Н.И.Темірқұлова, Қ.Ә.Тауасаров,
Н.Т.Изтлеуов, Р.Қ.Абдраймова

# МЕХАНИКА ЖӘНЕ МОЛЕКУЛАЛЫҚ ФИЗИКА КУРСЫНЫҢ ПРАКТИКУМЫ

Алматы 2004

# № 1 ЖҰМЫС

## МАТЕМАТИКАЛЫҚ МАЯТНИКТІҢ ТЕРБЕЛІС ЗАҢДАРЫН ЗЕРТТЕУ

**1. Жұмыстың мақсаты:** математикалық маятниктің тербеліс периодының ілінген массаға, жіптің ұзындығына және тербеліс амплитудасына тәуелділігін тексеру. Математикалық маятниктің көмегімен ауырлық күшінің үдеуін табу.

**2. Қысқаша теориялық кіріспе.**

**Гармониялық тербеліс және оның сипаттамалары.** Жүйенің өзінің тепе-теңдік күйінен бірнеше рет ауытқып, қайтып бастапқы күйіне оралатын процесті тербелмелі қозғалыс (тербеліс) деп атайды. Егер қозғалыс тең уақыт аралығында қайталанып отырса, оны периодты қозғалыс деп атайды. Тербелістердің физикалық табиғаты әртүрлі болып келуі мүмкін: механикалық, электромагниттік, электромеханикалық және т.б.

Периодты тербелістердің қарапайым түрі гармониялық тербеліс болып табылады. Бұл тербелістерде физикалық $x$ шаманың t уақыт бойынша өзгеруі синус (немесе косинус) заңына бағынады:

$$x = A\cdot Sin(\omega t + \varphi_o), \qquad (1.1)$$

мұндағы $x$ - қозғалып тұрған дененің тепе-теңдік күйінен ығысуы, $A$ – тербеліс амплитудасы, $(\omega t + \varphi_o)$ – тербеліс фазасы, $\varphi_o$ – бастапқы фаза, $\omega$ - циклдік (дөңгелектік) тербеліс жиілігі.

Тербелмелі қозғалыстың маңызды сипаттамаларына $T$ тербеліс периоды мен $\nu$ тербеліс жиілігі жатады.



Толық бір тербеліс жасауға кететін $T$ уақыт аралығын өшпейтін тербелістер периоды деп атайды.

Бірлік уақыт аралығында өтетін толық тербелістер саны $\nu$ тербелістер жиілігі деп аталады:

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (1.2)$$

$\omega$, T және $\nu$ өзара байланысты:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \qquad (1.3)$$

Тербеліс периодының өлшем бірлігі [T] = с (*секунд*)

$[\omega] = [рад/с] = [радиан/секунд]$, немесе $[\omega] = \frac{1}{c}$, демек $\nu$ жиіліктің өлшем бірлігі $[\nu] = c^{-1} = Гц$ (герц).

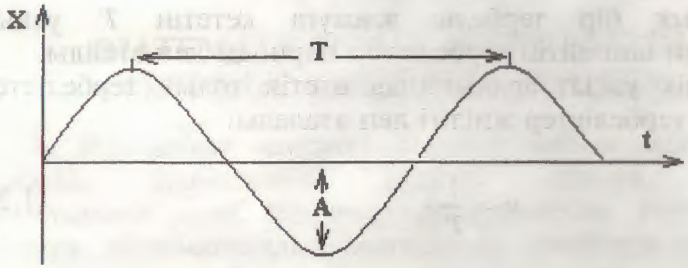
Осы (1.2) және (1.3) өрнектерді ескеріп, (1.1) гармониялық тербелістер теңдеуін мына түрде жазуға болады:

$$x = A\cdot Sin(\omega t + \varphi_o) = A\cdot Sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_o\right) = A\cdot Sin(2\pi\nu t + \varphi_o). \qquad (1.4)$$

Егер бастапқы фаза $\varphi_0 = 0$ болса, онда гармониялық тербелістер теңдеуінің түрі

$$x = A\cdot Sin\omega t = A\cdot Sin\frac{2\pi}{T}t = A\cdot Sin2\pi\nu t \qquad (1.5)$$

болады. Гармониялық тербелістің графигі 1.1-суретте көрсетілген.




1.1-сурет. Гармониялық тербелістің графигі

Гармониялық тербелістердің жылдамдығы мен үдеуі де гармониялық заң бойынша өзгереді. (1.5) формуласын қолданып $\upsilon$ жылдамдық пен $a$ үдеуін анықтаймыз, олар мынаған тең:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot Cos\,\omega t\,, \tag{1.6}$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A \cdot \omega^2 \cdot Sin\omega t = -\omega^2 x\,. \tag{1.7}$$

Осыдан

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0\,. \tag{1.8}$$

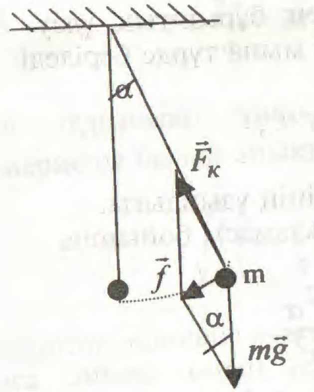
(1.8)-теңдеу гармониялық тербелістердің үдеуі мен ығысуын байланыстырады.

**Математикалық маятник.** Ауырлық күшінің әсерінен тербелмелі қозғалысқа келетін салмақсыз, созылмайтын жіпке ілінген материалдық нүкте математикалық маятник деп аталады. Нақты жағдайда ұзын жіңішке жіпке ілінген кішкене ауыр түйіршікті (шарикті) математикалық маятник ретінде алуға болады (1.2-сурет).



