**КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им.АЛЬ – ФАРАБИ**

**ФАКУЛЬТЕТ ДОВУЗОВСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ**

**ПО КУРСУ**

**«Современный подход к изучению математики с применением SAT тестов»**

**Алматы – 2017**

**Современный подход к изучению математики с применением SAT тестов**

 "Развитие образования и человеческого капитала являются вопросами первостепенной важности" - говорится в обращении к народу Казахстана Президентом Н. А. Назарбаевым в апреле 2011 года.

В соответствии с поставленной задачей Государственной программы развития образования Республики Казахстан на 2011-2020 годы объективной необходимостью в условиях современного образования становится создание инновационной модели общего среднего образования, сочетающей лучшие традиции казахстанской и мировой образовательных систем. Обучение в старших классах должно быть направлено на профориентацию учащихся и целевую подготовку старшеклассников к обучению в престижных национальных и зарубежных вузах.

**Во многих развитых странах мира основной целью обучения в старших классах является создание условий для** получения престижного международного образования в лучших университетах мира.

Поэтому на сегодняшний день основными задачами казахстанских школ являются воспитание высокообразованной личности с активной жизненной позицией, способной конкурировать на международном уровне; подготовка учащихся к будущей профессиональной деятельности в условиях современной информационной среды; интеграция отечественного опыта обучения с лучшей практикой зарубежных стран.

Разработка и внедрение новых интегрированных образовательных программ с использованием практики обучения зарубежных стран, в частности США, внедряется в учебный процесс профильной школы КазНУ, который осуществляется изучением нового курса "Современный подход к изучению математики с применением SAT тестов".

 Целью курса "Современный подход к изучению математики с применением SAT тестов**"** как учебной дисциплины является развитие и совершенствование логико-математических умений и навыков для оптимального применения знаний при сдаче итоговой государственной аттестации, при поступлении в вузы Республики Казахстан, а также при поступлении в вузы зарубежных стран.

 Изучения данного курса позволит учащимся развить навыки критического мышления, знания, умения, навыки по математике, поднять уровень языковой компетенции, а также предметные знания, необходимые абитуриентам при поступлении в вузы.

 По результатам изучения курса:

Учащийся должен **знать:**

• роль и значение критического мышления в познании;

• критерии математической грамотности (высказывать хорошо обоснованные математические суждения, уметь применять математические знания в различных сферах общества);

• методы и способы анализа текста и письма

учащийся должен **уметь:**

• применять логические законы и принципы на практике;

• осуществлять умозаключения;

• применять рациональные пути решения задач;

• делать обоснованные выводы;

учащийся должен приобрести **навыки:**

• критического мышления;

• обобщения, анализа, восприятия информации;

• постановки цели и выбора путей ее достижения.

 Стандартизированный тест SAT предназначен для оценки знаний выпускников средней школы. Его сдача необходима для абитуриентов на программы бакалавриата высших учебных заведений и колледжей США.

 Разработчиком и куратором экзамена SAT является организация ETS (EducationalTestingService). Тем не менее, владельцем теста является частная американская образовательная организация – College Board (Университетский совет), которая объединяет на правах ассоциативных членов более 6000 учебных заведений (школ, колледжей, институтов, университетов). Запуск теста произошел в 1926 году, однако с тех пор экзамен претерпел некоторые изменения: в типах теста и системе оценки. Также дважды менялась расшифровка аббревиатуры SAT: с Scholastic Aptitude Test ("Школьный тест способностей") на Scholastic Assessment Test ("Школьно-испытательный тест"). На данный момент SAT – самостоятельное название теста, которое никак не расшифровывается.

**Структура теста SAT**

 Структура экзамена SAT доступна для понимания и логична. Целью экзамена не является оценка абстрактного или логического мышления. Задания данного теста призваны оценить уровень базовых знаний школьников.

SAT делится на два вида:

* SAT Reasoning Test (или General);
* SAT Subject Test (SAT I и SAT II соответственно).

 SAT General определяет уровень навыков и умений в математике, чтении и письме. Тест сдается большинством учеников еще до окончания средней школы. Абитуриент, желающий поступить в хороший ВУЗ или колледж, должен набрать высокий балл в SAT I.

## SAT ReasoningTest

 Это название общего варианта [SAT](http://www.mbaconsult.ru/ru/sat/), включающего в себя три секции: эссе на определенную тему, вербальную и математическую.

• [Письменная секция](http://www.mbaconsult.ru/blog/sat/sat_writing_sovety_po_podgotovke/) включает в себя создание эссе на предложенную тему и выполнение заданий.

• [Математическая секция](http://www.mbaconsult.ru/blog/sat/sat_math_tipy_zadaniy_i_prakticheskie_sovety/) объединяет упражнения по геометрии, арифметике и алгебре. Сюда включается решение задач, ответы на вопросы, уравнения. Если необходимо решить задачу, ответы отсутствуют, к вопросам предлагается несколько различных вариантов.

• [Критическое чтение](http://www.mbaconsult.ru/blog/sat/sat_critical_reading_sovety_po_podgotovke/) подразумевает проверку способности к логическому мышлению, предлагается чтение, решаются упражнения на грамматику. Есть варианты ответов. Выполняя задания этой секции, абитуриент должен ответить на предложенные вопросы, связанные с текстом.

## Subject Test

 Что такое тест SAT Subject? Этот экзамен позволяет выявить глубину знаний абитуриента в конкретной дисциплине, проверяет его способность применять свои навыки на практике. Профильный тест отличается простотой структуры: задается вопрос, к которому прилагаются варианты ответов. Продолжительность тестирования – один час.

 Профильные тесты сдаются по истории (мировая, США), английскому языку, естественным наукам, иностранным языкам, математике.

Прохождение экзамена занимает около трех часов (или около четырех часов - для тестирования, включающего дополнительную секцию написания сочинения). Почти все задания теста - это задания с предложенными вариантами ответов, из которых экзаменуемый должен выбрать правильный ответ. Однако, несколько заданий по математике имеют формат, в котором экзаменуемый должен вписать свой ответ. (Каждый из разделов оценивается в пределах от 200 до 800 баллов, вполне приемлемый считается общий балл в 1600. Отведенное время на прохождение всех секций – 3 часа 45минут. Однако стоит учитывать наличие экспериментального раздела (+25 минут), перерывов, инструктажа, раздачу бланков заданий и ответов. В целом, на прохождение экзамена может уйти 4 часа 30 минут.)

**Экзамен SAT состоит из пяти секций:**

1. Reading Test (секция чтения)
2. Writing and Language Test (секция письменного языка)
3. Math Test - No Calculator (математическая секция "без калькулятора")
4. Math Test - Calculator (математическая секция "с калькулятором")
5. Essay (секция написания эссе)

Reading Test

Секция чтения содержит четыре текста и вопросы к ним. Каждый текст имеет объем 500-750 слов. Тематика текстов - американская и мировая литература, история, социальные науки, естественные науки. Два текста будут снабжены графической информацией. Раздел состоит из 52 вопроса, которое длится 65 минут.

## Writing and Language Test

 Секция содержит четыре пассажа по 400-450 слов (общий объем секции - 1700 слов). Тематика текстов - профессии, история, социальные науки, гуманитарные дисциплины, естественные науки. Задается 44 вопроса, на которых нужно отвечать за 35 минут.

## Math Test - No Calculator

##  Секция содержит вопросы из алгебры, основ анализа, геометрии и других разделов в рамках школьной программы математики. На этом разделе абитуриент должен решить 20 заданий за 25 минут.

## Math Test - Calculator

 Секция содержит различные задания в рамках школьной программы по математике (текстовые задания, уравнения, преобразования алгебраических выражений, геометрические задания и пр.). При выполнении заданий можно пользоваться калькулятором. Здесь за 50 минут тестируемый должен отвечать на 38 вопросов. В заданиях, предполагающих вписывание результата, ответ не может превышать 9999 или быть отрицательным, а округление должно выполняться с максимальной точностью, которую позволяет размер поля.

##  Essay

 Экзаменуемый должен проанализировать письменный источник объемом 650-700 слов и написать эссе.  В качестве источника могут выступать исторические документы (например, Декларация о независимости США), мемуары, переписка, отрывки из литературных произведений, публицистика. При написании эссе необходимо продемонстрировать хорошее владение письменным английским языком (грамматика, композиция), а также развитые навыки критического анализа источника. На написание эссе дается 50 минут.



**SAT Reading** (аналитическое чтение);

 Всего в секции два 25-минутных и один 20-минутный раздел, а задания представлены в двух видах:

1. SentenceCompletion – вставка пропущенных слов в предложениях. Учащимся предоставлены 19 предложений, за каждым из которых следуют пять вариантов ответа. Задания данного раздела оценивают умение определить основную идею в предложении и словарный запас.
2. ReadingComprehension – 48 заданий к текстам. Отрывки из текстов могут быть на разные темы: обществознание, естественные и гуманитарные науки, а иногда и отрывки из художественных произведений. Здесь школьники должны продемонстрировать навыки понимания прочитанного текста и умение определять основную мысль.

**SAT Writing**(письмо)

 Данная секция состоит из трех разделов: два по 25 минут и один 10 минут (вопросы с выбором верного ответа из пяти предложенных) и одного эссе (25 минут). В данном разделе встречаются следующие типы заданий:

1. Identifyingsentenceerrors. Необходимо найти ошибку в каждом из 18 предложений. Задания призваны оценить грамматические и лексические навыки школьников, а также понимание языковых норм.
2. Improvingsentences. Здесь необходимо исправить ошибку в каждом из 25 предложений. Учащиеся должны продемонстрировать знание норм грамматики или лексики.
3. Improvingparagraphs. К представленному отрывку из текста кандидатам будут предложены 6 вопросов на исправление в нем ошибок. Здесь осуществляется оценка способностей учащихся находить и корректировать в соответствии с языковыми нормами логические ошибки между предложениями и абзацами.
4. Одно эссе на заданную тему. Эссе пишется не на академические темы, поэтому от кандидатов не требуются дополнительные знания. Задача школьников – продемонстрировать умение последовательно выражать свои мысли и подкреплять их релевантными аргументами.

**SAT Math**(математика)

 Данный раздел включает в себя 44 задания с пятью вариантами ответа и 10 задач. Вопросы делятся на 3 части: две по 25 минут и одна 20 минут.

Представленные задания раскрывают следующие разделы математики: геометрия, арифметика, статистика, алгебра и анализ данных. При прохождении данной секции можно и нужно пользоваться калькуляторами.

Данное методическое пособие посвящена на раздел **SAT Math (**математики).

