

№ 3 ЗЕРТХАНАЛЫҚ ЖҰМЫС ДИСКІНІҢ ИНЕРЦИЯ МОМЕНТІН АНЫҚТАУ

3.1. Жұмыстың мақсаты: Сақталу заңдарын пайдаланып, дискінің инерция моментін екі әдіс бойынша анықтау: динамикалық және тербеліс әдісі.

3.2. Теориялық қысқаша түсінік

Қатты дененің айналма қозғалысы моменттер теңдеуімен сипатталады:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (3.1)$$

Мұндағы $\vec{L} = I\vec{\omega}$ – қатты дененің импульс моменті, $\vec{\omega}$ – векторлық бұрыштық жылдамдығы, $\vec{M}$ – денеге әсер ететін қорытқы векторлық күш моменті, I – дененің айналу өсіне қарасты инерция моменті. Егер қатты дене бекітілген өстен айналып қозғалса, онда осы өстен денені айналдыруға күш моментінің тек қана өске параллель құраушысы әсер етеді. Бекітілген өстен айналып қозғалғанда дененің векторлық бұрыштық жылдамдығы және үдеуі айналу өсінің бойымен бағытталады. Сондықтан бекітілген өстен дененің айналма қозғалысын қарастырғанда моменттер теңдеуінің (3.1) айналу өсіне проекциясын қарастырсақ жеткілікті:

$$M = I \frac{d\omega}{dt} = I \cdot \beta \quad (3.2)$$

мұнда M – денеге әсер ететін күш моменттерінің айналу өсіне проекциясы, $\beta = \frac{d\omega}{dt}$ – бұрыштық үдеу.

Қатты дененің берілген өске қарасты инерция моменті дененің формасына, сызықтық өлшемдеріне, массасына және

массаның айналу өсіне қарасты таралуына, әрі денеге қарағанда айналу өсінің орналасуына байланысты мына формуламен анықталады:

$$I = \int_m r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV \quad (3.3)$$

мұнда r - айналу өсінен дененің массасы dm элементар бөлшегінің қашықтығы, ρ және dV дененің элементар бөлшегінің орташа тығыздығы және көлемі.

Қарапайым геометриялық формалы қатты денелердің берілген өске қарасты инерция моментін (3.3) формуламен есептеп табуға болады. Алайда техникада көптеген айналма қозғалыста болатын машиналардың тетіктерінің формалары өте күрделі болады және олардың берілген өске қарасты инерция моментін есептеу үлкен қиындық туғызады. Міне осындай жағдайда қатты дененің инерция моментін тәжірибе жүзінде анықтауға болады.

Бұл жұмыста бекітілген горизонталь өстен еркін айналып қозғалатын массивті дискінің инерция моментін екі түрлі әдіспен анықтау қарастырылады.

3.3. Жұмыстың орындалу әдістемесі.

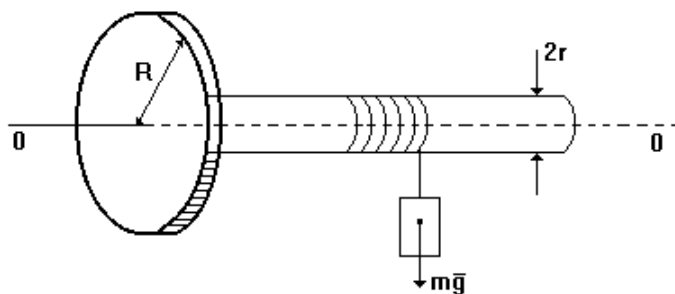
3.3.1. Керекті құрал-жабдықтар: горизонталь өске бекітілген диск, секундомер, штангенциркуль, жүктер жиыны, шомбал шар.

3.3.2. *Дискінің инерция моментін динамикалық әдіс бойынша анықтау.*

3.3.2.1. Қондырғының сипаттамасы: диск білікпен бірге горизонталь өске бекітілген, әрі осы өске қатысты айналады (3.1 сурет). OO өсі дискінің симметрия өсімен дәл келеді, сондықтан диск талғаусыз тепе-теңдік күйде болады.

Білікке жіп бекітілген, жіптің бос ұшына айналдырушы момент тудыратын жүк ілінген (шар бекітілетін тесікті болт бұрап жауып қойыңыздар).

3.3.2.2. Егер жіпті білікке орасақ, онда жүк белгілі h биіктікке көтеріледі, осы күйге сәйкес жүйенің потенциялық энергиясы жүктің ауырлық күші мен көтерілу биіктігінің көбейтіндісіне тең. Дискіні қоя бергенде жүк төмен түсе бастайды, ал диск айналы қозғалысқа келеді. Көтерілген дененің потенциялық энергиясы жүктің ілгерілемелі қозғалысының кинетикалық энергиясы мен дискінің айналы қозғалысының кинетикалық энергиясына ауысады.