Массасы $m$ маятник тепе-теңдік күйден ауытқығанда, оған $\vec{f}$ күш әсер етеді. Ол ауырлық күші $m\vec{g}$ мен жіптің керілу күші $\vec{F}_K$ –нің тең әсерлі күші болады (1.2-сурет):

$$m\vec{g} + \vec{F}_K = \vec{f}$$




1.2 - сурет. Математикалық маятник

Ньютонның екінші заңы бойынша маятник осы $\vec{f}$ күшінің әсерінен $\vec{a}$ үдеуімен (тангенциалдық үдеу) қозғалады:

$$\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m}\,. \tag{1.9}$$

1.2-суреттен,

$$f = -mg \cdot \sin\alpha = -mg\alpha\,, \tag{1.10}$$

мұндағы $\alpha$ – ауытқу бұрышы. Ол маятниктің тепе-теңдік күйден ауытқуын көрсетеді. Кішкене бұрышқа ауытқығанда $\sin\alpha \approx \alpha$.

1.10)-теңдеудегі минус таңбасы әсер етуші $\vec{f}$ күш (әрқашанда маятниктің ығысу бағытына қарсы болатындығын көрсетеді.

Сызықтық үдеу $a$ мен бұрыштық үдеу $\varepsilon$ өзара байланысты. Бұл байланыс мына түрде беріледі:

$$a = \varepsilon \cdot \ell , \tag{1.11}$$

мұндағы $\ell$ – маятник жібінің ұзындығы.

Бұрыштық үдеудің анықтамасы бойынша

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}. \tag{1.12}$$

Егер (1.9) формулаға (1.10), (1.11) және (1.12) формулаларды қойса, келесі теңдеу шығады:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \cdot \alpha = 0. \tag{1.13}$$

(1.13)-теңдеу (1.8)-бен үйлеседі, егер ондағы $x$-тың орнына $\alpha$ бұрыштық ауытқуды қарастырсақ және $\omega^2 = \frac{g}{\ell}$ деген белгілеу ендірсек. Сонда (1.13)-теңдеудің шешімі мынаған тең болады:

$$\alpha = \alpha_o \cdot \sin \omega t , \tag{1.14}$$

мұндағы $\alpha_o$ - тербелістердің бұрыштық амплитудасы. Демек, математикалық маятник тепе-теңдік күйден шамалы ауытқу кезінде гармониялық тербелістер жасайды.

Математикалық маятниктің тербеліс периодын (1.3)-ші формула негізінде анықтаймыз:



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \tag{1.15}$$

Үлкен бұрыштар үшін $(\sin\alpha \neq \alpha)$ маятниктің тербеліс периоды былай анықталады:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2} + ...\right). \tag{1.16}$$

Маятниктің кішкене ауытқу бұрыштары үшін (1.15)-формулаға сәйкес, оның тербеліс периоды ұзындығы мен еркін түсу үдеуіне тәуелді. Сондықтан осы формуланы еркін түсу үдеуін табу үшін қолдануға болады.

**3. Тәжірибе қондырғысы және жұмыстың орындалу реті.**

Қондырғы созылмайтын ұзын жіпке ілінген ауыр кішкентай түйіршік болып келеді. Жіптің ұзындығын өзгертуге болады.

**3.1.Математикалық маятниктің тербеліс периодының амплитудаға тәуелділігін тексеру.**

Маятниктің ұзындығы 1,5 метр. $m_1$ массаны іліп маятникті тепе-теңдік күйінен 5 см. ауытқытып, оның 10 тербеліске кеткен уақытын өлшейді. Тербеліс периоды мына теңдеу бойынша анықталады:

$$T = \frac{t}{n},$$

мұндағы t-уақыт, n-тербелістер саны. Өлшеудің кездейсоқ қателігін есептеу үшін оны үш рет қайталайды. Сонан кейін 10, 15, 20 см амплитудалар үшін 10 тербелістің уақытын өлшейді. Өлшеу нәтижелерін 1.1- кестеге жазу керек.

**3.2.Тербеліс периодының маятник массасына тәуелділігін зерттеу.**

Массасы әртүрлі 2-3 түйіршікті алып, кезек-кезек ұзындығы 1,5 м жіпке іліп, 10 тербеліске кететін уақытты өлшеу қажет.

Тербеліс амплитудасы 10 см-ге тең болсын. Әрбір шарик тербелісінің Т периоды есептелінеді.

Өлшеу нәтижелерін 1.1-кестеге жазу керек.

**3.3.Маятниктің тербеліс периодының оның ұзындығына тәуелділігін зерттеу.**

$m_1$ массаны жіпке іліп ұзындығы 1 м және 2 м маятниктің 10 тербеліске кететін уақытын өлшеу керек. Тербеліс амплитудасы 10 см-ге тең болсын. Әрбір ұзындыққа сәйкес тербеліс периодын есептеу қажет. Өлшеу нәтижелерін 1.1-кестеге жазу керек.

**4. Тәжірибелік мәліметтер.**

**4.1. Математикалық маятниктің тербеліс периодын өлшеу.**

Математикалық маятниктің тербеліс периодын өлшеу нәтижелері

1.1-кесте

| m, кг | $\ell$, м | A, см | n | $t_1$, с | $t_2$, с | $t_3$, с | $\bar{t}$, с | T, с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |



**4.2. Өлшеу нәтижелерін математикалық өңдеу.**

Еркін түсу үдеуін анықтау үшін (1.15) – формуласын және өлшеу нәтижелерін (1.1-кесте) қолдану керек.

Есептеу нәтижелерін екінші кестеге (1.2-кесте) жазу қажет.