Математический раздел SAT известен как «Quantitative Section» или «Calculation Section» *состоит из трех частей, содержащих 54 вопроса на которые отводятся 70 минут.* Первая часть представляет собой тест из 20 вопросов; вторая часть - тест из 8 вопросов с выбором ответа и 10 вопросов с полем для полного написания ответа (зачёркивания разрешены); третья часть - тест на 16 вопросов. Сюда входят задачи по алгебре и геометрии, в том числе требующие теоретических знания о функциях множества и модуле числа, а также знания уравнений, содержащих радикалы, степени и функции. Данная секция представлена тремя типами вопросов.

Первый тип вопросов – Standard Multiple – choice questions. Он содержит стандартные для любого теста задания. Учащемуся необходимо решить задачу, а затем выбрать из предложенных вариантов правильный ответ.

Второй тип вопросов– Quantitative Comparison. В этих заданиях приводят две величины. Учащийся должен разобраться, как они соотносятся между собой (величины равные; одна больше другой; недостаток информации не позволяет прийти к какому-либо выводу).

Третий тип вопросов – Student-produced responseв. В заданиях этого варианта ответы не предлагаются, учащийся должен предложить свой вариант ответа.

## Зачем нужен тест?

Что такое тест SAT для будущего выпускника? Это, в первую очередь, уникальная возможность:

* получения нового уровня знаний, которые позволят применить их в будущем при поступлении и обучении в лучших вузах и колледжах США;
* возможность интегрироваться в американскую среду и успешно в ней адаптироваться;
* шанс получить финансирование на обучение (грант);
* высоко поднять потенциал своих возможностей;
* изучение языка на профильном уровне с практикой в реальной жизни;
* получение квалификации, которая котируется на рынках труда во всех странах мира.

    Программа курса подготовки включает в себя изучение десяти тем по основным разделам математики (quantitativepart), которые встречаются на экзамене. Работа над каждой темой включает в себя:

1) ознакомление с необходимым теоретическим материалом; учащийся заранее должен просмотреть лекции в видео формате и прийти на урок подготовленным;  таким образом мы не теряем времени на объяснения основного теоретического материала;

2) методику быстрого решения типовых задач по данной теме; на уроке мы прорешиваем большое количество практических задач, похожих на экзаменационные по выбранной теме; каждая тема включает в себя задания по уровням сложности - от лёгкого к сложному;

3) практику в решении большого количества задач с экзамена; после окончания основной части курса предлагаются пробные экзаменационные варианты на время;

4) домашнее задание;

5) Навыки работы с калькулятором и сам калькулятор **CASIO**! Очень многие задачи решаются гораздо быстрее, если пользоваться калькулятором, не простым, а именно инженерным, CASIO! Возможности этого калькулятора просто поражают, решение уравнений, вычисления в дробном виде, число сочетаний, факториалы, суммирование по формулам и многое другое;

**Программа подготовки к SAT тесту**

**1. Теория чисел.** Целые (натуральные) числа. Арифметические операции. Порядок действий. Скобки. Законы сложения и умножения. Признаки делимости. Простые и составные числа. Разложение на простые множители. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Проценты. Отношение и пропорция. Пропорциональность.

**2. Алгебра.** Рациональные числа. Действия с отрицательными и положительными числами. Одночлены и многочлены. Формулы сокращенного умножения. Деление многочленов. Делимость двучленов. Разложение многочленов на множители. Алгебраические дроби. Степени и корни. Арифметический корень. Иррациональные числа. Формула сложного радикала. Мнимые и комплексные числа. Разложение на множители квадратного трехчлена.

**3. Уравнения и неравенства**. Основные методы решения уравнений. Линейные уравнения с одним неизвестным. Системы линейных уравнений с двумя неизвестными. Системы линейных уравнений с тремя неизвестными. Квадратное уравнение. Доказательство и решение неравенств.

**4. Текстовые задачи.**

**5. Последовательности.** Арифметическая и геометрическая прогрессия.

**6. Вероятность и статистика.** События. Определение и основные свойства вероятности. Элементы комбинаторики. Случайные величины. Характеристики случайных величин. Математическая статистика. Средняя величина. Мода. Медиана. Средне квадратическое отклонение. Дисперсия.

**7.Тригонометрия.** Радианное и градусное измерение углов. Тригонометрические функции любого угла. Формулы приведения. Формулы сложения и вычитания. Формулы двойных, тройных и половинных углов. Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства.

**8. Геометрия.** Теоремы, аксиомы, определения. Углы. Многоугольник. Треугольник. Четыреугольник. Трапеция. Ромб. Квадрат. Площади плоских фигур. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники. Многогранник. Призма. Параллелепипед. Пирамида. Цилиндр. Шар (сфера). Конус. Подобие тел. Обьемы геометрических тел.

**9. Функции и графики.** Постоянные и переменные. Функциональная зависимость. Виды функции. Координаты. Графическое представление функций. Основные понятия и свойства функций. Обратная функция. Сложная функция. Графическое решение уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные функции.

**10. Математический анализ.** Пределы числовых последовательностей.Пределы функций. Производная. Геометрический и механический смысл производной. Первообразная. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

**Примеры заданий**

Раздел геометрии и статистики

Triangles

**Example1.** In ABC, A = 30°, b = 8, and a =4. Angle C could equal

A) 45°B) 135°C) 60°D) 15°E) 90°Correct Answer: D

В треугольнике ABC A = 30°, b = 8 и a = 4. Чему равен угол C:

Explanation:

D) Law of sins: $\frac{sinB}{8}$=$\frac{\frac{1}{2}}{4√2}$. sinB = $\frac{√2}{2}$.$∠B $= 45$°$ or 135$°$.The figure shows two possible locations for B, labeled $B\_{1}$ and$B\_{2}$, where $∠AB\_{1}C$=45$°$ and

$∠AB\_{2 }C$= 135$°$. Corresponding to these, $∠ACB\_{1 }$= 105$°$ and $∠ACB\_{2 }=15$. Of these,only 15 $°$ is an answer choice:



 ОТВЕТЫ И ПОЯСНЕНИЯ

По теореме синусов: (sinB)/8 = (1/2) / (4√2). Отсюда следует, что sinB = (√2)/2. Тогда B = 45° или 135°. На рисунке показаны два возможных месторасположения точки B: они отмечены точками B1 и B2, где m<AB1C=45 и m<AB2C = 135°. В соответствии с этим m<ACB1 = 105° и m<ACB2 =15. Тогда из этого только 15 ° является правильным ответом.

**Example2.** In ABC, A = 30°, a = 6, and c = 8. Which of the following must be true?

A. 0° <C < 90°
B. 90° <C < 180°
C. 45° <C < 135°
D. 0° <C < 45° or 90° <C < 135°
E. 0° <C < 45° or 135° <C < 180°Correct Answer: E

**Перевод и решение**

В треугольнике ABC, A = 30 °, a = 6 и c = 8. Какое из следующих утверждений должно быть истинным?

E) By the Law of sines: $\frac{\sin(C)}{8}$=$\frac{\frac{1}{2}}{6}$ , so$\sin(C=\frac{2}{3})$. The figurebelow shows this to be an ambiguous case (an angle,the side opposite,and another side),so $C=arcsin^{}\frac{2}{3}$=41.81$°$or$C=180°-41.81°=138.19$.



Согласно закону синусов: sin$\frac{С}{8}$ = (1/2)/6 .Таким образом, sinC=$\frac{2}{ 3}$

На приведенном ниже рисунке показано, что это неоднозначный случай:

Таким образом, C = $arcsin^{\frac{}{}}\frac{2}{3}$=41.81$°$ или $C=180°-41.81°=138.19$0

**Example 3.**The angles of a triangle are in a ratio of 8:3:1. The ratio of the longest side of the triangle to the next longest side is

A) B) 8:03C)D) 8:05E) 

**Correct Answer:** A

Explanation:

 A) The angles are 15$°$,45$°$ and 120$°.$ Let *c* be the longest side and *b* the next longest.

$\frac{\sin(120°)}{c}= \frac{\sin(45°)}{b}$.$\frac{c}{b}=\frac{sin120°}{sin45°}=\frac{\frac{√3}{2}}{\frac{√2}{2}}=\frac{√6}{2}$.

Пример 4. Углы треугольника находятся в отношении 8:3:1. Чему равно отношение самой длинной стороны треугольника к следующей по длине стороне?

Углы составляют 15°, 45° и 120°. Пусть c – самая длинная сторона, а b – следующая по длине.Тогда по теореме синусов :

$\frac{\sin(120°)}{c}= \frac{\sin(45°)}{b}\frac{c}{b}=\frac{sin120°}{sin45°}=\frac{\frac{√3}{2}}{\frac{√2}{2}}=\frac{√6}{2}$.

**Example 4.**The sides of a triangle are in a ratio of 4:5:6. The smallest angle is:

A) 82°B) 69°C) 56°D) 41°E) 27°

**Correct Answer:** D

Explanation:

D) Use the Law of сosines. Let the sides be 4, 5 and 6. 16= 25+36-60\*cosA$сosA=\frac{45}{60}=\frac{3}{4}$. Which implies that$A=arccos^{}$(0,75) $≈$41$°$.

Пусть стороны равны 4, 5 и 6.Используем теорему косинусов: стороны треугольника находятся в соотношении 4: 5: 6. Наименьший угол равен:



![\[B{C^2} = A{B^2} + A{C^2} - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle A\]]()

16 = 25+36-60\*cosА. Отсюда сosA=$\frac{45 }{60}$= $\frac{3}{4}$.

Из этого следует, что A = arc$cos^{}$(0,75)≈41 °

Example 5. Find the length of the longer diagonal of a parallelogram if the sides are 6 inches and 8 inches and the smaller angle is 60°:

A) 8B) 11C) 12D) 7E) 17

Correct Answer: C

Explanation:

C) Law ofсosines: d2 = 36 + 64 – 96\* cos120°. d2 = 148. Therefore, d

Therefore,*d*=12.

Пример 5.Найдите длину более длинной диагонали параллелограмма, если стороны 6 дюймов и 8 дюймов, а меньший угол 60 °.



**Example 3:** In the figure below, what is the value of$a+b+c+d?$

Ниже показана фигура, каково значение a+b+c+d?

 

By KEY FACT G6, *c* and d each measure 40$°$ and $65+a=180$. Therefore,

a = 115. Since vertical angles have equal measures, *b* is also 115, and so

$$a+b+c+d=115+115+40+40=310.$$

The converse of KEY FACT G6 is also true. If in the figure below, x= y, then lines *l* and *m* are parallel.

