчин, ехавшихсо скоростью выше нормы на 18 миль в час, и 8 женщин, ехавших со скоростью на 14 миль в час превосходящей допустимую. На сколько больше допустимого средняя скорость всех 21 водителей?

a) 16 миль в час b) 16,5 миль в час c) 17 миль в час  
 d) ни одна из этих e) не может быть определена

*Решение. Есть 13 человек, превысивших скорость на 18 миль в час, и 8, превысивших на четырнадцать миль в час, так что общее превышение скорости составляет 346 миль в час. Разделитеэтона 21 человека, чтобыполучить 16,5*

**Example 2.** If the range of a set of integers is 2 and the mean is 50, which of the following statements must be true?

I. The mode is 50

II. The median is 50

III. There are exactly three data values

a) only Ib) only II c) only IIId) I and II e) I, II and III

**Пример 2.** Если диапазон набора целых чисел равен 2, а среднее значение равно 50, какое из следующих утверждений должно быть истинным?  
I. Мода – 50  
II. Медиана – 50  
III. Имеется ровно три значения данных

a) только Ib) только IIc) только III  
d) I и IIe) I, II и III

*Решение. Поскольку значения данных являются целыми числами, диапазон равен 2, а среднее значение равно 50, возможные значения данных – 49, 50 и 51*

*1.Набор может состоять из чисел равных 49 и 51 и иметь среднее значение 50; без 50, являющимся значением данных. Поэтому утверждение I не является истинным.*

*2.Так как среднее значение равно 50, должны быть числа равные 49 и 51, поэтому 50 также является медианой. Утверждение II должно быть истинным.*

*3.Объяснения в I и II подразумевают, что III не обязательно должно быть истинным.*

**Example 3.** What is the median of the frequency distribution shown below ?

|  |  |
| --- | --- |
| Data Value | Frequency |
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 7 |
| 3 | 15 |
| 4 | 10 |
| 5 | 7 |
| 6 | 3 |
| 7 | 3 |

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) cannot be determined

**Пример 3.**Какова медиана распределения частот, показанных ниже?

|  |  |
| --- | --- |
| Значение данных | Частота |
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 7 |
| 3 | 15 |
| 4 | 10 |
| 5 | 7 |
| 6 | 3 |
| 7 | 3 |

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) не может быть определен

*Решение. Всего 49 значений данных, поэтому медиана является 25-й по величине. Добавление частот до 25 ставит 25-ечислона 3.*

**Example 4.**

A pediatrician uses the model above to estimate the height h of a boy, in inches, in terms of the boy’s age a, in years, between the ages of 2 and 5. Based on the model, what is the estimated increase, in inches, of a boy’s height each year?

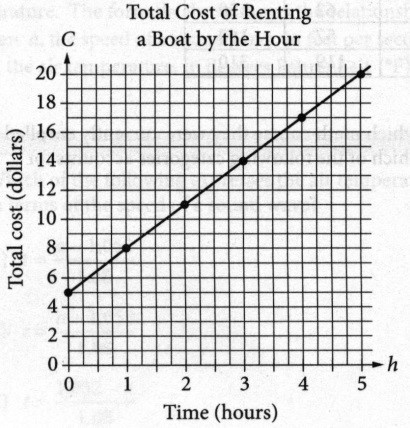
1. 3
2. 5.7
3. 9.5
4. 14.3

**Пример 4.**Педиатр использует формулу для оценки роста h мальчика, в дюймах, учитывая а - возраст мальчика от 2 до 5 лет. На основе этой формулы определите предполагаемое увеличение в дюймах роста мальчика каждый год?

*Решение. Если возраст мальчика увеличивается на 1, то будет:*

*Таким образом, формула оценки роста показывает, что рост мальчика увеличивается на 3 дюйма каждый год. Правильный ответ: а)*

**Example 5.**The graph above displays the total cost C, in dollars, of renting a boat for h hours.



What does the C-intercept it the graph?

1. The initial cost of renting the boat.
2. The total number of boats rented
3. The total number of hours the boat is rented.
4. The increase in cost to rent the boat for each additional hour.

**Пример 5.**Данный график показывает общие расходы С (в долларах) аренды яхты за время h (в часах).Какой параметр определяется начальной точкой графика С?

1. Первоначальная стоимость аренды лодки.
2. Общее количество лодок, взятых в аренду.
3. Общее количество часов аренды.
4. Увеличение стоимости аренды лодки за каждый дополнительный час.

Ответа)

