МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

приуроченная ко Дню науки

Т Р У Д Ы

Алматы – 2014

МАТЕМАТИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛДЕУ ИНСТИТУТЫ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
INSTITUTE OF MATHEMATICS AND MATHEMATICAL MODELING

Ғылым күніне орайластырылған,
ҰҒА академигі С.Н.Хариннің 75-жылдығына және
ф.-м.ғ.д., профессор Д.С. Жұмабаевтың 60-жылдығына арналған
«ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР
ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ ФИЗИКА»
ХАЛЫҚАРАЛЫҚ ҒЫЛЫМИ КОНФЕРЕНЦИЯСЫНЫҢ
Е Ң Б Е К Т Е Р І

Т Р У Д Ы
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»,
приуроченной ко Дню науки,
посвященная 75-летию академика НАН РК С.Н. Харина
и 60-летию д.ф.-м.н., профессора Д.С. Джумабаева

P R O C E E D I N G S
OF THE INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
«DIFFERENTIAL EQUATIONS
AND MATHEMATICAL PHYSICS»,
devoted to the Day of science,
dedicated to the 75th of academician NAS RK S.N. Kharin and
to the 60th of doct. of phys. and math. sci., prof. D.S.Dzhumabaev

11-12 сәуір 2014 ж., Алматы
11-12 апреля 2014 г., Алматы
April 11-12, 2014, Almaty

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

Т.Ш. Кальменов (председатель, Алматы, Казахстан)
Б.С. Байжанов (зам. председателя, Алматы, Казахстан)
М.Т. Дженалиев (зам. председателя, Алматы, Казахстан)
М.А. Садыбеков (зам. председателя, Алматы, Казахстан)
А.Т. Асанова (ученый секретарь, Алматы, Казахстан)
Л.А. Алексеева (Алматы, Казахстан)
Г.И. Бижанова (Алматы, Казахстан)
Д.С. Джумабаев (Алматы, Казахстан)
С.С. Жуматов (Алматы, Казахстан)
А.А. Кавокин (Алматы, Казахстан)
Б.Е. Кангужин (Алматы, Казахстан)
К.К. Кенжебаев (Актобе, Казахстан)
М.М. Медетбеков (Шымкент, Казахстан)
М.Б. Муратбеков (Тараз, Казахстан)
С.Т. Мухамбетжанов (Алматы, Казахстан)
К.Н. Оспанов (Астана, Казахстан)
Н.А. Перестюк (Киев, Украина)
А.М. Самойленко (Киев, Украина)
С.М. Темешева (Алматы, Казахстан)
М.И. Тлеубергенов (Алматы, Казахстан)
С.Н. Харин (Алматы, Казахстан).

СЕКЦИИ

1. Дифференциальные уравнения
Руководители секции — М.Т.Дженалиев, М.И.Тлеубергенов
Ученый секретарь — Э.А.Бакирова

2. Уравнения математической физики
Руководители секции — Г.И.Бижанова, М.А.Садыбеков
Ученый секретарь — М.А.Сахауева

method (Prepr. AN USSR. The Institute of Maths: 91.29). – Kiev, 1991, 44p.

2. *Kenzhebayev K.K., Zhakhina R.U.* About conditions for defining of possible systems normal and normal-regular solutions. //Izvestia NAN RK. The physico-mathematical series. No.4, 2010, pp.177-179.

3. *Zhakhina R.U., Tasmambetov Zh.N.* The finite solutions of admissible systems of second order partial differential equations. //Mathematical journal. Vol. 10, No.3(37), 2010, pp.57-66.

4. *Suetin P.K.* Orthogonal polynomials on two variables. – M.: "Science 1988, 384 p.

УДК 519.62

Темешева С. М.

Об алгоритме нахождения решения полупериодической краевой задачи для системы гиперболических уравнений

Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Казахстан, Алматы)

nur15@mail.ru

На $\bar{\Omega} = [0, \omega] \times [0, T]$ рассматривается задача

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = A(x,t)\frac{\partial u}{\partial x} + B(x,t)\frac{\partial u}{\partial t} + C(x,t)u + f(x,t), \tag{1}$$

$$u(0,t) = \psi(t), \quad t \in [0,T], \tag{2}$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{t=0} = \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{t=T}, \quad x \in [0, \omega], \tag{3}$$

где $(n \times n)$-матрицы $A(x,t)$, $B(x,t)$, $C(x,t)$ непрерывны на $\bar{\Omega}$, n-вектор-функция $f(x,t)$ непрерывна на $\bar{\Omega}$ и $\psi(t)$ – непрерывно дифференцируемая на $[0,T]$ вектор-функция размерности n.

Введем обозначения:
$C(\bar{\Omega}, \mathbb{R}^n)$ – пространство непрерывных функций $v : \bar{\Omega} \to \mathbb{R}^n$ с нормой $\|v\|_0 = \max\limits_{(x,t)\in\bar{\Omega}} \|v(x,t)\|$;
$C([0,T], \mathbb{R}^n)$ – пространство непрерывных функций $\psi : [0,T] \to \mathbb{R}^n$ с нормой $\|\psi\|_0 = \max\limits_{t\in[0,T]} \|\psi(t)\|$.

Функция $u(x,t) \in C(\bar{\Omega}, \mathbb{R}^n)$, имеющая частные производные $\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} \in \in C(\bar{\Omega}, \mathbb{R}^n)$, $\dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} \in C(\bar{\Omega}, \mathbb{R}^n)$, $\dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \in C(\bar{\Omega}, \mathbb{R}^n)$ называется классическим решением задачи (1)-(3), если она удовлетворяет системе гиперболических уравнений (1) при всех $(x,t) \in \bar{\Omega}$ и краевым условиям (2), (3).