**Перевод и решение**

ПО КЛЮЧЕВОМУ ФАКТУ G6, c и d равны 40° и 650+a=1800. Поэтому a =1150. Так как вертикальные углы имеют равные размеры, b равно 1150, и таким образом, a+b+c+d=1150+1150+400+400=3100.

Обратное утверждение КЛЮЧЕВОГО ФАКТА G6 также верно. Если на приведенном ниже рисунке x = y, то линии l и m параллельны.



 **Factorial, permutations, condinations**

 **Факториал, перестановки, комбинации**

 Counting problems like the ones in the last three examples occur frequently enough that they have special designations

Ordering *n o*bjects Перестановка (Factorial)

 Six very good friends decide they will have hunch together every day. In how many different ways can they line up in the hunch line?

 In this example of the multiplication rule asked for the number of ways 6 friends could stand in line. By using the multiplication principle, we found that there were 6\*5\*4\*3\*2 ways. A special notation for this product is 6! ­(6 factorial) In general the number of ways objects can be ordered is n!

 Перевод и решение

Шесть хороших друзей решили пообедать вместе. Сколькими способами

они могут выстроится в очереди?

В этом примере по правилу умножения требовалось определить число способов, которыми могли бы стоять в очереди 6 друзей. Используя принцип умножения, мы обнаружили, что существует 6\*5\*4\*3\*2 способов. В общем случае число способов, которыми могут быть упорядочены объекты равно n!

Ordering *r* of *n o*bjects ( Permutations)

 The math team at East High has 20 members. They want to choose a president, vice president and treasurer. In how many ways can this be done?

Any one of the 20 members could be president. For each choice, there are 19

who could be vice president. Therefore, there are 20 • 19 • 18 = 6840 ways of choosing these three club officers.

The second example of the multiplication rule asked for the number of ways you could choose a first (president), second ( vice president),and third person

(secretary) out of 20 people ( r = 3, n = 20). The answer 20\*19\*18, or$\frac{20!}{17!}=\frac{20!}{\left(20-3\right)!}$. In general, there are$\frac{n!}{\left(n-r\right)!}$permutations of r objects of n.This appears as $nP\_{r}$ in the calculator menu.

 Перевод и решение

 Задачи с помощью калькулятора

 Заказ из n по r объектов (Размещения)

 Математическая команда имеет 20 членов. Они хотят выбрать президента, вице-президента и секретаря. Сколькими способами можно это сделать?

Любой из 20 членов команды может быть президентом. Тогда любой из оставшихся 19 человек может стать вице-президентом. Тогда существует 380 (20 • 19) способов выбора президента и вице-президента, и существует 18 способов выбора секретаря. Поэтому есть20 • 19 • 18 = 6840 способов выбора кандидатов на эти три должности в команде.

 Во втором примере по правилу умножения нужно было определить количество способов, которыми вы могли выбрать первое (президента), второе (вице-президента) и третье лицо (секретаря) из 20 человек (r = 3,

n= 20). Ответ 20\*19\*18, или $\frac{ 20!}{ 17!}=\frac{20!}{\left(20-3\right)!}$. В целом есть перестановки $\frac{n!}{\left(n-r\right)!}$r объектов из n. Это отображается как $n\*P\_{r}$ в меню калькулятора.

Choosing *r* of *n* objects (Combinations)

3.The student council at West High has 20 members They want to select a committee of 3 to work with the school administration on policy matters affecting students directly How many committees of 3 students are possible ?

In the third example of the multiplication rule, we were interested in choosing a committee of 3 where there was no distinction among members. Our approach was first to compute the number of ways of choosing officers and then dividing out the number of ways the three officers could hold the different offices. This led to the computation$\frac{20!}{17!3!}=\frac{20!}{\left(20-3\right)!3!}$.In general, the number of ways of choosing *r* and *n* objects is$\frac{n!}{\left(n-r\right)!r!}$.This quantity appears on the calculator menu as *n*$C\_{r}$*.* However, there is a special notation for combinations: a$C\_{r}= \left(r\right)=$ the number of ways *r* objects can be chosen from *n* .

Calculator commands for all three of these functions are in the MATH/PRB menu.

**Перевод и решение**

 Совет студентов в университете West High имеет 20 членов. Они хотят выбрать комитет из 3 человек для совместной работы со школьной администрацией по вопросам, затрагивающим студентов. Сколько комитетов из трех студентов возможно создать?

Выбор по r объектов из n (Сочетания)

В этом примере по правилу умножения мы интересовались выбором комитета из 3 человек, где не было бы никакого различия среди участников. Сначала нужно вычислить количество способов выбора участников и затем отделить количество способов, которыми эти три участника могли бы занимать различные посты. Это привело к вычислению $\frac{20!}{17!3!}=\frac{20!}{\left(20-3\right)!3!}$. В общем, количество способов выбора r из n объектов равно $\frac{n!}{\left(n-r\right)!r!}$. Это количество появляется в меню калькулятора как *n*$C\_{r}$ Однако есть специальное примечание для комбинаций: n$C\_{r}=( \frac{n}{r}$)= количество способов выбора r объектов из n.

Команды калькулятора для всех трех из этих функций находятся в меню MATH/PRB.

3.Counting

VENNDIAGRAMS

Counting problems usually begin with the phrase «How many..….» or the phrase «In how many ways……» Must rating counting techniques by example is best

Подсчет (Диаграмма Венна )

Расчёт задач обычно начинается с фразы «Сколько ... ..» или фразы «В скольких направлениях ...». Лучше всего рассмотреть методы подсчета на примере

EXAMPLE 1. A certain sports club has 50 members. Of these, 35 golf, 30 hunt, and 18 do both. How many club members do neither?

 Add 35 and 30 then subtract the 18 that were counted twice This makes 47 who golf ,hunt , or do both . Therefore only 3\*(50-47) do neither

ОТВЕТЫ И ПОЯСНЕНИЯ

Пример 1. В спортивном клубе зарегистрированы 50 членов. Из них 35 занимаются гольфом, 30 охотой, 18 человек занимается и гольфом и охотой. Сколько человек не занимаются ни одним видом спорта?

 Прибавить 35 к 30, затем вычесть 18 , которые засчитывались дважды. Тогда 47 человек это те, кто играют в гольф, ходят на охоту или занимаются и тем, и другим. Тогда 3\*(50-47) не занимаются ничем.

EXERCISE

Example 2. There are 50 people in a room. Twenty- eight are male, and 32 are under the age of 30. Twelve are males under the age of 30. How many women over the age of are in the group?

A) 2B)3C) 4D) 5E) 6

A) A Venn diagram will help you solve this problem

ANSWERS AND EXPLANATIONS

The two circles represent males and people who are at most 30 years of age, respectively. The part of the rectangle outside both circles represents people who are in neither category, i.e., females over the age of 30. First fill in the 12 males who are less than or equal to 30 years of age in the intersection of the circles. Since there are 28males altogether,16 are male and over 30.Since there are 32 people age 30 or less, there are 20 women that age. Add these together to get 48 people. Since there are 50 in the group, 2 must be women over 30.

В комнате 50 человек. Двадцать восемь мужчин и 32 моложе 30 лет. Двенадцать мужчин в возрасте до 30 лет. Сколько женщин в возрасте от 30 лет входят в группу?

 ОТВЕТ И ПОЯСНЕНИЯ

1. Диаграмма Венна поможет Вам решить эту проблему:



Эти два круга представляют мужчин и людей, которым не более 30 лет, соответственно. Часть прямоугольника вне обоих кругов представляет людей, не принадлежащих ни к одной из категорий, то есть к женщинам старше 30 лет.

Сначала запишите 12 мужчин, чьи возрасты меньше или равны 30 годам, на пересечении кругов. Поскольку в общей сложности 28 мужчин, 16 являются мужчинами и людьми старше 30 лет.

Поскольку есть 32 человека в возрасте 30 лет и менее, то есть 20 женщин этого возраста. Сложите их вместе, чтобы получить 48 человек. Поскольку в группе 50 человек, 2 должны быть женщинами старше 30 лет.

9. In September there were 12 rainy days, 8 windy, 10 cold, 6 and rainy, and windy; 7 and rainy and cold; 5 and windy, and cold; Day and rainy, and windy and cold. How many days in September was the weather nice?

To answer the question, we will use Formula of inclusion and exceptions: n (AυB) = n (A) + n (B) -n (A B)

We introduce the following notation:
A-set of rainy days: n (A) = 12
B-set of windy days: n (B) = 8
C is the set of cold days: n (C) = 10
D-lots of good days:

Then: n(AB)=6, n(AC)=7, n(BC)=5, n(ABC)=3

n(AυBυC)=n(A)+n(B)+n(C)-n(AB)-n(AC)-n(BC)+n(ABC)=12+8+10-6-7-5+3=15D=30-15=15 Answer: 15 days

 Перевод и решение

В сентябре было 12 дождливых дней, 8 ветряных,10 холодных, 6 и дождливых, и ветреных; 7 и дождливых, и холодных; 5 и ветреных, и холодных; 3 дня и дождливых, и ветреных и холодных. Сколько дней в сентябре была хорошая погода?

*Чтобы ответить на вопрос построим диаграмму Венна и воспользуемся формулой «включения и исключений»:n(AυB)=n(A)+n(B)-n(AB)*

**

Введем следующие обозначения:

А-множество дождливых дней: n(A)=12

В-множество ветреных дней:n(B)=8

С-множество холодных дней:n(C)=10

D-множество хороших дней . Тогда: n(AB)=6, n(AC)=7, n(BC)=5,n(ABC)=3

n(AυBυC)=n(A)+n(B)+n(C)-n(AB)-n(AC)-n(BC)+n(ABC)=12+8+10-6-7-5+3=15D=30-15=15

Ответ:15 дней

 10. 100 students study in one stream of the University of Foreign Languages. 40 of them study English, 36 study Chinese and 20 study French, including 24 students, who besides of English study Chinese, 16 students study both languages: Chinese and French, 18 students have English and French, and 14 study English, Chinese and French. Find the number of students who don’t study this languages.

Solution: we should compile logic circuits to solve such problems:



We introduce the following notation:

A is the number of students studying English: n(A) = 40

B – number of students studying Chinese: n(B) = 36

C – number of students who study French: n(C) = 20

D – number of students who don’t study the this 3 languages:

 n (AB)= 30, n(AC)= 16, n(BC)= 18, n(ABC)= 14.

