

Дифференциальные сечения рассеяния электронов квазиклассической плазмы с учетом динамической экранировки

НИИЭТФ, КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы, 050038, аль-Фараби 71, Казахстан

Аннотация В работе представлена динамическая модель взаимодействия заряженных частиц неидеальной квазиклассической плазмы. Эта модель учитывает квантовомеханический эффект дифракции и эффект динамической экранировки. На основе динамического потенциала взаимодействия заряженных частиц исследованы сечения рассеяния электронов. Сделаны выводы.

Ключевые слова. Динамический потенциал взаимодействия, динамическая экранировка, квазиклассическая плазма, сечения рассеяния.

I Введение

Разработка моделей взаимодействия структурных элементов неидеальной плазмы и исследование на их основе кинетических, транспортных свойств системы представляют большой фундаментальный интерес и важно для развития технологий многих практических приложений, связанных с неидеальной плазмой. Среди наиболее важных приложений отметим термоядерный синтез путем лазерного обжатия вещества, МГД-генераторы и другие. А так как одна из основных проблем при использовании плазмы - это проблема ее удержания и контроля, то знание транспортных коэффициентов, таких как коэффициенты диффузии, теплоемкости, электропроводности, вязкости имеют первостепенное значение при проектировании технологических установок.

Исторически, первой псевдопотенциальной моделью, описывающей эффекты экранировки в неидеальной плазме, явилась модель Дебая-Хюккеля:

$$\Phi_D(r) = \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right), \quad (1)$$

где r - межчастичное расстояние, $r_D = \left(k_B T / \left(4\pi e^2 \sum_j n_j Z_j^2\right)\right)^{1/2}$ - радиус

Дебая, $Z_\alpha e$, $Z_\beta e$ - электрические заряды частиц сорта α и β .

В работе [1] было показано, что потенциал Дебая-Хюккеля соответствует приближению парных корреляций и поэтому справедлив только при невысоких плотностях. Известно, что в неидеальной квазиклассической плазме помимо корреляционных и имеют место квантовомеханические эффекты дифракции и симметрии. Для учета выше названных квантовомеханических эффектов был разработан специальный метод, заключающийся в сопоставлении классического больцмановского фактора и квантовомеханической слэттеровской суммы. Впервые данный подход был изложен в работе [2]. Псевдопотенциал Дойча [3,4], учитывающий эффект дифракции, имеет следующий вид:

$$\varphi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_{\alpha}Z_{\beta}e^2}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{\lambda_{\alpha\beta}}} \right). \quad (2)$$

Здесь $D_{\alpha\beta} = h/\sqrt{2\pi m_{\alpha\beta} k_B T}$ - тепловая длина волны Де-Бройля;
 $m_{\alpha\beta} = m_{\alpha}m_{\beta}/(m_{\alpha} + m_{\beta})$ - приведенная масса частиц сорта α и β .

В работе [5] был предложен эффективный потенциал, учитывающий как эффект экранировки, так и квантовомеханический эффект дифракции:

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \frac{Z_{\alpha}Z_{\beta}e^2}{\sqrt{1-4D_{\alpha\beta}^2/r_D^2}} \left(\frac{e^{-Br}}{r} - \frac{e^{-Ar}}{r} \right), \quad (3)$$

где $A^2 = \frac{1}{2D^2} \left(1 + \sqrt{1-4D_{\alpha\beta}^2/r_D^2} \right)$; $B^2 = \frac{1}{2D^2} \left(1 - \sqrt{1-4D_{\alpha\beta}^2/r_D^2} \right)$.

Этот потенциал экранирован и имеет конечное значение на расстояниях близких к нулю.