Еркін түсу үдеуін есептеу.

1.2 – кесте

| $l$, $м$ | T, с | $g_i$, $м/c^2$ | $\bar{g}$, $м/c^2$ | $\Delta g_i$, $м/c^2$ | $(\Delta g)^2 i$, $м^2/c^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Еркін түсу үдеуінің қателігін есептеу.

$\bar{g}$ - еркін түсу үдеуінің орташа арифметикалық мәні былай есептелінеді:

$$\bar{g} = \sum_{i=1}^{n} g_i / n, \tag{1.17}$$

мұндағы $n$ -өлшеулер саны.

S - орташа квадраттық қатені келесі формула бойынша анықтайды:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta g)_i^2}{n(n-1)}}, \quad (\Delta g)_i^2 = (\bar{g} - g_i)^2. \tag{1.18}$$

P=0,95 сенімділік ықтималдығына сәйкес кездейсоқ қатенің сенімділік шегін $\Delta g$ келесі теңдеу бойынша есептейді:

$$\Delta g = S \cdot t_n^p , \qquad (1.19)$$

мұндағы $t_n^p$-Стьюдент коэффициенті. Оның мәндері берілген.

Есептеу нәтижесін мына түрде жазу керек:

$$g = \left(\bar{g} \pm \Delta g\right) \frac{м}{с^2} . \qquad (1.20)$$

Еркін түсу үдеуінің салыстырмалы қателігі:

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{g} \cdot 100\% . \qquad (1.21)$$

Еркін түсу үдеуін дәлірек есептеу.

Еркін түсу үдеуін дәлірек (1.15) – формула негізінде алынған келесі теңдеу бойынша есептейді:

$$g = 4\pi^2 \frac{\ell_1 - \ell_2}{T_1^2 - T_2^2} , \qquad (1.22)$$

мұндағы $T_1$ және $T_2$ маятниктің $\ell_1$ және $\ell_2$ ұзындықтарына сәйкес тербеліс периодтары.

**5. Қорытынды.**

Математикалық маятниктің тербеліс периодтарының оның массасына, ұзындығына және тербеліс



амплитудасына тәуелділігі туралы қорытынды жасау қажет.

Есептелген еркін түсу үдеуін физикалық кестеде келтірілген мәнімен салыстыру керек.

**6. Пысықтау сұрақтары.**

1. Гармониялық тербелістердің анықтамасын беріңіз. Тербелістердің периоды, жиілігі, амплитудасы деген не? Гармониялық тербелістердің жылдамдығы мен үдеуі қалай өзгереді? Оларды анықтайтын теңдеулерді жазыңыз.
2. Математикалық маятник деген не?
3. Математикалық маятник тербелістерінің гармониялық тербелістерге жататынын дәлелдеңіздер.
4. Математикалық маятниктің тербеліс периоды қандай шамаларға тәуелді?

## № 2 ЖҰМЫС

## ДЕНЕНІҢ АЙНАЛМАЛЫ ҚОЗҒАЛЫСЫН ОБЕРБЕК МАЯТНИГІ КӨМЕГІМЕН ЗЕРТТЕУ

**1. Жұмыстың мақсаты:** айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі заңын тәжірибеде тексеру. Бос және жүк ілінген шыбылдың (крестовинаның) инерция моментін анықтау.

**2. Қысқаша теориялық кіріспе.**

**Айналмалы қозғалыстың негізгі заңдары.** Қатты дененің айналысын динамика тұрғысынан қарастыру кезінде күш ұғымына қоса күш моменті және масса ұғымына қоса инерция моменті деген ұғымдар енгізіледі. Айналдырушы күш моменті дененің бұрыштық жылдамдығын өзгертеді, ал айналмалы қозғалыстағы дененің инерттілігін сипаттайтын физикалық шама дененің инерция моменті деп аталады.

Материалдық нүктенің қандай да бір оське дейінгі қашықтығының квадраты мен массасының көбейтіндісіне тең шаманы инерция моменті деп айтады:

$$I = mr^2 .$$

Ал дененің қандай да бір оське қатысты инерция моменті деп барлық $m_i$ элементар массалардың инерция моменттерінің қосындыларын айтады:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 . \qquad (2.1)$$

Дененің тығыздығы $\rho$ болса, онда инерция моменті интегралдау жолымен табылады:

$$I = \int_m r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV , \qquad (2.2)$$

мұндағы dv-элементар көлем. Дененің толық көлемі V бойынша интегралданады.

(2.1) және (2.2) формулаларда келтірілгендей, белгілі бір оське қатысты дененің инерция моменті тек қана оның мөлшеріне, пішініне, тығыздығына және айналу осіне дейінгі арақашықтығының квадратына тәуелді болады.

Кейбір денелердің инерция моменттерін келтірейік.

Радиусы R тұтас дискінің центрінен өтетін жазықтығына перпендикуляр оське қатысты инерция моменті:

$$I = \frac{1}{2} mR^2 . \qquad (2.3)$$



Шардың центрінен өтетін осіне қатысты инерция моменті:

$$I = \frac{2}{5} mR^2 . \qquad (2.4)$$

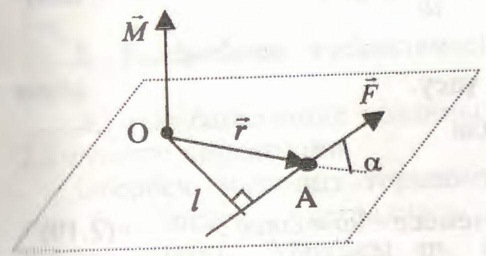
Ұзындығы L болатын біртекті білеудің (стержень), оның ұзындығына перпендикуляр болып ортасынан өтетін оське қатысты инерция моменті:

$$I = \frac{1}{12} mL^2 . \qquad (2.5)$$

Егер дененің масса центрінен өтетін ось бойынша инерция моменті $I_0$ болса, онда оған параллель басқа кез-келген оське қатысты дененің инерция моментін Гюйгенс - Штейнер теоремасы негізінде есептеп шығаруға болады:

$$I = I_0 + md^2, \qquad (2.6)$$

мұндағы d - осьтердің арақашықтығы.