A first, we will find the number of students who speak English, Chinese and French very well. We apply the rule of inclusion and exclusion to do it:

N(AυBuC) = n(A) + n(B) + n (C) – n(AB) – n(AC) – n(BC) + n(ABC) = 40 + 36 + 20 – 24 – 16 – 18 + 14 = 52

Then the number of students who don’t study this languages is: D = 100 – 52 = 48 days

 Перевод и решение

В одном потоке университета иностранных языков учатся 100 студентов. Среди них 40 изучают английский, 36 – китайский и 20 – французский, в том числе 24, помимо английского, изучают китайский, 16 изучают и китайский, и французский, 18 студентов – английский и французский, а 14 изучают и английский, и китайский, и французский. Найдите количество тех студентов, которые не изучают вышеперечисленные языки?

 Решение: Чтобы решить такие задачи, лучше всего составлять логические схемы:



Введем следующие обозначения :

А – количество студентов, изучающих английский язык: n(A)= 40

В– количество студентов, изучающих китайский язык: n(B)= 36

С– количество студентов, которые изучают французский язык: n(C)= 20

D–количествостудентов, которые не изучают вышеперечисленные языки: n(AB)= 30, n(AC)= 16, n(BC)= 18,n(ABC)= 14.

Сначала найдем количество тех студентов, которые хорошо освоили английский, китайский и французский языки. Для этого применяем правило включения и исключения:

n(AυBυC)=n(A)+n(B)+n(C)-n(AB)-n(AC)-n(BC)+n(ABC)= 40+36+20-24 – 16 – 18+14= 52

Тогда количество тех студентов, которые не изучают вышеперечисленные языки = D = 100 – 52= 48 человек

 Probability

The probability of an event happening is a number defined to be the number of ways the event can happen successfully divided by the total number of ways the event can happen.

 Вероятность

Вероятность происходящего события – это отношение количества событий, благоприятствующих данному событию, к общему числу событий

EXAMPLES

1.What is the probability of getting a head when a coin is flipped?

A coin can fall in one of two ways, heads or tails. The two are equally likely.

 p(А) = $\frac{number of ways a head can come up}{total number of ways the coin can fall}$ = $\frac{1}{2}$

1.Какова вероятность выпадения орла при бросании монеты?

Монета может упасть одним из двух способов. Эти два события одинаково вероятны. Поэтому :

p(А) = $\frac{появления герба}{общее количество способов, которыми может упасть монета}$ = $\frac{1}{2}$

2. What is the probability of getting a 3 when one die is thrown? A die can fall with any one of six different numbers showing, and there is only one way a 3 can show.

p(А) = $\frac{number of ways a3 can come up}{total number of ways the die can fall 6}$ = $\frac{1}{6}$

2.Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет 3 очка

На кости числа 1, 2,3,4,5 и 6. Из шести событий благоприятным является одно событие :

p(А) = $\frac{число событий, благоприятствуюих искомому событию}{общее количество способов, которыми может упасть кость}$ = $\frac{1}{2}$

3.What is the probability of getting a sum of 7 when two dice are thrown?

 Since it is not obvious how many different throws will produce a sum of 7,or how many different ways the two dice will land, it will be useful to consider all the possible outcomes. The set of all outcomes of an experiment is called the sample space of the experiment. In order to keep track of the elements of the sample space in this experiment, let the first die be green and the second die be red. Since the green die can fall in one of six ways, and the red die can fall in one of six ways, there should be 6\*6 or 36 elements in the sample space. The elements of the sample space are as follows

The circled elements of the sample space are those whose sum is 7.

$$P\left(7\right)= \frac{number of successes}{roral number}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

The probability, p, of any event is a number such that $0\leq p\leq 1$. If p=0, the event cannot happen. If p = 1, the event is sure to happen.

 Перевод и решение

Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7?

 Так как не очевидно, сколько различных бросков произведет сумму 7 или сколькими различными путями эти две игральные кости приземлятся, будет полезно рассмотреть всевозможные исходы.

 Набор всех результатов эксперимента называют выборочным пространством эксперимента. Чтобы отслеживать элементы выборочного пространства в этом эксперименте первую кость покрасим зеленым, а вторую красным. При бросании первой игральной кости может выпасть одно из следующих очков: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Количество всевозможных способов выпадения определенных очков при бросании красной игральной кости равно так же 6. Следовательно, в выборочном пространстве должно быть 6\*6 = 36 элементов. Элементы выборочного пространства следующие: по условию задачи нам нужны элементы выборочного пространства – те, сумма которых равняется 7

$$P\left(7\right)= \frac{количество успеха}{общее число}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

Вероятностью, p, любого события является число: 0≤p ≤1. Если p=0, случай не может произойти. Если p=1, случай, несомненно, произойдет.

Раздел комбинаторики

Probability

The probability of an event happening is a number defined to be the number of ways the event can happen successfully divided by the total number of ways the event can happen.

Вероятность

Вероятность происходящего события – это отношение количества событий, благоприятствующих данному событию кобщемучислусобытий.

**Example 1**.What is the probability of getting a head when a coin is flipped?

A coin can fall in one of two ways, heads or tails. The two are equally likely.

p(А) = $\frac{number of ways a head can come up}{total number of ways the coin can fall}$ = $\frac{1}{2}$

1 Брошена монета. Какова вероятность получения решки?

Монета может упасть одним из двух способов: «орёл» или «решка». Эти два события одинаково вероятны. Поэтому:

p(А) = $\frac{появления герба}{общее количество способов, которыми может упасть монета}$ = $\frac{1}{2}$

**Example 2.** What is the probability of getting a 3 when one die is thrown? A die can fall with any one of six different numbers showing, and there is only one way a 3 can show.

p(А) = $\frac{number of ways a3 can come up}{total number of ways the die can fall 6}$ = $\frac{1}{6}$

2.Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет 3 очка?

На гранях игральной кости отмечены следующие количества очков: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Из шести событий благоприятным является одно событие. Поэтому:

p(А) = $\frac{число событий, благоприятствующих искомому событию}{общее количество способов, которыми может упасть кость}$ = $\frac{1}{2}$

**Example 3**.What is the probability of getting a sum of 7 when two dice are thrown?

Answers and explanations

 Since it is not obvious how many different throws will produce a sum of 7, or how many different ways the two dice will land, it will be useful to consider all the possible outcomes. The set of all outcomes of an experiment is called the sample space of the experiment. In order to keep track of the elements of the sample space in this experiment, let the first die be green and the second die be red. Since the green die can fall in one of six ways, and the red die can fall in one of six ways, there should be 6\*6 or 36 elements in the sample space. The elements of the sample space are as follows

The circled elements of the sample space are those whose sum is 7.

$$P\left(7\right)= \frac{number of successes}{roral number}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

The probability, p, of any event is a number such that $0\leq p\leq 1$. If p=0, the event cannot happen. If p = 1, the event is sure to happen.

Пояснения и решения

Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7?

Так как не очевидно, сколько бросков произведет сумму 7 или сколькими различными путями эти игральные кости приземлятся, будет полезно рассмотреть всевозможные исходы.

Набор всех результатов эксперимента называют выборочным пространством эксперимента. Чтобы отслеживать элементы выборочного пространства в этом эксперименте, пусть первая игральная кость будет зеленой, а вторая красной. Все возможные исходы при выбрасывании двух костей: в выборочном пространстве должно быть 6\*6 или 36 элементов. Элементы выборочного пространства следующие:

Так как зеленая кость может упасть одним из шести способов, и красная кость так же может упасть одним из шести способов, в пространстве выборки должно быть 6 \* 6 или 36 элементов.

Обведённые элементы выборочного пространства – это те, сумма которых равняется 7. Тогда :

$$P\left(7\right)= \frac{количеств оуспеха}{общее число}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

Вероятность, p, любого события – это число такое, что 0≤p ≤1. Если p = 0, событие не может произойти. Если p = 1, событие обязательно произойдет.

**Example 4**.The dice is tossed. What is probability that an even number of points comes up?

Answers and explanations

1, 3, 5 are odd numbers; 2, 4, 6 are even numbers. The number of possible outcomes while tossing a dice is 6. The number of favorable outcomes is 3 (coming up of two, four or six). Therefore, the probability of an even number of points is three to six or 0.5. Answer: 0.5

Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет чётное число очков?

Ответы и пояснения

1, 3, 5 — нечетные числа; 2, 4, 6 — четные. Число возможных исходов при бросании игральной кости 6. Число благоприятных исходов 3 (выпадение двойки, четвёрки или шестёрки). Таким образом, вероятность выпадения четного числа очков равна три к шести или 0,5.

INDEPENDENT EVENTS

*Independent events*are events that have no effects on one another. Two events are defined to be independent if and only if $P\left(A∩B\right)=P\left(A\right)\*P\left(B\right)$, where A $∩$B means both events A and B happen. If two events are not independent, they are said to be dependent.

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – события, которые не имеют никакого влияния друг на друга. Два события являются независимыми, если Р (A∩B) = Р (А) \* Р (В), где А ∩ В означает, что оба события А и В происходят. Если два события не являются независимыми, они называются зависимыми.

**Example 1**. If two fair coins are flipped, what is the probability of getting two heads?

Since the flip of each coin has no effect on the outcome of any other coin, these are independent events.

$$P\left(H\*H\right)=P\left(H\right)\*\left(H\right)=\frac{1}{2}\*\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

Перевод и решение

Брошены две монеты. Какова вероятность того, что на этих двух монетах выпадет герб?

 Так как одна сторона монеты не имеет никакого влияния на другую, это – независимые события. Тогда :

$$P\left(H\*H\right)=P\left(H\right)\*\left(H\right)=\frac{1}{2}\*\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

**Example 2**. When two dice are thrown, what is the probability of getting two 5s?

These are independent events because the result of one die does not affect the result of the other.

$$P\left(А\*В\right)=P\left(5\right)\*P\left(5\right)=\frac{1}{6}\*\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$$

Перевод и решение

Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что в обоих случаях выпадет 5 очков?

Это независимые события, так как результат одной кости не влияет на результат другой.

**Example 3**. Two dice are thrown. Events A is “the sum of 7 ”. Events B is “at least one die is a 6. ” Are A and B independent?

$A=\{\left(1,6\right), \left(6,1\right), \left(2,5\right), \left(5,2\right), \left(3,4\right), \left(4,3\right)\}$ and

$B=\left\{\left(1,6\right), \left(2,6\right),\left(3,6\right),\left(4,6\right),\left(5,6\right),\right)\left(6,6\right),\left(6,1\right),\left(6,2\right),\left(6,3\right),\left(6,4\right),\left(6,5\right)\}$.

Therefore, $P\left(A\right)= \frac{1}{6}$ and $P\left(B\right)=\frac{11}{36}. A∩B=\{(1,6)(6,1)\}$. Therefore, $P\left(A∩B\right)=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

$P\left(A\right)\*P\left(B\right)=\frac{11}{216}$≠$\frac{1}{18}$. Therefore, P(A$∩$ B) $\ne P\left(A\right)\*P(B)$, and so events A and B are dependent.