В последнее время ведутся большие работы по построению динамических моделей взаимодействия частиц плазмы, которые в отличие от статических, учитывают относительные скорости взаимодействующих частиц. Сечения столкновений напрямую зависят от значения относительной скорости сталкивающихся частиц, в этой связи более последовательным является применение динамического потенциала взаимодействия частиц при исследовании их столкновений. В первой части представлен динамический потенциал взаимодействия заряженных частиц квазиклассической плазмы. Во второй части исследуются сечения рассеяния электронов на основе полученного динамического потенциала взаимодействия.

II Параметры системы и динамический потенциал взаимодействия частиц квазиклассической плазмы

Для удобства описания свойств неидеальной плазмы удобно пользоваться параметрами, характеризующими её состояние при определенных плотностях и температурах. Одним из параметров, характеризующих состояние системы, является параметр связи:

$$\Gamma = \frac{(Ze)^2}{ak_B T}. \quad (4)$$

Здесь среднее расстояние между частицами:

$$a = \left(\frac{3}{4\pi n} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

$n = n_e + n_i$ - концентрация электронов и ионов; T - температура плазмы; k_B - постоянная Больцмана. Параметр плотности определяется как:

$$r_s = \frac{a}{a_B}, \quad (6)$$

где $a_B = \frac{\eta^2}{m_e e^2}$ - радиус Бора. Параметр плотности уменьшается с увеличением плотности.

Параметр вырождения для электронной компоненты:

$$\Theta = \frac{k_B T}{E_F} = 2 \left(\frac{4}{9\pi} \right)^{\frac{2}{3}} Z^{\frac{5}{3}} \frac{r_s}{\Gamma}, \quad (7)$$

где E_F - энергия Ферми электронов;

Следует отметить, что традиционно экранировка поля заряда в плазме представляется статической экранировкой Дебая – Хюккеля, это приближение справедливо, если скорости сталкивающихся частиц порядка тепловой скорости. Если же скорости превышают тепловую, то такие быстрые частицы при движении не успевают поляризовать окружающую плазму и экранировка их зарядов ослабевает. Экранировка, зависящая от скоростей взаимодействующих частиц, получила название динамической экранировки и в настоящее время часто используется при исследовании свойств неидеальной плазмы. В работе [2] был предложен способ учета динамической экранировки, он сводится к замене статического радиуса Дебая на некоторый эффективный, учитывающий динамическую экранировку:

$$r_0 = r_D \left(1 + \frac{v^2}{v_{Th}^2} \right)^{1/2} \quad (8)$$

Где v - относительная скорость сталкивающихся частиц, v_{Th} - тепловая скорость частиц системы. Тогда псевдопотенциал (3) с учетом динамической экранировки в безразмерном виде переписывается как:

$$\Phi_{\alpha\beta}(R)/k_B T = \frac{\Gamma}{\sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))}} \left(\frac{e^{-BR}}{R} - \frac{e^{-AR}}{R} \right), \quad (9)$$

$$\text{где } A^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))} \right);$$

$$B^2 = \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - 24\Gamma^2 / (\pi r_s (1 + \delta^2))} \right);$$

$\delta = v/v_{Th}$ - параметр относительной скорости сталкивающихся частиц. $R = r/a$ - межчастичное расстояние в единицах среднего расстояния между частицами.

На рисунках 1 и 2 представлены парные потенциалы взаимодействия между электроном и другой зараженной частицей: потенциалы Кулона, Дойча, Дебая-Хюккеля, потенциал (3), учитывающий статическую экранировку и (9), учитывающий динамическую экранировку. Как видно из этих рисунков, потенциал (9) при малых

скоростях сталкивающихся частиц стремится к потенциалу (3), а при больших скоростях стремится к потенциалу Дойча, не учитывающему экранировку.