2.1 –сурет. Күш моментін анықтау

Қозғалмайтын O нүктеге қатысты $\vec{F}$ күш моменті $\vec{M}$ мынаған тең болады:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] ,$$

мұндағы $\vec{r}$ -O нүктесінен A нүктесіне жүргізілген радиус-векторы. $\vec{F}$ күші A нүктесінде жатады.

$\vec{F}$ күш моментінің модулі:

$$M = Fr\sin\alpha = Fl, \qquad (2.7)$$

мұндағы $\alpha$ – $\vec{r}$ және $\vec{F}$ векторларының арасындағы бұрыш, l - айналу осінен күш бағытына перпендикуляр болатын арақашықтық, ол күш иіні деп аталады.

Айналмалы қозғалыс динамикасының негізгі заңы мына түрде беріледі:

$$\vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}, \qquad (2.8)$$

мұндағы $\vec{M}$ - денеге әсер ететін күш моменттерінің қосындысы, $\vec{\omega}$ - айналмалы қозғалыстың бұрыштық жылдамдығы.

Инерция моменті I - тұрақты шама болған жағдайда, оны дифференциал белгісінен шығаруға болады, сонда (2.8) формуласы мына түрде жазылады:

$$\vec{M} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\varepsilon}, \qquad (2.9)$$

бұл жерде $\vec{\varepsilon}$ - бұрыштық үдеу.

Егер $\vec{M} = 0$ болса, онда

$$\frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = 0 \quad \text{немесе} \quad I\vec{\omega} = const. \qquad (2.10)$$

$I\vec{\omega} = \vec{L}$ шамасы қозғалыс мөлшерінің моменті (импульс моменті) деп аталады. Сонымен, сыртқы күш болмағанда, айналатын дененің бұрыштық жылдамдығы



өзгермейді $\vec{\omega} = const$, яғни тоқтаусыз қозғала береді. Оқшауланған денелер жүйесі үшін импульс моментінің сақталу заңы орындалады:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i\vec{\omega}_i = const.$$

Сонымен, айналмалы қозғалыста әсер ететін $\vec{F}$ күштің ролін $\vec{M}$ күш моменті атқарады. Масса ролін инерция моменті, ал сызықтық $\vec{a}$ үдеудің ролін бұрыштық $\vec{\varepsilon}$ үдеу атқарады. Сызықтық және бұрыштық жылдамдықтар бір-бірімен мына формула бойынша байланысады:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{r}]. \qquad (2.11)$$

Ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардың негізгі заңдылықтарының жазылу түрлері, яғни формула түрі бірдей болып келеді. Оны 2.1- кестеден көруге болады.

**3. Тәжірибенің түсініктемесі және оның теориялық негізі.**

Жұмыс барысында қолданылатын Обербек маятнигі 2.2-суретте көрсетілген.

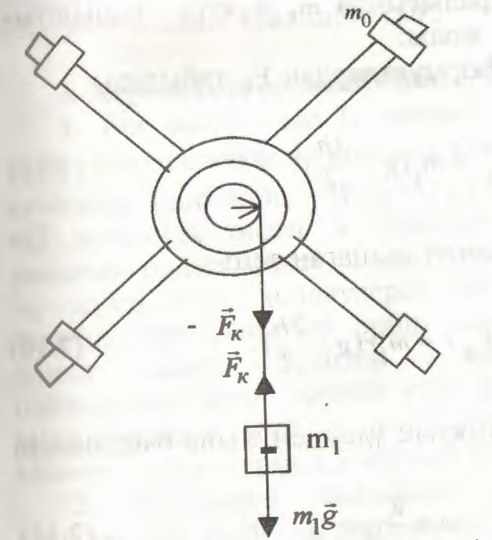
Обербек маятнигі горизонталь оське орнатылған, төрт білеушеден және радиусы бірдей емес екі шкивтен құрастырылған. Массасы $m_0$ болатын жүк білеуше бойымен ығыстырылып, қажетті орнына бекітіледі. Кезек-кезегімен тиісті шкив дөңгелегіне оралған жіптің бір ұшына ілінген $m_1$ жүгі маятникті айналмалы қозғалысқа келтіреді. Бұл жағдайда маятникке тікелей

## Ілгерілемелі және айналмалы қозғалыстардың негізгі заңдылықтары

2.1 – кесте

| Ілгерілемелі қозғалыс | | | Айналмалы қозғалыс | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Физикалық шама | Белгіленуі және формуласы | Өлшем бірлігі | Физикалық шама | Белгіленуі және формуласы | Өлшем бірлігі |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Масса | m | кг | Инерция моменті | I | кг·м$^2$ |
| Жол | S | м | Бұрылу бұрышы | φ | радиан |
| Жылдамдық | υ=dS/dt | м/с | Бұрыштық жылдамдық | ω=dφ/dt | рад/с |
| Үдеу | a=dυ/dt | м/с$^2$ | Бұрыштық үдеу | ε=dω/dt | рад/с$^2$ |
| Күш | F | Н | Күш моменті | M =F·r | Н·м |
| Қозғалыс мөлшері (импульс) | K =mυ | кг·м/с | Импульс моменті | L= Iω | кг·м$^2$/с |
| Динамиканың екінші заңы | F=ma | Н | Динамиканың екінші заңы | M=Iε | кг·м$^2$/с$^2$ |
| Кинетикалық энергия | mυ$^2$/2 | Дж | Кинетикалық энергия | Iω$^2$/2 | Дж |
| Импульстің сақталу заңы | $\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i = const$ | | Импульс моментінің сақталу заңы | $\sum_{i=1}^{n} I_i \vec{\omega}_i = const$ | |






2.2- сурет. Обербек маятнигі

әсер ететін шкивке салынған жіптің $\vec{F}_к$ керу күші болып тұр.