3.1. сурет. Дискінің инерция моментін динамикалық әдіс бойынша анықтауға арналған қондырғының схемасы

Жүктің платформаға түскен мезетіндегі механикалық энергияның сақталу заңын мына түрде жазамыз:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad (3.4)$$

мұндағы m - түскен жүктің массасы;

h - қозғалыс басынан платформаға дейінгі жүктің жүрген жолы;

v - жүк платформаға тиген мезетіндегі жүктің ілгерілемелі қозғалысының сызықтық жылдамдығы;

ω - жүк платформаға тиген мезетіндегі дискінің бұрыштық жылдамдығы.

Жіп білік бетімен сырғанамаса жүктің ілгерілемелі қозғалысының сызықтық жылдамдығы біліктің бетіндегі

нүктелердің айналымы қозғалысының сызықтық жылдамдығымен сәйкес келеді. Осы нүктелердің айналуының бұрыштық жылдамдығы диск айналысының бұрыштық жылдамдығына сәйкес келеді және оны мына өрнекпен анықтауға болады: $v = \omega \cdot r$

мұндағы r – біліктің радиусы.

Жүк платформаға түскен мезеттегі жүктің қозғалысын сипаттайтын негізгі кинематикалық қатынастардың жүктің қозғалыс бағытындағы проекциясын мына түрде жазуға болады:

$$v = \omega \cdot r, \quad h = \frac{Wt^2}{2}, \quad v = \frac{2h}{t}, \quad \omega = \frac{2h}{t \cdot r} \quad (3.5)$$

бұл жерде мынадай бастапқы шарт орындалады - $t = 0$ болған кезде $v=0$ және $\omega=0$.

(3.4) формулаға v мен ω мәндерін қойып дискінің инерция моментін анықтайтын өрнекті аламыз:

$$mgh = \frac{4mh^2}{2t^2} + \frac{4Ih^2}{2t^2r^2} = \frac{2mh^2}{t^2} + \frac{2Ih^2}{t^2r^2},$$

$$I = \frac{mr^2(gt^2 - 2h)}{2h} \quad (3.6)$$

3.3.2.3. Жұмыстың орындалу тәртібі.

3.3.2.3.1. Қондырғының құрылысымен танысыңыз.

3.3.2.3.2. Жіп оралған біліктің диаметрі $2r$, дискінің диаметрі $2R$, дискінің қалыңдығы d , шардың диаметрі $2R_1$, штангенциркульмен өлшенеді. Өлшеу нәтижелерін 3.1 кестеге енгізіңіздер. Диск пен шар материалының ρ тығыздықтарын кез-келген физикалық анықтамадан (справочник) жазып алыңыз.

3.1 кесте

Қондырғының сызықтық шамалары және диск пен шар материалының тығыздықтары

№	$2r$, мм	$2R$, мм	d , мм	$2R_1$, мм	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
1					

3.3.2.3.3. Жіптің ұшына жүктің біреуін бекітіңіздер (200÷500) г. Дискіні айналдыру арқылы жүкті біраз биіктікке көтеріп, белгіленген нүктеден жүктің ең төменгі орнына дейінгі (платформаға дейінгі) h биіктікті масштабты сызғышпен өлшеңіздер. Секундомерді іске қосумен бірге жүйені де босатып, жүктің максимал h биіктіктен түсу уақытын өлшеңіздер. Тәжірибені бірнеше рет қайталап (кемі 5 рет) өлшеу нәтижелерін дайын 3.2 кестеге түсіріңіздер.

3.3.2.3.4. (3.6) формула бойынша дискінің инерция моментінің мәнін анықтаңыздар.

3.3.2.3.5. Тікелей өлшеу әдісін пайдаланып, өлшеу кезінде жіберілген қатені есептеңіздер.

3.2 кесте

Жүктің h биіктіктен түсу уақыты

№	m_1 , г		m_2 , г		m_3 , г		m_4 , г		m_5 , г	
	t , с	h , см	t , с	h , см	t , с	h , см	t , с	h , см	t , с	h , см
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										

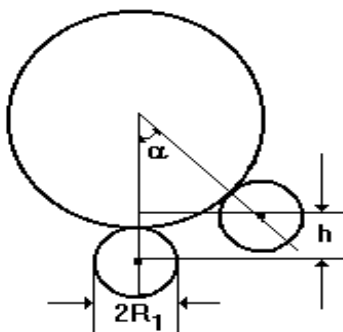
3.3.2.3.6. Дискінің R радиусын, d қалыңдығын, диск материалының ρ тығыздығын (болат) біле отырып, дискінің инерция моментін анықтайтын формуланы жазыңыз. Дискінің геометриялық өлшемдерін пайдаланып, оның инерция моментін есептеңіз. Алынған нәтижелерді салыстырыңыз.

3.3.2.3.7. Байқалатын айырмашылықтың себептерін түсіндіріңіз.

3.3.3. Дискінің инерция моментін тербеліс әдісі бойынша анықтау.