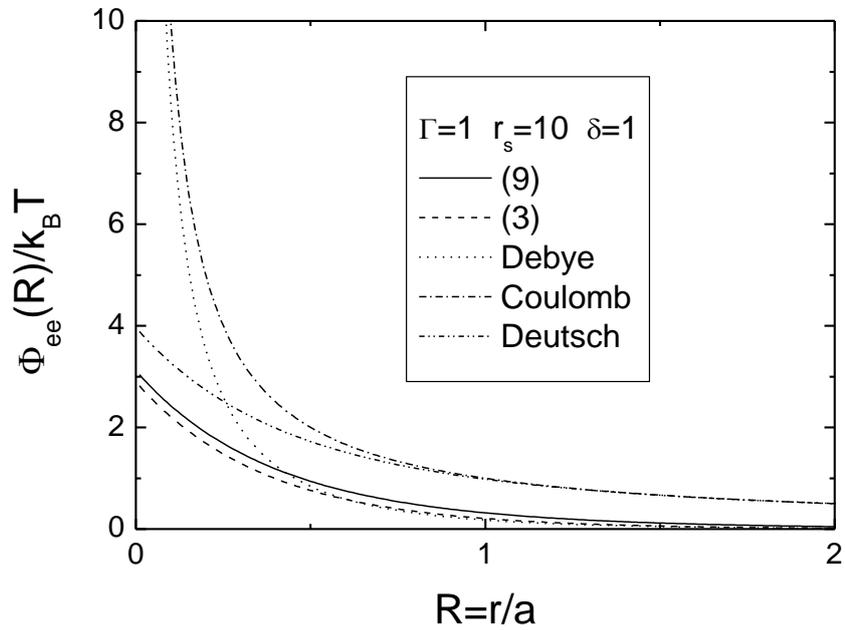


Рис. 1 - Потенциалы взаимодействия электрон-электронной пары для $\delta = 1$.

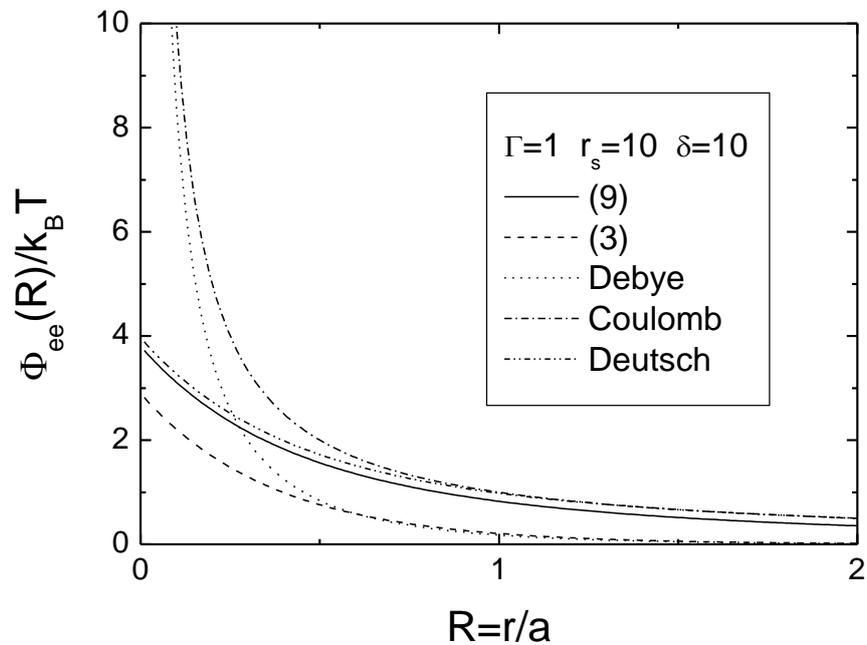


Рис. 2 - Потенциалы взаимодействия электрон-электронной пары для $\delta = 10$.