Осы күштің моменті (2.7) формула арқылы анықталады. Жіптің керу күшінің иіні шкивтің r радиусы болып табылады.

$\vec{F}_к$ күшін жипке ілінген $m_1$ жүктің қозғалыс теңдігінен табуға болады. $m_1$ жүгіне екі бір-біріне қарама-қарсы күш ісер етеді; біріншісі $m_1\vec{g}$ - ауырлық күші, екіншісі $\vec{F}_к$ - керу күші. $m_1$ жүгі $\vec{a}$ үдеуімен ілгерілемелі қозғалыста болса, Ньютонның екінші заңы бойынша:

$$m_1 a = m_1 g - F_к . \qquad (2.12)$$

Осыдан

$$F_к = m_1(g-a). \qquad (2.13)$$

$a$ үдеуі мына формуладан анықталады:

$$a = \frac{2h}{t^2}, \qquad (2.14)$$

мұндағы h - t уақыт аралығында $m_1$ жүктің тыныштық күйінен бастап жүрген жолы.

(2.13) және (2.14) формулалардан $F_к$ табылады:

$$F_K = m_1(g - \frac{2h}{t^2}), \qquad (2.15)$$

ал бұл $F_к$ күштің М моменті мынаған тең:

$$M = F_K r = m_1 r(g - \frac{2h}{t^2}). \qquad (2.16)$$

Бұрыштық үдеу сызықтық үдеумен мына байланыста болғанын ескерсек:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} . \qquad (2.17)$$



Сондықтан, М және ε-ді біле тұра айналмалы құрылғының І -инерция моментін тәжірибеден табуға болады:

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{m_1 r^2(gt^2 - 2h)}{2h} . \qquad (2.18)$$

Егер білеушелерге орнатылған $m_0$ жүктерді материалдық нүкте ретінде қарастырсақ, І Обербек маятнигінің инерция моментін мына формула бойынша есептеп шығаруға болады:

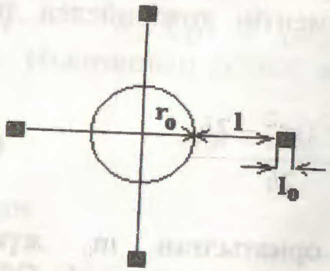
$$I = I_0 + 4m_0 R^2 , \qquad (2.19)$$

мұндағы $I_0$- бос шыбылдың инерция моменті, R- айналмалы осьтен білеушелердегі жүктердің ауырлық центріне дейінгі арақашықтық.

**4. Жұмыстың орындалу реті.**

**1. Бос шыбылдың $I_0$ инерция моментін анықтау.** Ол үшін білеушелерді жүктерден босатып, $m_1$ жүкті кезек-кезегімен кіші және үлкен шкив дөңгелектеріне оралған екі жағдайда оның h биіктіктен төмен қарай түсу уақытын өлшеу қажет. Содан кейін жіптің ұшына келесі $m_2$ жүкті іліп, өлшеулерді қайталап жүргізу керек. Жүктің түсу уақытын әрбір жағдайда кемінде үш рет өлшеу қажет. Есептеу кезінде орташа уақытты пайдаланған жөн. Жүктің түсу h биіктігін өлшеу керек. Шкивтердің $r_1$ және $r_2$ радиустерінің мәндері берілген. Өлшеу нәтижелерін 2.2-кестеге енгізу қажет.

**2. Жүктелген шыбылдың І инерция моментін анықтау.** Ол үшін $m_0$ төрт жүкті білеушелердің ортасына орнықтырып, 1-ші бапта жасалған өлшеулерді қайта жүргізу керек. Сонан кейін $m_0$ жүктерді білеушелердің




2.3-сурет. Айналмалы осьтен жүктердің ауырлық центріне дейінгі арақашықтығын анықтау

шетіне орнықтырып тағы да өлшеулерді қайталау қажет. Айналмалы осьтен $m_0$ жүктердің ауырлық центріне дейінгі R қашықтығы мына формула бойынша есептеледі:

$$R = r_0 + l + \frac{l_0}{2}, \qquad (2.20)$$

мұндағы $r_0$ - шкив радиусы, $\ell$ - шкив пен білеушеге орнатылған жүктің арақашықтығы, $\ell_0$ - жүктің ұзындығы (2.3-сурет). Өлшеу нәтижелері 2.3-кестеге енгізіледі.

**5. Тәжірибе мәліметтері.**

**Бос шыбыл үшін өлшеулер.**

Бос шыбыл үшін өлшеу нәтижелері

2.2-кесте

| h,м | $m_i$ ,кг | r,м | $t_1$, с | $t_2$,с | $t_3$,с | $\bar{t}$, с |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |



**Жүктелген шыбыл үшін өлшеулер.**

**Жүктің ұзындығы $l_0$ = --------**

**Жүктің массасы $m_0$ = -------**

Жүктелген шыбыл үшін өлшеу нәтижелері

2.3-кесте

| h,м | r,м | $\ell$, м | $m_i$ ,кг | $t_1$,с | $t_2$,с | $t_3$,с | $\bar{t}$,с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

**Өлшеу нәтижелерін математикалық өңдеу.**

**Бос шыбылдың $I_0$ инерция моментін есептеу.**

(2.14), (2.16), (2.17), (2.18) формулалар көмегімен a, ε, M және $I_0$ шамаларын есептеп шығару. Нәтижелерін 2.4 кестеге енгізу.