Перевод и решение

Брошены две игральные кости. Событие А = «сумма выпавших очков равна 7». Событие B = «по крайней мере в одной кости выпало 6 очков»

А и B – независимые события?

Следовательно, Р (А) = $\frac{1}{6}$ и Р (В) = $\frac{11}{36}$A∩B = {(1,6), (6,1)}. Следовательно,

P (A∩B) = $\frac{2}{36}$ = $\frac{1}{18}$

Р (А) \* Р (В) =$\frac{11}{216}$≠ $\frac{1}{18}$.Таким образом, Р (А ∩ В) ≠ Р (А) \* Р (В), и поэтому события А и В являются зависимыми.

**Example 4**. If the probability that John will buy a certain product is $\frac{3}{5}$, that Bill will buy that product is $\frac{2}{3}$, and that Sue will buy that product is $\frac{1}{4}$, what is the probability that at least one of them will buy the product?

Since the purchase by any one of the people does not affect the purchase by anyone else, these events are independent. The best way to approach this problem is to consider the probability that none of them buys the product.

Let A = the event “John does not buy the product.”

Let B = the event “Bill does not buy the product.”

Let C = the event “Sue does not buy the product.”

$P\left(A\right)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$; $P\left(B\right)=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$; $P\left(C\right)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

The probability that none of them buys the product = P(A$∩B∩C)=$

$P(A)\*P(B)\*P(C)=\frac{2}{5}\*\frac{1}{3}\*\frac{3}{4}=\frac{1}{10}$. Therefore, the probability that at least one of them buys the product is $1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

Перевод и решение

Если вероятность того, что Джон купит определенный продукт – $\frac{3}{5}$, что Билл будет покупать этот продукт – $\frac{2}{3}$, и что Сью купит этот продукт – $\frac{1}{4}$. Какова вероятность того, что, по крайней мере, один из них будет покупать продукт?

 Решение :

Так как покупка любого человека не влияет на покупку кого-либо еще, эти события независимы. Лучший способ подойти к этой проблеме заключается в рассмотрении вероятности того, что ни один из них не покупает продукт.

Пусть А = событие «Джон не купит продукт»
Пусть B = событие «Билл не купит продукт»
Пусть C = событие «Сью не купит продукт»

Вероятность того, что ни один из них не покупает продукт = Р (А ∩B∩C) = Р (А) \* Р (В) \* Р (С) = 2/1/5 \* 3 \* 3/4 = 1/10. Таким образом, вероятность того, что по крайней мере один из них покупает продукт является 1 1/10 = 9/10.

MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS

In general, the probability of event A happening or event B happening or both happening is equal to the sum of P(A) and P(B) less the probability of both happening. In symbols,P (A$∪$B) = P(A)+P(B)-P(A$∩$B), where (A$∪$ B) means the union of sets A and B. If P(A$∩$B) = 0,the events are said to be *mutually exclusive.*

Перевод и решение

Несовместные события

В целом, вероятность появления события А или появления события В равна Р (А) и Р (В), что меньше вероятности протекания обоих событий одновременно. В символах: Р (А ∪B) = P (А) + Р (В) - P (A∩B), где (А∪В) означает объединение множеств А и В. Если Р (A∩B) = 0, то события взаимно исключают друг друга.

**Example 1**.What is the probability of drawing a spade or a king from a deck of 52 cards?

Let A = the event “drawing a spade”.

Let B = the event “drawing a king”.

Since there are 13 spades and 4 kings in a deck of cards.

$P\left(A\right)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$;$P\left(B\right)= \frac{4}{52}=\frac{1}{13}P\left(A∩B\right)= \left(drawing the king of spades\right)=\frac{1}{52}$

$$P\left(A∪B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A∩B\right)=\frac{13}{52}+\frac{4}{52}-\frac{1}{52}=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$$

These events are not mutually exclusive.

Перевод и решение

Какова вероятность вытянуть из колоды бубны или короля, если в колоде всего 52 карты?
Пусть А = событие «вынуть бубни»
Пусть B = событие «вынуть короля»
Поскольку существует 13 бубен и 4 короля в колоде карт:

$P\left(A\right)=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$;

$$P\left(B\right)= \frac{4}{52}=\frac{1}{13} P\left(A∩B\right)=P\left(выбрать короля бубновой масти\right)=\frac{1}{52}$$

$$P\left(A∪B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A∩B\right)=\frac{13}{52}+\frac{4}{52}-\frac{1}{52}=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$$

Эти события не являются взаимоисключающими.

**Example 2**. In a throw of two dice, what is the probability of getting a sum of 7 or 11?

Let A = the event “throwing a sum of 7.”

Let B = the event “throwing a sum of 11.”

P (A$∩B)=0$, and so these events are mutually exclusive.

P (A$∪B$) = P (A) + P (B). From the chart in Example 3.

P (A) = $\frac{6}{36}$ and P (B) = $\frac{2}{36}$.

P (A$∪B$) = $\frac{6}{36}+\frac{2}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

Игральная кость брошена дважды .Какова вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7 или 11?

Пусть А = событие « сумма выпавших очков равна 7»
Пусть B = событие « сумма выпавших очков равна 11»
P (A∩B) = 0, и поэтому эти события являются взаимоисключающими.
Р (A∪B) = Р (А) + Р (В) где $A=\{\left(1,6\right), \left(6,1\right), \left(2,5\right), \left(5,2\right), \left(3,4\right), \left(4,3\right)\}$

P (A) = $\frac{6}{36}$ и P (B) = $\frac{2}{36}$ где В=$\{\left(5,6\right), \left(6, 5\right)\}$ Тогда :

P (A$∪B$) = $\frac{6}{36}+\frac{2}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

**Example 3.** With the throw of two dice, what is the probability that the sum will be a prime number?

$A)\frac{4}{11}$ В) $\frac{7}{18} $ С) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{5}{11}$ E)$\frac{1}{2}$

Answers and explanations

C) There is 1 way to get a 2,and there are 2 ways to get a 3,4 ways to get a 5,6 ways to get a 7, 2 ways to get an11.Out of 36 elements in the sample space, 15 successes are possible.

P (prime)= $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что выпавшая сумма будет простым числом?

Введем событие А, говорящее о том, что cуществует один способ выбрать 2;

есть 2 способа чтобы выбрать 3=$\{\left(1,2\right), \left(2,1\right)\}$;

4 способа выбрать 5=$\left\{\left(1,4\right), \left(2, 3\right), \left(3, 2\right), \left(4,1\right)\right\}$;

6 способов выбрать 7= $\{\left(1,6\right), \left(2,5\right), \left(3,4\right), \left(4,3\right), \left(5,2\right), \left(6,1\right)\}$ и

2 способа, чтобы выбрать11=$\{\left(5, 6\right), \left(6, 5\right)\}$.

Из 36 элементов требуется выбрать 15. Тогда: P (A)= $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$ Ответ: $\frac{5}{12}$

**Example 4.** If a coin is flipped and one die is thrown, what is the probability of getting a head or a 4?

$А)\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{2}{3}$

D) The probability of getting neither a head nor a 4 is $\frac{1}{2}$\*$\frac{5}{6}=\frac{5}{12}$ . Therefore, probability of getting either is$ 1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$.

4. Брошены монета и кубик. Какова вероятность того, что выпадут решка или 4?

D) Р(А)= (вероятность получения ни решки, ни 4) =$\frac{1}{2}$\*$\frac{5}{6}=\frac{5}{12}$.

Таким образом, вероятность выпадения решки или 4 баллов составляет: Р(А) = $1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$

**Example 5.**Three card are drawn from an ordinary deck of 52 cards. Each card is replaced in the deck before the next card is drawn. What is the probability that at least one of the cards will be a spade?

A)$\frac{3}{52}$ B) $\frac{9}{64}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{33}{64}$ E) $\frac{3}{4}$

D) Since the drawn cards are replaced, the draws are independent. The probability that none of the cards was a spade $=\frac{39}{52}\*\frac{39}{52}\*\frac{39}{52}$=$\frac{3}{4}\*\frac{3}{4}\*\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$.

Probability that 1 was a spade $=1-\frac{27}{64}=\frac{33}{64}$

Три карты взяты из обычной колоды, в которой 52 карты. Каждая карта перемещается в колоде до следующей бубновой карты. Какова вероятность того, что по крайней мере одна из карт будет бубновой масти?

(D) Так как карты были перемещены, события независимы. Вероятность того, что ни одна из карт не была бубновой = $\frac{39}{52}\*\frac{39}{52}\*\frac{39}{52}$=$\frac{3}{4}\*\frac{3}{4}\*\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$.

Вероятность того, что 1 была бубновой = $1-\frac{27}{64}=\frac{33}{64}$

**Example 6.**A coin is tossed three times. Let A = {three heads occur} and B = {at least one head occurs}. What is P(A $∪В$)?

E) The only situation when neither of these sets is satisfied occurs when three tails appear: $P(A ∪В)=\frac{7}{8}$.

Перевод и решение

Монета подбрасывается три раза. Пусть событие А = {выпало три решки} и событие В = {выпала по крайней мере одна решка}. Каково значение P(A∪B)?

$А)\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{8}$

Возникает такая единственная ситуация, что ни одно из этих множеств не выполняется, когда появляются три события:

 $P(A ∪В)=\frac{7}{8}$.

**Example 7.**А class has 12 boys and 4 girls. If three students are selected at random from the class,what is the probability that all will be boys?

(D) There are 16 students altogether.The probability that the first person chosen is a boy is $\frac{12}{16}$. Now there are only 15 students left, of which 11 are boys, so the probability that the second student chosen is also a boy is $\frac{11}{15}$. By the same reasoning, the probability that the third is a boy is$\frac{10}{14}$.Therefore, the probability that the first and the second and the third students chosen are all boys is

Р(А\* В\* С) = $\frac{12}{16}\*\frac{11}{15}\*\frac{10}{14}$ = $\frac{11}{28}$.

Перевод и решение

 В классе 12 мальчиков и 4 девочки. Если трое учеников выбираются случайным образом из класса, какова вероятность того, что все выбранные будут мальчиками?

$А)\frac{1}{55} $В) $\frac{1}{4}$ С) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{11}{28}$ E) $\frac{11}{15}$

(D) Всего 16 учеников. Вероятность, что первый выбранный человек является мальчиком $\frac{12}{16}$. Теперь остались 15 учеников, из которых 11 являются мальчиками, поэтому вероятность того, что второй выбранный ученик также мальчик равна $\frac{11}{15}$. Из этого же рассуждения вероятность того, что третьим тоже окажется мальчик $\frac{10}{14}$. Так получили вероятность того, что первый, второй и третий выбранные ученики – мальчики :

Р(А\* В\* С) = $\frac{12}{16}\*\frac{11}{15}\*\frac{10}{14}$ = $\frac{11}{28}$.