III Дифференциальные сечения рассеяния

Данные по сечениям рассеяния являются основой для вычисления транспортных коэффициентов плотной плазмы, область использования которой весьма широка. Для высокотемпературной квазиклассической плазмы дифференциальное сечение рассеяния частиц можно качественно исследовать на основе формулы Борна [7]:

$$\sigma(\theta, k) = \frac{4\pi m^2}{h^4} \left| \int \Phi(r) e^{i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{r}} d\vec{r} \right|^2 2\pi \sin \theta d\theta, \quad (10)$$

где $\Phi(r)$ - потенциал взаимодействия сталкивающейся пары частиц, \vec{k}_0 и \vec{k} - волновые векторы налетающей частицы до и после столкновения, при упругом рассеянии $k = k_0$, θ - угол рассеяния, который для упругого рассеяния связан с волновыми векторами следующим соотношением $|\vec{k} - \vec{k}_0| = q = 2k \sin \frac{\theta}{2}$.

В рамках модели (3), учитывающей как статическую экранировку, так и эффект дифракции, в работах [8,9] были исследованы столкновительные и транспортные свойства квазиклассической плотной плазмы и была получена формула для дифференциального сечения рассеяния, которую можно переписать в безразмерном виде как:

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, \kappa) / a^2 &= \frac{4r_s^2}{(1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s})} \left(\frac{1}{A+C} - \frac{1}{B+C} \right)^2 \quad (11) \\ A &= \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}} \right) \\ B &= \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi r_s}} \right) \\ C &= 4(k^*)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}; \quad k^* = \kappa a \end{aligned}$$

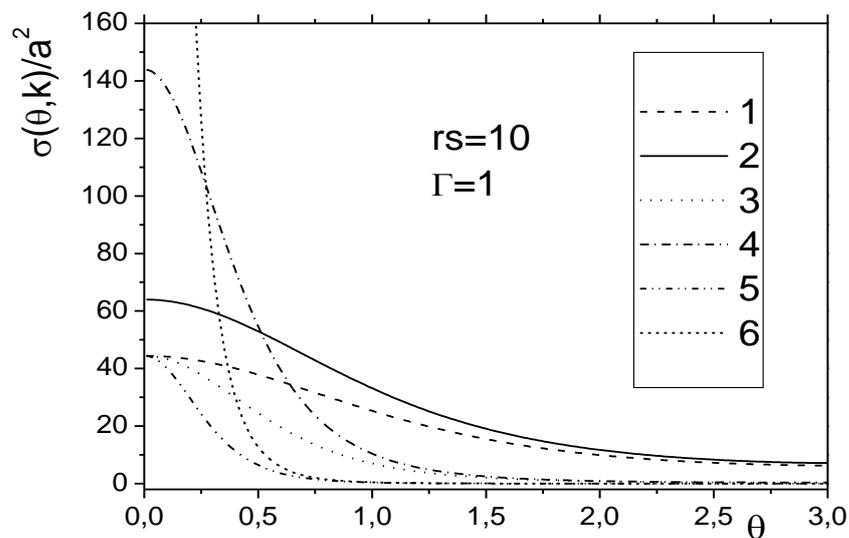
Для расчета дифференциального сечения рассеяния электронов на заряженных частицах в рамках динамической модели взаимодействия (9) с использованием формулы Борна было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sigma(\theta, \kappa) / a^2 &= \frac{4r_s^2}{(1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)})} \left(\frac{1}{A+C} - \frac{1}{B+C} \right)^2, \quad (12) \\ A &= \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)}} \right), \\ B &= \frac{\pi r_s}{4\Gamma} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{24\Gamma^2}{\pi(r_s + (k^*)^2\Gamma)}} \right), \\ C &= 4(k^*)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

где отношение квадрата скорости налетающей частицы к квадрату тепловой выражено через параметры связи, плотности и безразмерный волновой вектор, который определяет величину скорости налетающей частицы:

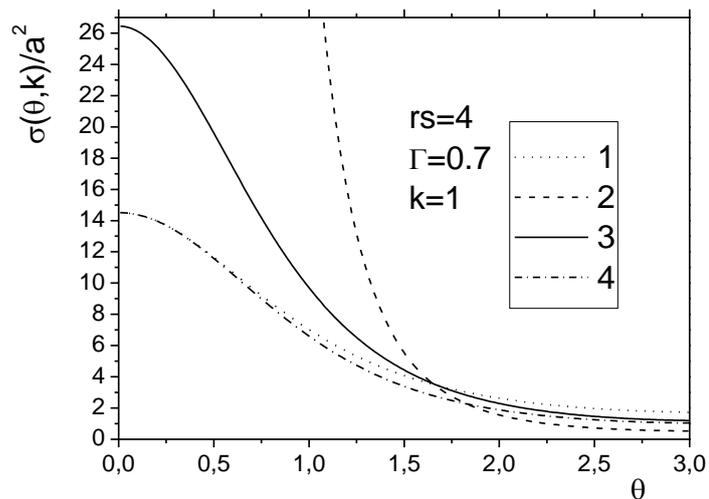
$$\left(\frac{v^2}{v_{Th}^2}\right) = \frac{\Gamma}{r_s} (k^*)^2; \quad k^* = ka \quad (13)$$

На рисунке 3 приведены сечения рассеяния, рассчитанные по формулам (11) и (12) при разных значениях волнового вектора. Как видно из этого рисунка, сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), имеет одно и то же конечное значение при угле рассеяния равном нулю, так как экранировка в рамках модели (3) не зависит от скорости (импульса) налетающей частицы. Между тем дифференциальное сечение рассеяния, полученное на основе динамического потенциала (9), на малых углах рассеяния имеет конечное значение, зависящее от скорости налетающей частицы. Чем больше волновой вектор, тем, естественно, быстрее убывает сечение с ростом угла рассеяния, а конечное значение при $\theta \rightarrow 0$ становится больше, что связано с ослаблением экранировки. Из сравнения рисунков 4 и 5 видно, что при малых скоростях сталкивающихся частиц на малых углах рассеяния сечение рассеяния имеет конечное значение, зависящее от энергии налетающей частицы, а при больших углах стремится к данным на основе потенциала (3). При увеличении скорости частиц результаты по динамическому потенциалу на близки к данным, полученным на основе потенциала Дойча.



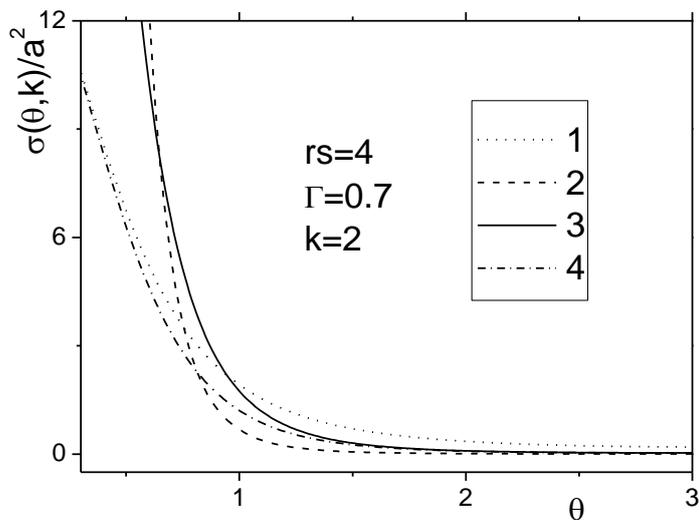
- 1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), $k=1$,
- 2 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9), $k=1$,
- 3 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), $k=2$,
- 4 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9), $k=2$,
- 5 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), $k=4$,
- 6 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9), $k=4$.