Используем подход, предложенный в [1] для решения нелокальных краевых задач для систем гиперболических уравнений со смешанными производными. Введем новые функции: $v(x,t) = \dfrac{\partial u}{\partial x}$, $w(x,t) = \dfrac{\partial u}{\partial t}$, $(x,t) \in \in \bar{\Omega}$. От задачи (1)-(3) перейдем к семейству периодических краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial v}{\partial t} = A(x,t)v + B(x,t)w + C(x,t)u + f(x,t), \quad (x,t) \in \bar{\Omega}, \tag{4}$$

$$v(x,0) = v(x,t), \quad x \in [0,\omega], \tag{5}$$

и функциональным соотношениям

$$u(x,t) = \psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)d\xi, \quad x \in [0,\omega], \tag{6}$$

$$w(x,t) = \dot{\psi}(t) + \int_0^x \frac{\partial}{\partial t} v(\xi,t)d\xi, \quad x \in [0,\omega], \tag{7}$$

Задача (1)-(3) и задача (4)-(7) эквивалентны в следующем смысле: если $\widehat{u}(x,t)$ – решение задачи (1)-(3), то тройка функций $(\widehat{v}(x,t), \widehat{w}(x,t), \widehat{u}(x,t))$, где $\widehat{v}(x,t) = \dfrac{\partial}{\partial x}\widehat{u}(x,t)$, $\widehat{w}(x,t) = \dfrac{\partial}{\partial t}\widehat{u}(x,t)$, будет решением задачи (4)-(7); если же тройка функций $(\widehat{v}^*(x,t), \widehat{w}^*(x,t), \widehat{u}^*(x,t))$ является решением задачи (4)-(7), тогда функция $\widehat{u}^*(x,t)$ будет решением нелокальной краевой задачи для системы гиперболических уравнений (1)-(3).

Семейство систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (4)-(7) исследуется методом параметризации [2].

Введем функцию $\lambda(x) = v(x,0)$, $x \in [0,\omega]$, и обозначим $\widetilde{v}(x,t) = v(x,t) - v(x,0)$, $(x,t) \in \bar{\Omega}$. От задачи (4)-(7) перейдем к следующей задаче с функциональным параметром:

$$\frac{\partial \widetilde{v}}{\partial t} = A(x,t)\widetilde{v} + A(x,t)\lambda(x) + B(x,t)w + C(x,t)u + f(x,t), \quad (x,t) \in \bar{\Omega}, \tag{8}$$

$$\widetilde{v}(x,0) = 0, \quad x \in [0,\omega], \tag{9}$$

$$\widetilde{v}(x,T) = 0, \quad x \in [0,\omega], \tag{10}$$

$$u(x,t) = \psi(t) + \int_0^x (\lambda(\xi) + \widetilde{v}(\xi,t))d\xi, \quad x \in [0,\omega], \tag{11}$$

$$w(x,t) = \dot{\psi}(t) + \int_0^x \frac{\partial}{\partial t}\widetilde{v}(\xi,t)d\xi, \quad x \in [0,\omega], \tag{12}$$

Задачи (4)-(7) и (8)-(12) эквивалентны.

Выберем шаг $h > 0 : mh = \omega$, произведем разбиение

$$[0,\omega) = \bigcup_{p=1}^{m} [(p-1)h, ph).$$

Введем обозначения: $\widetilde{v}_p(t) = \widetilde{v}(ph,t)$ при $t \in [0,T]$, $\lambda_p = \lambda(ph)$, $p = 0 : m$. При фиксированном x задача (8)-(12) для семейства периодических краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с параметром обращается в периодическую краевую задачу с параметром на $[0,T]$:

$$\begin{aligned} \frac{d\widetilde{v}_p}{dt} = A(ph,t)\widetilde{v}_p + A(ph,t)\lambda_p + B(ph,t)w(ph,t) + \\ + C(ph,t)u(ph,t) + f(ph,t), \quad p = 0 : m, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\widetilde{v}(ph,0) = 0, \quad p = 0 : m, \tag{14}$$

$$\widetilde{v}(ph,T) = 0, \quad p = 0 : m, \tag{15}$$

где $u(0,t) = \psi(t)$, $u(ph,t) = \psi(t) + h(\lambda(ph) + \widetilde{v}(ph,t)$, $w(0,t) = \dot{\psi}(t)$, $w(ph,t) = \dot{\psi}(t) + h\frac{\partial}{\partial t}\widetilde{v}(\xi,t)\Big|_{x=ph}$, $p = 1 : m$.

Решая задачи (13)-(15) находим функции $\widetilde{v}_p(t)$, $t \in [0,T]$, и параметры λ_p, $p = 0 : m$. По ним строится приближенное решение краевой задачи на линиях $x = ph$, $p = 0 : m$. Далее находится приближенное решение исходной задачи (1)-(3).

В сообщении получены достаточные условия сходимости предлагаемого алгоритма и существования решения полупериодической краевой задачи для системы гиперболических уравнений (1)-(3).

Литература

1. *Asanova A.T., Dzhumabaev D.S.* Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations // J. Math. Anal. Appl. 2013. 402. pp. 167-178.

2. *Джумабаев Д.С.* Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1989. Т. 29, № 1. С. 50-66.

УДК 517.925.5: 519.216

Тлеубергенов М. И., Ажымбаев Д. Т.

О представлении уравнений Ито в виде уравнений с непотенциальными силами, допускающими обобщенную функцию Релея

Институт математики и математического моделирования (Казахстан, Алматы)

marat207@mail.ru

Определяются условия, при которых заданная система стохастических дифференциальных уравнений Ито второго порядка представима в виде стохастических уравнений Лагранжа с непотенциальными силами, допускающими обобщенную функцию Релея.