**Example 6.**Which of the following represents the relationship between h and C?

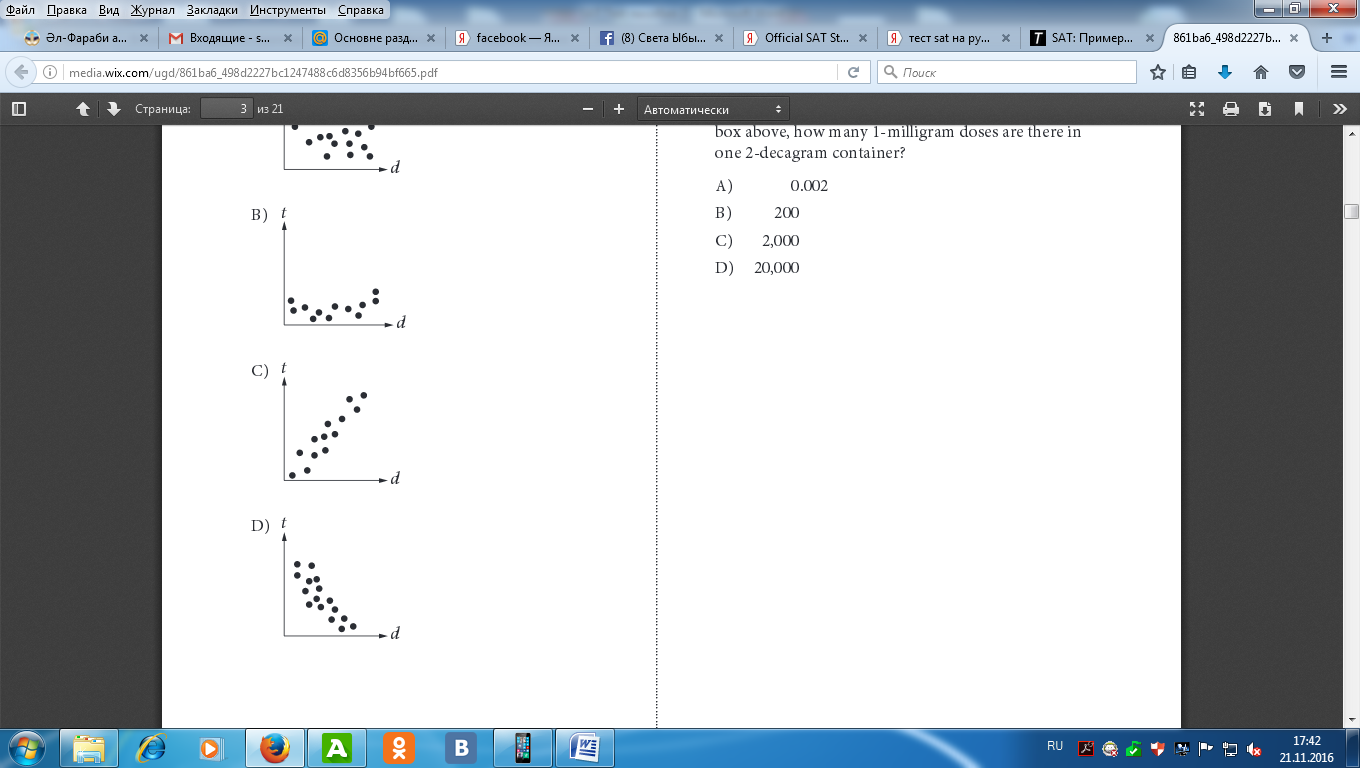
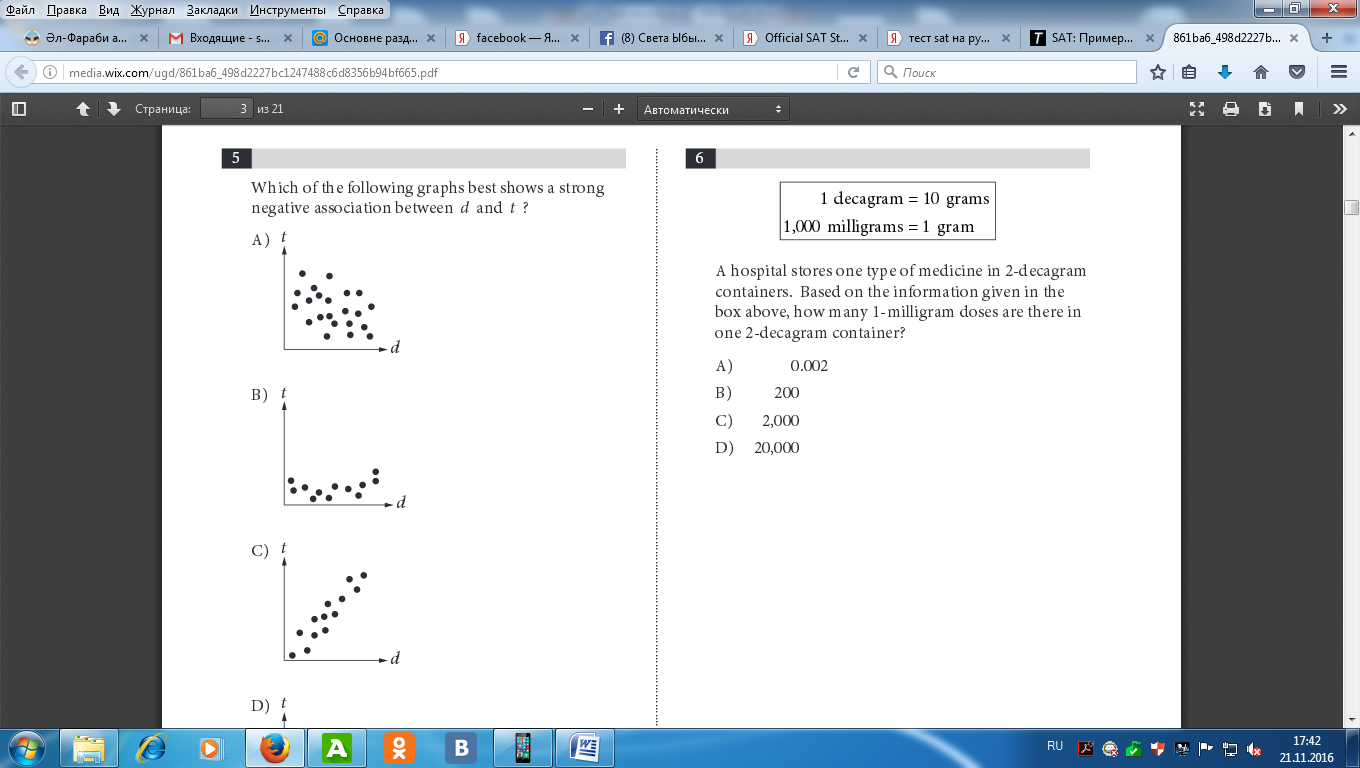
1. C=5h
2. C=
3. C=3h+5
4. h=3C

Пример 6. Что из следующего представляет связь между h и C по предыдущему графику?

1. C=5h
2. C=
3. C=3h+5
4. h=3C

*График описывается уравнением C=3h+5 Ответ: с)*

**Example 7.**Which of the following graphs best shows a strong negative association between d and t?



**Пример 7.**Какой из этих графиков показывает отрицательную связь между d и t?

*Решение. Отрицательная связь между двумя параметрами характеризуется уменьшением одного параметра при увеличении второго параметра и наоборот. Этому соответствует график D.*

*Ответ: D.*

**Example 8.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Lengths of Fish (in inches) | | | | | | |
| 8 | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 |
| 11 | 12 | 12 | 12 | 12 | 13 | 13 |
| 13 | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 24 |

The table above lists the lengths, to the nearest inch, of a random sample of 21 brown bullhead fish. The outlier measurement of 24 inches is an error. Of the mean, median, and range of the values listed, which will change the most if the 24-inch measurement is removed from the data?

А) Mean

B) Median

C) Range

D) They will all change by the same amount

**Пример 8.** В приведенной ниже таблице указаны длины в дюймах случайной выборки из 21 коричневой рыбы-бычка. 24-дюймовое измерение является ошибкой. Из среднего, медианного и диапазона значений, что изменится наибольше, если 24-дюймовое измерение будет удален из данных?