**Example 8.** A red box contains eight items, of which three are defective, and a blue box contains five items, of which two are defective. An item is drawn at random from each box. What is the probability that both items will be nondefective?

1. $\frac{3}{20}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{13}$ D) $\frac{8}{13}$ E)$\frac{17}{20}$

B) Probability of both items being nondefective = $\frac{5}{8}\*\frac{3}{5}=\frac{3}{8}$.

Перевод и решение

 Красная коробка содержит восемь предметов, из которых три являются дефектными, а синяя коробка содержит пять предметов, из которых два являются дефектными. Каждый предмет вытаскивается случайным образом из коробки. Какова вероятность того, что оба выбранных элемента будут без дефекта?

Так как оба элемента является независимыми событиями, то вероятность того, что оба выбранных элемента будут без дефекта Р(А)=$\frac{5}{8}\*\frac{3}{5}=\frac{3}{8}$.

**Example 9.** A hotel has five single rooms available, for which six men and three women apply.What is the probability that the rooms will be rented to three men and two women?

$А)\frac{23}{112}$ В) $\frac{97}{251}$ С) $\frac{10}{21}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{5}{8}$

C) $\frac{6}{3}$ is the number of ways 3 men can be selected. $\frac{3}{2}$ is the number of ways 2 women can be selected. $\frac{5}{9}$ is the total number of ways people can be selected to fill 5 rooms.

$Р\left(3 men,2 women\right)=\frac{\frac{6}{3}\*\frac{3}{2}}{\frac{9}{5}}=\frac{10}{21}$**.**

Перевод и решение

 Отель имеет пять одноместных номеров, в которые хотят заселиться шесть мужчин и три женщины. Какова вероятность того, что номера будут арендованы тремя мужчинами и двумя женщинами?

С) $\frac{6}{3}$ является число способов выбора 3 мужчин. $\frac{3}{2}$ – число способов выбрать 2 женщин. $\frac{5}{9}$– общее число способов, которыми люди могут быть выбраны для заполнения 5 номеров.
Р (3 мужчины, 2 женщины) =$\frac{\frac{6}{3}\*\frac{3}{2}}{\frac{9}{5}}=\frac{10}{21}$.

**Example 1.** Dialing the phone number, the subscriber forgot the last digit. What probability that he is correct to phone the last number at random?

Answers and explanations

The subscriber needs to choose one of ten digits that is the number of possible outcomes, is 10. The number of favorable outcomes is 1 (only one digit can be correct). The probability that he will correctly phone is equal 1 to 10 or to 0.1

 Answers : 0.1

Набирая номер телефона, абонент забыл последнюю цифру. Какова вероятность того, что он правильно дозвонится, набрав последнюю цифру наугад?

Абоненту нужно выбрать одну из десяти цифр, то есть число возможных исходов 10. Число благоприятных исходов 1 (верной может быть только одна цифра). Вероятность того, что он правильно дозвонится равна 1 к 10 или 0,1.

Ответ: 0,1

**Example 2.** Of all the articles in a box, 80% are saticfactory, while 20% are not.The probability of obtaining exactly five good items out of eight randomly selected articles is

A) 0.003 B) 0.013 C) 0.132 D) 0.147 E) 0.800

Answers and explanations

D) Since the problem doesn’t say how many articles are in the box,we must assume that it is an unlimited number.The probability of picking 5 satisfactory items (and therefore 3 unsatisfactory ones) is $(0.8)^{5}(0.2)^{3}$,and there are $(\frac{8}{5})$ ways of doing this.Therefore, the desired probability is ($\frac{8}{5})$ :

Р8(5)=$С\_{8}^{5}$\*р5\*q8-5=$\frac{8!}{5!\*3!}$\*(0.8)5\*(1-0.8)3=$\frac{5!\*6\*7\*8}{5!\*2\*3}$\*$(0.8)^{5}(0.2)^{3}$=0.147.

Перевод и решение

Из всех предметов в коробке 80% предметов являются стандартными, в то время как 20% таковыми не являются. Какова вероятность получения ровно пяти стандартных предметов из восьми случайно выбранных составляет?

D) Поскольку в задаче не говорится, сколько предметов в коробке, мы должны предположить, что их неограниченное число. Вероятность выбора 5 стандартных предметов (и, следовательно, 3 нестандартных из них) является $(0.8)^{5}(0.2)^{3}$и есть ($\frac{8}{15}$) способов выбора. Таким образом, по формуле Бернулли, искомая вероятность равна ($\frac{8}{5}$):

Р8(5)=$С\_{8}^{5}$\*р5\*q8-5=$\frac{8!}{5!\*3!}$\*(0.8)5\*(1-0.8)3=$\frac{5!\*6\*7\*8}{5!\*2\*3}$\*$(0.8)^{5}(0.2)^{3}$=0.147.

**Example 3**.The dice is thrown. What probability that will be an even number of points?

1, 3, 5 - odd numbers; 2, 4, 6 are even. The number of possible outcomes to tossing a dice is 6. The number of favorable outcomes is 3 (falling out of deuce, four or six). Thus, the probability of an even number of points is three to six or 0.5.

 Answer: 0.5

 Перевод и решение

Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет чётное число очков?

Решение и пояснения :

1, 3, 5 — нечетные числа; 2, 4, 6 — четные. Число возможных исходов при бросании игральной кости 6. Число благоприятных исходов 3 (выпадение двойки, четвёрки или шестёрки). Таким образом, вероятность выпадения четного числа очков равна три к шести или 0,5.

**Example 4.**There are 10 free cars in the taxi service now: 5 black, 1 yellow and 4 green. One of the cars left the call, which happened to be the closest to the customer. Find the probability that a yellow taxi will come to him.

Answers and explanations

Possible number of outcomes is 10. Number of favorable outcomes is 1 (the yellow machine is one). The required probability is 1 to 10 or 0.1.
 Answer: 0,1

 Перевод и решение

В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 чёрных, 1 жёлтая и 4 зелёных. На вызов выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Возможное число исходов 10. Число благоприятных исходов 1 (жёлтая машина одна). Искомая вероятность равна 1 к 10 или 0,1.

**Example 5.** At double tossing of a dice there were 6 points in amount. Find the probability that less than three points for the first time comes up.

Answers and explanations

The sum of six points can be obtained in the following ways (we'll go over the options): 1 + 5, 2 + 4, 3 + 3, 4 + 2, 5 + 1 – there are only five of them, this is the number of possible outcomes. From the presented options, also it is evident that less than three points the first toss will comes up only in two cases. The required probability is 2 to 5 or 0.4.
Answer: 0.4

 Перевод и решение

При двухкратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше трёх очков.

Сумму в шесть очков можно получить следующими способами (переберём варианты): 1+5,  2+4,  3+3,  4+2,   5+1  – всего их пять, это и есть число возможных исходов. Из представленных вариантов также видно, что менее трёх очков при первом броске  может выпасть только в двух случаях. Искомая вероятность равна 2 к 5 или 0,4.

Ответ: 0,4.

**Example 6**.The coin is tossed three times. Find the probability that the first two tosses will be finished at the same time.
Find the number of possible outcomes, we'll go over all the variants of the shots. In such problems, make up a table, so it is much more convenient to count.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | 1st toss | 2nd toss | 3rd toss |
| 1 | heads | heads | heads |
| 2 |  heads | heads | tails |
| 3 | heads |  tails | tails |
| 4 | heads | tails | heads |
| 5 |  tails |  tails | tails |
| 6 |  tails | tails | heads |
| 7 |  tails | heads | heads |
| 8 |  tails | heads | tails |

There are eight possible outcomes. The first two shots can equally end in four cases; they are 1,2,5,6 variants, that is, favorable outcomes 4. The required probability is $\frac{4}{8}$ = 0.5. Note that if you add only one word to the condition, the meaning of the problem will change; because of inattention many of them are solve the problem incorrectly. Therefore, the coin tosses three times. Find the probability that only the first two shots will end at the same time. Favorable outcomes will be 2, these are the 2 nd and 6 th variants, the first and fifth variants are excluded because of this "only".

Перевод и решение

Монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что первые два броска окончатся одинаково.

Найдём число возможных  исходов, переберём все варианты бросков. В подобных задачах составляйте таблицу, так считать намного удобней.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   | 1-й бросок | 2-ой бросок | 3-ий бросок |
| 1 | орёл | орёл | орёл |
| 2 | орёл | орёл | решка |
| 3 | орёл | решка | решка |
| 4 | орёл | решка | орёл |
| 5 | решка | решка | решка |
| 6 | решка | решка | орёл |
| 7 | решка | орёл | орёл |
| 8 | решка | орёл | решка |

Всего возможных исходов восемь. Первые два броска одинаково могут окончится  в четырёх случаях это 1,2,5,6 варианты, то есть благоприятных исходов 4. Искомая вероятность равна $\frac{4}{8}$=0,5. Обратите внимание, что если в условие добавить хотя бы одно лишнее слово, смысл задачи изменится, многие из-за невнимательности решают неверно. Итак: монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что *только* первые два броска окончатся одинаково. Благоприятных исходов будет 2, это 2-й и 6-й варианты, первый и пятый варианты  исключаются из-за этого «только».

 4.1 Data Analysis and Statistics

MEASURES AND REGRESSION

Quantitative data are number sets such as heights, weights, test scores,tensile strength, and so forth. By contrast, categorical data consist of descriptive labels, such as hair color, city of residence, socioeconomic status, and the like. Since the Math Level 2 test is unlikely to include questions about categorical data, the concepts described below pertain to quantitative data only.

Measures of center summarize a data set using a single “typical” value. Three measures of center might be encountered on the Math Level 2 test: mean, median, and mode.

The mean is the sum of all the data values divided by the number of values. The formula for the mean $\overbar{x}$ of a data set is $\overbar{x}=\frac{\sum\_{}^{}x\_{i}}{n}$, where $\sum\_{}^{}indicates$ the sum of the data values $x\_{i}$ and *n* is the number of data values.

To determine the median, the data must first be ordered. If the number of values is odd, the median is the single middle value. If the number of values is even, the median is the mean of the two middle values. There is no formula for the median of a data set.

The *mode* is the value that appears most often. There is no formula for the mode of a data set.