Бос шыбыл $I_0$ инерция моментін есептеу

2.4-кесте

| r, м | $m_i$, кг | a, $м\cdot с^{-2}$ | ε, $с^{-2}$ | M, Н·м | $I_{0i}$, кг·$м^2$ | $\bar{I}_0$, кг·$м^2$ | $\Delta I_{0i}$, кг·$м^2$ | $\Delta I^2_{0i}$, $кг^2\cdot м^4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

**Өлшеулердің қателіктерін есептеу**

S- орташа квадраттық қатені анықтаймыз:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta I_{0i}^2}{n(n-1)}}, \qquad (2.20)$$

мұндағы n- өлшеулердің саны.

Кездейсоқ қатенің сенімділік шегі:

$$\Delta I_0 = S \cdot t_n^p, \qquad (2.21)$$

$t_n^p$- n өлшеулерге қатысты P = 0,95 мәніндегі сенімділік ықтималдылығына сәйкес болатын Стьюдент коэффициенті.

Нәтижені мына түрде жазу қажет:

$$I_0 = (\bar{I}_0 \pm \Delta I_0)\ кг\cdot м^2, \qquad \varepsilon = \Delta I_0 / \bar{I}_0 \cdot 100\%,$$

мұндағы ε - өлшеулердің салыстырмалы қателігі.

**Жүктелген шыбылдың I инерция моментін есептеу.**

I инерция моментін (2.14), (2.16), (2.17), (2.18) формулалар арқылы есептеу. Есептеу нәтижелері 2.5 кестесіне енгізіледі.

Жүктелген шыбылдың I инерция моментін есептеу

2.5- кесте

| r, м | $m_i$, кг | a, $м\cdot с^{-2}$ | ε, $с^{-2}$ | M, Н·м | $I_i$, $кг\cdot м^2$ | $\bar{I}$, $кг\cdot м^2$ | $\Delta I_i$, $кг\cdot м^2$ | $\Delta I^2_i$, $кг^2\cdot м^4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

Өлшеулердің S орташа квадраттық қателігін және P = 0,95 мәніндегі сенімділік ықтималдығына сай кездейсоқ қателіктің сенімділік ΔI шектерін (2.20), (2.21) формулалары арқылы есептеңіз. Нәтижелері мына түрде



келтіріледі:

$$I = (I \pm \Delta I)\ кг\cdot м^2, \quad \varepsilon = \Delta I / \bar{I} \cdot 100\%.$$

(2.19) формула арқылы жүктелген шыбылдың инерция моментін есептеу. Есептеу нәтижелері 2.6-кестесіне енгізіледі.

Жүктелген шыбылдың инерция моментін тікелей өлшеу нәтижесінде анықталған мәндерін есептеу жолдарымен шығарылған мәндерімен салыстырыңыз.

(2.19) формуламен жүктелген шыбылдың инерция моментін есептеу

2.6-кесте

| $m_0$, кг | R,м | $\bar{I}_0$, $кг\cdot м^2$ | $I_{есеп}$, $кг\cdot м^2$ | $I_{тәжірибе}$, $кг\cdot м^2$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**6. Пысықтау сұрақтары.**

1. Айналмалы қозғалыстың негізгі заңын тұжырымдап беріңіз.
2. Күш моменті, инерция моменті ережелерін тұжырымдаңыз.
3. Штейнер теоремасын тұжырымдаңыз.
4. Обербек маятнигінің инерция моментін есептеу формулаларын қорытып шығарыңыз.

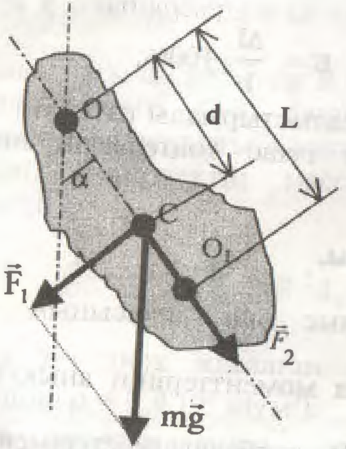
# № 4 ЖҰМЫС
# ФИЗИКАЛЫҚ МАЯТНИК

**1. Жұмыстың мақсаты:** Физикалық маятниктің тербеліс кезеңінің ілу нүктесі мен ауырлық центрінің арақашықтығына байланыстылығын тәжірибе жүзінде анықтау. Еркін түсу үдеуін анықтау.

**2. Қысқаша теориялық кіріспе.**

**Гармоникалық тербеліс және оның сипаттамасы** (1 жұмыстың 2-ші б.қ.).

**Физикалық маятник** деп ауырлық центрінен (масса центрінен) өтпейтін қозғалмайтын горизонталь оське бекітілген және сол оське қатысты еркін тербелетін кезкелген қатты денені атайды (4.1- сурет). Физикалық маятниктің тепе-теңдіктен кіші $\alpha$ бұрышына ауытқығанда гармониялық тербеліс жасайтынын дәлелдейік.




4.1-сурет. Физикалық маятник

4.1- суреттегі O - физикалық маятник тербелетін қозғалмайтын горизонталь ось, C - маятниктің массалық центрі, $\alpha$ - физикалық маятниктің тепе-теңдіктен ауытқитын кішкене бұрышы. Маятниктің $m\vec{g}$ ауырлық күшінің құраушысы $\vec{F}_2$ OC түзуінің бойымен бағытталған, OC



түзуіне перпендикуляр $\vec{F}_1$- құраушы күш маятникті тепе-теңдік жағдайға әкелуге тырысады.