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Длина рыбы (в дюймах) | | | | | | |
| 8 | 9 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 |
| 11 | 12 | 12 | 12 | 12 | 13 | 13 |
| 13 | 14 | 14 | 15 | 15 | 16 | 24 |

А) Среднее

В) Медиана

C) Диапазон

Д) Все они будут меняться одинаково

*Решение.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | *1 случай (с 24)* | *2 случай (без 24)* | *разница* |
| *среднее* | *12,5* | *11,9* | *0,6* |
| *диапазон* | *16* | *8* | *8* |
| *медиана* | *12* | *12* | *0* |

*Ответ: диапазон*

**Example 9.**Annual Budgets for Different Programs in Kanzas, 2007 to 2010

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Program | Year | | | |
| 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| Agriculture/naturel resources | 373,904 | 358,708 | 485,807 | 488,106 |
| Education | 2,164,607 | 2,413,984 | 2,274,514 | 3,008,036 |
| General government | 14,347,325 | 12,554,845 | 10,392,107 | 14,716,155 |
| Highways and transportation | 1,468,482 | 1,665,636 | 1,539,480 | 1,773,893 |
| Human resources | 4,051,050 | 4,099,067 | 4,618,444 | 5,921,379 |
| Public safety | 263,463 | 398,326 | 355,935 | 464,233 |

The table above lists the annual budget, in thousands of dollars, for each of six different state programs in Kansas from 2007 to 2010.

Which of the following best approximates the average rate of change in the annual budget for Agriculture/naturel resources in Kansas from 2008 to 2010?

1. $50,000,000 per year
2. $65,000,000 per year
3. $75,000,000 per year
4. $130,000,000 per year

**Пример 9.**Годовые бюджеты для разных государственных программ в Канзасе с 2007 по 2010 годы

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Программа | Годы | | | |
| 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| Сельское хозяйство / природные ресурсы | 373,904 | 358,708 | 485,807 | 488,106 |
| Образование | 2,164,607 | 2,413,984 | 2,274,514 | 3,008,036 |
| Государственное управление | 14,347,325 | 12,554,845 | 10,392,107 | 14,716,155 |
| Автомобильные дороги и транспорт | 1,468,482 | 1,665,636 | 1,539,480 | 1,773,893 |
| Человеческие ресурсы | 4,051,050 | 4,099,067 | 4,618,444 | 5,921,379 |
| Общественная безопасность | 263,463 | 398,326 | 355,935 | 464,233 |

В таблице выше представлены годового бюджета шести различных государственных программ в Канзасе с 2007 по 2010 годы.

Какой из нижеследующих ответов больше всего подходит к среднему темпу изменения в годовом бюджете для сельского хозяйства/природных ресурсов в Канзасе с 2008 по 2010 годы?

1. $50,000,000 в год
2. $65,000,000 в год
3. $75,000,000 в год
4. $130,000,000 в год

*Решение. Средняя скорость изменения в годовом бюджете для сельского хозяйства/природных ресурсов с 2008 по 2010 годы составит 488 106 – 358 708 = 129 398 тыс. $. Среднееизменениегодовогобюджетасоставит 129 398:2 = 64 699 00 $. Дляэтогозначениябольшеподходит*

*Ответb).*

**Example 10.** Of the following, which program s ratio of its 2007 budget to its 2010 budget is closest to the human resources program s ratio of its 2007 budget to its 2010 budget?

1. Agriculture/naturel resources
2. Education
3. Highwaysandtransportation
4. Public safety

**Пример 10.**Какая программа с бюджетом с 2007 по 2010 годы является ближайшей к программе в области человеческих ресурсов с 2007 по 2010 годы?

1. Сельское хозяйство / природные ресурсы
2. Образование
3. Автомобильные пути и транспорт
4. Общественная безопасность

*Решение. Бюджет на человеческие ресурсы с 2007г. - $4 051 050 изменялся к 2010г. -$5 921 397 примерно на 46%*

*Бюджет Сельское хозяйство / природные ресурсы изменялся на 30%.*

*Бюджет на Образование изменялся за эти годы на 39%*

*Бюджет на Государственное управление изменялся на 2%*

*Бюджет на Автомобильные пути и транспорт на 20%*

*Бюджет на Общественную безопасность изменялся на 76%*

*Наиболее близкой программой к программе бюджета человеческие ресурсы (46%) является программа бюджета на образование–39%.*

*Ответb).*

**Example 11.**Dreams Recalled during One Week

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | None | 1 to 4 | 5 or more | Total |
| Croup X | 15 | 28 | 57 | 100 |
| Group Y | 21 | 11 | 68 | 100 |
| Total | 36 | 39 | 125 | 200 |

The data in the table above were produced by a sleep researcher studying the number of dreams people recall when asked to record their dreams for one week. Group X consisted of 100 people who observed early bedtimes, and Group Y consisted of 100 people who observed later bedtimes. If a person is chosen at random from those who recalled at least I dream, what is the probability that the person belonged to Group Y?

**Пример 11.** В таблице приведены данные по количеству снов, которые люди запоминают в течение одной недели. Группа Х состоит из 100 человек. Люди этой группы рано ложатся спать. Группа Y тоже состоит из 100 человек. Наблюдаемые этой группы поздно ложатся спать. Какова вероятность того, что выбранный случайным образом человек из числа наблюдаемых респондентов, запоминающих свои сны, принадлежит к группе Y.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Не запоминают | От 1 до 4 | От 5 и больше | Всего |
| Группа Х | 15 | 28 | 57 | 100 |
| Группа Y | 21 | 11 | 68 | 100 |
| Всего | 36 | 39 | 125 | 200 |

*Решение. Количество наблюдаемых людей, запоминающих свои сны, составляет 28+11+57+68=164. Из них к группе Y относится 11+68=79 человек. Значит вероятность заданного события будет 79/164.*

*Ответс)*

**Section 12. Trigonometric**

**Trigonometric Identities**

Trigonometric functions are basically defined for the acute angles of the triangle. We know that the trigonometric functions of an acute angle is the ratio of the pair of sides of the right triangle as per the property. These formulas are helpful in solving any types of triangles for the angles and the side. In real life situations, it is helpful to find the distance and the direction of of ships and the planes from a particular point. In this section let us see some of these identities and the problems based on it.

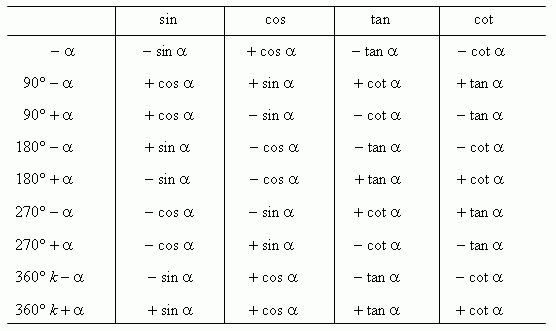
**Basic Identities :**

The basic identities of trigonometry are,  
        1.   tan α *=*        2.   cot *α* =   
        3.   sin2 α + cos2 α = 14.  1 + tan2α = sec2α  
        5. 1 + cot2α = cosec2*α*6.tan *α \** cot *α*= 1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

# Reduction formulas

These formulas permit:   
1)  to find a numerical values of trigonometric functions of angles, greater than 90°;  
2)  to execute transformations, leading to more simple expressions;  
3)  to get rid of negative angles and angles, greater than 360°.