 Мера и регрессия

 Количественные данные – это такие наборы чисел, как высота, веса, результаты тестов, прочность на растяжение и т. д. Напротив, категориальные данные состоят из описательных надписей, таких как цвет волос, город проживания, социально-экономический статус и т.п.

Поскольку тест Math Level 2 вряд ли будет включать вопросы о категориальных данных, описанные ниже концепции относятся только к количественным данным.

Меры центра суммируют набор данных, используя единственное «типичное» значение. Три измерения центра могут быть обнаружены на тесте Math Level: среднее значение, медиана и мода.

Среднее значение – это сумма всех значений данных, деленная на количество значений. Формула для среднего значения х: $\overbar{x}=\frac{\sum\_{}^{}x\_{i}}{n}$,

где $\sum\_{}^{}x\_{i}$ указывает сумму значений данных x- и n является количеством значений данных.

Для определения медианы сначала необходимо упорядочить данные. Если число значений нечетно, медиана является единственным средним значением. Если число значений четное, медиана является средним значением двух средних значений. Не существует формулы для медианы набора данных.

Мода – это значение, которое появляется чаще всего.

Examples

**Example 1.**The heights of the starting basketball team for South High School are 69", 72",75", 78", and 78". Find the mean, median, and mode of this data set.

Answers and explanations

The mean is $\frac{69+72+75+78+78}{5}=74.4^{"}$.The median is$ 75^{"}$. The mode is$78^{''}$.

 Ответы и пояснения

Рекорды начинающей баскетбольной команды Южной средней школы: 69", 72", 75", 78", and 78". Найдите их среднее значение и медиану.

Среднее значение =$\frac{69+72+75+78+78}{5}=74.4^{"}$. Медиана составляет $75^{"}$.

Наиболее вероятным значением (модой) является $78^{''}$.

**Example 2.**The mean of 24 test scores is 77.5. When the 25th class member takes the test, the mean goes down by 1.1 points. What was that 25th score?

Answers and explanations

The total of the 24 test scores is 24\* 77.5 = 1860, and the total of the 25 test scores is 25\*76.4 = 1910. Therefore, the 25thscoreis 1910-1860 = 50.

Перевод и решение

Средний балл 24 тестов – 77,5. После прохождения теста в 25-ый раз среднее значение снижается на 1,1 балла. Какой результат был получен в 25-ый раз?

Решение :

Общее количество баллов 24 тестов 24 \* 77,5 = 1860, а 25 тестов – 25 \* 76,4 = 1910. Таким образом, балл 25-ого теста равен 1910-1860 = 50.

**Example 3.** What is the median of the frequency distribution shown in the table?

|  |  |
| --- | --- |
| Data | Value Frequency |
| 24 | 3 |
| 25 | 7 |
| 26 | 5 |
| 27 | 1 |

Answers and explanations

 There are 16 data values altogether, so the median is the mean of the 8th and 9th largest values. Both of these values are 25, so the median is also 25.

The Math Level 2 test might ask questions about measures of spread. These questions ask about how spread out a set of data values is.

The range is a measure of spread. It is the difference between the largest and smallest data values.

Ответы и пояснения

3. Какова медиана распределения частот, показанных в таблице?

|  |  |
| --- | --- |
| Значение данных | Частота |
| 24 | 3 |
| 25 | 7 |
| 26 | 5 |
| 27 | 1 |

Ответы и пояснения

Всего есть 16 значений данных, поэтому медиана является средним значением самых больших из них: восьмого и девятого. Оба этих значения равны 25, поэтому медиана также равна 25.

Тест Math Level 2 может задавать вопросы о мерах распространения. Эти вопросы спрашивают о том, как распределяется набор значений данных.
Диапазон является мерой распространения. Это разница между наибольшими и наименьшими значениями данных.

**Example 4.** Find the range of the data values 85,96,72,89,66 and78.

Answers and explanations

The largest value is 96 and the smallest is 66. The range is 96 - 66= 30.

Loosely speaking, the standard deviationis the “average” defference between individual data values and their mean. The formula for the standard deviation *s* of a data set is $s=\sqrt{\frac{1}{n-1}}\sum\_{}^{}(x\_{i}-x)^{2}$. The larger the standard deviation, the more spread out a data set is. Standard deviation is a unit-free measure of the “distance” between a specific data value and the mean. Thus the standard deviation can be used to compare single data values from different datasets. A *z*- score, where $z=\frac{x-\overline{x}}{s}$, is the number of standard deviations *s* that a data value *x* is from the mean $\overline{x}$ . The greater the value of |*z|*, the less common the data value *x* is. In other words, fewer data values have a hight *z* - score.

4. Найдите диапазон значений данных 85,96,72,89,66 и 78.
Наибольшее значение равно 96, а наименьшее – 66. Диапазон составляет 96 – 66 = 30.

Ответы и пояснения

По сути, стандартное отклонение представляет собой «среднее» различие между отдельными значениями данных и их средним значением. Формула для стандартного отклонения s набора данных:

$$s=\sqrt{\frac{1}{n-1}}\sum\_{}^{}(x\_{i}-x)^{2}$$

Чем больше стандартное отклонение, тем больше расширяется набор данных. Стандартное отклонение – это единица измерения «расстояния» между конкретным значением данных и усреднённым. Таким образом, стандартное отклонение может использоваться для сравнения отдельных значений данных из разных наборов данных. Оценка по z, где z = (x-x) / s, - число стандартных отклонений s, когда значение x взято из среднего ¯x. Чем больше значение | z |, тем меньше общее значение x. Другими словами, меньшее количество значений данных имеет значение z.

**Example 5.** Which data set has the smaller standard deviation: {5,7,9} or {4,7,10}?

Answers and explanations

Both data sets have a mean of 7. However, the first set is less spread out than the second, so the first has the smaller standard deviation. According to the formula, the standard deviation of the first data set is 2 while that of the second data set is 3.

Перевод и решение

5. Какой набор данных имеет меньшее стандартное отклонение: {5,7,9} или {4,7,10}?

Оба набора данных имеют среднее значение 7. Однако первый набор меньше, чем второй, поэтому первый имеет меньшее стандартное отклонение. Согласно формуле, стандартное отклонение первого набора данных равно 2, а стандартное отклонение второго набора данных равно 3.

**Example 6.** A chart showing sports statistics for a particular school is shown below. Which is statistically a better score: 50.30 seconds in the backstroke or 74 inches in the high jump?

Stroke Mean Standard Deviation

Backstroke 50.72 sec. 0.24 sec.

High Jump 72.9 in. 0.54 in.

Answers and explanations

A time of 50.30 seconds in the backstroke is $z=\frac{50.30-50.72}{0.24}=-1.75$ standard deviations better (less) than the backstroce mean. A height of 74 inches in the high jump is $z=\frac{74-72.9}{0.54}$ = 2.04 standard deviations better (more) than the high jump mean. Therefore, thehighjumpperformanceisbetter.

6. Ниже показана таблица, показывающая результаты спортивных соревнований для учащихся конкретной школы. Что по статистике является лучшим результатом: 50,30 секунды для плавания на спине или 74 дюйма в прыжках в высоту?

Строка Значение Стандартное отклонение

Плавание на спине 50.72 секунды 0,24 секунды

Прыжки в длину 72,9 дюйма 0,54 дюйма

Ответы и пояснения

Время 50.30 сек для плавания на спине составляет z = $\frac{(50.30-50.72)}{0,24}$ = -1.75 стандартных отклонений, т.е. лучше (меньше), чем среднее значение в плавании на спине. Высота 74 дюйма в прыжке в высоту равна

$z=\frac{74-72.9}{0.54}$=2,04 стандартных отклонений, т.е. лучше (больше), чем среднее значение для прыжков в высоту. Поэтому результаты в прыжках лучше, чем в плавании.

Method regression

Measures of center and spread apply to a single variable. Regression is a technique for analyzing the relationship between two variables. This technique summarizes relationships such as mathematical equations in which the twovariables are denoted by x (the independent variable) and y ( the dependent variable). The Math Level 2 test may ask about any one of three models to capture the relationship between *x* and *y:*

* Linear model $y=a\_{0}+a\_{1}x$
* Quadratic model $y= a\_{0}+a\_{1}x+a\_{2}x^{2}$
* Exponential model $y=a\_{0}\*e^{a\_{1}x}$

The figures below showscatter plots having these shapes. Regression techniques use paired values (x, y) to estimate *parameter* values $a\_{0},a\_{1},a\_{2}$, depending on the model selected.Once this is done, the equation for that model can be used to predict *y* for a given value of *x*.

The Level 2 test does not require students to know the mathematics of regression techniques. Students should know how to use their calculators to get parameter estimates for a particular model and to use the equation as a prediction tool.

Метод регрессий

Меры центра и распространения (размаха) применяются к одной переменной. Регрессия – это метод анализа взаимосвязи между двумя переменными. Этот метод суммирует отношения, такие как математические уравнения, в которых две переменные обозначаются через x (независимая переменная) и y (зависимая переменная).

Тест Math Level 2 может рассматривать любую из трех моделей, чтобы зафиксировать зависимость между x и y:

Линейная модель$y=a\_{0}+a\_{1}x$

Квадратичная модель $y= a\_{0}+a\_{1}x+a\_{2}x^{2}$

Экспоненциальная модель $y=a\_{0}e^{a\_{1}x}$

На приведенных ниже рисунках показаны диаграммы разброса, имеющие эти формы. Методы регрессии используют парные значения (x, y) для оценки значений параметров a0, a1, a2 в зависимости от выбранной модели. После этого уравнение для этой модели можно использовать для прогнозирования y для заданного значения x.

   

 Linear Scatterplot Quardratic Scatterplot Exponential Scatterplot

Тест уровня 2 не требует от учащихся знания математических методов регрессии. Учащиеся должны знать, как использовать калькулятор для получения оценки параметров для конкретной модели и для использования этого уравнения как инструмента прогнозирования.

**Example 7.** The decennial population of Center City for the past five decades is shown in the table below. Use exponential regression to estimate the 1965 population.

**Population of Center City**

Year Population

 1970 48.000

 1980 72.000

 1990 95.000

 2000 123.000

 2010 165.000

Answers and explanations

Transform the years to «number of years after 1970» and enter these values into L4. Then enter the populations in thousands. Set up the scatter plot by pressing 2nd Y = and selecting a plot (Plot 1). Turn the plot on, select the scatter plot logo, and enter the list names. Then press STAT/CALC/ExpReg L4,L5,Y1. This will store the regression equation in Y1. The resulting command is shown in the left screen below. Press ENTER to display the values for the equation. These are shown in the right screen below.