3.3.3.1. Қондырғының сипаттамасы. Бұл жұмыста алдыңғы жаттығудағы қондырғы пайдаланылады (3.2 суретті қараңыз).

3.3.3.2. Дискінің қырына шомбал шар бекітіңіз. Диск пен шар алғашында орнықты тепе-теңдік күйде болады. Егер жүйені осы күйінен өзгертсек (дискіні аз $\alpha \leq 8^\circ$ бұрышқа бұрсак), онда диск-шар жүйесі горизонталь өс маңайында T периодпен тербеліске келеді.



3.2 сурет. Дискінің инерция моментін тербеліс әдісі бойынша анықтауға арналған қондырғының схемасы

Үйкеліс күшінің моментін ескермей, диск пен шардың біріккен қозғалыс теңдеуін былай жазуға болады:

$$(I + I_1) \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -m_1 g (R + R_1) \sin \alpha \quad (3.7)$$

мұндағы I – дискінің білікпен бірге 00 айналу өсіне қатысты инерция моменті, I_1 - шардың 00 айналу өсіне қатысты инерция моменті, ол Гюйгенс (Штейнер) теоремасы бойынша анықталады:

$$I_1 = \frac{2}{5} m_1 R_1^2 + m_1 (R + R_1)^2 \quad (3.8)$$

R – дискінің радиусы, R_1 - шардың радиусы, m_1 – шардың массасы, α – жүйенің тепе-теңдік қалпынан ауытқу бұрышы.

Ауытқу бұрышы кіші болса, онда $\sin \alpha \approx \alpha$ деп, (3.7) теңдеуін мына түрде жазуға болады:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = - \frac{m_1 g (R + R_1)}{I + I_1} \alpha = -\omega_0^2 \alpha \quad (3.9)$$

Мұндай дифференциалдық теңдеудің шешімі периодты функция болатыны белгілі:

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega_0 t \quad (3.10)$$

мұндағы α_0 - тербелістің бұрыштық амплитудасы, ω_0 – тербелістің циклдік жиілігі.

Циклдік жиілік мына формуламен анықталады:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{m_1 g (R + R_1)}{I + I_1}} \quad (3.11)$$

Диск-шар маятнигінің тербеліс периодын (T_0) өлшеп, шардың m_1 массасын және R_1 радиусын біле отырып, (3.8) және (3.11) формулалардан дискінің айналу өсіне қатысты инерция моментін анықтаймыз:

$$I = m_1 \left[\frac{g T_0^2}{4\pi^2} (R + R_1) - \frac{2}{5} R_1^2 - (R + R_1)^2 \right]. \quad (3.12)$$

3.3.3.3. Жұмыстың орындалу тәртібі.

3.3.3.3.1. Жіптің ұшынан жүкті алып, дискінің қырына шарды бекітеміз.

3.3.3.3.2. Жүйені тепе-теңдік қалпынан ауытқытып, барлық жағдайға бірдей бастапқы α_0 амплитудамен 30÷40 тербеліске кеткен уақытты өлшеңіз. Тәжірибені 5÷7 рет жасап, өлшеу нәтижесін 3.3 кестеге түсіріңіз. Тербеліс периодының орташа мәнін анықтаңыз.

3.3 кесте

Амплитудасы α_0 жүйенің $n=30$ тербеліске кеткен уақыты

№	1	2	3	4	5	6	7
t, c							

3.3.3.3.3. (3.12) формула бойынша дискінің инерция моментінің сан мәнін есептеңіз.

3.3.3.3.4. Өртүрлі әдістермен алынған нәтижелерді салыстырыңыз. Байқалған айырмашылықтың себептерін түсіндіріңіз.

3.3.3.3.5. Өлшеу кезінде жіберген қатені есептеңіз.

3.4. Бақылау сұрақтары.

3.4.1. Ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстағы дененің қозғалыс теңдеуін жазыңыз. $W=\beta r$ формуласының дұрыс қолданылатын жағдайларын тұжырымдаңыз.

3.4.2. Дискінің инерция моментін тербеліс әдісі бойынша анықтағанда бұрыштық амплитудасы аз тербеліс периодын пайдаландық, осыған байланысты бұл жағдайға қандай ықшамдаулар енгізілген?

3.4.3. Эксперимент кезінде жіберілген қателіктің себептерін айтыңыз. Жүк тербеліс жасай төмен түсетін болса,

онда жүктің осындай қозғалысының өлшеу дәлдігіне әсері бола ма?

3.5. Әдебиет

3.5.1. Сивухин Д.В. Общий курс физики, Т.1. М.: Наука, 1974.

3.5.2. Гольдин Л.Л. Руководство к лабораторным занятиям по физике. М.: Наука, 1973.

3.5.3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М.: Высшая школа, 1986.

3.5.4. С.И. Исатаев, Ә.С. Аскарова және т.б. Жалпы физикалық практикум. Механика. Алматы: Қазақ университеті, 2001.