An equation involving trigonometric functions of an unknown angle is called a trigonometric equation.

Basic trigonometric equations have the formsinx=a,cosx=a,tanx=a,cotx=a,  
where x is an unknown, a is any real number.

### Equation sinx=a

1. If |a|>1, the equation sinx=a has no solutions.
2. If |a|≤1, the general solution of the equation sinx=a is written as  
   x=(−1)narcsina+πn,n∈Z.  
   This formula contains two branches of solutions:  
   x1=arcsina+2πn,  x2=π−arcsina+2πn,n∈Z.
3. In the simple case sinx=1 the solution has the form  
   x=π/2+2πn,n∈Z.
4. Similarly, the solution of the equation sinx=−1 is given by  
   x=−π/2+2πn,n∈Z.
5. Case sinx=0 (zeroes of the sine)  
   x=πn, n∈Z.

### Equation cosx=a

1. If |a|>1, the equation cosx=a has no solutions.
2. If |a|≤1, the general solution of the equation cosx=a has the form  
   x=±arccosa+2πn,n∈Z.  
   This formula includes two sets of solutions:  
   x1=arccosa+2πn, x2=−arccosa+2πn,n∈Z.
3. In the case cosx=1, the solution is written as  
   x=2πn,n∈Z.
4. Case cosx=−1  
   x=π+2πn,n∈Z.
5. Case cosx=0 (zeroes of the cosine)  
   x=π/2+πn,n∈Z.

### Equation tanx=a

1. For any value of a, the general solution of the equation tanx=a has the form  
   x=arctana+πn, n∈Z.
2. Case tanx=0 (zeroes of the tangent)  
   x=πn, n∈Z.

### Equation cotx=0

1. For any value ofa, the general solution of the trigonometric equation cotx=0 is written as  
   x=arccot a+πn, n∈Z.
2. Case cotx=0 (zeroes of the cotangent)  
   x=π/2+πn, n∈Z.

In this lesson, we will look at solving Trigonometric Equations.  
  
A trigonometric equation is one that states a relation between trigonometric functions of unknown angles (or numbers)

1. Trigonometric equations, in general, have an unlimited number of solutions. Usually the domain is restricted to 0 ≤ θ ≤ 360, to limit the number of solutions.

*No general method for solving equations can be given. However, the following suggestions will be helpful.*

1) Reduce the equation to a simpler equation by factoring, if possible.  
2) Simplify the functions of different angles to functions of the same angle by means of known formulas.  
3) Simplify the equation so that it involves only the same function of the angle.  
4) Check your answers.

**Раздел 12.Тригонометрия**

**Тригонометрические тождества** Тригонометрические функции в основном определяются для острых углов треугольника. Эти формулы полезны при решении любых типов треугольников для углов и стороны. В реальных жизненных ситуациях полезно найти расстояние и направление кораблей и самолетов от определенной точки. В этом разделе мы рассмотрим некоторые из этих тождеств и проблемы, основанные на нем.

**Формулы приведения**

Эти формулы позволяют:

1) найти численные значения тригонометрических функций углов, более 90 °;

2) выполнять преобразования, приводящие к более простым выражениям;

3), чтобы избавиться от отрицательных углов и углов, превышающих 360 °.

Уравнение, включающее тригонометрические функции неизвестного угла, называется *тригонометрическим уравнением*.  
Основные тригонометрические уравнения имеют вид :sinx = a, cosx = a,

tanx = a, cotx = a,где х неизвестно, а - любое действительное число.

1.Уравнение sinx = a :  
1. Если | a |> 1, то уравнение sinx = a не имеет решений.  
2. Если | a | ≤1, общее решение уравнения sinx = a записывается как  
x = (- 1)narcsina + πn, n∈Z.  
Эта формула содержит две ветви решений:  
x1 = arcsina + 2πn, x2 = π-arcsina + 2πn, n∈Z.  
   
а) В простом случае sinx = 1 решение имеет вид  
x = π / 2 + 2πn, n∈Z.  
б) Аналогично, решение уравнения sinx = -1 дается формулой  
x = -π / 2 + 2πn, n∈Z.  
 в) случай sinx = 0 (нули синуса)x = πn, n∈Z.

2. Уравнение cosx = a  
Если | a |> 1, то уравнение cosx = a не имеет решений.  
Если | a | ≤1, общее решение уравнения cosx = a имеет вид  
x1/2 = ± arccosa + 2πn, n∈Z.  
Эта формула включает два набора решений:  
x1 = arccosa + 2πn, x2 = -arccosa + 2πn, n∈Z.  
   
1. В случае cosx = 1 решение записывается как  
x = 2πn, n∈Z.  
2. Случай cosx = -1  
x = π + 2πn, n∈Z.  
3. Случай cosx = 0 (нули косинуса)  
x = π / 2 + πn, n∈Z.

3.Уравнение tanx = a  
1. Для любого значения а общее решение уравнения tanx = a имеет вид  
x = arctana + πn, n∈Z.  
   
а) Случай tanx = 0 (нули касательной)  
x = πn, n∈Z.  
Уравнение cot x = 0  
б)Для любого значения a общее решение тригонометрического уравнения cotx = 0 записывается как  
x = arccot ​​a + πn, n∈Z.  
   
в)Случай cotx = 0 (нули кокасательного)  
x = π / 2 + πn, n∈Z.

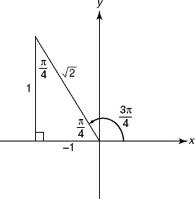
*Для решения различных уравнений не существует стандартный метод.Тем не менее, следующие рекомендации будут полезны.*  
1) уменьшите уравнение до более простого уравнения путем понижения порядка

2) упростить функции разных углов к функциям одного и того же угла с помощью известных формул.  
3) упростите уравнение так, чтобы оно включало только ту же функцию угла.  
4) Проверьте свои ответы.