7. Численность населения Центра города за последние пять десятилетий показана в таблице ниже. Используйте экспоненциальную регрессию для оценки количества населения в 1985 году

  **Население центра города**
 Год Население
 1970 48 000
 1980 72 000
 1990 95 000
 2000 123 000
 2010 165 000

Ответ и пояснения

Преобразуйте годы в «количество лет после 1970 года» и введите эти значения в L4. Затем введите данные о населении в тысячах. Настройте график разброса, нажав 2 Y = и выбрав график (График 1). Включите график, выберите логотип диаграммы разброса и введите список. Затем нажмите STAT / CALC / ExpReg L4, L5, Y1. Это сохранит уравнение регрессии в Y1. Полученная команда показана на следующем экране слева. Нажмите ENTER, чтобы отобразить значения для уравнения. Они показаны на правом экране ниже.

|  |  |
| --- | --- |
| ExpReg L4,L5, Y1 | ExpRegy=a\*b^xa=50.55052533 b=1.030506132 r2=.9923981043 r=.9961918009 |

Press ZOOM/9 to view the scatterplot and exponential curve. Press 2nd/CALC/value and enter 15, representing 1985. The cursor moves to the point on the regression curve where *x* = 15 and displays both *x* and *y* at the bottom of the screen, as shown below.

The 1985 population was about 79,300.

Нажмите кнопку ZOOM/9, чтобы просмотреть график рассеяния и экспоненциальную кривую. Нажмите 2nd / CALC / и введите 15, обозначающее 1985. Курсор перемещается в точку на кривой регрессии, где x = 15, и отображает x и y в нижней части экрана, как показано ниже.

Население в 1985 году составляло около 79 300 человек.

**Example 1.** Last week, police ticketed 13 men traveling 18 miles per hour over the speed limit and 8 woman traveling 14 miles per hour over the speed limit. What was the mean speed over the limit of all 21 drivers?

А) 16 miles per hour В) 16.5 miles per hour С) 17 miles per hour

 D) none of these E) cannot be determined

Answers and explanations

B) There are 13 eighteens and 8 fourteens, so the total over the speed limit is 346. Divide this by the 21 people to get 16.5

1.На прошлой неделе полиция оштрафовала 13 мужчин, ехавших со скоростью выше нормы на 18 миль в час, и 8 женщин, ехавших со скоростью на 14 миль в час превосходящей допустимую. На сколько больше допустимого средняя скорость всех 21 водителей?

(A) 16 миль в час
(B) 16,5 миль в час
(C) 17 миль в час
(D) ни одна из этих
(E) не может быть определена

Ответы и пояснения

B) Есть 13 человек, превысивших скорость на 18 миль в час, и 8, превысивших на четырнадцать миль в час, так что общее превышение скорости составляет 346 миль в час. Разделите это на 21 человека, чтобы получить 16,5

**Example 2.** If the range of a set of integers is 2 and the mean is 50, which of the following statements must be true?

I. The mode is 50

II. The median is 50

III. There are exactly three data values

 A) only I B) only II C) only III D) I and II E) I, II and III

Answers and explanations

В) Since the data values are integers, the range is2,and the mean is 50,the possible data values are 49, 50 and 51

I. The set could consist of equal numbers of 49s and 51s and have a mean of 50 without 50 even being a data value .So I need not be true

II. Since the mean is 50 there must be equal numbers of 49s and 51s, so 50 is also the median . II must be true

III. Explanations in I and II imply that III need not be true

2. Если диапазон набора целых чисел равен 2, а среднее значение равно 50, какое из следующих утверждений должно быть истинным?
I. Мода – 50
II. Медиана – 50
III. Имеется ровно три значения данных
(A) только I
(B) только II
(C) только III
(D) I и II
(E) I, II и III

 Ответы и пояснения

Поскольку значения данных являются целыми числами, диапазон равен 2, а среднее значение равно 50, возможные значения данных – 49, 50 и 51

1.Набор может состоять из чисел равных 49 и 51 и иметь среднее значение 50; без 50, являющимся значением данных. Поэтому утверждение I не является истинным.

2.Так как среднее значение равно 50, должны быть числа равные 49 и 51, поэтому 50 также является медианой. Утверждение II должно быть истинным.

3.Объяснения в I и II подразумевают, что III не обязательно должно быть истинным.

**Example 3.** What is the median of the frequency distribution shown below ?

|  |  |
| --- | --- |
| Data Value |  Frequency |
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 7 |
| 3 | 15 |
| 4 | 10 |
| 5 | 7 |
| 6 | 3 |
| 7 | 3 |

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) cannot be determined

Answers and explanations

B) There are 49 data values altogether so the median is the 25th largest .Adding the Frequencies up to 25 puts the 25th number at 3

Какова медиана распределения частот, показанных ниже?

|  |  |
| --- | --- |
| Значение данных |  Частота |
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 7 |
| 3 | 15 |
| 4 | 10 |
| 5 | 7 |
| 6 | 3 |
| 7 | 3 |

(A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) не может быть определен

Ответы и пояснения

B) Всего 49 значений данных, поэтому медиана является 25-й по величине.

Добавление частот до 25 ставит 25-е число на 3.

**Example 1.** If a sector of a circle has an arc length of 2π inches and an area of 6π square inches, what is the length of the radius of the circle?

 A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 Е) 12

 Correct Answer:

 Explanation:

 D)  

 Решение и пояснение

 Сектор круга имеет длину дуги 2π дюймов и площадь 6π квадратных дюймов. Какова длина радиуса круга?

 A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E). 12

 Правильный ответ: D

 D)  

**Example 2.** If a circle has a circumference of 16 inches, the area of a sector with a central angle of 4.7 radians is

 A) 10 B) 12 C) 15 D) 25 E) 48

 **Correct Answer:** C

 **Explanation:**

C) Если круг имеет длину дуги, равную 16 дюймам, то найдите площадь сектора центрального угла величиной 4.7 радиана

 A) 10 B) 12 C) 15 D) 25 E) 48

 **Правильный ответ:** С

 **C) Ответ и пояснения**



**Example 2**.The exact value of cos $\frac{3\*π}{4}$ :

 A) -1 B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) -$\frac{\sqrt{2}}{ 2}$ D) -$\frac{1}{2}$ E) 0

 **Correct Answer:** C

 **Explanation:**

 C) Sketch an angle of radians cos$\frac{3\*π}{4}$ in standard position, as shown in the figure below.



The cosine ratio is : cos$\frac{3\*π}{4}$ =$\frac{x}{r}$ = $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

.

 Перевод и решение

Найдите точное значение cos$\frac{3\*π}{4}$ ?

Нарисуйте данный угол в радианах в стандартном положении, как показано на рисунке ниже :

Отношение касательных : cos$\frac{3\*π}{4}$ =$\frac{ x}{ r}$ = $\frac{-1}{\sqrt{2}}$

**Example 3.**If sin 37° = z, express sin 74° in terms of z.

A)  B). 2z2 + 1 C). 2z D). 2z2 – 1 E). 

 **Correct Answer:** A

 **Explanation:**

(A) sin 74° = 2 sin 37° cos 37°. Since

Отсюда 

. Since 74° is in the first quadrant, the positive square root applies, so

 cos .

Решение : Если sin 37 ° = z, выразить sin 74 ° через z.

Sin 74 ° = 2 sin 37 ° cos 37 °. Поскольку

 

Поскольку 74 ° находится в первом квадранте, применяется положительный квадратный корень, поэтому

cos .

**Example 4.** What is the range of the function f(x) = 5 - 6sin (x + 1)?

A) [-6,6] B) [-5,5] C) [-1,1] D) [-1,11] E) [-11,1]

 **Correct Answer:** D

 **Explanation:**

D) Remember that the range of the sine function is [–1,1], so the second term ranges from 6 to –6.

4.Каково множество значений : f (x) = 5 – 6 sin (x + 1)?

D) Помните, что диапазон синусной функции [-1,1], поэтому второй член находится в диапазоне от 6 до -6 :

 -1≤ sin (x + 1) ≤ 1 умножим на -6 .Тогда получим : -6 ≤ -6\*sin (x + 1) ≤ 6

 затем прибавим 5 : -6+5 ≤ 5-6\*sin (x + 1) ≤ 6 +5 .Следовательно :

 -1 ≤ у ≤ 11 Правильный ответ: -1 ≤ у ≤ 11

**Example 5**. As increases from , the value of 

A) increases, and then decreases B)decreases, and then increases
C) decreases throughout D) increases throughout
E) decreases, increases, and then decreases again

 **Correct Answer:** C

**Explanation:**

(C) Graph 4 cos $\frac{1}{2}$ \*x using ZOOM/ZTRIG and observe that the portion of the graph between $\frac{π}{4}$and $\frac{5\* π}{4}$is decreasing.



 Ответ и пояснения

 Если находится между $\frac{π}{4}$ и$ \frac{5\* π}{4}$, то чему будет равно :

Возможно, вы имели в виду:

А) увеличивается, а затем уменьшается B) уменьшается, а затем увеличивается
С) уменьшается по всей прямой D) возрастает по всей числовой прямой
E) уменьшается, увеличивается, а затем снова уменьшается

C) Из графика у=4 cos $\frac{1}{2}$ \*x с использованием ZOOM / ZTRIG заметим, что доля графика между$ \frac{π}{4}$ и$ \frac{5\* π}{4}$ уменьшается

**Example 6.** The function cos x + sin x has an amplitude of

A) 1.37 B.)1.73 C) 2 D) 2.73 E) 3.46

 **Correct Answer:** C

 **Explanation:**

(C) Graph the function and determine its maximum (2) and minimum (–2). Subtract and then divide by 2

Функция у=cos x + sin x имеет амплитуду

(C) График функции и определить ее максимум (2) и минимум (-2). Вычтите, а затем разделите на 2

**Example 7.** If the graph in the figure below has an equation of the form

y = sin (Mx + N), what is the value of N?



 **Explanation:**

A) - (from the figure), so M = . Phase shift for a sine curve in the figure is –

. Therefore,  x + N = 0 when x = –. Therefore, 

 Ответ и пояснение
Если граф на рисунке ниже имеет уравнение вида y = sin (Mx + N), каково значение N?

A) - (из рисунка), поэтому M =. Фазовый сдвиг для кривой синуса на рисунке -  . Следовательно,  x + N = 0 при x = –. Следовательно, 

 **Использованные литературы**

1. Sat mathematics practice test
2. http://www.testverbal.ru/sat-sample-test-questions
3. <http://www.dummies.com/test-prep/sat/sat-sample-math-test-calculator-questions/>
4. http://www.free-test-online.com/statistics-and-probability-review

 5. Free SAT Math Test Practice Questions