4.1- суретте көрсетілгендей, $F_1 = mg\cdot\sin\alpha$. Кіші бұрыштар үшін $\sin\alpha \approx \alpha$. Маятниктің ауырлық күшінің айналу осіне қатысты M моменті мынаған тең:

$$M = F_1 d = -mgd\sin\alpha = -mgd\sin\alpha\,. \qquad (4.1)$$

мұндағы d - іліну нүктесі O мен масса центрі C нүктесіне дейінгі арақашықтық, яғни $\vec{F}_1$-күшінің иіні. Минус таңбасы физикалық маятниктің тепе-теңдіктен ауытқуына бөгет жасайтын ауырлық күшінің қарама-қарсы әсер ететуін көрсетеді, яғни M - қайтару моменті.

Айналмалы қозғалыс үшін динамиканың 2-ші заңына сүйене отырып (2.9) мына формуланы жазамыз:

$$I\varepsilon = -mgd\cdot\alpha\,, \qquad (4.2)$$

мұндағы I - маятниктің айналу O-осіне қатысты инерция моменті, $\varepsilon = \dfrac{d^2\alpha}{dt^2}$ - бұрыштық үдеу.

(4.2) теңдеуін мынадай түрге келтіруге болады:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\alpha = 0\,. \qquad (4.3)$$

Егер x-ты бұрыштық ауытқу $\alpha$ деп түсінсек және $\omega^2 = \dfrac{mgd}{I}$ деп белгілесек, онда (4.3) пен (1.8) сәйкес келеді. Онда (4.3) теңдеуінің шешімі мынадай түрде болады:

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega t, \qquad (4.4)$$

мұндағы $\alpha_0$- тербелістің бұрыштық амплитудасы.

(1.3) формуланы негізге ала отырып, физикалық маятниктің тербеліс кезеңін табамыз:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}. \qquad (4.5)$$

Математикалық маятниктің (1.15) тербеліс кезеңінің формуласын (4.5) өрнегімен салыстыра отырып, бұл екі маятниктің тербеліс кезеңдері бірдей болады, егер

$$L = I/md, \qquad (4.6)$$

мұндағы L -физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы деп аталады.

Сонымен, физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы деп периоды физикалық маятниктің периодына тең болатың математикалық маятниктің ұзындығы айталады.

O ілу нүктесінен L қашықтықта орналасқан $O_1$ нүктесі теңселетін центр деп аталады (4.1-суретті қара). L - келтірілген ұзындық әр уақытта d -дан үлкен, яғни теңселетін центр әр уақытта ауырлық центрінен төмен орналасады. Штейнер теоремасы бойынша маятниктің айналу O осіне қатысты инерция моменті мынаған тең:

$$I = I_0 + md^2, \qquad (4.7)$$

мұндағы $I_0$- айналу осіне параллель және маятниктің масса центрі арқылы өтетін оське қатысты дененің инерция моменті. (4.7) өрнегін (4.6)-ға қойып өрнектен



келтірілген ұзындықты табуға болады. Сонда

$$L = \frac{I_0 + md^2}{md} = d + \frac{I_0}{md}. \qquad (4.8)$$

Бұдан байқайтынымыз, әрқашан теңселу центрі масса центрінен төмен жатады, яғни L >d .

Физикалық маятниктің ілу нүктесі және теңселу центрі ауыспалы, яғни ілу нүктесін теңселу центріне ауыстырсақ, онда бұрынғы ілу нүктесі жаңа теңселу центріне айналады, ал маятниктің тербеліс кезеңі өзгермейді (келтірілген ұзындық өзгермегендіктен).

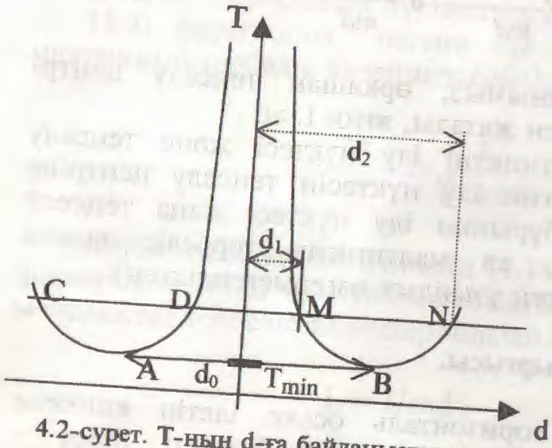
**3.Тәжірибе қондырғысы.**

Қозғалмайтын горизонталь оське ілетін кішкене тесіктері бар металдан жасалған біртекті білеу - физикалық маятник болып табылады. Штейнер теоремасын (4.7) пайдалана отырып, (4.5) формуласын мына түрде жазуға болады:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + md^2}{mgd}}. \qquad (4.9)$$

Масса центрінен ілу нүктесіне дейінгі ара қашықтық d өзгерсе, онда тербелу кезеңі T өзгереді. Сондай-ақ ол екі жағдайда шексіздікке тең болады: 1) d = ∞ болғанда; 2) айналу осі масса центрінен өткен кезде, яғни d = 0 болғанда. Соңғы жағдайда маятник кез келген талғамсыз тепе-теңдік қалпында болады. T =f (d) тәуелділігінің графигі 4.2 - суретте келтірілген. Білеудің масса центрінің екі жағында қисықтардың төмен түсетін және жоғары өрлейтін тармақтары орналасқан. График бойынша, тербеліс кезеңдері T d-ның екі мәнінде тең болады:

$d = d_1$ (төмен түсетін тармақтарда орналасқан D,M нүктелері), $d = d_2$ (жоғары өрлейтін тармақтардың C,N нүктелері).