**Example1**.The exact value of cos:

a) -1 b) c) d) e) 0

**Пример 1.**Найдите точное значение cos.

*Решение. Нарисуйте данный угол в радианах в стандартном положении, как показано на рисунке ниже:*

*Отношение касательных: . Ответ:*

**Example 2**. Calculate sin9450

**Пример 2.**Вычислите sin9450

*Решение.* Началоформы

sin9450=sin(7200+2250)= sin(2250+2х3600)= sin2250= sin(2250−3600)= =sin(−1350)=−sin1350= -

*Ответ :*-

**Example 3.** If sin 37° = z, express sin 74° in terms of z.

a) 2z\* b) 2z2 + 1 c) 2z d) 2z2 – 1 e)

**Пример 3.**Если sin37 ° = z, выразить sin74° через z.

*Решение. sin 74 ° = 2 sin 37°\*cos 37 °. Поскольку , Отсюда*

*.Так, как 74° находится в первом квадранте, применяется положительный квадратный корень, поэтому*

*Ответ:*

**Example 4.** What is the range of the function f(x) = 5 - 6sin (http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00420.jpgx + 1)?

a) [-6,6] b) [-5,5] c) [-1,1] d) [-1,11] e) [-11,1]

**Пример 4.**Каково множество значений: f (x) = 5 – 6sin (x + 1)?

*Решение. Помните, что диапазон синусной функции [-1,1], поэтому второй член находится в диапазоне от 6 до -6:*

*-1≤ sin (x + 1) ≤ 1 умножим на -6. Тогда получим: -6 ≤ -6sin (x + 1) ≤ 6*

*затем прибавим 5: -6+5 ≤ 5-6sin (x + 1) ≤ 6 +5 .*

*Следовательно: -1 ≤ у ≤ 11 Правильный ответ: -1 ≤ у ≤ 11*

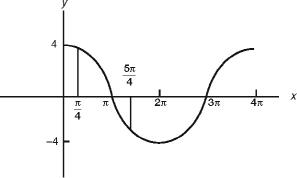
**Example 5**. Asincreases from to , the value of

a) increases, and then decreases b)decreases, and then increases  
c) decreases throughout d) increases throughout  
e) decreases, increases, and then decreases again

**Пример 5.** Если находится между и, то чему будет равно:

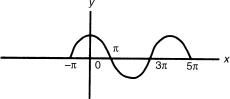
a) увеличивается, а затем уменьшается b) уменьшается, а затем увеличивается  
c) уменьшается по всей прямой d) возрастает по всей числовой прямой  
e) уменьшается, увеличивается, а затем снова уменьшается

*Решение. Из графика у=4 cos x заметим, что доля графика между и уменьшается*



**Example 6.**If the graph in the figure below has an equation of the form

y = sin (M\*x + N), what is the value of N?



**Пример 6.**Если график на рисунке ниже имеет уравнение вида :

y = sin (M\*x+ N), каково значение N?

*Решение. -http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00420.jpg = = 4π(из рисунка), поэтому M = . Фазовый сдвиг для кривой синуса на рисунке - http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00558.jpg . Следовательно, x + N = 0 при x = –.*

*Следовательно , N= Ответ: N=*

**Example 7.Find solutions in the interval [0, 2π) for the trigonometric equation  
Пример 7.**Найти решения в интервале [0, 2π) для тригонометрического уравнения : 10sin2*x* + 13sin 2*x* + 8 = 0  
Решение : а)воспользуемся основным тождеством и формулой двойного аргумента : sin 2*x*= 2\*sinx\*cosx

10sin2*x* + 13\*2\*sin *x\**cos x + 8\*1 = 0

10sin2*x* + 13\*2\*sin *x\**cos x + 8\*(sin2 x + cos2 x ) = 0

18sin2*x* + 26\*sin *x\**cos x + 8\* cos2 x = 0

б) делим полностью на cos2 x : 18 tg2x-26\*tgx+8=0

9\*tg2x-13\*tgx+4=0

в)введем замену переменных : tgx= t Тогда уравнение примет вид :

9\*-13\*t+4=0D=-4\*a\*c=(-13)2 -4\*9\*4=169-144=25

t1== = t2==

г) полученные значения t подставим в замену :

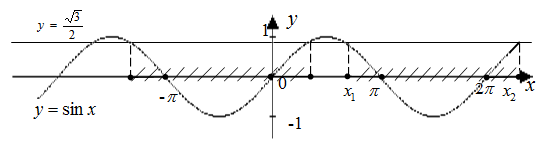
tgx= 1 х1= +π\*n

tgx= х2=arctg +π\*к , , n, к

**Example 8.** Solve the inequality sinx **≤**

**Пример 8.**Решите неравенство sinx ≤

*Решение. Решим это неравенство графически. Для этого построим в одной системе координат*[*график синуса*](http://ru.solverbook.com/spravochnik/trigonometriya/grafik-sinusa/) y=sinx *и прямой*y= :

**

*Выделим промежутки, на которых синусоида расположена ниже графика прямой*y=*. Найдем абсциссы x1 и x2 точек пересечения этих графиков:*

х1=- arcsin= =

х2=arcsin +2 =

*Получили интервал* [-  ;] но так как функцию y=sinx периодическая и имеет период 2, то ответом будет объединение интервалов:

[ +2πk; +2πk ]

*Ответ: х [ +2πk; +2πk ]*

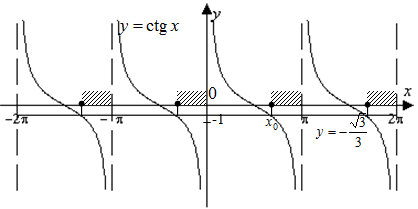
**Example 9.** Solve the inequality ctg x **≤ -**

**Пример 9.**Решите неравенство ctg x**≤ -**

*Решение.*

*Построим в одной системе координат графики функций* y=ctg x и y= -

*Выделим промежутки, на которых график функции*y=ctg x*расположен не выше графика прямой*y= - ***.***

