ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ПОВЕДЕНИЯХ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ КРАВНЕНИЙ

Н. Аканбай, З.И. Сулейменова

Аннотация. В работе найдены асимптотические виды распределении ряда случайных параболических уравнений. В частности доказана асимптотическая нормальность решения уравнения теплопроводности со случайной правой частью.

Ключевые слова: случайное параболическое уравнение, асимптотическое распределение, асимптотическая нормальность, инфинитезимальный оператор, условное математическое ожидание по траекториям процесса.

Хорошо известна связь диффузионных процессов с уравнениями в частных производных, причем эта связь двусторонняя. Так, например, решение параболического уравнения

$$u_t^{'} = Au(t,x) + c(x)u(t,x) + g(x), \qquad u(0,x) = f(x), (t \geq 0, \ \ x \in R^n) \tag{1}$$

можно записывать [1] в виде

$$u(t,x) = M_x \left[e^{\int_0^t c(\xi_s)ds} f(\xi_t) + \int_0^t \left(e^{\int_0^t c(\xi_u)du} g(\xi_s) ds \right) \right], \tag{2}$$

где A – инфинитезимальный оператор (являвшегося решением некоторого стохастического дифференциального уравнения) случайного процесса ξ_t, знак M_x означает взятие условного математического ожидания по всем, выходящим в начальный момент $t = 0$ из точки xтраекториям процесса ξ_t, а $c(x)$, $g(x)$, $f(x)$ – удовлетворяющие определенным условиям функций. Отметим, что аналогичную формулу можно будет написать и в случае, когда последние функции зависят также от временной переменной.

Основная идея нашей работы заключается в использовании вероятностных представлении вида (2) для нахождения предельных распределении решения уравнения (1). Кроме того, нами будет использована следующая

Лемма. Если $\eta(t) = \int_0^t f(t,s)dw(s)$ – стохастический интеграл Ито по винеровскому процессу w_t, $f(t,s)$, $f_t'(t,s)$ – неслучайные и непрерывные по обеим аргументам функции, то стохастический дифференциал процесса $\eta(t)$ равен $d\eta(t) = f(t,t)dw(t) + \left(\int_0^t f_t'(t,s)w(s) \right) dt$.

В работе нами были рассмотрены уравнения следующих видов (ниже у нас $\dot{w}_t$ – «белый шум», причем $\int_{t_1}^{t_2} \dot{w}(t)dt = w(t_2) - w(t_1)$ при $t_1 < t_2$) и найдены асимптотические распределения их решений для некоторых частных случаев:

1. $u_t^{'} = \frac{1}{2}u_{xx}^{''} + f(x)q(\dot{w}_t), \qquad u(0,x) = g(x);$
2. $u_t^{'} = \frac{1}{2}u_{xx}^{''} + f(x)q(w_t)\dot{w}_t, \quad u(0,x) = g(x);$
3. $u_t^{'} = \frac{1}{2}u_{xx}^{''} + f(x)\dot{w}_t, \qquad u(0,x) = g(x).$

Список литературы

[1] А.Д. Вентцель, *Курс теории случайных процессов* // М.: Наука, 1996, 320 с.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, пр. аль-Фараби, 71, Алматы, 050040, Казахстан

E-mail address: noureke1953@gmail.com, suleymenova2474@gmail.com