4.2-сурет. Т-ның d-ға байланыстылығын анықтайтын график

(4.8) ескере отырып, M және N нүктелері үшін:

$$2\pi\sqrt{\frac{I_0 + md_1^2}{mgd_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + md_2^2}{mgd_2}}. \qquad (4.10)$$

Бұл физикалық маятниктің келтірілген ұзындығы үшін мынадай қатынастарға апарып соғады

$$L = d_1 + d_2, \qquad (4.11)$$

яғни осы тербеліс кезеңінде маятниктің келтірілген ұзындығы CM түзуі және DN түзуі болып табылады. Кез келген абсцисса осіне параллель түзу сызық екі қисық сызықпен қиылысқанда екі жұп нүкте береді. Әр түзуге



маятниктің тербеліс кезеңінің мәні және келтірілген ұзындығы сәйкес келеді, ал $d = d_0$ болғанда тербеліс кезеңінің мәні минимал болады (A,B нүктелері 4.2 - сурет). Бұл жағдайда L келтірілген ұзындық AB түзуінің ұзындығына тең $L = 2d_0$.

**График бойынша тербеліс кезеңін T және соған тиесілі келтірілген ұзындығын L анықтауға болады. Сонан соң**

$$g = 4\pi^2 L/T^2. \qquad (4.12)$$

**формуласы бойынша ауырлық күшінің үдеуін анықтауға болады.**

**4. Жұмыстың орындалу реті.**

**Арнайы тірек арқылы маятниктің масса центрін табу.**

Сызғышпен масса центрінен әрбір тесіктің ортасына дейінгі арақашықтықты d – ны өлшеңіз (масса центрінің екі жағында). Маятникті кезек-кезек әр тесікке іле отырып, секундомер арқылы 10 тербелістің t уақытын өлшеңіз. Сонан соң T кезеңді анықтаңыз $T = \frac{t}{n}$, мұндағы n - тербеліс саны.

Өлшеу нәтижелерін 4.1 - кестесіне енгізіңіз.

**5. Тәжірибе мәліметтері.**

Физикалық маятниктің тербеліс кезеңін өлшеу нәтижелері

4.1 – кесте

| № | d,см | n | t,c | T,c |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

**Өлшенген нәтижелерді математикалық өңдеу.**

**d** -ара қашықтық білеудің масса центрінің бір жағында оң, екінші жағында теріс мән қабылдайды деп, 4.1- кесте бойынша T = f (d) графигін салыңыз. 4.2 - суретте көрсетілгендей график екі қисықтан тұруы керек.

Графикте үш түрлі тербеліс кезеңінің мәндері үшін үш горизонталь түзу жүргіземіз (оның ішінде $T = T_{min}$ үшін). График бойынша әр тербеліс кезеңіне сәйкес маятниктің келтірілген ұзындығын анықтаңыз. Сонан соң (4.12) формуласы бойынша g- ді есептеңіз.

Еркін түсу үдеуін есептеу

4.2-кесте

| T,c | L,м | $g_i$ , м/с$^2$ | $\bar{g}$, м/с$^2$ | $\Delta g_i$ , м/с$^2$ | $\Delta g_i^2$, м$^2$/с$^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

Орташа квадраттық қателікті S - мына формула бойынша есептеңіз:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta g_i^2}{n(n-1)}}, \quad (4.12)$$

мұндағы n- өлшеу саны.

Кездейсоқ қателіктің Δg - сенімділік шекарасын сенімділік ықтималдылығы p = 0,95 болғанда мына формула бойынша анықтаңыз:

$$\Delta g = S\, t_n^p. \quad (4.13)$$



Нәтижені мына түрде жазу керек:

$$\Delta g = (\bar{g} \pm \Delta g)\ \text{м/с}^2; \qquad \varepsilon = \frac{\Delta g}{\bar{g}} \cdot 100\%,$$

мұндағы ε - өлшеулердің салыстырмалы қателігі.

**6. Пысықтау сұрақтары.**

1. Қандай тербелістер гармониялық деп аталады? Гармониялық тербелістің негізгі сипаттамалары: кезең, амплитуда, жиілік, фаза анықтамаларын беріңіз.
2. Физикалық маятник дегеніміз не?
3. Физикалық маятниктің гармониялық тербеліс жасайтынын дәлелдеңіз.
4. Келтірілген ұзындық дегеніміз не?
5. T =f(d) тәуелділігінің графигін түсіндіріңіз.

## № 5 ЖҰМЫС

## АУДАРМАЛЫ МАЯТНИКТІҢ КӨМЕГІМЕН АУЫРЛЫҚ КҮШІНІҢ ҮДЕУІН АНЫҚТАУ (БЕССЕЛЬ ӘДІСІ)

**1. Жұмыстың мақсаты:** Аудармалы маятникті пайдаланып, ауырлық күшінің үдеуін анықтау.

**2. Қысқаша теориялық кіріспе.**

**Гармониялық тербелістер және оның сипаттамалары** (№ 1 жұмыстың 2-ші бөлігін қара).

**Физикалық маятник** (№ 4 жұмыстың 2-ші бөлігін қара).

**3. Тәжірибе қондырғысы.**

Физикалық маятниктің бір түрі аудармалы маятник болады (5.1-сурет). Ол ұзындығы 1 метрден жоғары болат таяқшаға бекітілген екі тіреуіш призмадан (А және