**

|  |
| --- |
| *Найдем абсциссу точки x0, которая является концом одного из промежутков, на котором неравенство*  х0== =  *Другим концом этого промежутка есть* точка π, *а функция*y=ctgx *в этой точке неопределенна. Таким образом, одним из решением данного неравенства является промежуток* ≤ x<π *. Учитывая, что котангенс функция периодическая, с периодом π, то окончательно получим [ + πk; π + πk ).* |
| *Ответ: х [ + πk; π + πk* ).  **Example 10**. Point P has initially coordinates (x,y). It is then rotated by angle **a** about the origin to point P' (the distance r from the origin is conserved). What are the new coordinates (x',y') of point P'.  **Пример 10.** Точка P первоначально имеет координаты (x, y). Затем он поворачивается на угол a относительно начала координат в точку P ' (расстояние r от начала сохраняется). Определите новые координаты (x ', y') точки P '.  diagram for problem 3  *Решение.*  *Выразите x, y, x 'и y', используя углы b и a + b следующим образом*  *x = r cos b  y = r sin b  x' = r cos(a + b)  y' = r sin(a + b)*  *Развернуть x 'и y'*  *x' = r cos(a + b) = r cos a cos b - r sin a sin b  y' = r sin(a + b) = r sin a cos b + r cos a sin b*  *Теперь мы используем x = r cos b и y = r sin b в приведенных выше выражениях для получения*  *x' = x cos a - y sin a  y' = x sin a + y cos a*    **Example 9**. The angle of elevation of a hot air balloon, climbing vertically, changes from 25 degrees at 10:00 am to 60 degrees at 10:02 am. The point of observation of the angle of elevation is situated 300 meters away from the take off point. What is the upward speed, assumed constant, of the balloon? Give the answer in meters per second and round to two decimal places.  diagram for problem 2  **Пример 9.** Угол подъема воздушного шара, поднимающегося по вертикали, изменяется с 25 градусов в 10:00 до 60 градусов в 10:02. Точка наблюдения угла возвышения находится в 300 метрах от точки взлета. Какова скорость роста, предполагаемая постоянная, воздушного шара? Дайте ответ в метрах в секунду и округлите до сотых.  *Решение. Используйте касательную для решения*  *tg(25o) = h1 / 300  и tg(60o) = (h1 + h2) / 300*  *Решение для h1 и h2 h1 = 300 tg(tg(25o))  и h1 + h2 = 300 tg(60o)*  *Используйте последние два уравнения, чтобы найти h2 :*  *h2 = 300 [ tg(60o) - tg(25o) ]*  *Если для поднятия h2 требуется 2 минуты (с 10:00 до 10:02), то скорость S вверх*  *S = h2 / 2 минуты = 300 [ tg(60o) - tg(25o) ] / (2 \* 60) 3.16 м/секунд*  *Ответ: 3.16 м/секунд*  **Example 10.** When the top T of a mountain is viewed from point A, 2000 m from ground, the angle of depression a is equal to 15o and when it is viewed from point B on the ground the angle of elevation b is equal to 10o. If points A and B are on the same vertical line, find the height h of the mountain. (round answer to one decimal place).  diagram for problem 1  **Пример 10.**Когда верхний T горы просматривается из точки A, в 2000 м от земли, угол депрессии a равен 150, а когда он просматривается из точки B на земле, угол подъема b равен 100. Если точки A и B находятся на одной вертикальной линии, найдите высоту h горы. (Округлите ответ до десятых).  *Решение. Пусть h - высота горы, как показано на рисунке ниже. Используйте правильные треугольники MTB и MTA для решения*  *diagram for solution to problem 1*  *tg(10o) =*  *tg(15o) =*  *Из вышеперечисленных уравнений выражаем d следующим образом:*  *d = и d = .Отсюда следует, что :*  *= . Следовательно : h =793.8 м*  *Ответ : 793.8 м*  **Example 11**. An airplane is approaching point A along a straight line and at a constant altitude h. At 10:00 am, the angle of elevation of the airplane is 20o and at 10:01 it is 60o. What is the altitude h of the airplane if the speed of the airplane is constant and equal to 600 miles/hour? (round answer to 2 decimal places).  **Пример 11.**Самолет приближается к точке А по прямой и на постоянной высоте h. В 10:00, угол подъема самолета – 200, а в 10:01 – 600. Какова высота h самолета, если скорость самолета постоянна и равна 600 миль в час? (Округлите ответ до сотых).  *Решение. Сначала вычислим расстояние d, используя время и скорость (1 минута = часа): d = 600 х = 10 миль*  *Далее мы выражаем касательную к указанным углам взлета следующим образом:*  *tg(20o) =*  и *tg(60o) =*  *Чтобы найти связь между h и d в вышеприведенных соотношениях исключаем х:*  *h == 4.6 миль Ответ : 4.6 миль*    **Section 13. Geometry**  Geometry Formulas Triangles - The Sine and Cosine Rules  The basic triangle trigonometry formulas above will only work for right triangles. If we start with the naming of the sides and angles of the triangle:  geometry formulae triangles  **a** is the side opposite angle **A**;**b** is the side opposite angle **B**;**c** is the side opposite angle **C**.  The sine rule states that:    =  The cosine rule states that:  a2 = b2 + c2 - 2bccosA  **Раздел 13. Геометрия**  Формулы треугольников–Теорема синусов и косинусов Если мы начнем с обозначения сторон и углов треугольника:  a - противоположный угол A;b - противоположный угол B; c - противоположный угол C.  Правило синуса гласит, что:=  Поправилукосинусов: a2 = b2 + c2 - 2bc cos AОтсюда: cos A = b2 + c2 - a2  **Example 1.** In http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00498.jpgABC, http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgA = 30°, b = 8, and a =4\*. Angle C could equal  A) 45° B) 135° C) 60° D) 15° E) 90°  **C:\Users\admin\Desktop\Математика SAT рисунки\Рисунок 1.pngПример 1.**В треугольнике http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00498.jpgABChttp://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgA = 30°, b = 8 и a = 4. Чему равен угол C?    *Решение. По теореме синусов: =. Отсюда следует, что sinB = . Тогда http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgB = 45° или 135°. На рисунке показаны два возможных месторасположения точки B: они отмечены точками B1 и B2, где http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgAB1C=45° и http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgAB2C=135°. В соответствии с этим http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgACB1 = 105° и http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgACB2 =15°. Тогда из этого только 15° является правильным ответом.*  *Ответ: D*  **Example2.** In , = 30°, a = 6, and c = 8. Which of the following must be true?  