Рисунок 3 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



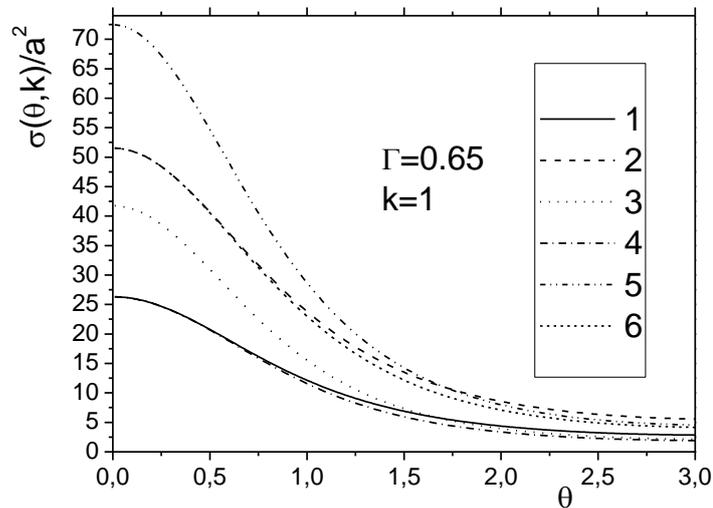
- 1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля,
- 2 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дойча,
- 3 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9),
- 4 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3).

Рисунок 4 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



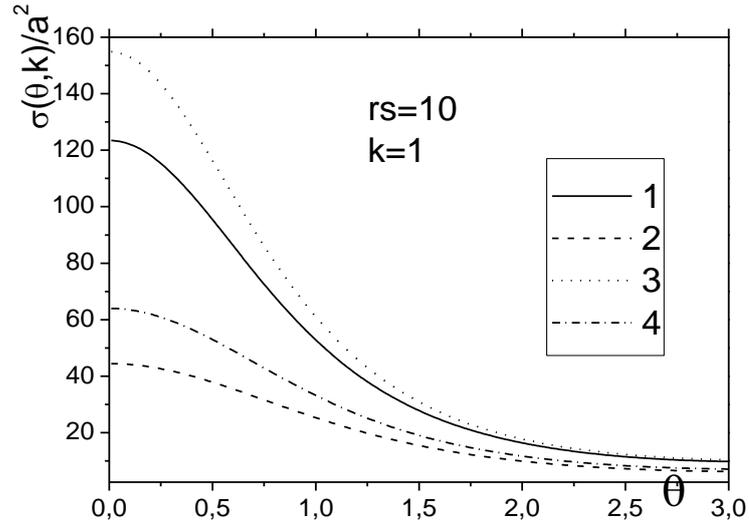
- 1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля,
- 2 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дойча,
- 3 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9),
- 4 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3).

Рисунок 5 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



- 1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля, $r_s = 5$,
- 2 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала Дебая-Хюккеля, $r_s = 7$,
- 3 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9), $r_s = 5$,
- 4 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), $r_s = 5$,
- 5 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9), $r_s = 7$,
- 6 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), $r_s = 7$.

Рисунок 6 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона



- 1 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), $\Gamma = 0.6$,
- 2 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (3), $\Gamma = 1$,
- 3 – сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9), $\Gamma = 0.6$,
- 4 - сечение рассеяния, полученное на основе потенциала (9), $\Gamma = 1$.

Рисунок 7 – Дифференциальное сечение рассеяния электрона

Заключение

Была построена динамическая модель взаимодействия частиц неидеальной квазиклассической плазмы. В данной модели учитывалась динамическая экранировка поля заряженных частиц, которая слабее статической экранировки. В динамической модели радиус экранировки зависит от скорости налетающей частицы, уменьшаясь при росте последней. Также в данной модели учитывается эффект дифракции поля заряженных частиц, проявляющийся на малых расстояниях в виде конечности потенциала при нулевом межчастичном расстоянии. Динамический потенциал при малых скоростях сталкивающихся частиц стремится к эффективному потенциалу со статической экранировкой, а при больших скоростях стремится к потенциалу Дойча, не учитывающему экранировку.

