**Некоммутативные векторнозначные пространства Харди $H_p(A,l_\infty)$ и $H_p(A,\ell_1)$**

***Зұлхажав А., Туленов К.С.***
*Докторанты*
*Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева*
*г. Астана, Казахстан*
*Казахский национальный университет имени аль-Фараби*
*г. Алматы, Казахстан*
*asilbekpin@mail.ru, tulen.kz@mail.ru*

Пусть $M$ конечная алгебра фон-Неймана и $N$ конечная подалгебра фон-Неймана. Пусть τ-точный конечный след на алгебре фон-Неймана $M$ [2].

**Определение 1** [1]. Линейное положительное отображение $\Phi: M \to N$ называется условным математическим ожиданием на $M$, если для любых $x \in N$ и $y \in M$ выполняется равенство

$$\Phi(xy) = x\Phi(y).$$

Из определения следует, что условное математическое ожидание $\Phi$ эрмитово, т. е.

$$\Phi(y)^* = \Phi(y^*)$$

для любого $y \in M$.

**Определение 2** [1]. Пусть $A$ – слабая$^*$ замкнутая унитальная подалгебра алгебры фон-Неймана, $D = A \cap A^*$ – диагональная алгебра фон-Неймана. Пусть $\Phi$– точное нормальное математическое ожидание из $M$ в $D$. $A$ будет называться конечной, максимальной поддиагональной алгеброй алгебры фон-Неймана $M$ относительно $\Phi$, если:

(i) $A + A^*$ слабая$^*$ плотная на $M$;

(ii) $\Phi(xy) = \Phi(x)\Phi(y)$, для любых $x, y \in M$;

(iii) $\tau \circ \Phi = \tau$.

Пусть $1 \le p \le \infty$. Введем обозначения:

1. Через $H_p(\grave{A},\ell_\infty)$ определим пространство всех последовательностей $x = \{x_n\}_{n\ge1}$ из $H_p(A)$ (где $H_p(A)$ – замыкание $A$ по норме $\|\circ\|_p^p = \tau(|\circ|^p)$), которое факторизуется в следующем виде: $x_n = ay_nb$ для любой $n \ge 1$, где $a,b \in H_{2p}(A)$ и $\{y_n\}_{n\ge1} \subset H_\infty(A)$ – ограниченная последовательность [2], [3].

Для $x \in H_p(\grave{A},\ell_\infty)$ определим норму в пространстве $H_p(\grave{A},\ell_\infty)$ следующим образом:

$$\|x\|_{H_p(A;l_\infty)} = \inf\left\{\|a\|_{2p} \sup_{n\ge1}\|y_n\|_\infty \|b\|_{2p}\right\},$$

где инфимум берется по всем факторизации которое выше указанное [2], [3].

2. Через $H_p(A,\ell_1)$ определим пространство всех последовательностей $x = \{x_n\}_{n\ge1} \subset H_p(A)$, которое факторизуется в следующем виде: $x_n = \sum_{k\ge1} u_{kn}v_{nk}$, для любых $n \ge 1$, здесь $\{u_{kn}\}_{k,n\ge1}$, $\{v_{kn}\}_{k,n\ge1}$ из $H_{2p}(A)$ и $\sum_{k,n\ge1} u_{kn}u_{kn}^*, \sum_{k,n\ge1} v_{nk}^*v_{nk} \subset H_p(A)$ [2], [3].

В этом пространстве определим норму следующим образом

$$\|x\|_{H_p(A;l_1)} = \inf\left\{\left\|\sum_{k,n\ge1} u_{kn}u_{kn}^*\right\|_p^{1/2} \left\|\sum_{k,n\ge1} v_{nk}^*v_{nk}\right\|_p^{1/2}\right\},$$

где инфимум берется по всем факторизации которое выше указанное.

Сформулируем основной результат.

**Теорема.** Пусть $1 \le p \le \infty$. Тогда пространства $H_p(A,\ell_\infty)$ и $H_p(A,\ell_1)$ полные.