A) 0° <http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgC < 90° B) 90° <http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgC < 180° C) 45° <http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgC < 135° D) 0° <http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgC < 45° or 90° <http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgC < 135° E) 0° <http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgC < 45° or 135° <http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00505.jpgC < 180° CorrectAnswer:E  **Пример 2.** В треугольнике http://www.cracksat.net/sat2/math/br2/images/00498.jpgABCA=30°, a=6 и c=8. Какое из следующих утверждений должно быть истинным?  C:\Users\admin\Desktop\Математика SAT рисунки\Рисунок 2.png  *Решение. Согласно теореме синусов: =. Таким образом, sinC=.*  *На приведенном выше рисунке показано, что это неоднозначный случай. Таким образом, C = =41.81или0*  *Ответ:E*  **Example 3.**The angles of a triangle are in a ratio of 8:3:1. The ratio of the longest side of the triangle to the next longest side is  А) : 2 B) 8:3 C) :1 D) 8:5 E) 2\* :3  **Пример 3.** Углы треугольника находятся в отношении 8:3:1. Чему равно отношение самой длинной стороны треугольника к следующей по длине стороне?  *Решение. Углы составляют 15°, 45° и 120°. Пусть c – самая длинная сторона, а b – следующая по длине.Тогда по теореме синусов:*  *.*  О*твет:А)*  **Example 4.**The sides of a triangle are in a ratio of 4:5:6. The smallest angle is:  A) 82° B) 69° C) 56° D) 41° E) 27°  **Correct Answer:** D  **Пример 4.** Пусть стороны треугольника равны 4, 5 и 6. Используем теорему косинусов: стороны треугольника находятся в соотношении 4:5:6. Наименьший угол равен:  Картинки по запросу треугольник abc    ВС2=АВ2+АС2-2\*АВ\*АС\* cos α  *16 = 25+36-60 cos* α*. Отсюда сos* α *== .*  *Из этого следует, что A = arccos (0,75)≈41 °*  *Ответ: D)*  **Example 5.** Find the length of the longer diagonal of a parallelogram if the sides are 6 inches and 8 inches and the smaller angle is 60°:  A) 8 B) 11 C) 12 D) 7 E) 17  Correct Answer: C  **Пример 5.** Найдите длину более длинной диагонали параллелограмма, если стороны 6 дюймов и 8 дюймов, а меньший угол 60°.  *По теореме косинусов: d2 = 36 + 64 – 96 cos120°. d2 = 148 где, d12.*  C:\Users\admin\Desktop\Математика SAT рисунки\Рисунок 3.png  *Ответ: C*  **Example 6.**There are two full tanks of the same material, with walls of equal thickness and uniform shape. One of the tanks is 27 times more spacious than the other. How many times is the largest capacity heavier?  **Пример 6.** Имеются две емкости для горючего из одинаковых материалов, со стенками равной толщины и одинаковой формы. Одна из емкостей в 27 раз вместительнее другой. Во сколько раз большая емкость тяжелее?  *Решение.Поскольку объемы тел относятся как кубы их линейных размеров, большая емкость должна быть в раза выше и шире.*  *Поверхности же подобных тел относятся как квадраты линейных размеров, то есть поверхность большей емкости в 32 =9 раз больше, а значит, и в 9 раз тяжелее.*  *Ответ:в 9 раз тяжелее*  **Example 7.**There are two apples in front of you. The first is wider ¼ than the second, but it costs one and a half times more expensive. Which of them is more profitable to buy? (The quality of apples will be considered the same).  **Пример 7.** Перед вами два яблока. Первое на шире второго, но зато стоит в полтора раза дороже. Какое из них выгоднее покупать? (качество яблок будем считать одинаковым.)  *Решение. В предвкушении еды нас интересует не ширина яблока, а его объем. Отношение объемов шаров пропорционально отношению кубов их радиусов. В нашей задаче это отношение равно:*  *=2*  *Следовательно, по объему первое яблоко больше второго примерно в два раза. А стоит оно всего в 1,5 раза дороже. Значит, первое яблоко купить выгоднее.*  *Ответ:2*  **Example 8.** Three bees flew at the same time from the hive. When will they be in the same plane?  **Пример 8.** Из улья одновременно вылетели три пчелы. Когда они будут находиться в одной плоскости?  *Решение. Через три точки всегда можно провести плоскость, значит, три пчелы будут находиться в одной плоскости всегда.*  **Example 10.** The farmer leased a land plot in the form of a parallelogram. The distances between the parallel sides (heights) of the parallelogram are respectively 400 and 1200 m. The perimeter of the plot is 4000 m. What is the area of ​​the plot (S)?  **Пример 10.** Фермер взял в аренду земельный участок в форме параллелограмма. Расстояния между параллельными сторонами (высоты) параллелограмма соответственно равны 400 и 1200 м.Периметр участка равен 4000 м. Чему равна площадь участка (S)?  *Решение.Составляем систему уравнений, где x и y – стороны параллелограмма:*  *Решая систему уравнений, получим:*  *y =2000 – x; 400x = (2000 – x) 1200*  *x = 1500.*  *S = 400 1500 = 600 000 м2  = 0,6 км2.*  *Ответ: 0,6 км2.*  **Example 10.** How much will the area of a rectangular garden area increase if all its sides grow by 40% each?  **Перевод.**На сколько процентов увеличится площадь прямоугольного садового участка, если все его стороны вырастут на 40% каждая?  *Решение. Принимая сторону садового участка до увеличения за единицу, получим площадь, равную единице. Площадь участка с увеличением сторон на 40% станет равна: 1,4 1,4 = 1.96, т.е. площадь вырастет на 96%.*  *Ответ: на 96%*  **Example 11.** If a sector of a circle has an arc length of 2π inches and an area of 6π square inches, what is the length of the radius of the circle?  a) 1 b) 2 c) 3 d) 6 e) 12  **Перевод.** Сектор круга имеет длину дуги 2π дюймов и площадь 6π квадратных дюймов. Какова длина радиуса круга?  s= r\*φ 2π= r\*φ A=\*\*φ 6π=\*\*φ= r(r\*φ)= r\*(2π) r=6  **Example 12.** If a circle has a circumference of 16 inches, the area of a sector with a central angle of 4.7 radians is  a) 10 b) 12 c) 15 d) 25 e) 48  **Перевод.**Если круг имеет длину дуги, равную 16 дюймам, то найдите площадь сектора центрального угла величиной 4.7 радиана  *Решение*: С=2π\*r=16 . Отсюдаr == 2.55  А=\*\*θ=\*\* 4.7=15  *Ответ:15*  **Example 13.** Rectangle ABCD has a perimeter of 26. The half circle with diameter AD has an area of 8π. What is the perimeter of the part of the figure that is not shaded?  http://www.majortests.com/sat/testpics/p009-10.gif   1. 26 + 4π 2. 18 + 8π 3. 18 + 4π 4. 14 + 4π 5. 14 + 2π   **Перевод.** Периметр прямоугольника ABCD равно 26, полукруг с диаметром AD имеет площадь 8π . Что такое периметр части рисунка, не затененной?  *Решение. Если площадь полукруга равно 8π, то площадь круга будет 16π, соответственно, радиус круга равно 4, диаметр 8. Если AD=BC=8, AB=CD=5. Периметр не закрашенной фигуры равно: 5+5+8+8π=18+8π.*  *Ответ: b)*  **Example 14.