В рамках полученной динамической модели были исследованы важные характеристики столкновительных процессов, такие, как дифференциальные сечения рассеяния. Анализ полученных результатов показал, что дифференциальные сечения рассеяния на основе динамического потенциала при малых скоростях сталкивающихся частиц на малых углах рассеяния имеют конечное значение, зависящее от энергии налетающей частицы, а при больших углах стремятся к данным на основе потенциала Дойча, учитывающему квантовый эффект дифракции заряда. При увеличении скорости частиц результаты по динамическому потенциалу на всех углах рассеяния близки к данным, полученным на основе потенциала Дойча.

Литература

- 1 Эккер Г. Теория полностью ионизованной плазмы. - М.: Мир, 1974. - С. 432.
- 2 Barker A.A. Effective potential between the components of a hydrogenous plasma // J. Chem. Phys. - 1971. - Vol. 55, № 4. - P. 1751-1759.
- 3 Deutsch C. // Phys. Lett. A.-1977.- Vol. 60. – P.317-332.
- 4 Deutsch C., Furutani Y. and Gombert M.M. // Phys. Rep. – 1981. – Vol. 69. - P.85-92.
- 5 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K. N. Effective screened potentials of strongly coupled semiclassical plasma // Phys.Plasmas,-2002.-Vol. 9,- P.3758-3761
- 6 Kremp D., Schalges M., Kraeft W.-D. Quantum Statistics of Nonideal Plasmas.- Berlin: Springer, 2005. - 326 p.
- 7 Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). — Издание 4-е. — М.: [Наука](#), 1989. — 768 с.
- 8 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Gabdullin M.T., Akbarov A.Zh., Nigmatova G.N. Thermodynamic and transport properties of nonideal complex plasmas on the basis of pseudopotential models // Contr. Plasma Physics. - 2007. - Vol. 47. - P. 262-266.
- 9 Ramazanov T.S., Dzhumagulova K.N., Akbarov A.Zh., Gabdullin M.T. The scattering cross sections and radial distribution functions for a dense semiclassical plasma // PLTP. - Kiev: Naukova dumka, 2004. - P. 5.9.103.

Жұмағұлова Қ.Н., Шаленов Е.О., Габдуллина Г.Л.

Дифференциальные сечения рассеяния электронов квазиклассической плазмы с учетом динамической экранировки

НИИЭТФ, КазНУ им. аль-Фараби, г. Алматы, 050038, аль-Фараби 71, Казахстан

Аннотация. В работе представлена динамическая модель взаимодействия заряженных частиц неидеальной квазиклассической плазмы. Эта модель учитывает квантовомеханический эффект дифракции и эффект динамической экранировки. На основе динамического потенциала взаимодействия заряженных частиц исследованы сечения рассеяния электронов. Сделаны выводы.

Жұмағұлова Қ.Н., Шаленов Е.О., Габдуллина Г.Л.

Динамикалық экрандалуды ескерген кездегі квазиклассикалық плазма электрондарының дифференциалдық шашырау қималары

ЭТФҒЗИ, әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы қаласы, 050038, әл-Фараби 71, Қазақстан

Аннотация. Бұл жұмыста идеал емес квазиклассикалық плазманың зарядталған бөлшектерінің әсерлесуінің динамикалық моделі ұсынылған. Бұл моделде дифракцияның кванттық-механикалық эффектілері және динамикалық экрандалу эффектісі ескеріледі. Зарядталған бөлшектердің өзара әсерлесулерінің динамикалық потенциалы негізінде электрондардың шашырау қималары зерттелген. Қорытынды жасалды.

Dzhumagulova K.N., Shalenov E.O., Gabdullina G.L.

The differential cross sections for electron scattering semiclassical plasma subject to dynamic screening

SUETP, KazNU of al-Farabi, Almaty, 050038, Al-Farabi, 71, Kazakhstan

The paper presents a dynamic model of the interaction of charged particles nonideal semiclassical plasmas. This model takes into account the quantum mechanical effects of diffraction and the effect of dynamic screening. Based on the dynamic potential of the interaction of charged particles The scattering cross section of electrons. Conclusions are made.