** In the figure below, AC is parallel to DE. AE, FG and CD intersect at the point B. FG is perpendicular to AC and DE. The length of DE is 5 inches, the length of BG is 8 inches and the length of AC is 6 inches. What is the area, in square inches, of triangle ABC?  sat problem 11.   1. 28.8 2. 20 3. 24 4. 15 5. 36   **Перевод.** На рисунке ниже, AC параллельно DE. AE, FG и CD пересекаются в точке В. ВF перпендикулярна к АС и DE. Длина DE составляет 5 дюймов, длина BG составляет 8 дюймов, а длина AC составляет 6 дюймов. Какова площадь в квадратных дюймах треугольника ABC?  **sat problem 11**  **8**  **6**  **5**  *Решение. На этом рисунке видно, что треугольник АВС и треугольник DBEподобные. Так как они подобные, то соотношение их сторон и высот одинаковые. С помощью этого соотношение мы можем найти высоту треугольника АВС (то есть BF)*  *= = BF = = = h*  *Площадь треугольника АВС равна произведению половины основания (АС) треугольника на его высоту (h)*  *S = = = = 28.8*  *Ответ: 28,8 дюймов*  Конецформы  Примеры заданий   1. The symbol © defines a mathematical binary operation such that for all positive integers. What is the value of (2©3)©2 ? 2. 2× 3. 8/3 4. 32/9 5. 4 6. Solve the inequality: 7. and 8. and 9. and 10. The sum of the two values of x that satisfy the simultaneous equations and is 11. -8.5 12. -7.5 13. -1.5 14. 3.5 15. 4.5 16. 5 17. The algebraic fraction is equal to . Which one of the following is equivalent to in terms of x ? 18. Using the formula: calculate the value of y when: 19. Evaluate 20. Given Rearrange the formula to make k the subject 21. The sum of the roots of a quadratic equation is 7, the product of the roots is 9. What is the equatin? 22. The roots of the equation differ by 2. The value of a is 23. The longest side of a right angled triangle is units. One of the shorter sides is units. What is the length of the third side? 24. 12 25. Given that y is a solution to the simultaneous equations:   What is the value of y when ?   1. -4 2. -1 3. 0 4. 1 5. 3 6. 7 7. 8 8. Five runners competed in a race: Fred, George, Hermione, Lavender, and Ron.   Fred beat George.  Hermione beat Lavender.  Lavender beat George.  Ron beat George.  Assuming there were no ties, how many possible finishing orders could there have  been, given only this information?   1. 1 2. 6 3. 12 4. 18 5. 24 6. 120 7. Simplify: 8. Which of the expressions bellow has the largest value for ? 9. The diagram shows a quadrant of a circle, centre 0, radius 20 cm. The chord AB has been drawn.   Diagram not to scale  What fraction of the quadrant is shaded?   1. What is equation of the straight line passing through (4,1) which is parallel to the line given by the equation ? 2. For any real numbers a, b and c were , consider these three statements:   Which of these statements must be true?   1. All three statements 2. Only statements 1 and 2 3. Only statements 2 and 3 4. Only statements 1 and 3 5. Only statement 1 6. Only statement 2 7. Only statement 3 8. None of the statements 9. The cross-section of a triangular prism is an equilateral triangle with side cm. The length of the prism is d cm. Let the total surface area of the prism be T cm2. Given that the volume of the prism is T cm3, which one of the following is an expression for d in terms of x? 10. A shape is formed by drawing a triangle ABC inside the triangle ADE. BC is parallel to DE.   AB=4 cm BC=x cm DE=x+3 cm DB=x-4 cm    Calculate the length of DE   1. 5 cm 2. 7 cm 3. 9 cm 4. cm 5. cm 6. Acubehasunitlengthsides. What is the length of a line joining a vertex to the midpoint of one of the opposite faces (the dashed line in the diagram bellow)?      1. The diagram shows three similar right-angled triangles.     What is the area of the largest rtiangle?   1. cm2 2. cm2 3. 5 cm2 4. 15 cm2 5. cm2 6. The term of a sequence is . What is an expression for the difference between the term and the term? 7. Given that c and d are non-zero integers, the expression is an integer if 8. For what values of the non – zero real number does the quadratic equation have real distinct roots? 9. All values of 10. A circle has a diameter of 20 cm. The line AC is a diameter of the circle. B is a point on the circumference of the circle with AB=12 cm. The point D lies on the arc AC on the opposite side to point B. What is the sine of 11. 0.6 12. 0.8 13. A square piece of metal has semi-circular piece cut out of it as shown. The area of the remaining metal is 100 cm2.     Which of the following is a correct expression of the length of the side of the square in cm?   1. Two identical copies of a right-angled triangle areplaced on top of each other to make a quadrilateral ABCD as shown below.     The perpendicular sides of the triangles are in the ratio 1:3. What fraction of the quadrilateral is covered by both triangles?   1. Given that and and ; What is the range of possible values of c? 2. The weight of an animal increases by 50% each year for 3 years. It then declines in weight by 20% a year for 2 years and then declines by a further 25% in the next year. What is the percentage increase in the animal’s weight at the end of 6 years compared to its original weight at the start of this period? 3. 5% 4. 20% 5. 62% 6. 85% 7. 115% 8. If you look at a clock and the time is 9.45, what is the angle between the hour and the minute hands? 9. 00 10. 7.50 11. 150 12. 22.50 13. 300   БЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК  1. http://www.testverbal.ru/sat-sample-test-questions  2. <http://www.dummies.com/test-prep/sat/sat-sample-math-test-calculator-questions/>  3. <http://www.free-test-online.com/statistics-and-probability-review>  4. В. А. АБЧУК “ Экономико-математические методы”.  СОДЕРЖАНИЕ  Введение..............................................................................................................3  Алгебра и теория чисел….…………………………………………………….6  Комплексные числа…………..……………………………………………....12.  Уравнения……………………………………………………………………..16  Многочлены…………………………………………………………………..21  Проценты …………………………………………………………………….33  Экспоненциальные уравнения ……………………………………………...40  Логические задачи………………………………………..……………….…42  Метод диаграмм………….…………………………………………………..53  Комбинаторика и теория вероятности……………………………………..58  Основы математической статистики……………………………………….71  Анализы данных……………………………………………………………..83  Тригонометрия………………………………………………………………91  Геометрия….………..……………………………………………………….103  Примеры заданий. ………………………………………………………….113.  Библиографический список…………………………………………………………………….......114 |  |
|  |  |